ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2000
Seria: AUTOMATYKA z. 129 Nr kol.1474

Adam JANIAK, Marcin MAREK
Politechnika Wrocławska

JEDNOMASZYNOWY PROBLEM SZEREGOWANIA Z OPTYMALIZOWANYMI PRZEDZIAŁAMI CZASOWYMI ZAKOŃCZENIA WYKONYWANIA ZADAŃ

Streszczenie. W pracy zdefiniowana została nowa, nie rozpatrywana do tej pory w literaturze naukowej, klasa problemów szeregowania. Występują w niej dobierane optymalnie przedziały czasowe zakończenia wykonywania zadań. Dla wybranego problemu, z nowo zdefiniowanej klasy problemów, zaproponowano optymalny algorytm rozwiązania. Przewiduje się implementację algorytmu za pomocą metod programowania obiektowego.

SINGLE MACHINE SCHEDULING PROBLEM WITH OPTIMAL DUE INTERVALS ASSIGNMENT

Summary. In the paper, the authors define new class of the scheduling problems with the optimally assignment of the due intervals for the jobs. Some properties for the one of the problem from new class are presented. The optimal algorithm solving the problem under the consideration is constructed. The object-oriented programming methods will be used to the implementation of the algorithm.

1. Wstęp

W klasycznej teorii szeregowania zadań pożądane terminy zakończenia zadań są ustalone. Jednakże w literaturze naukowej rozpatrywano także przypadki, w których pożądane terminy zakończenia zadań były dobierane. Cheng w pracy [9] dokonał przeglądu tej problematyki do roku 1989. W pracy tej autor wyróżnił między innymi podstawowe modele doboru pożądanych terminów zakończenia wykonywania zadań:

- CON: $d_j = (r_j) + k$ (CONstant number),
- RAN: $d_j = (r_j) + e_j$ (RANdom number),

(których badanie zapoczątkowane było w pracy [14]),

- TWK: $d_j = (r_j) + kp_j$ (Total Work Content),
- SLK: $d_j = (r_j) + p_j + k$ (equal SLacKs),
- NOP: $d_j = (r_j) + np_j$ (Number of OPerations),

(których badanie zapoczątkowane było w [4] i [19]). W popisanych modelach doboru pożądanych terminów zakończenia przyjęto następujące oznaczenia: n – liczba zadań, p_j –

czas wykonania zadania j, d_j – pożądany termin zakończenia zadania j, r_j – termin dostępności zadania j (w tych modelach przyjmowane opcjonalnie), k – stała, e_j – liczba losowa. Dla przedstawionych modeli najczęściej przyjmowane jest kryterium, w którym karze podlegają zadania wykonane zbyt wcześnie (odpowiada to kosztom przechowywania produktu gotowego) oraz zadania spóźnione (odpowiada to kosztom związanym z niedotrzymaniem terminu realizacji).

Podjęta w niniejszej pracy problematyka została przedstawiona w następującej kolejności. Rozdział 2 zawiera przegląd literatury naukowej dotyczącej problemów szeregowania z dobieranymi optymalnie pożądanymi terminami zakończenia wykonywania zadań. Rozdział ten zawiera również zestawienie problemów szeregowania z zadanymi przedziałami czasowymi. W rozdziale 3 zdefiniowano w sposób matematyczny nową klasę problemów szeregowania, w których występują dobierane i optymalizowane przedziały czasowe zakończenia wykonywania zadań. W rozdziale 4 dokonano analizy własności pewnego jednomaszynowego problemu wybranego z nowej, zdefiniowanej w rozdziale 3, klasy problemów szeregowania. Rozdział 5 zawiera konstrukcję optymalnego algorytmu rozwiązującego ten problem.

2. Stan badań – przegląd literatury naukowej

W tablicach 1 i 2 przedstawiono przegląd problematyki szeregowania zadań z optymalnym doborem pożądanych terminów zakończenia wykonania zadań. Problemy te zostały zapisane w przyjętej powszechnie trójpolowej konwencji zapisu problemów szeregowania zaproponowanej w [15].

