

Władysław Łukaszek
Andrzej Hołojda

OBLICZENIE METODĄ MONTE CARLO WPŁYWU OTULINY
NA WYDAJNOŚĆ LICZNIKA GAZOWEGO
DLA PROMIENIOWANIA GAMMA

Streszczenie. W pracy podaje się sposób obliczenia metodą Monte Carlo wydajności wewnętrznej licznika Geigera-Müllera dla promieniowania gamma. Warstewka ciężkiego metalu (otulina licznika), umieszczona na zewnętrznej powierzchni licznika zwiększa wydajność około dwukrotnie.

Niektóre wyniki przedstawiono wykreslnie jako zależność wydajności od energii promieniowania w zakresie energii od 0,1 MeV do 3 MeV.

1. Wprowadzenie

Uzyskiwanie informacji o obecności i ilości promieniowania jonizującego, wykrywanego detektorem, związane jest w dużym stopniu z wydajnością detektora.

Licznik promieniowania jonizującego jest zazwyczaj detektorem dostarczającym informacji o wykrywanym promieniowaniu w postaci pojedynczych impulsów elektrycznych zliczanych przez układ detekcyjny. Impulsy elektryczne dostarczane przez licznik, są wynikiem oddziaływania wykrywanego promieniowania z materiałami detektora.

Wydajność licznika ϵ określona jest stosunkiem [1]

$$\epsilon = \frac{\text{liczba impulsów dostarczonych przez licznik}}{\text{liczba cząstek lub fotonów które weszły do objętości czynnej detektora}} \quad (1)$$

Określona wydajność jest wydajnością wewnętrzną licznika (nazywaną dalej wydajnością) i należy ją odróżniać od wydajności zewnętrznej, dla której bierze się pod uwagę liczbę cząstek lub fotonów wysyłanych przez źródło promieniowania.

Wydajność detektora zależy od wielu czynników, do których należą geometria detektora oraz rodzaj i energia zastosowanego promieniowania. Najczęściej stosowany, spośród liczników gazowych, licznik Geigera-Müllera posiada wydajność dla cząstek alfa i beta równą około 100%, natomiast dla promieniowania gamma i rentgenowskiego nie większą od 0,1% do 1%. Liczniki scyntylacyjne z odpowiednim rodzajem i wielkością scyntylatora mogą mieć dla tych promieniowań wydajności bliskie 100%.

Wobec małej wartości wydajności liczników Geigera-Müllera dla promieniowania gamma, celowe jest szukanie sposobów, które prowadzą do jej podniesienia. Prosty sposób podwyższenia wydajności jest pokrycie zewnętrznej ścianki licznika, na którą padają fotony, cienką powłoką, zwaną dalej otuliną, wykonaną z odpowiedniego materiału, np. z ołowiu, bizmutu lub tantalu [2].

Celem niniejszej pracy jest wyliczenie wydajności samogasnącego licznika Geigera-Müllera dla promieniowania gamma, dla różnych energii fotonów (z przedziału od 0,1 MeV do 3 MeV) i kilku materiałów ścianki licznika pokrytej z zewnątrz otuliną, wykonaną z materiału innego niż ścianka. Obliczenie wydajności licznika Geigera-Müllera przeprowadzono metodą Monte Carlo. Metoda ta z powodzeniem została zastosowana do obliczenia wydajności licznika scyntylicyjnego dla promieniowania gamma [3], [4]. Procesy związane z detekcją, uwzględniające penetrację materiałów licznika gazowego przez fotony i elektrony są trudne do opisania matematycznego i wymagają wprowadzenia znacznej liczby danych fizycznych. Dostępne w literaturze wzory i wykresy, wykorzystywane do określania wydajności, dotyczą liczników bez otuliny a ponadto nie podają błędów wyznaczenia wydajności [2], [5], [6].

2. Założenia. Obliczanie wydajności

Zastosowanie metody Monte Carlo wymaga rozpatrzenia zjawisk zachodzących w liczniku i prowadzących do detekcji fotonu.

W pracy zostały przyjęte następujące założenia:

- licznik cylindryczny o osiowo umieszczonej anodzie posiada katodę o promieniu zewnętrznym b i wewnętrznym c ,
- powierzchnia, na którą padają fotony, jest powierzchnią boczną katody o długości L ,
- warstwa otuliny nałożona na katodę jest odcinkiem cienkościennej powłoki cylindrycznej o promieniu zewnętrznym a , wewnętrznym b i o długości L ,
- fotony posiadają jednakową energię E_f , a każdy kierunek fotonu padającego jest równożliwy (izotropowe pole promieniowania),
- punkt startu każdego fotonu (początek historii) leży na jednej wybranej tworzącej walca o promieniu a ,
- kierunek startującego fotonu jest losowany z kąta bryłowego 2π obejmującego licznik (konsekwencja ograniczenia wyboru punktów startu z punktów jednej ustalonej tworzącej),
- fotony oddziałują wyłącznie z materiałem katody i otuliny, oddziaływania fotonów z gazem wypełniającym licznik nie są brane pod uwagę,
- historię fotonu kończy pierwsze oddziaływanie lub ucieczka,
- historia elektronu zaczyna się z chwilą emisji elektronu w jednym z trzech zjawisk pomiędzy fotonem i ośrodkiem (zjawiska: fotoelektryczne, komptonowskie i powstawania par),

