ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1974

Seria: Energetyka z. 51 Nr kol. 405

Jan Nadziakiewicz

OBLICZANIE MOCY GRZEJNIKA W POMIESZCZENIU PRZY OKRESOWO ZMIENNYCH TEMPERATURACH

Streszczenie. Na podstawie równań bilansu ciepła pomieszczenia oraz równań opisujących przepływ ciepła w ścianie określono funkcje zależności temperatury wewnętrznej od temperatury zewnętrznej oraz od mocy grzejnika z uwzględnieniem okresowej zmienności tych wielkości. Obliczono amplitudę i przesunięcie fazowe zmian mocy grzejnika, które zapewniają żądany przebieg temperatury wewnątrz pomieszczenia. Rozpatrzono przypadek małej pojemności cieplnej grzejnika oraz przypadek ze znaczną pojemnością cieplną grzejnika.

1. Wstęp

Przy sporządzaniu bilansów cieplnych pomieszczeń konieczne jest uwzględnienie zmian temperatury zewnętrznej oraz zmian temperatury wewnętrznej. Nieuwzględnienie zmienności tych temperatur prowadzi do zwiększenia kosztów inwestycyjnych oraz pogorszenia warunków komfortu [1]. Problemem tym w odniesieniu do klimatyzacji pomieszczeń oraz do obliczeń komór chłodniczych zajmowało się szereg autorów. [2,3,4].

Poniżej przedstawiono sposób obliczania niezbędnej mocy cieplnej grzejnika oraz jej zmian w czasie w zależności od zmian temperatury zewnętrznej i temperatury wewnątrz pomieszczenia.

2. Model pomieszczenia

Rozważane jest pomieszczenie oddzielone od otoczenia jednowarstwową ścianą o grubości δ. Temperatura zewnętrzna zmienia się okresowo z okresem 24 h i z amplitudą T_z, Temperatura wewnątrz pomieszczenia zmienia się również okresowo z tym samym okresem, ale przesunięta jest w fazie w stosunku do zmian temperatury zewnętrznej o zadany kąt φ. Amplituda zmian temperatury wewnętrznej powinna wynosić T_p. Wewnątrz pomieszczenia działa grzejnik o wydajności okresowo zmiennej w czasie. Poszukiwana jest amplituda i przesunięcie fazowe zmian mocy grzejnika, które zapewniałyby utrzymanie żądanego przebiegu zmian temperatury wewnętrznej.

Dla uproszczenia obliczeń pomieszczenie traktowane jest jak szczelne. Ponieważ żądany zakres zmian temperatury w pomieszczeniu jest mały, więc błąd spowodowany założeniem jest niewielki. Uwzględnienie nieszczelności wprowadza nieliniowość do równań opisujących zmianę temperatury wewnątrz pomieszczenia i uniemożliwia uzyskanie przejrzystych wyników.

3. Równania opisujące zmiany temperatur

Zmiana temperatury wewnątrz ścianki

$$\frac{\partial \vartheta(x,\tau)}{\partial \tau} = a\,\frac{\partial^2 \vartheta(x,\tau)}{\partial x^2} \tag{1}$$

Warunki brzegowe

$$\text{dla } x = 0 \quad \frac{\partial \vartheta(x,\tau)}{\partial x} + H_2\left[t_p(\tau) - \vartheta(0,\tau)\right] = 0 \tag{2}$$

$$\text{dla } x = \delta \quad \frac{\partial \vartheta(x,\tau)}{\partial x} + H_1\left[\vartheta(\delta,\tau) - t_z(\tau)\right] = 0 \tag{3}$$

Bilans cieplny pomieszczenia przy założeniu, że temperatura powietrza jest wszędzie taka sama:

$$\dot{q}(\tau) = W \cdot \frac{dt_p(\tau)}{d\tau} + \alpha_1 \cdot A \cdot \left[t_p(\tau) - \vartheta(0,\tau)\right]$$

$$\frac{dt_p(\tau)}{d\tau} + \frac{\alpha_1 A}{W}\left[t_p(\tau) - \vartheta(0,\tau)\right] - \frac{\dot{q}(\tau)}{W} = 0$$

$$\frac{dt_p(\tau)}{d\tau} + K\left[t_p(\tau) - \vartheta(0,\tau)\right] - \frac{\dot{q}(\tau)}{W} = 0 \tag{4}$$

w równaniach tych oznaczają:

α_1, α_2 – współczynniki wnikania ciepła do ściany odpowiednio od wewnątrz i od zewnątrz pomieszczenia,

λ - współczynnik przewodzenia ciepła materiału ściany,

c - ciepło właściwe materiału ściany,

ϱ - gęstość materiału ściany,

$W = m.c_p$ - zastępcza pojemność cieplna pomieszczenia,

A - powierzchnia wymiany ciepła z otoczeniem

$$a = \frac{\lambda}{c\varrho}$$

$$H_1 = \frac{\alpha_1}{\lambda}; \qquad H_2 = \frac{\alpha_2}{\lambda}$$

$$K = \frac{\alpha_1 \cdot A}{W}.$$

Jako stan odniesienia przyjęto stan ustalony:

$$t_z(0) = T_{z_o}, \; t_p(0) = T_{p_o}, \; \vartheta(x,0) = \vartheta_o(x), \; \dot{q}(0) = \dot{q}_o = K.W.\left[T_{p_o} - \vartheta_o(0)\right]$$

Wprowadzamy nowe zmienne:

$$T_z(\tau) = t_z(\tau) - T_{z_o}$$

$$T_p(\tau) = t_p(\tau) - T_{p_o}$$

$$\Theta(x,\tau) = \vartheta(x,\tau) - \vartheta_o(x)$$

$$\dot{Q}(\tau) = \dot{q}(\tau) - q_o$$

Po uwzględnieniu warunków brzegowych równania w nowych zmiennych przyjmą postać:

$$\frac{\partial \Theta(x,\tau)}{\partial \tau} = a \, \frac{\partial^2 \Theta(x,\tau)}{\partial x^2}$$

$$\left.\begin{aligned} x = 0, \quad & \frac{\partial\theta(x,\tau)}{\partial x} + H_2\left[T_p(\tau) - \theta(0,\tau)\right] = 0 \\ x = \delta, \quad & \frac{\partial\theta(x,\tau)}{\partial x} + H_1\left[\theta(\delta,\tau) - T_z(\tau)\right] = 0 \\ & \frac{dT_p(\tau)}{d\tau} + K\left[T_p(\tau) - \theta(0,\tau)\right] - \frac{1}{W}\cdot\dot{Q}(\tau) = 0 \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

4. Poszukiwanie zależności $T_p(\tau) = f(T_z(\tau), \dot{Q}(\tau))$

Stosując transformację Laplace'a względem τ do równań (5), (6) dla zerowych warunków początkowych otrzymamy:

$$\frac{\partial^2\theta(x,s)}{\partial x^2} - \frac{s}{a}\theta(x,s) = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \left.\frac{\partial\theta(x,s)}{\partial x}\right|_0 + H_2\left[T_p(s) - \theta(0,s)\right] = 0 \\ & \left.\frac{\partial\theta(x,s)}{\partial x}\right|_\delta + H_1\left[\theta(\delta,s) - T_z(s)\right] = 0 \\ & s\cdot T_p(s) + K\left[T_p(s) - \theta(0,s)\right] - \frac{1}{W}Q(s) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

rozwiązaniem równania (7) jest

$$\theta(x,s) = A(s)\,\mathrm{sh}\sqrt{\frac{s}{a}}\,x + B(s)\,\mathrm{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,x \quad (9)$$

Podstawiając równanie (9) do równań (8) otrzymamy:

$$A(s)\sqrt{\frac{s}{a}} + H_2\,T_p(s) - H_2\cdot B(s) = 0$$

$$A(s)\sqrt{\frac{s}{a}}\,ch\sqrt{\frac{s}{a}}\,\delta + B(s)\sqrt{\frac{s}{a}}\,sh\sqrt{\frac{s}{a}}\,\delta + H_1 \cdot A(s) \cdot sh\sqrt{\frac{s}{a}}\,\delta +$$

$$+ H_1\,B(s) \cdot ch\sqrt{\frac{s}{a}}\,\delta - H_1\,T_z(s) = 0$$

$$s \cdot T_p(s) + K \cdot T_p(s) - K \cdot B(s) - \frac{1}{W}\,Q(s) = 0$$

Z tych równań przez eliminację wielkości $A(s)$ i $B(s)$ wyznaczamy zależność $T_p(s)$ od $T_z(s)$ i $Q(s)$:

$$T_p(s) =$$

$$K \cdot \frac{\sqrt{\frac{s}{a}}\,H}{(s+K)\sqrt{\frac{s}{a}}\left[\sqrt{\frac{s}{a}}\,sh\sqrt{\frac{s}{a}}\,\delta + H_1 ch\sqrt{\frac{s}{a}}\,\delta\right] + H_2\,s\left[\sqrt{\frac{s}{a}}\,ch\sqrt{\frac{s}{a}}\,\delta + H_1\,sh\sqrt{\frac{s}{a}}\,\delta\right]}\,T_z(s) +$$

$$+ \frac{1}{s+K}\,\frac{1}{W}\Big[K \cdot H_2 \cdot \tag{10}$$

$$\cdot \frac{\left[\sqrt{\frac{s}{a}}\,ch\sqrt{\frac{s}{a}}\,\delta + H_1\,sh\sqrt{\frac{s}{a}}\,\delta\right]}{(s+K)\,\frac{s}{a}\sqrt{\frac{s}{a}}\,sh\sqrt{\frac{s}{a}}\,\delta + H_1\,ch\sqrt{\frac{s}{a}}\,\delta\Big] + H_2\,s\left[\sqrt{\frac{s}{a}}\,ch\sqrt{\frac{s}{a}}\,\delta + H_1\,sh\sqrt{\frac{s}{a}}\,\delta\right]} + 1\Big]\dot{Q}(s)$$

Przyjmując, że zarówno $T_z(\tau)$, $T_p(\tau)$ jak i $\dot{Q}(\tau)$ zmieniają się sinusoidalnie z tą samą prędkością kątową w sposób ustalony, można zastąpić zmienną (s) przez zmienną zespoloną $(i\omega)$:

$$T_p(i\omega) = F_T(i\omega) \cdot T_z(i\omega) + F_q(i\omega) \cdot Q(i\omega) \tag{11}$$

Funkcje $F_T(i\omega)$ i $F_q(i\omega)$ są transmitancjami. Podstawiając za Łykowem [5]:

$$\sqrt{\frac{s}{a}} = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,(1 + i)$$

$$\sqrt{i} = A_s + i\,B_s$$

$$\operatorname{ch} z\ \sqrt{i} = A_c + i\,B_c$$

gdzie

A i B podane są w tablicach,

otrzymamy

$$F_T(i\omega) = \frac{K\,H_1\sqrt{\frac{\omega}{2a}}}{P^2 + Q^2}\Big[(P + Q) + i\,(P - Q)\Big] = U(\omega) + iV(\omega) \tag{12}$$

gdzie

$$P(\omega) = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}\cdot\Big\{(K - \omega)\Big[\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,(A_s - B_s) + H_1\,A_c\Big] - (K + \omega)$$
$$\Big[\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\cdot(A_s + B_s) + H_1\,B_c\Big]\Big\} - \omega H_2\Big[\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,(A_c + B_c) + H_1\,B_s\Big] \tag{13}$$

$$Q(\omega) = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}\Big\{(K - \omega)\Big[\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,(A_s + B_s) + H_1\,B_c\Big] + (K + \omega)$$
$$\Big[\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\cdot(A_s - B_s) + H_1\,A_c\Big]\Big\} + \omega H_2\Big[\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,(A_c - B_c) + H_1\,A_s\Big] \tag{14}$$

Podobnie transmitancja F_q:

$$F_q(i\omega) = R(\omega) + iS(\omega) \tag{15}$$

$$R(\omega) = \frac{K\cdot P - \omega Q}{W\cdot M}\Big\{K\cdot H_2\Big[\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,(A_c - B_c) + H_1\,A_s\Big] + P\Big\} +$$
$$+ \frac{K\cdot Q - \omega P}{W\cdot M}\Big\{K\cdot H_2\Big[\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,(A_c + B_c) + H_1\,B_s\Big] + Q\Big\}$$

$$S(\omega) = \frac{K \cdot P - \omega Q}{W \cdot M}\left\{K \cdot H_2\left[\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,(A_c + B_c) + H_1 B_s\right] + Q\right\}$$

$$- \frac{K \cdot Q - \omega P}{W \cdot M}\left\{K \cdot H_2\left[\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,(A_c - B_c) + H_1 A_s\right] + P\right\}$$

$$M(\omega) = (K \cdot P - \omega Q)^2 + (K \cdot Q + \omega P)^2$$

5. Wydajność cieplna grzejnika $\dot{Q}$

$F_T(i\omega)$ i $F_q(i\omega)$ są transmitancjami dla sygnałów zmiennych sinusoidalnie z częstotliwością ω. Poszukujemy takiej mocy grzejnika $\dot{Q}(\omega)$ która zapewniałaby żądaną amplitudę zmian temperatury T_p wewnątrz pomieszczenia oraz żądane przesunięcie fazowe ψ względem zmian temperatury zewnętrznej T_z.

