ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2000
Seria: AUTOMATYKA z. 130 Nr kol. 1475

Waldemar GRZECHCA
Politechnika Śląska

WŁAŚCIWOŚCI I ANALIZA WYBRANYCH ALGORYTMÓW BALANSOWANIA LINII MONTAŻOWEJ

Streszczenie. Praca przedstawia genezę historyczną problemu nazywanego w literaturze balansowaniem linii montażowej. Szczególną uwagę zwrócono na dwa algorytmy: pierwszy z nich bazuje na metodzie programowania wieloetapowego, drugi natomiast wykorzystuje do znalezienia optymalnego rozwiązania teorię gier. W pracy zamieszczono obszerny opis zarówno pierwszego, jak i drugiego podejścia do omawianego problemu.

PROPERTIES AND ANALISYS OF CHOSEN ALGORITHMS OF ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEM (ALBP)

Summary. In the paper the origin of problem, which is called in the literature as assembly line balancing, and algorithms of their solution are presented. Special attention to two algorithms is drawn. The first algorithm bases on multi-stage programming method, the second one uses game theory. In the paper extensive description of the first and second method is given.

1. Wstęp

Z problemem balansowania linii montażowej (BLM) spotykamy się po raz pierwszy w publikacji M.E. Salvesona [1]. Jednak musimy mieć świadomość, iż to zagadnienie pojawiło się z pewnością w momencie, kiedy rozpoczęto montaż obiektu składającego się z wielu elementów. Zapewne spostrzeżono wtedy, że proces montażu charakteryzuje wiele zmieniających się właściwości obejmujących między innymi ograniczenia technologiczne. Problem BLM z punktu widzenia matematycznego polega na minimalizacji czasu strat wynikających z nieoptymalnego pogrupowania w podgrupy operacji na linii montażowej. Rozwiązanie problemu musi satysfakcjonować producenta, którego celem było zawsze obniżanie kosztów produkcji i maksymalne wykorzystanie maszyn i narzędzi użytych podczas montażu.

Problem BLM polega więc na pogrupowaniu operacji montażowych w dopuszczalne podzbiory, które tworzą stanowiska pracy na linii montażowej.

Proces montażu należy do klasy procesów dyskretnych, czyli montażu operacji uwarunkowanych w czasie i przestrzeni z niepodzielnością wykonania operacji. W modelowaniu tych procesów wykorzystuje się między innymi metody programowania liniowego i dynamicznego, metody sieciowe, metodę podziału i ograniczeń, metodę programowania wieloetapowego, a także algorytmy genetyczne [2], [3].

Metoda podziału i ograniczeń należy do najbardziej rozpowszechnionych metod rozwiązywania problemów z dziedziny dyskretnych procesów przemysłowych. Jej ostatnio zmodyfikowana wersja została zawarta w pracy [4]. Metodzie programowania wieloetapowego poświęcono wiele miejsca i uwagi w pracach naukowych prowadzonych w Instytucie Automatyki Politechniki Śląskiej [5]. Jej algorytmy: binarny, szeregowania, przydziału oraz harmonogramowania umożliwiają pełny opis i poszukiwanie optymalnych rozwiązań.

W ostatnich latach w Instytucie Automatyki Politechniki Śląskiej na podstawie tych spostrzeżeń podjęto próbę rozwiązania problemów modelowania procesów dyskretnych za pomocą teorii gier [7]. Bariery, które pojawiają się przy rozwiązywaniu zadań sterowania dyskretnymi procesami przemysłowymi, należą do problemów NP-zupełnych o złożoności obliczeniowej co najmniej wykładniczej. Dlatego też obecnie prace koncentrują się na poszukiwaniu bardziej efektywnych metod rozwiązywania zadań sterowania produkcją. Inne spojrzenie na procesy zachodzące na linii montażowej staje się drogą prowadzącą do jeszcze jednej oceny problemu BLM.

2. Problem BLM w ujęciu różnych podejść

Poniżej przedstawiono matematyczny opis problemu BLM w ujęciu programowania wieloetapowego oraz teoriogrowego.