W tablicach 1 i 2 przyjęto dodatkowo następujące oznaczenia: n_1 – liczność podzbioru zadań do wykonania, P, P_1, P_2, P_3 – współczynniki stałe, k, k_1, k_2 – parametry doboru pożądanego terminu zakończenia, $\alpha, \alpha_j, \beta_j, \gamma, \gamma_j$ – wagi funkcji kosztowych, b – liczba podzbiorów zadań wymagających przezbrojenia maszyn, q – liczba podzbiorów zadań dostarczonych w tym samym czasie, C_j – moment zakończenia wykonywania zadania, x_j – skrócenie czasu trwania zadania, $\hat{d}_j$ – nieprzekraczalny termin zakończenia wykonywania zadania, $T_j = \max_j(0, C_j - d_j)$, $E_j = \max_j(d_j - C_j, 0)$, U_j – jednostkowa kara za spóźnione zadanie, *pmtn* – zadania do wykonania mogą być przerywane, *prec* – ograniczenia kolejnościowe, *tree* – ograniczenia kolejnościowe typu *drzewo*.

Tablica 1

Złożoność obliczeniowa jednomaszynowych problemów szeregowania z doborem pożądanych terminów zakończenia wykonywania zadań

Lp.	Problem	Złożoność	Literatura
1	$1\|d_j = k\|\left(\sum(E_j + T_j)\right)$	O($n$log$n$)	Karacapilidis i Pappis, 1995 [17]
2	$1\|d_j = k\|\left(Pk + \sum(P_1E_j + P_2U_j)\right)$	O($n$log$n$)	Cheng i Kahlbacher, 1991 [11]
3	$1\|d_j = k\|\left(P_1k + \sum(P_2E_j + P_3T_j + \alpha_j x_j)\right)$	O(n^2)	Adamopoulos i Pappis, 1996 [2]
4	$1\|d_j = k\|\left(P_1k + P_2q + \sum(P_3E_j + P_4T_j)\right)$	O(n^5)	Chen, 1996 [7]
5	$1\|d_j = k\|\left(\sum_j w_j(C_j - d_j)^2\right)$	NP-zupełny	Cai, 1995 [5]
6	$1\|d_j = k\|\left(\sum(\alpha_jE_j + \beta_jT_j) + \gamma k\right)$	O($n$log$n$)	Bector, Gupta i Gupta, 1991 [3]
7	$1\|d_j = k\|\sum(\alpha_jE_j + \beta_jT_j + \gamma_jk)$	LP	Quaddus, 1987 [21]
8	$1\|\hat{d}_1 = k, \hat{d}_2 = 2k\|\left(\sum_{j=1}^{n_1}(k - C_j) + \sum_{j=n_1}^{n}(2k - C_j) + (n_1 + 2(n - n_1))\alpha k\right)$	NP-zupełny	Chhajed, 1995 [13]
9	$1\|d_j = p_j + k\|\left(\sum(E_j + T_j)\right)$	O($n$log$n$)	Karacapilidis i Pappis, 1995 [17]
10	$1\|d_j = p_j + k\|\left(\sum(\alpha_jE_j + \beta_jT_j)\right)$	NP-zupełny	Adamopoulos i Pappis, 1996 [1]
11	$1\|\text{pmtn, prec}, r_j, d_j = r_j + p_j + k\|\left(Pk + \max_j T_j\right)$	O(n^2)	Gordon, 1992 [16]
12	$1\|d_j = kp_j\|(\phi(k) + T_{\max})$ □ - funkcja monotonicznie nie malejąca	O($n$log$n$)	Cheng, 1991 [10]
13	$1\|d_j = k_1p_j + k_2\|\left(\max_j(C_j - d_j)\right)$	O($n$log$n$)	Cheng i Kahlbacher, 1995 [12]
14	$1\|d_j = k_1p_j + k_2\|\left(\frac{1}{n}\sum_j(C_j - d_j)^2\right)$	NP-zupełny	Cheng i Kahlbacher, 1995 [12]
15	$1\|b, d_1, \ldots, d_b\|\left(\sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{n_j}(\alpha_jE_j + \beta_jT_j) + \sum_{j=1}^{b}\gamma_jd_j\right)$	OTWARTY	Chen, 1997 [8]

W literaturze naukowej rozpatrywane były także problemy (patrz tablica 3), w których wzrost wartości funkcji kryterialnej następował, gdy:

- zadanie nie było wykonane w określonym dla niego przedziale czasowym,
- zadanie nie zaczęło być wykonywane w określonym dla niego przedziale czasowym.