- pozyton powstający w zjawisku powstawania par nie jest analizowany,
- historię elektronu kończy ucieczka lub spełnienie warunku dotyczącego jego drogi swobodnej,
- liczby losowe R_j o rozkładzie równomiernym z przedziału $(0,1)$ generowano za pomocą algorytmu

$$R_j = R_{j-1} \text{ alfa} - \text{entier}(R_{j-1} \text{ alfa}),$$

gdzie:

$$j = 1, 2, 3, \dots$$

$$R_0 = 0,12345678901$$

$$\text{alfa} = 37199 \text{ lub } 3125.$$

Rejestracja fotonu detektorem jonizacyjnym, jakim jest licznik Geigera-Müllera, odbywa się za pośrednictwem elektronu. Elektron przemieszcza się w materiale ścianki lub otuliny i o ile dojdzie do objętości licznika wypełnionej gazem może spowodować wyładowanie [6].

W ujęciu stochastycznym, wydajność licznika (określona równaniem (1)), może być interpretowana jako prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że foton padający na licznik spowoduje powstanie impulsu.

Za pomocą maszyny cyfrowej śledzi się trajektorię każdego z N' fotonów padających na ściankę licznika. Jeżeli foton wyprodukuje elektron przechodzi się do analizy historii elektronu. Informacje zebrane przy śledzeniu trajektorii fotonów i elektronów wykorzystuje się następnie dla wyznaczenia wydajności licznika.

Na podstawie analizy N fotonów można napisać

$$c_N = P_f P_e P_w, \quad N = 1, 2, \dots, N' \quad (2)$$

gdzie:

P_f - prawdopodobieństwo, że foton padający na licznik wejdzie w oddziaływanie z materiałem ścianki lub otuliny i tym samym wzbudzi elektron,

P_e - prawdopodobieństwo wejścia wzbudzonego elektronu do objętości wypełnionej gazem,

P_w - prawdopodobieństwo spowodowania przez elektron wyładowania w gazie wypełniającym licznik.

Prawdopodobieństwo P_f oblicza się (szacuje się) wg wzoru

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_{f,i} = \frac{1}{N} S_{pf}, \quad (3)$$

gdzie $p_{f,i}$ oznacza prawdopodobieństwo oddziaływania i -tego fotonu z materiałami licznika.

Prawdopodobieństwo P_e szacuje się jako stosunek n_e elektronów wchodzących do objętości gazowej licznika do wszystkich rozpatrzonych elektronów, których liczbę przyjęto dowolnie jako równą liczbie rozpatrywanych fotonów N

$$P_e = \frac{n_e}{N}. \quad (4)$$

Prawdopodobieństwo P_w szacuje się wg wzoru

$$P_w = \frac{1}{n_e} \sum_{j=1}^{n_e} p_{e,j} = \frac{1}{n_e} S_{pe}, \quad (5)$$

gdzie $p_{e,j}$ oznacza prawdopodobieństwo wyładowania (i powstania impulsu) przez j -ty elektron wchodzący do objętości licznika wypełnionej gazem.

Podstawiając (3), (4) i (5) do (2) uzyskuje się

$$\epsilon_N = \frac{S_{df} S_{pe}}{N^2}. \quad (6)$$

Obliczenia ϵ_N wykonuje się dla $N = 1, 2, \dots, N'$. Jeżeli l oznacza liczbę niezerowych wartości ϵ_N (początkowe wartości $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_{l'}$, gdzie $l' \ll N'$, mogą być równe zero) wówczas oblicza się - wydajność licznika

$$s = \frac{1}{l} \sum_{N=1}^{N'} \epsilon_N = \frac{S_{l'}}{l}, \quad (7)$$

- błąd dwusignowy

$$\delta_s = 2 \left[\frac{1}{l(l-1)} (s_2 - \frac{s_1^2}{l}) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

gdzie

$$s_2 = \sum_{N=1}^{N'} \epsilon_N^2.$$

3. Historia fotonu

Historia fotonu składa się z następujących zdarzeń:

- losowanie punktu startu fotonu, $P_{0,f}(\vec{r}_f)$,
- losowanie kierunku fotonu, \vec{u}_f ,
- obliczanie prawdopodobieństwa $p_{f,i}$,
- losowanie punktu oddziaływania fotonu $P_0(\vec{r}_0)$ który jest równocześnie punktem startu elektronu,
- losowanie rodzaju oddziaływania fotonu,
- wyznaczenie energii E_0 i kierunku \vec{u}_0 wzbudzonego elektronu.