Ponieważ zarówno T_p jak i T_z zmieniają się z tą samą częstotliwością ω, więc również $\dot{Q}$ musi zmieniać się okresowo z częstotliwością ω.

Żądaną funkcję $T_p(i\omega)$ można zapisać:

$$T_p(i\omega) = T_p(\omega) \cdot e^{i\varphi(\omega)} = C(\omega) + i\,D(\omega) \tag{16}$$

gdzie

$$C(\omega) = \frac{T_p(\omega)}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\varphi(\omega)}}, \quad D(\omega) = \frac{T_p(\omega)\,\mathrm{tg}\,\varphi(\omega)}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\varphi(\omega)}}$$

Mamy więc nastepujące funkcje:

$$T_z(i\omega) = T_z$$

$$T_p(i\omega) = C(\omega) + i\,D(\omega)$$

$$F_T(i\omega) = U(\omega) + i\,V(\omega)$$

$$F_q(i\omega) = R(\omega) + i\,S(\omega)$$

Poszukujemy funkcji $Q(i\omega) = X(\omega) + i\,Y(\omega)$.
Podstawiając te równania do zależności (11) otrzymujemy:

$$C(\omega) + i\,D(\omega) = \left[U(\omega) + i\,V(\omega)\right] \cdot T_z + \left[R(\omega) + i\,S(\omega)\right]\left[X(\omega) + i\,Y(\omega)\right]$$

Porównując części rzeczywiste i urojone otrzymamy:

$$X(\omega) = \frac{\left[C(\omega) - T_z \cdot U(\omega)\right] R(\omega) + \left[D(\omega) - T_z \cdot V(\omega)\right] \cdot S(\omega)}{R(\omega)^2 + S(\omega)^2} \tag{17}$$

$$Y(\omega) = \frac{R(\omega) \cdot \left[D(\omega) - T_z \cdot V(\omega)\right] - S(\omega)\left[C(\omega) - T_z \cdot U(\omega)\right]}{R^2(\omega) + S^2(\omega)} \tag{18}$$

Znając $X(\omega)$ i $Y(\omega)$ można znaleźć amplitudę $\dot{Q}(\omega)$ i przesunięcie fazowe $\psi(\omega)$ względem T_z:

$$\dot{Q}(\omega) = \sqrt{X^2(\omega) + Y^2(\omega)} \tag{19}$$

$$\psi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} \tag{20}$$

6. Uwzględnienie pojemności cieplnej grzejnika

Równania wyprowadzone poprzednio dotyczą przypadku, gdy można zaniedbać pojemność cieplną grzejnika (np. grzejnik elektryczny nieakumulacyjny). W przypadku, gdy grzejnik ma znaczną pojemność cieplną, jej pominięcie może być źródłem znacznego błędu. Poniżej wyprowadzono zależności uwzględniające pojemność cieplną grzejnika. Uwzględniono również wentylację, tzn. napływ powietrza o stałej temperaturze z otoczenia oraz wypływ powietrza z pomieszczenia. Podobnie jak poprzednio za łożono że masa powietrza w pomieszczeniu jest stała.

Równanie (5) opisujące rozkład temperatury w ścianie oraz warunki na brzegu ściany (6a i b) pozostają niezmienione. Nowych równań dostarczy bilans cieplny grzejnika i pomieszczenia:

$$W_g \frac{dt_g(\tau)}{d\tau} = \dot{q}(\tau) - \alpha_g A_g \cdot \left[tg(\tau) - t_p(\tau)\right] \qquad (21)$$

$$W_p \frac{dt_p(\tau)}{d\tau} = \alpha_g A_g \left[t_g(\tau) - t_p(\tau)\right] - \alpha_1 A\left[t_p(\tau) - \vartheta(0,\tau)\right] -$$

$$- \dot{m}\, c_p \left[t_p(\tau) - t_z\right] \qquad (22)$$

W równaniach tych oznaczają:

W_p, W_g - pojemności cieplne powietrza w pomieszczeniu oraz grzejnika,

t_g - temperatura grzejnika,

α_g - współczynnik wymiany ciepła od grzejnika do powietrza w pomieszczeniu,

A_g - powierzchnia wymiany ciepła grzejnika z powietrzem,

$\dot{m} = V \cdot \acute{n} \cdot \varrho$ - natężenie dopływu powietrza przez wentylację, gdzie $\acute{n}$-krotność wymiany powietrza,

V - objętość pomieszczenia,

ϱ - gęstość powietrza dopływającego.