Tablica 2

Złożoność obliczeniowa wielomaszynowych problemów szeregowania z doborem pożądanych terminów zakończenia wykonywania zadań

Lp.	Problem	Złożoność	Literatura
16	$P \mid d_j = k \mid \left(P_1 k + \sum_j \left(P_2 E_j + P_3 T_j \right) \right)$	NP-zupełny	Chen i Cheng, 1994 [6]
17	$P \mid d_j = k \mid \left(\max\left(\max_j E_j, \max_j T_j \right) \right)$	NP-zupełny	Chen i Cheng, 1994 [6]

Tablica 3

Problemy szeregowania z ustalonymi, zadanymi przedziałami czasowymi dla zadań

Lp.	Problem	Złożoność	Literatura
18	$1 \mid \langle a_j ; b_j \rangle \mid \left(\max\left(\max_j g(E_j), \max_j h(T_j) \right) \right)$	O(nlogn)	Lakshminarayan i inni, 1978 [18]
19	$1 \mid \langle a_j ; b_j \rangle \mid \left(\max\left(\max_j g_j(E_j), \max_j h_j(T_j^s) \right) \right)$	NP-zupełny	Smutnicki, 1997 [20]

W tablicy 3 przyjęto następujące oznaczenia:

$T_j = \max_j(0, C_j - b_j)$, $T_j^s = \max_j(0, S_j - b_j)$, $E_j = \max_j(a_j - S_j, 0)$, $\langle a_j ; b_j \rangle$ – zadany przedział czasowy, $g(t), g_j(t), f(t), f_j(t)$ – funkcje kosztowe (monotonicznie nie malejące) S_j – termin rozpoczęcia zadania j.

3. Nowa klasa problemów szeregowania zadań

Analiza przedstawionego w poprzednim rozdziale przeglądu literatury naukowej pozwoliła na zaproponowanie i zdefiniowanie nowej klasy problemów szeregowania. W klasie tej występują przedziały zakończenia wykonywania dla poszczególnych zadań, których położenie na osi czasu oraz szerokość należy dobrać w sposób optymalny.

Poniżej przedstawiono ogólny zapis (we wspomnianej już trójpolowej konwencji zapisu [15]) nowej klasy problemów szeregowania:

$$M \mid \langle d'_j = D'(K_1); d''_j = D''(K_2) \rangle \mid \Phi\left(F_j(E_j) + G_j(T_j) + H_j(K)\right),$$

gdzie:

Φ – kryterium typu sumacyjnego lub typu maksymalizacyjnego, M – liczba i rodzaj maszyn, $\langle d'_j ; d''_j \rangle$ – optymalnie dobierany przedział czasowy zakończenia wykonywania zadania j, $D'(K_1)$, $D''(K_2)$ – funkcje opisujące model górnego i dolnego ograniczenie dla optymalnego przedziału czasowego zakończenia wykonywania zadań,

K, K_1, K_2 – zbiory parametrów, przy czym $K = K_1 \times K_2$, $E_j = \max(d'_j - C_j, 0)$, $T_j = \max(0, C_j - d''_j)$, F_j, G_j, H_j – funkcje kosztowe (monotoniczne, nie malejące).

Przykładami zastosowania problemów należących do sformułowanej klasy są przypadki, w których dochodzi do negocjacji pomiędzy zleceniodawcą a zleceniobiorcą, dotyczącej czasu odbioru produktu finalnego. Zleceniodawca oczekuje jak najszybszej realizacji swojego zadania, natomiast zleceniobiorca ustala możliwie najprecyzyjniej przedział czasowy zakończenia wykonywania zadania. Musi on przy tym wziąć pod uwagę możliwości swojego systemu usługowego bądź produkcyjnego. Ważne przy tym są zadowolenie klienta i koszty związane ze składowaniem produktu gotowego wykonanego przed wynegocjowanym przedziałem czasowym.