2.1. Klasyczny problem BLM

Korzystając z prac [1], [5] problem BLM sformułujemy w następujący sposób :
Zadanie polega na pogrupowaniu operacji montażowych w dopuszczalne podzbiory, które tworzą stanowiska pracy na linii montażowej. Przyjmuje się, że dany jest zbiór operacji z relacjami (ograniczeniami) kolejnościowymi oraz dane są czasy wykonywania operacji.

Wyróżnia się dwa warianty BLM:

- dla zadanego cyklu należy wyznaczyć minimalną liczbę podzbiorów operacji, które tworzą stanowiska pracy,

- dla zadanej liczby stanowisk pracy należy wyznaczyć minimalny cykl.

Poniżej rozważany będzie pierwszy wariant BLM w jego klasycznej formie.

Klasyczny problem BLM sformułujemy w następującej postaci:

Dany jest zbiór operacji montażowych:

$$\Omega = \{\omega_i\}, \qquad i = 1,2,\ldots,n \tag{1}$$

gdzie ω_i jest i-tą operacją, natomiast n jest liczbą operacji. Ważne jest także, aby żadna operacja nie należała do dwóch różnych podzbiorów, gdyż nie można wykonywać tej samej operacji na dwóch stanowiskach, tzn.:

$$\Omega_\mu \cap \Omega_m = \varnothing, \qquad \mu \neq m \tag{2}$$

Operacje te mogą być wykonywane przez monterów lub roboty przemysłowe. Istotą tego problemu jest minimalizacja liczby stanowisk na linii montażowej, przy czym zagwarantować należy także kompletność wykonywania montażu. Poniższa zależność ukazuje warunek kompletności montażu:

$$\bigcup_{m=1}^{m=M} \Omega_m = \Omega, \qquad \text{gdzie } m = 1,\ 2,\ \ldots,\ M \tag{3}$$

W tym celu wszystkie operacje należy pogrupować w takie M podzbiory, aby tworzyły one stanowiska pracy na linii montażowej.

Problem BLM uwzględniać powinien ograniczenia kolejnościowe i pozycyjne. Wszystkie operacje na linii montażowej wykonywane są według kolejności wynikającej z macierzy relacji kolejności wykonywania operacji G:

$$G = [\gamma_{v,i}], \qquad v, i = 1,2,\ldots,n \tag{4}$$

gdzie $\gamma_{v,i}$ są elementami tej macierzy, które należą do zbioru liczb binarnych:

$$\gamma_{v,i} = \begin{cases} 1 & \text{operacja } \omega_v \text{ jest bezpośrednim} \\ & \quad \text{poprzednikiem operacji } \omega_i \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases} \tag{5}$$

Ograniczenie kolejnościowe opisane jest w następujący sposób:

$$\forall_v \forall_i \exists_{\mu \le m} \left[(\gamma_{v,i} = 1) \wedge (\omega_v \in \Omega_\mu)\right] \Rightarrow (\omega_i \in \Omega_m). \tag{6}$$

Ważną daną wejściową modelu balansowania linii montażowej, wynikającą z technologii montażu, są czasy ϑ_i wykonywania operacji, podane w wektorze:

$$\Theta = [\vartheta_i], \qquad i = 1,2,\ldots,n \tag{7}$$

Dany jest także cykl linii montażowej, który spełnia warunek:

$$\max_{1\le i\le n} \vartheta_i \le c < \sum_{i=1}^{n} \vartheta_i , \tag{8}$$

oraz ograniczenie czasowe

$$\forall_{1\le m\le M} \sum_{\omega_i \in \Omega_m} \vartheta_i \le c \tag{9}$$

W przypadkach tych można określić najkrótszy i najdłuższy czas pomiędzy rozpoczęciem pewnej operacji a zakończeniem innej.

Problem BLM w takim modelu polega na wyznaczeniu stacji dla wykonywania danego podzbioru operacji, tak by optymalny balans linii montażowej spełniał kryterium minimalizacji nie wykorzystanego czasu pracy:

$$Q = \sum_{m=1}^{m=M} \left(c - \sum_{\omega_i \in \Omega_m} \vartheta_i \right) \to \min, \qquad m = 1,2,\ldots,M \tag{10}$$

lub

$$Q = Mc - \sum_{\omega_i \in \Omega_m} \vartheta_i \to \min, \tag{11}$$

gdzie M - zbiór stanowisk pracy, Ω_m - podzbiór operacji tworzących stanowiska pracy.