Zmieniając jak poprzednio zmienne otrzymamy:

$$\frac{dT_g(\tau)}{d\tau} = \frac{\dot{q}(\tau)}{W_g} - K_g \left[T_g(\tau) - T_p(\tau)\right] \qquad (23)$$

$$\frac{dT_p(\tau)}{d\tau} = K_2 \left[T_g(\tau) - T_p(\tau)\right] - K_1 \left[T_p(\tau) - \Theta(0,\tau)\right] - M \cdot T_p(\tau) \qquad (24)$$

gdzie

$$K_g = \frac{\alpha_g A_g}{W_g}\,; \quad K_2 = \frac{\alpha_g A_g}{W_p}\,; \quad K_1 = \frac{\alpha_1 A}{W_p}\,; \quad M = \frac{\dot{m} c_p}{W_p}\,.$$

Stosując transformację Laplace'a do powyższych równań i wykorzystując warunki brzegowe (8) po przekształceniach otrzymamy następujące równania na F_T i F_g:

$$F_T(i\omega) = U(\omega) + i\,V(\omega)$$

gdzie

$$U(\omega) = \frac{H_1 K_1}{P^2 + Q^2}\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\left[(K_g - \omega)\,P + (K_g + \omega)\,Q\right]$$

$$V(\omega) = \frac{H_1 K_1}{P^2 + Q^2}\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\left[(K_g + \omega)\,P - (K_g - \omega)\,Q\right]$$

$$P(\omega) = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}\left\{\left[H_1 (A_c - B_c) - 2\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,B_s\right]\left[K_g (K - K_2) - \omega^2\right] - \left[H_1 (A_c + B_c) + 2\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,A_s\right](K_g + K)\omega\right\} -$$

$$- H_2\left\{\left[\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,(A_c - B_c) + H_1 A_s\right]\left[\omega^2 - K_g \cdot M\right] - \left[\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,(A_c + B_c) + H_1 B_s\right](K_1 - K - K_g)\omega\right\}$$

$$Q(\omega) = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}\left\{\left[H_1 (A_c - B_c) - 2\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,B_s\right](K_g + K)\omega + \left[H_1 \cdot (A_c + B_c) + 2\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,A_s\right]\left[K_g (K - K_2) - \omega^2\right]\right\} + H_2\left\{\left[\sqrt{\frac{\omega}{2a}} \cdot (A_c + B_c) + H_1 B_s\right]\left[\omega^2 - K_g \cdot M\right] + \left[\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,(A_c - B_c) + H_1 A_s\right](K_1 - K - K_g)\omega\right\}$$

$$K = K_1 + K_2 + M$$

oraz

$$F_q(i\omega) = R(\omega) + i\ S(\omega)$$

gdzie

$$R(\omega) = \frac{L_1 M_1 + L_2 M_2}{M_1^2 + M_2^2}$$

$$S(\omega) = \frac{L_2 M_1 - L_1 M_2}{M_1^2 + M_2^2}$$

$$L_1(\omega) = \frac{K_2}{W_g} P + \frac{K_2 K_1 H_2}{W_g} \left\{ K_g \left[\sqrt{\frac{\omega}{2a}} (A_c - B_c) + H_1 A_s \right] - \omega \left[\sqrt{\frac{\omega}{2a}} \cdot (A_c + B_c) + H_1 B_s \right] \right\}$$

$$L_2(\omega) = \frac{K_2}{W_g} Q + \frac{K_2 K_1 H_2}{W_g} \left\{ \omega \left[\sqrt{\frac{\omega}{2a}} (A_c - B_c) + H_1 A_s \right] + K_g \left[\sqrt{\frac{\omega}{2a}} \cdot (A_c + B_c) + H_1 B_s \right] \right\}$$

$$M_1(\omega) = \left[K_g (K - K_2) - \omega^2 \right] P(\omega) - \omega (K + K_g)\ Q(\omega)$$

$$M_2(\omega) = \left[K_g (K - K_2) - \omega^2 \right] Q(\omega) - \omega (K + K_g)\ P(\omega)$$

Dalsze postępowanie jest analogiczne do poprzedniego. Składowe szukanej funkcji $\dot{Q}(i\omega)$ można wyznaczyć z równań (17) i (18) oraz (19) i (20).