4. Pewien wybrany jednomaszynowy problem szeregowania ze wspólnym, optymalizowanym przedziałem czasowym zakończenia wykonywania wszystkich zadań

Rozpatrzmy jednomaszynowy problem z modelem typu CON, jednakowym dla górnego i dolnego ograniczenia optymalizowanego przedziału czasowego zakończenia wykonywania zadań. Optymalizowany przedział zakończenia wykonywania zadań jest wspólny dla wszystkich zadań. Rozważany tutaj problem można zapisać w przyjętej konwencji w następujący sposób:

$$1 \big| \langle d'_j = k_1; d''_j = k_2 \rangle \big| \left(P_1 \sum E_j + P_2 \sum T_j + P(k_2 - k_1) \right), \tag{1}$$

przy czym zakładamy, że $k_2 \geq k_1$. W rozpatrywanym problemie przyjęto ponadto, że w harmonogramie wykonania zadań przestoje maszyny są zabronione.

Dla problemu szeregowania (1) można wykazać następujące własności określające między innymi szerokość optymalizowanego przedziału i jego położenie na osi czasu.

Niech $C_{[j]}$ oznacza czas zakończenia wykonywania j-tego zadania w uszeregowaniu, $\lfloor x \rfloor$ oznacza największą liczbę całkowitą nie większą niż x, natomiast $\lceil x \rceil$ niech oznacza najmniejszą liczbę całkowitą nie mniejszą od x.

Własność 1. Jeżeli spełniony jest warunek $n \geq \left\lceil \frac{P}{P_1} \right\rceil + \left\lfloor \frac{P}{P_2} \right\rfloor$, to dla dowolnego uszeregowania zadań optymalna wartość parametru k_1 jest równa $k_1^* = C_{\left[\left\lceil \frac{P}{P_1} \right\rceil\right]}$.

Dowód. Niech dla pewnego ustalonego uszeregowania zadań s oraz ustalonego parametru k_2 $f(s, k_1, k_2)$ oraz $f(s, k_1', k_2)$ oznaczają odpowiednio wartości funkcji celu dla parametru

$k_1 = k_1^*$ oraz $k_1' = k_1^* + \varepsilon\,(\varepsilon > 0)$. Można łatwo sprawdzić, że zachodzi następująca relacja: $f(s,k_1',k_2) - f(s,k_1,k_2) = P_1\left\lceil \frac{P}{P_1}\right\rceil \varepsilon - P\varepsilon \ge P_1 \frac{P}{P_1}\varepsilon - P\varepsilon = 0$. Natomiast dla parametru $k_1 = k_1^*$ oraz $k_1' = k_1^* - \varepsilon\,(\varepsilon > 0)$ zachodzi:

$$f(s,k_1',k_2) - f(s,k_1,k_2) = P\varepsilon - P_1\left(\left\lceil \frac{P}{P_1}\right\rceil - 1\right)\varepsilon \ge P\varepsilon - P_1\frac{P}{P_1}\varepsilon = 0.$$

Z przedstawionego rozumowania wynika prawdziwość wykazywanej własności. □

Własność 2. Jeżeli spełniony jest warunek $n \ge \left\lceil \frac{P}{P_1}\right\rceil + \left\lfloor \frac{P}{P_2}\right\rfloor$, to dla dowolnego uszeregowania zadań optymalna wartość parametru k_2 jest równa $k_2^* = C_{\left\lfloor n - \left\lfloor \frac{P}{P_2}\right\rfloor \right\rfloor}$.