Zależności określające wektory \vec{r}_f , \vec{u}_f , \vec{r}_0 , wprowadzone są zgodnie z zasadami geometrii analitycznej.

Obliczenie $p_{f,i}$ prowadzi się według uogólnionego wzoru

$$p_{f,i} = 1 - e^{-\sum_{(k)} \mu_k(E_f) t_k} \quad (9)$$

gdzie:

t_k - droga fotonu w k-tym materiale,

$\mu_k(E_f)$ - liniowe współczynniki oddziaływania dla poszczególnych materiałów i energii E_f fotonu.

Suma

$$t = \sum_{(k)} t_k$$

jest drogą swobodną fotonu. Obliczenie składników sumy, przy uwzględnieniu geometrii licznika prowadzi do dość złożonych rachunków.

Losowanie rodzaju oddziaływania prowadzi się zgodnie z [3]. Rodzaj oddziaływania determinuje sposób wyznaczenia energii elektronu E_0 i kierunku elektronu \vec{u}_0 . Zależności określające przejście z kierunku \vec{r}_f fotonu na kierunek \vec{u}_0 elektronu oraz z kierunku \vec{u}_n na kierunek \vec{u}_{n+1} przy rozproszeniach elektronu, zostały wzięte z pozycji [9].

Zgodnie z uwagami punktu 2, historia fotonu kończy się oddziaływaniem lub ucieczką. W przypadku oddziaływania rozpatruje się dalej historię elektronu.

4. Wyznaczenie energii i kierunku wzbudzonego elektronu

Wyznaczenie energii E_0 i kierunku \vec{u}_0 wzbudzonego elektronu wymaga oddzielnego rozpatrzenia trzech rodzajów oddziaływania fotonów z ośrodkiem materialnym.

Zjawisko fotoelektryczne

Energię kinetyczną fotoelektronu wyznacza się ze związku

$$E_0 = E_f - E_{u,e}, \quad (10)$$

gdzie $E_{u,e}$ oznacza energię usunięcia elektronu z orbity [7].

Kierunek \vec{u}_0 losuje się z rozkładu który otrzymuje się z różniczkowego przekroju czynnego $d\sigma_f^k(\omega, \varphi)$ na emisję elektronu z orbity K w zjawisku fotoelektrycznym. Zgodnie z [7] można napisać

$$d\sigma_f^k(\omega, \varphi) = S' \frac{\sin^2 \omega \cos^2 \varphi}{(1 - \beta \cos \omega)^4} d\Omega, \quad (11)$$

gdzie:

S' - parametr zależny od energii fotonu,

ω - kąt emisji elektronu względem toru fotonu,

φ - kąt azymutalny elektronu,

β - znormalizowana prędkość elektronu (stosunek prędkości elektronu do prędkości światła),

$d\Omega$ - elementarny kąt bryłowy.

Kładąc

$$d\Omega = \sin \omega \, d\omega \, d\varphi$$

można wykonać całkowanie ze względu na $d\varphi$ w granicach $[0, 2\pi]$.

W ten sposób

$$d\sigma_f^k(\omega) = S \frac{\sin^3 \omega}{(1 - \beta \cos \omega)^4} d\omega,$$

gdzie $S = \pi S'$.

Funkcja gęstości rozkładu, z którego losowany jest kąt emisji elektronu ω_0 może być zapisana w postaci

$$f(\omega) d\omega = \frac{d\sigma_F^k(\omega)}{\int_0^{\pi} d\sigma_F^k(\omega)}$$

lub po obliczeniu całki

$$f(\omega) = \frac{3}{4} (1 - \beta^2)^2 \frac{\sin^3 \omega}{(1 - \beta \cos \omega)^4} \quad (12)$$

Z rozkładu (12) metodą J. von Neumanna losuje się kąt rozproszenia elektronu ω_0 .

Zjawisko A. Comptona

W pierwszej kolejności wyznaczy się energię $E_{F,1}$ i kąt emisji ψ_0 fotonu rozproszonego.

Energję fotonu rozproszonego wyznacza się za pomocą formuły B. Carlsona [8]

$$a_{F,1} = \frac{a_F}{1 + sR + 2(a_F - s)R^2}$$

gdzie:

a_F - energia znormalizowana fotonu padającego (formalnie energia fotonu w MeV podzielona przez 0,51),

$a_{F,1}$ - energia znormalizowana fotonu rozproszonego,

R - liczba losowa.