7. Przykłady obliczeniowe

Dla ilustracji sposobu obliczania zmian mocy grzejnika koniecznych dla utrzymania żądanej temperatury wewnętrznej wykonano obliczenia dla następujących danych:

Objętość pomieszczenia $V = 200\ m^3$

Powierzchnia ściany zewn. $A = 50\ m^2$

Grubość ściany $\delta = 0{,}23\ m.$

Dane materiału ściany: $\lambda = 0{,}5\ W/m.deg;\ \varrho = 1500\ kg/m^3;$

$c = 0{,}84\ kJ/kg.deg;\quad a = 0{,}30\ .\ 10^{-6}\ m^2/s$

Współczynniki wnikania ciepła $\alpha_1 = 8\ W/m^2.deg;\quad \alpha_2 = 16\ W/m^2.deg$

Przyjęto następujące temperatury oraz amplitudy:

$T_{po} = 21^oC \qquad \Delta T_p = 6\ deg$

$T_{zo} = 18^oC \qquad \Delta T_z = 9\ deg.$

Dla tych danych średnią moc grzejnika $\dot{Q}_o = 3010\ W$

Współczynniki mają wartości:

$$H_1 = 16\ \frac{1}{m}$$

$$H_2 = 32\ \frac{1}{m}$$

$$K_1 = 1{,}6\ .\ 10^{-3}\ \frac{1}{s}$$

$$W = 250\ \frac{kJ}{deg}$$

$$\omega = 2\pi f = 0{,}073\ .\ 10^{-3}\ \frac{1}{s}$$

$$\sqrt{\frac{\omega}{2a}} = 11{,}0\ \frac{1}{m}$$

Z Łykowa [5] odczytano dla $z = \delta\sqrt{\frac{\omega}{a}} = 3{,}6$:

$$A_s = -\ 5{,}239;\qquad B_s = 3{,}602$$

$$A_c = -\ 5{,}304;\qquad B_c = 3{,}553$$

1. Jako pierwsze wykonano obliczenia bez uwzględniania pojemności cieplnej grzejnika i wentylacji.

Z równań (13) i (14) obliczono:

$$P = -3{,}863 \frac{1}{m^2 s} \qquad Q = -3{,}122 \frac{1}{m^2 s}$$

oraz z równania (12)

$$U = -97{,}8 \cdot 10^{-3} \qquad V = -10{,}4 \cdot 10^{-3}$$

Funkcja F_T ma więc postać:

$$F_T = -97{,}8 \cdot 10^{-3} - i \cdot 10{,}4 \cdot 10^{-3}$$

Z równań (16) i (17) obliczono:

$$R = -4{,}565 \cdot 10^{-3} \frac{deg}{W} \qquad S = -3{,}935 \cdot 10^{-3} \frac{deg}{W}$$

Funkcja F_q:

$$F_q = -4{,}565 \cdot 10^{-3} - i\, 3{,}935 \cdot 10^{-3} \left[\frac{deg}{W}\right]$$

Przyjęto, że przesunięcie fazowe mierzone będzie względem temperatury zewnętrznej T_z. Początek fazy T_p przyjęto opóźniony o 3 godziny w stosunku do T_z tj. o kąt $\varphi = -\frac{\pi}{4}$ rad.

Ze wzoru (16) obliczono składowe funkcji $T_p(i\omega)$:

$$C = 4{,}24 \qquad D = -4{,}24.$$

Ze wzorów (17) i (18) obliczono szukane składowe funkcji $\dot{Q}(i\omega)$

$$X = -194 \ W \qquad Y = +1077 \ W$$

Amplituda zmian mocy grzejnika:

$$\dot{Q} = 1090\ W$$

a przesunięcie fazowe

$$\psi = \text{arctg}\ (-5{,}54)$$

uwzględniając znaki składowych X i Y kąt ten wynosi: $\psi = +\ 100^{\circ}10'$ co odpowiada wyprzedzeniu o 6 h 40'.