Dowód. Niech dla pewnego ustalonego uszeregowania zadań s oraz ustalonego parametru k_1 $f(s,k_1,k_2)$ oraz $f(s,k_1,k_2')$ oznaczają odpowiednio wartości funkcji celu dla parametru $k_2 = k_2^*$ oraz $k_2' = k_2^* + \varepsilon\,(\varepsilon > 0)$. Można łatwo sprawdzić, że zachodzi następująca relacja: $f(s,k_1,k_2') - f(s,k_1,k_2) = P\varepsilon - P_2\left\lfloor \frac{P}{P_2}\right\rfloor \varepsilon \ge P\varepsilon - P_2\frac{P}{P_2}\varepsilon = 0$. Natomiast dla $k_2 = k_2^*$ oraz $k_2' = k_2^* - \varepsilon\,(\varepsilon > 0)$ zachodzi:

$$f(s,k_1,k_2') - f(s,k_1,k_2) = P_2\left(\left\lfloor \frac{P}{P_2}\right\rfloor + 1\right)\varepsilon - P\varepsilon \ge P_2\frac{P}{P_2}\varepsilon - P\varepsilon = 0.$$

Z powyższego rozumowania wynika prawdziwość wykazywanej własności. □

W przypadku, gdy warunek $n \ge \left\lceil \frac{P}{P_1}\right\rceil + \left\lfloor \frac{P}{P_2}\right\rfloor$ nie jest spełniony, to przyjmujemy, że badany problem sprowadza się do odpowiadającego mu problemu z optymalnym doborem pożądanego terminu zakończenia wykonywania zadań, którego wartość jest równa $k_1^* = k_2^* = C_{\left\lfloor \left\lceil \frac{P_1 n}{P_1 + P_2}\right\rceil \right\rfloor}$. Problem ten był rozpatrywany w pracy [17].

Na podstawie własności 1 i 2, wartość funkcji celu dla badanego problemu (1), przy ustalonym uporządkowaniu s oraz optymalnych wartościach k_1^* i k_2^*, można zapisać w następujący sposób:

$$
\begin{aligned}
f(s) &= P_1 \sum_{i=1}^{\left\lceil \frac{P}{P_1} \right\rceil - 1} \left(k_1^* - C_{[i]}\right) + P_2 \sum_{i=n-\left\lfloor \frac{P}{P_2} \right\rfloor + 1}^{n} \left(C_{[i]} - k_2^*\right) + P\left(k_2^* - k_1^*\right) = \\
&= P_1 \sum_{i=1}^{\left\lceil \frac{P}{P_1} \right\rceil - 1} \left(C_{\left[\left\lceil \frac{P}{P_1} \right\rceil\right]} - C_{[i]} \right) + P_2 \sum_{i=n-\left\lfloor \frac{P}{P_2} \right\rfloor + 1}^{n} \left(C_{[i]} - C_{\left[n-\left\lfloor \frac{P}{P_2} \right\rfloor\right]} \right) + P\left(C_{\left[n-\left\lfloor \frac{P}{P_2} \right\rfloor\right]} - C_{\left[\left\lceil \frac{P}{P_1} \right\rceil\right]} \right) = \\
&= P_1 \left(p_{[2]} + 2p_{[3]} + 3p_{[4]} + \ldots + \left(\left\lceil \frac{P}{P_1} \right\rceil - 1 \right) p_{\left[\left\lceil \frac{P}{P_1} \right\rceil\right]} \right) + \\
&+ P \left(p_{\left[\left\lceil \frac{P}{P_1} \right\rceil + 1\right]} + p_{\left[\left\lceil \frac{P}{P_1} \right\rceil + 2\right]} + \ldots + p_{\left[n-\left\lfloor \frac{P}{P_2} \right\rfloor - 1\right]} + p_{\left[n-\left\lfloor \frac{P}{P_2} \right\rfloor\right]} \right) + \\
&+ P_2 \left(\left\lfloor \frac{P}{P_2} \right\rfloor p_{\left[n-\left\lfloor \frac{P}{P_2} \right\rfloor + 1\right]} + \left(\left\lfloor \frac{P}{P_2} \right\rfloor - 1 \right) p_{\left[n-\left\lfloor \frac{P}{P_2} \right\rfloor + 2\right]} + \ldots + 3p_{[n-2]} + 2p_{[n-1]} + p_{[n]} \right)
\end{aligned} \tag{2}
$$

Korzystając z własności 1 i 2 oraz równania wartości funkcji celu (2) można podać następujące własności optymalnego uszeregowania zadań dla badanego problemu.