Parametr s występujący w formule B. Carlsona określony jest wzorem

$$s = \frac{a_F}{1 + 0,5625 a_F}$$

Kosinus kąta fotonu rozproszonego oblicza się według wzoru A. Comptona

$$\cos \psi_0 = 1 + \frac{1}{a_F} - \frac{1}{a_{F,1}}$$

Znając dla fotonu rozproszonego wartości $a_f, 1$ oraz $\cos \psi_0$, można w dalszym ciągu obliczyć energię elektronu komptonowskiego i kąt emisji tego elektronu. Z zasady zachowania energii i pędu uzyskuje się

$$E_0 = E_f \frac{a_f(1 - \cos \psi_0)}{1 + a_f(1 - \cos \psi_0)}, \quad (13)$$

oraz

$$(1 + a_f) \operatorname{tg} \omega_0 = - \operatorname{ctg} \frac{\psi_0}{2}. \quad (14)$$

Z rozwiązania równania (14) wyznacza się kąt ω_0 .

Zjawisko powstawania par

Losowanie energii elektronu prowadzi się za pomocą formuły P.V.C. Hougha, która stanowi aproksymację wzoru H.A. Bethego i W. Heitlera. Formułę P.V.C. Hougha można zapisać w postaci [3]

$$h(x) = \frac{1}{1+M} h_1(x) + \frac{M}{1+M} h_2(x), \quad 0 < x < 1. \quad (15)$$

Zmienną x można wyrazić związkami

$$x = \frac{W_- - 1}{a_f - 2},$$

gdzie:

W_- - znormalizowana, całkowita energia elektronu,

a_f - znormalizowana energia fotonu.

Wielkość M występująca w formule P.V.C. Hougha jest dość skomplikowaną funkcją energii fotonu. Funkcje h_1 i h_2 podane są w poz. [3].

Losowanie znormalizowanej energii W_- prowadzi się zgodnie z metodą przedstawioną w pozycji [3] (str. 113-115).

W zjawisku powstawania par, energia fotonu rozkłada się na energię (całkowitą) elektronu i pozytonu, a zatem

$$W_- + W_+ = a_f,$$

gdzie W_+ oznacza znormalizowaną, całkowitą energię pozytonu. Wartość W_- nie mniejszą z dwóch wartości W_- i W_+ przyporządkowuje się elektronowi i oblicza się jego energię kinetyczną

$$E_0 = 0,511(W - 1).$$

Druga z dwóch wartości W_- i W_+ nie jest brana pod uwagę, zgodnie z przyjętą zasadą, że pozyton jest pomijany.

H.A. Bethe i W. Heitler [6] podali wzór przybliżony

$$N(\omega) d\omega = \frac{d\omega}{\left(\frac{1}{W} + \omega^2\right)^2}, \quad (16)$$

gdzie $N(\omega) d\omega$ oznacza liczbę elektronów (lub pozytonów) emitowanych pod kątem ω w elementarnym kącie bryłowym

$$d\Omega = 2\pi \sin \omega d\omega$$

Dla zależności (16) wyznacza się funkcję gęstości

$$f_1(\omega) = \frac{N(\omega)}{\int_0^{\omega} N(\omega) d\omega}. \quad (17)$$

Po obliczeniu całki występującej w formule (17), można wyprowadzić wzór dla obliczenia kąta emisji elektronu ω_0

$$\omega_0 = \frac{\pi R}{1 + \pi^2(1 - R)W}, \quad (18)$$

gdzie R oznacza liczbę losową.

Kąt azymutalny elektronu dla wszystkich trzech omówionych zjawisk oblicza się zgodnie z zależnością

$$\varphi_0 = 2\pi R,$$

po uprzednim wyznaczeniu liczby losowej R .

5. Historia elektronu

Model przemieszczania się elektronu w ośrodku materialnym, przedstawiony w pracy [3] zostanie podany w znacznym skróceniu z uwzględnieniem wprowadzonych modyfikacji.

Trajektoria elektronu określona jest przez podanie tablicy

$$\begin{array}{l} 0, s_1, s_2, \dots, s_n, s_{n+1}, \dots, s_u \\ E_0, E_1, E_2, \dots, E_n, E_{n+1}, \dots, E_u \\ \vec{u}_0, \vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_n, \vec{u}_{n+1}, \dots, \vec{u}_u \\ \vec{r}_0, \vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n, \vec{r}_{n+1}, \dots, \vec{r}_u \end{array}$$

gdzie:

s_n - droga elektronu od punktu stratu $P_0(\vec{r}_0)$ do punktu $P_n(\vec{r}_n)$,

\vec{r}_n - położenie elektronu po przejściu drogi s_n ,

E_n - energia elektronu startującego z punktu P_n ,

\vec{u}_n - kierunek elektronu startującego z punktu P_n .