Ze sformułowanego powyżej problemu wynika, że balansowanie linii montażowej jest wieloetapowym procesem decyzyjnym, polegającym na przydziale dopuszczalnego zbioru operacji do stanowisk pracy na linii montażowej w określonych dyskretnych chwilach czasu, zwanych cyklem montażu, z uwzględnieniem relacji kolejnościowych. Liczba podzbiorów operacji spełniająca relacje kolejnościowe, które utworzone są na danym etapie decyzyjnym (w danym cyklu), zależna jest od czasów ϑ_i wykonywania poszczególnych operacji oraz długości cyklu montażowego c. Liczba ta może być dosyć znaczna. W modelu linii montażowej widoczny jest decydent nadrzędny, który steruje danym procesem ze względu na wcześniej obrane kryterium optymalizacji. Korzystając z reguł eliminacji zbiorów nieperspektywicznych ustala on takie podzbiory operacji, które wykonywane będą w danym cyklu montażowym. Takie postępowanie decydenta daje w końcowym rezultacie balans optymalny. Oprócz niego na linii montażowej znajduje się zbiór monterów lub robotów przemysłowych. Oni to właśnie wykonują operacje ze zbioru Ω na linii montażowej, czyli biorą czynny udział w montażu. Liczba monterów lub robotów przemysłowych odpowiada dokładnie liczbie cykli potrzebnych do wykonania wszystkich operacji. Jest ona mniejsza, lub

w najgorszym przypadku równa liczbie wszystkich pojedynczych operacji zbioru Ω. Jest to związane z tym, że na każdym stanowisku linii montażowej pracuje tylko jeden monter lub robot przemysłowy, który może wykonywać jedną lub więcej operacji określonych w podzbiorze Ω_m.

2.2.Teoriogrowy opis BLM

2.2.1. Podstawowe pojęcia z teorii gier

Teoria gier należy do działu matematyki i zajmuje się problemem podejmowania optymalnych decyzji w sytuacjach konfliktowych. Konfliktem w teorii gier jest każda sytuacja, w której biorą udział co najmniej dwie osoby dążące do różnych celów podejmując przy tym różne dostępne działania, które są odpowiednie dla osiągnięcia tych celów.

Aby przybliżyć problem wieloosobowych dynamicznych gier z koalicjami, przypomnijmy pewną terminologię z teorii gier, która powinna pomóc w zrozumieniu sposobu adaptacji tej teorii do opisu problemu BLM.

Oznaczmy zbiór wszystkich graczy n-osobowej gry przez $N=\{1,2,..,n\}$. Każdy podzbiór zbioru N (włącznie z samym zbiorem N i wszystkimi zbiorami jednoelementowymi) nazywa się koalicją.

Wieloosobowa gra z koalicjami jest to gra, w której bierze udział co najmniej trzech graczy z możliwością utworzenia przez nich co najmniej dwóch różnych koalicji. Gdy gra jest dwuosobowa, istnieje możliwość stworzenia tylko jednej koalicji, gry n-osobowe dają możliwość zawiązywania wielu koalicji, a ich liczba rośnie wraz z liczbą graczy. Wyróżniamy koalicje: pustą (nie należy do niej żaden uczestnik gry), pełną (w tym przypadku należą do niej wszyscy uczestnicy gry) oraz n-osobową (z n graczami). Wszyscy gracze biorący udział w grze posiadają skończoną liczbę strategii, które określają ich połączenia koalicyjne z innymi graczami. Podzbiór zbioru wszystkich możliwych do stworzenia koalicji nazywamy strukturą koalicyjną. Dwie struktury koalicyjne są różne wtedy i tylko wtedy, gdy różnią się co najmniej jedną koalicją należącą do tych struktur.