Własność 3. W rozwiązaniu optymalnym badanego problemu zadanie o najdłuższym czasie wykonywania uszeregowane jest na pozycji 1.

Dowód. Wynika to bezpośrednio z równania (2). Wykonując bowiem zadanie najdłuższe jako pierwsze powodujemy, że wartość jego czasu wykonania nie pojawia się w funkcji kryterialnej. □

Własność 4. W rozwiązaniu optymalnym badanego problemu możliwie największa liczba zadań o najkrótszych czasach wykonywania jest uszeregowana i wykonywana wewnątrz optymalnego przedziału $\langle k_1^*; k_2^* \rangle$.

Dowód. Przyjmijmy, że uszeregowanie *s* zostało utworzone zgodnie z własnością 4, czyli zadania o najkrótszych czasach wykonania ustawione zostały w całości wewnątrz optymalnego przedziału $\langle k_1^*; k_2^* \rangle$. Natomiast w uszeregowaniu *s'* zadanie znajdujące się przed samym optymalnym przedziałem czasowym zostało zamienione miejscami z zadaniem z tegoż przedziału, przy czym czas wykonania zadania spoza rozpatrywanego przedziału czasowego jest dłuższy o □ $(\varepsilon > 0)$ od zadania z tegoż przedziału. Wtedy różnica w wartościach funkcji celu dla poszczególnych uszeregowań *s'* i *s* będzie następująca:

$$
f\left(s', k_1^*, k_2^*\right) - f\left(s, k_1^*, k_2^*\right) = P\varepsilon - P_1 \left(\left\lceil \frac{P}{P_1} \right\rceil - 1 \right) \varepsilon \geq P\varepsilon - P_1 \frac{P}{P_1} \varepsilon = 0 .
$$

Stąd wynika prawdziwość udowadnianej własności. □

Własność 5. W rozwiązaniu optymalnym badanego problemu zadania wykonywane przed optymalnym przedziałem czasowym $\langle k_1^*; k_2^* \rangle$ uszeregowane są nierosnąco względem swoich czasów wykonania.

Dowód. Niech czas wykonania zadania i będzie większy od czasu wykonania zdania j, czyli $p_i > p_j$. Przyjmijmy także, że uszeregowanie zadań s zostało utworzone zgodnie z własnością 5, czyli zadanie i jest wykonywane przed zadaniem j. Natomiast w uszeregowaniu s' zadanie j jest wykonywane przed zadaniem i. Przez A i B oznaczmy wartość funkcji celu dla zadań wykonywanych odpowiednio przed oraz po zadaniach i i j. Wtedy wartości funkcji celu dla poszczególnych uszeregowań s' i s będą następujące:

$$f(s) = A + lp_i + (l+1)p_j + B = A + l(p_i + p_j) + p_j + B < A + l(p_i + p_j) + p_i + B =$$
$$= A + lp_j + (l+1)p_i + B = f(s'),$$

co dowodzi rozpatrywanej własności. □

Własność 6. W rozwiązaniu optymalnym badanego problemu zadania wykonywane po optymalnym przedziale $\langle k_1^*; k_2^* \rangle$ uszeregowane są niemalejąco względem swoich czasów wykonania.

Dowód. Analogicznie jak dla własności 5. □

Własność 7. W rozwiązaniu optymalnym badanego problemu uszeregowanie zadań wewnątrz optymalnego przedziału $\langle k_1^*; k_2^* \rangle$ jest dowolne.

Dowód. Wynika bezpośrednio z równania (2), ponieważ wartość funkcji celu dla zadań uszeregowanych i wykonywanych w optymalnym przedziale czasowym $\langle k_1^*; k_2^* \rangle$ jest równa sumie składników stojących przy współczynniku P.□

5. Algorytm optymalny dla rozpatrywanego problemu

W rozdziale tym zaprezentowano algorytm optymalny, rozwiązujący problem szeregowania sformułowany w poprzednim rozdziale.