Przejście przez elektron drogi

$$\Delta s_n = s_{n+1} - s_n,$$

od punktu $P_n(\vec{r}_n)$ do punktu $P_{n+1}(\vec{r}_{n+1})$, jest efektem wypadkowym pewnej liczby rozproseń elektronu. Poszczególnych rozproseń na drodze Δs_n nie rozpatruje się, ze względu na to, że na historię elektronu przypadająby wówczas bardzo duża liczba rozproseń (np. dla elektronu spowalnianego w aluminium od energii 0,5 MeV do 0,25 MeV należałoby rozpatrzeć około $3 \cdot 10^4$ rozproseń). W celu skrócenia czasu obliczeń do rozsądnych granic wprowadza się zagęszczoną historię elektronu (condensed history) pomijającą analizę poszczególnych rozproseń na drodze Δs_n . Liczba kroków u skondensowanej historii nie przekracza kilkudziesięciu.

Zagęszczona historia elektronu określona jest za pomocą następującego kompletu parametrów:

- drogi swobodnej $\Delta s_n = s_{n+1} - s_n$,
- spadku energii na drodze Δs_n , $\Delta E_n = E_n - E_{n+1}$,
- zmiany kierunku, \vec{u}_n na \vec{u}_{n+1} ,
- zmiany położenia elektronu, \vec{r}_n na \vec{r}_{n+1} .

W dalszej kolejności omówi się sposób wyznaczania poszczególnych parametrów kompletu.

Droga swobodna

Droga swobodna określona jest równaniem

$$\Delta s_n = \int_{E_{n+1}}^{E_n} \left| \frac{dE}{ds} \right|^{-1} dE, \quad (19)$$

gdzie $\frac{dE}{ds}$ jest średnią stratą energii elektronu na jonizację, na jednostkę drogi. Zgodnie z [3]

$$-\frac{dE}{ds} = NCZ \left[\ln \frac{E^2(\tau + 2)}{2I^2} + f_-(\tau, \epsilon_c) - \delta \right], \quad (20)$$

gdzie:

$$C = \frac{2\pi e^4}{Nv^2}, \text{ dyna cm}^3,$$

$$\tau = \frac{E}{Mc^2},$$

$$f_-(\tau, \epsilon_c) = -1 - \beta^2 + \left(\frac{\tau}{\tau+1}\right)^2 \frac{\epsilon_c^2}{2} + \frac{2\tau+1}{(\tau+1)^2} \ln(1 - \epsilon_c) + \ln \left[4\epsilon_c(1-\epsilon_c) \right] +$$

$$+ \frac{1}{1-\epsilon_c},$$

c - prędkość światła, cm s^{-1} ,

e - ładunek elektronu, $\text{cm} \sqrt{\text{dyna}}$,

I - średni potencjał jonizacji, eV,

M - masa spoczynkowa elektronu, g,

N - liczba atomów w cm^3 ,

v - prędkość elektronu, cm s^{-1} ,

Z - liczba atomowa ośrodka,

$$\beta = \frac{v}{c},$$

$\delta = \delta(E, Z)$, poprawka uwzględniająca wpływ polaryzacji ośrodka [10],

$$\epsilon_c = \frac{1}{2}, \text{ (dla pozytonów } \epsilon_c = 1).$$

Całka występująca w wyrażeniu (19) została obliczona w sposób przybliżony przez aproksymację funkcji podcałkowej łamaną.

Spadek energii

Spadek energii ΔE_n oblicza się za pomocą zależności

$$E_{n+1} = 2^{-\frac{1}{m}} E_n \quad (21)$$

Wartość stałej m determinuje spadek energii i tym samym długość drogi Δs_n . Wartość m w powiązaniu z dopuszczalną liczbą kroków u jest przyjmowana w zależności od geometrii ośrodka i energii fotonów E_f . Przyjmuje się najczęściej następujące pary wartości (m, u) : (4, 24), (8, 48), (16, 96).

Wartości m , u oraz minimalna energia E_u , do jakiej może spowolnić się elektron o energii początkowej E_0 , spełniają ponadto zależność

$$u = m \log_2 \frac{E_0}{E_u} \quad (22)$$

Zmiana kierunku

Zmianę kierunku z \vec{u}_n na \vec{u}_{n+1} określa kąt rozproszenia ω_n i kąt azymutalny ϕ_n .