2.2.2. Opis problemu BLM jako wieloosobowej gry z koalicjami

Powyżej wymienione elementy wieloosobowych gier z koalicjami w zastosowaniu do problemu BLM nie są wystarczające, aby sformułować pełny teoriogrowy model BLM. Dla pełnego opisu musimy uwzględnić dodatkowo dynamiczny charakter gry oraz hierarchiczną

strukturę wymiany informacji w rozważanym systemie. Problem BLM przedstawia strukturę hierarchiczną, w skład której wchodzi jeden decydent i określona liczba monterów lub robotów przemysłowych. Proces podejmowania decyzji przez decydenta o alokacji operacji do konkretnych stanowisk pracy na linii montażowej ma charakter wieloetapowego dynamicznego procesu decyzyjnego. Oznacza to, iż rozwijanie się decyzyjnego procesu w czasie daje możliwość efektywnego wykorzystania napływu informacji, a zatem adaptacji do zmian warunków dynamicznego procesu, jakim jest proces podejmowania decyzji przez graczy z etapu na etap. Stosując teorię gier w rozwiązywaniu problemu BLM wykorzystano fakt wyboru przez decydenta takiego programu działań, który minimalizuje przyjęte kryterium optymalizacji, jakim jest czas wykonania przez graczy wszystkich zadań (operacji) z uwzględnieniem ograniczeń narzuconych przez decydenta.

Model funkcjonowania systemu szeregowej linii montażowej z zadanymi uczestnikami gry i jednym decydentem określimy następująco:

1) Zadany jest zbiór elementów systemu

$$J_0 = \{0,1,2 \ldots,n\}$$

$$|J_0| = N = n + 1$$

gdzie – n oznacza liczbę graczy.

Gracz z numerem „0", oznaczony jako G_0, nazywany jest decydentem. Nie bierze on bezpośredniego udziału w grze. Gracze z numerami od 1 do n tworzą zbiór $J = \{1,2,..,n\}$ graczy G_i, $i = 1,2,..,n$, którzy są bezpośrednio zaangażowani w grę na linii montażowej. Każdy gracz G_i charakteryzuje się czasem wykonania przydzielonego zadania. Czas ten określony jest przez wektor

$$\Theta = [\vartheta_i], \qquad i = 1,2,\ldots,n$$

Zadany jest również cykl linii montażowej oznaczony przez c.

Decydent ustala kolejność wykonywania poszczególnych zadań.

2) Przebieg gry prowadzony jest w taki sposób, iż w kolejnych cyklach (których liczba nie jest znana, ale na pewno skończona) udział bierze określony podzbiór zbioru J graczy. Podzbiory te nazywane są koalicjami.

Oznaczmy liczbę cykli koniecznych do zrealizowania całkowitego montażu przez L_ξ, gdzie $\xi = 1,2,\ldots$. Liczba ta odpowiada jednocześnie liczbie etapów dynamicznej n-osobowej gry.

3) Gracze ze zbioru J, dla i = 1,2,...,n wykonują swoje zadania za pomocą elementów znajdujących się na m - tym stanowisku pracy. Liczba stanowisk pracy, którą oznaczamy jako m = 1,2,...,M, nie jest znana na początku gry.

4) Każdy i-ty gracz, i= 1, 2, ..., n, biorący udział w grze posiada określony zbiór $V^i_{\xi,\gamma}$ strategii $v^i_{\xi,\gamma}$. Strategie te są zależne od numeru etapu gry i ustalonej przez macierz G kolejności gry. Gracz G_0 posiada strategie $v^0_\xi \in V^0_\xi$, które nie są zależne od $\gamma \in G$.

Dla tak sformułowanego modelu stworzono układ równań, który opisuje dynamiczny wieloetapowy proces przydziału zadań na linii montażowej:

$$X_{\xi+1} = f_\xi\left(X_\xi; v^0_\xi, v^1_{\xi,\gamma}, v^2_{\xi,\gamma}, \ldots, v^r_{\xi,\gamma}\right), \qquad X_\xi \in E^r, \xi = 0,1,\ldots$$

$$X_0 = A, \tag{12}$$

$$v^0_\xi \in V^0_\xi, \qquad v^i_{\xi,\gamma} \in V^i_{\xi,\gamma}, \qquad i \in i, \qquad \gamma \in G, \qquad \xi = 0,1,\ldots$$

gdzie X_ξ jest r - wymiarowym wektorem stanu systemu na etapie ξ, r = 0,1,2,... jest liczbą różnych struktur koalicyjnych na danym etapie gry. Stan określony w równaniu (12) pokazuje stan na zerowym etapie gry. Jest to także stan pokazujący stopień zaawansowania pracy na końcowym etapie poprzedniej gry. W szczególnym przypadku A=0.