Krok 1. Zadanie o największej wartości czasu wykonywania ustaw na pozycji 1. w uszeregowaniu.

Krok 2. Ustawiaj pozostałe zadania względem nierosnących wartości ich czasów wykonania na pozycjach:
- 2, n, 3, n-1, ..., jeżeli $P_1 \le P_2$;
- n, 2, n-1, 3, ..., jeżeli $P_1 > P_2$.

Krok 3. Jeżeli $n \geq \left\lceil \frac{P}{P_1} \right\rceil + \left\lfloor \frac{P}{P_2} \right\rfloor$, to

ustaw wartości parametrów $k_1^* = C_{\left[\left\lceil \frac{P}{P_1} \right\rceil\right]}$ oraz $k_2^* = C_{\left[n - \left\lfloor \frac{P}{P_2} \right\rfloor\right]}$;

w przeciwnym razie ustaw wartości parametrów $k_1^* = k_2^* = C_{\left[\left\lceil \frac{P_2 n}{P_1 + P_2} \right\rceil\right]}$.

Stop: Otrzymane uszeregowanie zadań s^* i ustalone wartości parametrów k_1^*, k_2^* określających szerokość przedziału czasowego są optymalne.

Złożoność obliczeniowa przedstawionego algorytmu wynosi $O(n \log n)$.

6. Podsumowanie

W pracy dokonano tabelarycznego przeglądu literatury naukowej dotyczącej problemów szeregowania z dobieranymi pożądanymi czasami zakończenia wykonywania zadań. Przegląd dotyczył również problemów szeregowania z zadanymi przedziałami czasowymi dla zadań. Kolejnym etapem pracy było zdefiniowanie nowej klasy problemów szeregowania zadań na podstawie dokonanego przeglądu literatury naukowej. W klasie tej występują dobierane, w sposób optymalny, przedziały czasowe zakończenia wykonywania zadań. Warto wspomnieć, że tego typu klasa problemów szeregowania nie była dotąd rozpatrywana w literaturze naukowej. Następnie wybrano jeden z problemów należący do nowo zdefiniowanej klasy i podano dla niego szereg własności określających postać rozwiązania optymalnego. Wreszcie, dla rozważanego problemu szeregowania zadań skonstruowano optymalny algorytm wielomianowy. Przewiduje się implementację tego algorytmu za pomocą metod programowania obiektowego. Algorytm ten mógłby także wejść w skład tworzonego systemu zarządzania przedsiębiorstwami jako część modułu planowania i sterowania produkcją.

Otrzymane rezultaty zachęcają do dalszych badań nad kolejnymi problemami z nowej klasy problemów szeregowania zadań zdefiniowanej w tej pracy.

LITERATURA

1. Adamopoulos G.I., Pappis C.P.: Scheduling jobs with different, job–dependent earliness and tardiness penalties using the SLK method, European Journal of Operational Research, vol. 88, 1996, pp. 336–344.
2. Adamopoulos G.I., Pappis C.P.: A fuzzy–linguistic approach to a multi–criteria sequencing problem, European Journal of Operational Research, vol. 92, 1996, 628–636.
3. Bector C.R., Gupta Y.P., Gupta M.C.: Optimal scheduling of jobs a common due date on a single machine, International Journal of Systems Science, vol. 22/12, 1991, pp. 2541–2552.