Kąt ω_n losowany jest z rozkładu o gęstości

$$p(\omega) = 2 \frac{\omega}{\omega^2} e^{-\frac{\omega^2}{\omega^2}}, \quad 0 < \omega < \infty, \quad (23)$$

gdzie $\overline{\omega^2}$ jest wariancją kąta rozproszenia elektronu dla trajektorii zagęszczonej. Funkcja $p(\omega)$ jest jedną z możliwych aproksymacji rozkładu kątaowego elektronów i nazywana jest aproksymacją Gaussa. Wariancja $\overline{\omega^2}$ została oszacowana w niniejszej pracy za pomocą zależności

$$\overline{\omega^2} = \frac{\Delta s_{R-1}}{\sum_R} \overline{\omega_{R-1}^2} \quad (24)$$

gdzie:

\sum_R - makroskopowy przekrój czynny na rozpraszanie elektronów,

$\overline{\omega_R^2}$ - wariancja kąta rozproszenia elektronu w polu elektrycznym jądra (dla trajektorii rzeczywistej, niezagęszczonej).

Wielkości \sum_R i $\overline{\omega_R^2}$ są wyznaczane za pomocą, zaproponowanego przez E. Rutherforda, przekroju czynnego różniczkowego na rozproszenie elektronu w polu elektrycznym jądra o ładunku Ze [3]

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega} = \frac{Z^2 e^4}{p^2 v^2 (1 - \cos\omega + 2\eta)^2}, \quad 0 \leq \omega \leq \pi, \quad (25)$$

gdzie:

p - pęd elektronu, g cm s⁻¹,

ω - kąt rozproszenia,

η - poprawka uwzględniająca ładunek elektronów.

Przekrój \sum_R i wariancję $\overline{\omega_R^2}$ oblicza się odpowiednio wg wzorów:

$$\sum_R = N\sigma_R = 2\pi N \int_0^\pi \frac{d\sigma_R}{d\Omega} \sin\omega d\omega, \quad (26)$$

gdzie N oznacza gęstość jąder (cm⁻³) w ośrodku rozpraszającym,

$$\overline{\omega_R^2} = \frac{2\pi}{\sigma_R} \int_0^\pi \omega^2 \frac{d\sigma_R}{d\Omega} \sin\omega d\omega \quad (27)$$

Całka występująca w wyrażeniu (26) została obliczona w sposób przybliżony, pomijając zależność funkcji podcałkowej bądź od ω , bądź od η , w podprzedziałach całkowania, w których wpływ tych wielkości jest pomijalny.

Kąt azymutalny rozproszonego elektronu oblicza się zgodnie z wzorem

$$\varphi_n = 2\pi R_n$$

Zmiana położenia

Punkt $P_{n+1}(\vec{r}_{n+1})$ jest określony jednoznacznie przez wielkości \vec{r}_n , \vec{u}_n i Δs_n .

Zakończenie historii elektronu ma miejsce, jeżeli:

- następuje ucieczka elektronu przez zewnętrzną powierzchnię licznika, tj. przez powierzchnię pobocznicy lub przez jedną z podstaw,
- droga swobodna elektronu spełnia warunek

$$s_n \leq 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm.} \quad (28)$$

Jeżeli spełnione są warunki:

$$x_{n+1}^2 + y_{n+1}^2 \leq c^2,$$

$$0 \leq z_{n+1} \leq L,$$

wówczas elektron wchodzi do objętości licznika wypełnionej gazem i wywołuje je wyładowanie [2] z prawdopodobieństwem

$$p_{e,j} = 1 - e^{-spd}, \quad (29)$$

gdzie:

s - jonizacja właściwa gazu odniesiona do jednostki ciśnienia, $\text{at}^{-1}\text{cm}^{-1}$,

p - ciśnienie gazu, at ,

d - droga elektronu w objętości licznika wypełnionej gazem, cm .

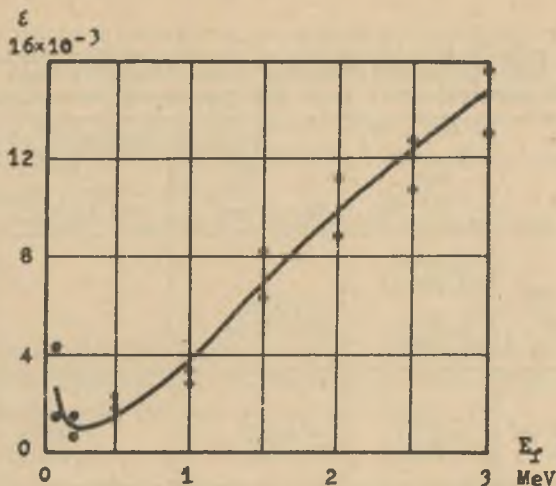
6. Obliczenia i wyniki

Obliczenia wydajności dla trzech liczników krajowej produkcji wykonano na maszynie cyfrowej ODRA-1204. Program obliczeń został napisany w języku ALGOL-1204.