Każdy z biorących udział w grze graczy posiada swój cel C^i, gdzie $i \in J_0$. Cele graczy opisywane są funkcjami skalarnymi stanu końcowego linii montażowej:

$$C^i\left(v^0, v^1_\gamma, \ldots, v^n_\gamma\right) = g^i_\gamma\left(X_{L_{\xi+1}}\right), \qquad i \in J_0, \gamma \in G \tag{13}$$

gdzie v^i_γ jest to realizowane przez i-tego gracza zadanie, a X to odpowiadająca temu zadaniu trajektoria.

Przynależność gracza do konkretnej koalicji daje mu określoną wypłatę $g^i_\gamma(\bullet)$. Zakładamy w naszych rozważaniach, że indywidualna wypłata gracza poza koalicją będzie prawie zawsze mniejsza od jego wypłaty wynikającej z przynależności do koalicji.

Funkcja użyteczności, na podstawie której będziemy przypisywali danej koalicji wysokość wypłaty, będzie odwrotnie proporcjonalna do nie wykorzystanego czasu pracy w danym cyklu. Funkcję wypłat gracza G_i wyraża funkcjonał:

$$g^i_\gamma = g^i_\gamma\left(\Psi_L\left(v^0, v^1_\gamma, \ldots, v^n_\gamma\right)\right), \qquad i \in \{0\} \cup J, \qquad J = \{1,2,\ldots,n\}, \gamma \in G \tag{14}$$

który jest określony na zbiorze kartezjańskim

$$V^0 \times V^1 \times V^2 \times \ldots \times V^n,$$

$$V^i = \prod_{\xi=1}^{L} V^i_{\xi,\gamma}, \qquad i \in J \tag{15}$$

za pomocą odwzorowania

$$\Psi_L : \prod_{i \in J} \prod_{\xi=0}^{L} V^i_{\xi,\gamma} \to X_{L+1}$$

gdzie $X_{L+\xi}$ jest zbiorem wszystkich możliwych końcowych punktów trajektorii dynamicznego systemu.

Założyć należy, ze każdy z graczy biorący udział w grze próbuje zwiększyć swoją wypłatę. W tym celu wykorzystuje dostępny dla siebie zbiór strategii. Założyć również należy, że wszyscy gracze znają parametry linii montażowej.

Decydent pozwala na łączenie się graczy w koalicje. Oznacza to, że w pierwotnej grze Γ pewne zespoły graczy (podzbiory) $K_\xi \in J$, na etapie $\xi, 0 \le \xi \le 1$ mogą się łączyć ze sobą w koalicje. $K_\xi \in \alpha_\xi$, gdzie α_ξ oznacza ustaloną klasę podzbioru zbioru J. Gracz G_0 nie należy do żadnej koalicji, gdyż jak wcześniej wspomniano, nie bierze on bezpośrednio udziału w grze na linii montażowej.

Koalicja K_ξ posiada określony zbiór dostępnych strategii do wyboru $V^K_{\xi,\gamma} = \prod_{i \in K_\xi} V^i_{\xi,\gamma}$, z którego wybierana jest ze względu na dążenie do maksimum wypłaty dla koalicji, $v^K_{\xi,\gamma} = \left(v^K_{\xi,\gamma} / i \in K_\xi\right)$. Podzbiory koalicji na danym etapie gry tworzone są w taki sposób, aby utworzone dwie różne koalicje różniły się co najmniej jednym graczem lub kolejnością ich występowania.

Zatem

$$K_\xi = \left\{ \left\{ K^i_{\xi,\gamma} / \left(\gamma_{k,i} = 1\right), k,i \in J \right\} / \forall_{k,i} \in J, K^i_{\xi,\gamma} \subseteq J, \gamma \in G \right\} \tag{16}$$

gdzie $K^i_{\xi,\gamma}$ koalicja, która w chwili ξ składa się z graczy G_i. Gracze ci muszą spełniać warunek określony w macierzy kolejności wykonywania operacji. Zbiór wszystkich możliwych podzbiorów α_ξ złożony ze struktur koalicyjnych oznaczamy jako:

$$\Im_\xi = \left\{ K_\xi \in \alpha_\xi / \left\{ K^i_{\xi,\gamma} \subseteq J \right\}, \gamma_{k,i} \in G; k,i \in J \right\} \text{ oraz } \Im = \prod_{\xi=0}^{L} \Im_\xi \tag{17}$$

Wynik dynamicznej gry z koalicjami jest ciągiem

$$(v;\aleph)=\{(v_0;\aleph_0),\ldots,(v_L;\aleph_L)\}.$$

gdzie $\aleph=(\aleph_0,\ldots,\aleph_l)$ jest programem struktur koalicyjnych.