2. W obliczeniach z uwzględnieniem pojemności cieplnej grzejnika i wentylacji oprócz poprzednich założeń przyjęto dodatkowo:

pojemność cieplną grzejnika $W_g = 50\ \frac{kJ}{kg}$

powierzchnię grzejnika $A_g = 15\ m^2$

współczynnik wnikania ciepła $\alpha_g = 10\ \frac{W}{m^2\ deg}$

krotność wymiany powietrza $\dot{n} = 5\ \frac{1}{h}$

Dla tych danych:

$$K_g = 3\ .\ 10^{-3}\ \frac{1}{s}$$

$$K_2 = 0{,}6\ .\ 10^{-3}\ \frac{1}{s}$$

$$K = 3.53\ .\ 10^{-3}\ \frac{1}{s}$$

$$M = 1{,}33\ .\ 10^{-3}$$

Obliczenia dały następujące wyniki:

$P = -\ 3{,}08\ .\ 10^{-3}\ \frac{1}{m^2 s}$; $Q = -\ 17{,}78\ .\ 10^{-3}\ \frac{1}{m^2 s}$

$U = 0{,}552$ $V = 0{,}369$

więc

$$F_T(i\omega) = 0{,}552 + i \cdot 0{,}369$$

oraz

$$R = -\,1{,}591 \cdot 10^{-3}\ \frac{deg}{W}; \qquad S = +\,2{,}187 \cdot 10^{-3}\ \frac{deg}{W}$$

$$F_q = -\,1{,}591 \cdot 10^{-3} + i \cdot 2{,}187 \cdot 10^{-3}\ \frac{deg}{W}$$

Dla tych samych warunków dotyczących T_p obliczono:

$$X = -\,2100\ W; \qquad Y = 1861\ W$$

Amplituda zmian mocy grzejnika:

$$\dot{Q} = 2800\ W$$

przesunięcie fazowe $\vartheta = +\,138^{\circ}\,25'$ co odpowiada czasowi 9 h 38'.

Wpływ pojemności cieplnej grzejnika na zmianę amplitudy mocy grzejnika i wzrost czasu wyprzedzenia jest wyraźnie widoczny.

LITERATURA

[1] Zastosowanie elektronicznej techniki obliczeniowej do konstrukcji i projektowania urządzeń klimatyzacyjnych - opracowanie COCH 1972.

[2] Martynienko W.I., Orłow W.A. - O racionalnom wybore parametrow ochłażdaemych kamer pri periodiczeskich narużnych tiepłowych wozdiejstwiach. Chołodilnaja technika nr 5, 1972, s. 45-47.

[3] Szkłower A.M.- Tiepłoperedacza pri periodiczeskich tiepłowych wozdiejstwiach. Gosenergoizdat, Moskwa 1961.

[4] Brown G. - Berechnung nichtstationaren Raumtemperaturen mit Digitalrechner. Heizung Luftung Klimatechnik 5 1972, s. 147-152.

[5] Łykow A.W. - Teoria tiepłoprowodnosti. Moskwa 1952.

Praca wpłynęła do Redakcji w listopadzie 1973 roku

РАСЧЕТ МОЩНОСТИ НАГРЕВАТЕЛЯ ДЛЯ ПОМЕЩЕНИЯ С ПЕРИОДИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ ТЕМПЕРАТУРАМИ

Р е з ю м е

На основе уравнений теплового баланса помещения, а также уравнений, описывающих тепловой поток в стене, определена функция зависимости внутренней температуры от внешней, и от мощности нагревателя с учетом периодического изменения этих величин. Рассчитана амплитуда и сдвиг по фазе изменения мощности нагревателя, который поддерживает требуемую температуру внутри помещения. Рассмотрены случаи нагревателя с малой и значительной теплоемкостями.

THE CALCULATIONS OF POWER OF ROOM HEATER WITH PERIODICAL CHANGES OF TEMPERATURES

S u m m a r y

Based on the equations of heat balance of the room and heat transfer in the wall, the room temperature dependence on the ambient temperature, and the efficiency of a room heater have been obtained. The amplitude and phase of heat efficiency were calculated for periodical changes of temperatures. Two types of heaters were taken into consideration: with negligible heat capacity, and with large heat capacity.