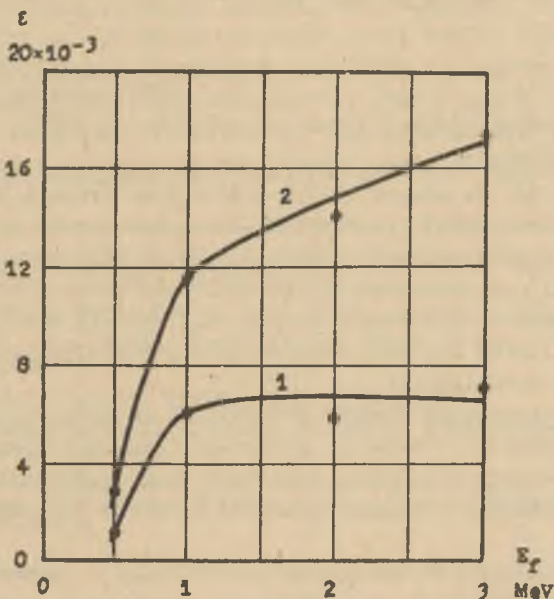
W toku obliczeń wyznaczono wydajności liczników Geigera-Müllera typu BAM-5, BAM-18 i GAM-10 [1]. Jako materiały otuliny przyjęto aluminium, ołów i tantal. Dostępne w literaturze dane umożliwiły porównanie wyników jedynie w przypadku licznika GAM-10 (bez otuliny), którego katoda jest wykonana z mosiądku. Dla licznika tego uzyskano dobrą zgodność wyników w całym rozpatrywanym zakresie energii od 0,1 MeV do 3 MeV. Wyniki obliczeń dla liczników BAM-5 i BAM-18 z otuliną, wykazują około dwukrotny wzrost wydajności, w stosunku do wydajności tych liczników bez otuliny.

Niektóre wyniki obliczeń przedstawione zostały na rysunkach 1 i 2 oraz w tablicy 1. Obliczone wydajności obarczone są błędem względnym (dwusigmowym) w granicach od około 1% do około 10%.

Obliczenia były prowadzone według następującego schematu. Po założeniu konkretnej wartości energii fotonów E_f (z przedziału od 0,1 MeV do 3 MeV) i wczytaniu odpowiednich danych, analizowano kolejne historie foton-elektron. Manipulując kluczem na pulpicie maszyny cyfrowej, wyprowadzano kilkakrotnie aktualne wartości wydajności. Jeżeli, pomimo rosnącej liczby analizowanych historii, kolejne wyprowadzane wartości wydajności w przybliżeniu nie ulegały zmianie, przerywano obliczenia dla założonej energii E_f .



Rys. 1. Wydajność licznika GAM-10 bez otuliny. Ściana licznika, mosiądz o grubości 1 mm. Punkty pochodzą z obliczeń metodą Monte Carlo. Krzywa ciągła przedstawia wydajność licznika z katodą mosiężną zgodnie z pozycją [6] (str. 112)



Rys. 2. Wydajność licznika BAM-18 z katodą aluminiową o grubości 60 mg/cm^2 . Punkty pochodzą z obliczeń metodą Monte Carlo. Krzywe ciągłe przedstawiają przewidywany przebieg zmian wydajności licznika bez otuliny (krzywa 1) i z otuliną z ołowiu o grubości 100 mg/cm^2 (krzywa 2)

Tablica 1

Wartości wydajności liczników obliczone metodą Monte Carlo dla energii promieniowania gamma równej 1 MeV. W nawiasach podany został błąd dwusignowy odpowiednich wyników

Typ licznika, materiał i grubość katody	Licznik bez otuliny	Otulina: materiał i grubość		
		Pb 50 mg/cm ²	Pb 100 mg/cm ²	Ta 100 mg/cm ²
GAM-10 Mosiądz, 1 mm 822 mg/cm ²	0,0026 (0,0003) 0,0035 (0,0001)	0,0035 (0,0002)	-	-
BAM-5 Mosiądz, 0,06 mm 50 mg/cm ²	0,0071 (0,0006)	0,0125 (0,0008)	0,0128 (0,0003)	0,0118 (0,0003)
BAM-18 Aluminium 0,02 mm, 60 mg/cm ²	0,0079 (0,0002)	0,0104 (0,0002)	0,0119 (0,0003)	0,0132 (0,0004)

W wyniku wstępnych obliczeń stwierdzono, że jeżeli droga swobodna elektronu spełnia warunek (28) wówczas elektron można uważać za pochłonięty. Wprowadzenie tego warunku jako ograniczenia kończącego historię elektronu, umożliwiło skrócenie czasu trwania analizy jednej historii foton-elektron o około 50%, tj. do czasów od 0,6 s do 1,9 s. Średnia liczba kroków elektronu w zakresie historii zmieniała się w zależności od parametru m i typu licznika w granicach od około 5 dla większych, do około 15 dla mniejszych energii z rozpatrywanego zakresu. Czas trwania obliczenia wydajności odpowiadającej założonej energii E_p wynosił średnio około 5 minut. Analizowana liczba historii foton-elektron odpowiadająca energii E_p nie przekraczała 600 historii.