Do każdego z wyników przyporządkowujemy wektor wypłat graczy G_l. Wypłatę gracza G_l w sytuacji $\Psi_L(v)\in X_{L+1}$ oznaczamy przez $g_\gamma^{l,\aleph}(\Psi_L(v))$.

Podsumowując, hierarchiczną dynamiczną grę z koalicjami można zdefiniować następująco [7]:

$$\Gamma_\alpha=\left\langle \alpha_\xi,\left\{\left\{V_{\xi,\gamma}^{K_\xi}\right\}_{K_\xi\in\alpha_\xi,\gamma\in G}\right\}_{\xi=0}^{L},\left\{g_G^{\aleph}\right\}_{\aleph\in\alpha_\xi},\left\{\Im_\xi\right\}_{\xi=0}^{L}\right\rangle$$

Aby pełniej oddać możliwości zaistniałych w grze stanów, należałoby uwzględnić fakt, iż niektórzy gracze posiadają dodatkowe informacje o wyborze strategii przez innych graczy lub sami mogą być źródłem tych informacji. Efektem tego może być sytuacja, iż powstające koalicje graczy odzwierciedlają stan wiedzy uczestników gry. W tej sytuacji należy zauważyć, że: po pierwsze funkcja celów wraz z napływem informacji nie zmienia się, a po drugie gracze nie muszą wykorzystywać napływających informacji. Druga sytuacja pokazuje, że zbiory dopuszczalnych wyborów w zależności od napływających informacji nie zmniejszają się, jak również nie zmniejszają się możliwości tworzenia koalicji.

Każdą grę w której zaistniała powyżej opisana sytuacja będziemy dalej nazywać informacyjnym rozszerzeniem gry Γ_α i oznaczać symbolem $\bar{\Gamma}_\alpha$. Rozumiemy przez to taką sytuację, dla której strategie każdego gracza mogą być interpretowane jako sposób reagowania na otrzymaną informację o strategiach partnerów w czasie procesu wymiany informacji.

Quasi-informacyjnym rozszerzeniem (Q.I.R) dynamicznej gry Γ_α z koalicjami będziemy nazywali grę zdefiniowaną w następujący sposób:

$$\tilde{\Gamma}_\alpha=\left\langle \alpha_\xi,\left\{\left\{\tilde{V}_{\xi,\gamma}^{K_\xi}\right\}_{K_\xi\in\alpha_\xi,\gamma\in G}\right\}_{\xi=0}^{L},\left\{\tilde{g}_G^{\aleph}\right\}_{\aleph\in\alpha_\xi},\left\{\tilde{\Im}_\xi\right\}_{\xi=0}^{L}\right\rangle$$

Oznaczając zachowanie się graczy przez $\bar{p}$, w rozszerzeniu quasi-informacyjnym $\bar{\Gamma}_\alpha$ dynamicznej gry Γ_α, $\bar{p}$ można określić jako parę $\left(\bar{v},\bar{\aleph}\right)$, która jest strategią graczy G_i. Takie zachowanie graczy wraz z wyborem strategii $\bar{v}^0\in\bar{V}^0$ przez decydenta tworzy wynik gry

$\left(\tilde{v};\tilde{\aleph}\right)$. Dodatkowo wprowadza się zbiór $\tilde{R}(\tilde{v}^0)$, który nazywa się oceną zbioru racjonalnych zachowań. Gracz nadrzędny nie zna rzeczywistego zbioru zachowań graczy, gdyż jest to związane z poetapowym rozwijaniem się informacji w dynamicznym procesie decyzyjnym.