4. Blackstone J.J.H, Hogg G.L., Phllips D.T.: A state–of–the–survey of dispatching rules for manufacturing job shop operations, International Journal of Production Research, vol. 20, 1982, pp. 27–45.
5. Cai X.: Minimization of agreeably weighted variance in single machine system, European Journal of Operational Research, vol. 85, 1995, pp. 576–592.
6. Chen Z.–L., Cheng T.C.E.: Parallel–machine scheduling problem with earliness and tardiness penalties, Journal of the Operational Research Society, vol. 45/6, 1994, pp. 685–695.
7. Chen Z.–L.: Scheduling and common due date assignment with earliness–tardiness penalties and batch delivery costs, European Journal of Operational Research, vol. 93, 1996, pp. 49–60.
8. Chen Z.–L.: Scheduling with batch setup time and earliness–tardiness penalties, European Journal of Operational Research, vol. 96, 1997, pp. 518–537.
9. Cheng T.C.E., Gupta M.C.: Survey of scheduling research involving due date determination decision, European Journal of Operational Research, vol. 38, 1989, pp. 156–166.
10. Cheng T.C.E.: Optimal assignment of total–work–content due–dates and sequencing in a single–machine shop, Journal of the Operational Research Society, vol. 42/2, 1991, pp. 177–181.
11. Cheng T.C.E., Kahlbacher H.G.: Single–machine scheduling to minimize earliness and number of tardy jobs, Journal of Optimization Theory and Applications, vol. 77/3, 1993, pp. 563–573.
12. Cheng T.C.E., Kahlbacher H.G.: Processing–plus–wait due dates in single–machine scheduling, Journal of Optimization Theory and Applications, vol. 85/1, 1995, pp. 163–186.
13. Chhajed D.: A fixed interval due–date scheduling problem with earliness and due–date costs, European Journal of Operational Research, vol. 84, 1995, pp. 385–401.
14. Conway R.W.: Priority dispatching and job lateness in a job shop, Journal of Industrial Engineering, 16, 1965, pp. 228–237.
15. Graham R.L., Lawler E.L., Lenstra J.K., Rinnooy Kan A.H.G.: Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey, Ann. Discrete Math., vol. 5, 1979, pp. 287–326.
16. Gordon V.S.: A note on optimal assignment of slack due–date in single–machine scheduling, European Journal of Operational Research, vol. 70, 1993, pp. 311–315.
17. Karacapilidis N.I., Pappis C.P.: From similarities of the CON and SLK due date determination methods, Journal of the Operational Research Society, vol. 46, 1995, pp. 762–770.
18. Lakshiminarayan I., Lakshanan R., Papineau R., Rochate R.: Optimal single–machine scheduling with earliness and tardiness penalties, Operation Research, vol. 26, 1978, pp. 1079–1082.
19. Mabert V.A., Ragatz G.L.: A simulation analysis of due–date assignment rules, Journal of Operations Management, vol. 5, 1985, pp. 27–39.
20. Smutnicki C.: Optimization and control in Just–In–Time manufacturing systems. Seria Monografie, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, 1997.
21. Quaddus M.A.: A generalized model of optimal due–date assignment by linear programming, Journal of the Operational Research Society, vol. 4, 1987, pp. 353–359.

Recenzent: Prof.dr hab.inż. E.Toczyłowski

Abstract

In the paper, we present the following new class of scheduling problems in which the optimal due intervals assignment appears:

$$\mathrm{M}\left|\left\langle d'_j = D'(K_1); d''_j = D''(K_2)\right\rangle\right|\Phi\left(F_j\left(E_j\right) + G_j\left(T_j\right) + H_j(K)\right)$$

where:

Φ – a minsum or minmax criterion,

M –machine environment,

$\left\langle d'_j ; d''_j \right\rangle$ – an optimal assigned due interval for job j,

$D'(K_1)$, $D''(K_2)$ – functions which describe a model of an upper and a lower bound for the optimal assigned due interval,

K, K_1, K_2 - the sets of parameters and $K = K_1 \times K_2$,

$E_j = \max\left(d'_j - C_j, 0\right)$ – the earliness penalty,

$T_j = \max\left(0, C_j - d''_j\right)$ – the tardiness penalty,

F_j, G_j, H_j – cost functions (monotonic and non-decreasing).

We can find this class of problems in reality, when we observe the negotiation between companies and customers about the delivering of the final products.

The problem under consideration is:

$$1\left|\left\langle d'_j = k_1; d''_j = k_2\right\rangle\right|\left(P_1 \sum E_j + P_2 \sum T_j + P\left(k_2 - k_1\right)\right),$$

where $k_2 \geq k_1$ and the machine idle times are not allowed.

In the paper the algorithm which solves the problem in O($n$log$n$) time is presented. The object-oriented programming methods will be used to the implementation of the algorithm. The presented results are promising and motivating to work with the other scheduling problems from the new class.