Analiza otrzymanych wyników prowadzi do wniosku, że w przypadku liczników Geigera-Müllera o cienkich ściankach (grubości rzędu do 100 mg cm⁻²) stosowanie otuliny o grubości zbliżonej do grubości ścianki jest jak najbardziej wskazane i poprawia wydajność licznika bez otuliny około dwukrotnie.

Odnosnie niektórych założeń przedstawionych w punkcie 2 niniejszego artykułu należy zaznaczyć, że w przypadku uwzględnienia wielokrotnych rozproszeń komptonowskich i pozytonów, wartości wydajności będą większe od uzyskanych. Miarą przyrostu wydajności z tytułu rozproszeń komptonowskich może być współczynnik narostu dla energii padającego promieniowania gamma. Miarą przyrostu wydajności z tytułu pozytonów może być współczynnik narostu dla energii promieniowania anihilacyjnego (0,51 MeV). Ze względu na

bardzo cienkie ścianki liczników i zastosowanych otulin, wartości współczynników narostu (w zakresie rozpatrzonych energii i materiałów) różnić się będą od jedności o wielkości rzędu 10^{-3} . Odpowiednie przyrosty wydajności mieścić się będą w granicach obliczonych błędów.

Uwzględnienie rozproszeń komptonowskich i pozytonów, skomplikowałyby w zasadniczy sposób program obliczeń.

Szczegółowy przegląd zagadnień poruszanych w niniejszym artykule podaje pozycja [12].

Autorzy pragną złożyć podziękowanie prof. dr A. Strzałkowskiemu z Instytutu Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego za cenne uwagi, które przyczyniły się do podniesienia wartości niniejszej pracy.

LITERATURA

1. Encyklopedia techniki, Energia jądrowa, WNT, Warszawa, 1970.
2. FÜNFER E., NEUERT M.: Liczniki promieniowania, PWN, Warszawa, 1960.
3. Methods in Computational Physics, Vol. 1, Praca zbiorowa, Academic Press, New York-London, 1963.
4. BEATTIE R.J.D., BYRNE J.: Nuclear Instruments and Methods, 104, 163, (1972).
5. PRICE W.: Nuclear Radiation Detection, McGraw-Hill, New York-London, 1958.
6. MASSALSKI J.: Detekcja promieniowania jądrowego, PWN, Warszawa, 1959.
7. STARODUBCEV V., ROMANOV A.: Vzglimodejstve gamma izlučenja s vesčestvom, Čast 1, Izd. Nauka, Taskent, 1964.
8. ERMAKOV S.M.: Metod Monte Karlo, Izd. Nauka, Moskva, 1971.
9. BUSLENKO N.P. i inni: Metoda Monte Carlo, (tłum. z jęz. ros.), PWN, Warszawa, 1966.
10. STERNHEIMER R.M.: Physical Review, 115, 137, (1959).
11. JANKOWSKI M., KOWALEWICZ J.: Krajowe detektory promieniowania, Postępy Techniki Jądrowej, Warszawa, 1964.
12. HOŁOJDA A.: Obliczanie metoda Monte Carlo wpływu otuliny na wydajność licznika gazowego dla promieniowania gamma, Praca dyplomowa, Gliwice, 1973 (niepublikowana).

Praca wpłynęła do Redakcji w maju 1973 roku.

РАСЧЕТ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО ЭФФЕКТИВНОСТИ ГАЗОРАЗРЯДНОГО СЧЕТЧИКА
ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЯ

Р е з ю м е

В настоящей работе описывается расчет методом Монте-Карло внутренней эффективности счетчика Гейгера-Мюллера для гамма-излучения. Тонкий слой тяжелого металла, расположенный на поверхности счетчика, увеличивает эффективность приблизительно в два раза.

Некоторые результаты расчетов представлены в виде графиков функции эффективности в интервале энергии излучения от 0,1 MeV до 3 MeV.

MONTE CARLO CALCULATION OF THE INTRINSIC EFFICIENCY FOR GAMMA-RAY
ENVELOPED GASEOUS COUNTER

S u m m a r y

In this paper the Monte Carlo calculation of the intrinsic efficiency of Geiger-Müller tube for gamma-rays is described. A thin layer of heavy metal (the counter envelope), placed on the external surface of the Geiger-Müller tube, multiplies the intrinsic efficiency about twice.

Some results of calculations are presented as graphs of the intrinsic efficiency depending on the gamma-ray energy within the range from 0,1 to 3,0 MeV.