Przyjęty powyżej opis pozwala określić największą gwarantowaną wygraną (NGW), którą można w grze osiągnąć w postaci:

$$\tilde{W}^0(\tilde{R}) = \max_{\tilde{\Gamma}_a \in \tilde{p}} \max_{\tilde{v}^0 \in \tilde{V}^0} \min_{\tilde{p} \in \tilde{R}\left(\tilde{v}^0\right)} g^0\left(\Psi_L\left(\tilde{\pi}^{J_0}\left(\tilde{v}^0, \tilde{p}\right)\right)\right) \tag{18}$$

Oznaczając przez $\Re$ klasę zbiorów racjonalnych zachowań graczy z punktu widzenia decydenta możemy określić ocenę od góry dla nieznanego NGW przy wszystkich możliwych informacjach o celach gry jako:

$$\tilde{M}(\Re) = \max_{\tilde{\Gamma}_a \in \tilde{p}} \max_{\tilde{v}^0 \in \tilde{V}^0} \max_{\tilde{R}\left(\tilde{v}^0\right) \in \Re} \min_{\tilde{p} \in \tilde{R}\left(\tilde{v}^0\right)} g^0\left(\Psi_L\left(\tilde{\pi}^{J_0}\left(\tilde{v}^0, \tilde{p}\right)\right)\right) \tag{19}$$

Wartość $\tilde{M}(\Re)$ jest inna dla każdego $\Re$, a $\tilde{\pi}^{J_0}$ jest takim zbiorem, gdzie $\tilde{\pi}' \in \tilde{\pi}^{J_0}$.

3. Wnioski

W artykule przedstawiono obszerny opis dwóch podejść do problemu balansowania linii montażowej w oparciu o programowanie wieloetapowe oraz o teorię gier. Oba opisy dają możliwość skonstruowania algorytmów komputerowych do analizy BLM [7]. Szczególną uwagę zwrócono na systematyzację nazewnictwa oraz adaptację teorii gier do aplikacji związanej z problemem balansowania linii montażowej. Sposób adaptacji teorii gier pozwala przypuszczać, iż wyniki otrzymane podczas analizy algorytmu powstałego na jego bazie dadzą w przyszłości pozytywne rezultaty. Dogłębna ocena algorytmów została omówiona w pracy [8].

LITERATURA

1. Salveson M.E.: The assembly line balancing problem. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 1955. V 77. No 16. pp 939-947.
2. Watanabe T., Hashimoto Y., Nishikava I., Tokuman H.: Line balancing using a genetic evolution model. Control.Eng.Practice Vol. 3. No 1. p. 681-676. 1995.

3. Anderson E.J., Ferris M.C.: A genetic algorithm for the assembly line balancing problem. Proceeding of the Integer Programming/Combinational Optimization Conference. Waterllo, Ontario, Canada 1990.
4. Sprecher A.: A competitive exact algorithm for assembly line balancing. Manuskripte aus der Instituten für Betriebswirschaftslehre der Universität Kiel. No 449. 1992.
5. Marecki F.: Model matematyczny i algorytmy alokacji operacji i zasobów na linii montażowej. ZN Pol. Śląskiej. Seria Automatyka z.82. 1986.
6. Kowalowski H. i inni: Automatyzacja dyskretnych procesów przemysłowych. WNT, Warszawa 1984.
7. Kałuski J.: Teoriogrowy model balansowania linii montażowej. ZN Pol. Śląskiej. Seria Automatyka z.117. 1996.
8. Grzechca W.: Analiza porównawcza dwóch algorytmów balansowania linii montażowej. ZN Pol. Śląskiej. Seria Automatyka z.130, Gliwice 2000.

Recenzent: Doc.dr hab.inż. J. Kałuski

Abstract

In the paper the problem of assembly line balancing is discussed. First the origin of the problem is presented. Next, in the second point, the basic formulae and definitions of classic problem of ALB are given. The set of objects (assembly task), cycle time of the line, time of assembly are described. As first approach the multi-stage programming method is shown. Then the theory game approach is given. The only factors that are taken into consideration are: a set of operations with sequential relations and time of operations for a given assembly line cycle. The presented model is hierarchical, i.e. the central decision maker, who realizes the global goal and establishes the order of performing particular tasks on the assembly line, is determined. Local decisions makers (players) who perform local tasks on the aggregate placed in a particular work place and can form appropriate coalitions, are also determined. A formalized description of players' behavior as well as the maxmin result of the game is given. Finally, some remarks and conclusions about the application of game theory in discrete processes are presented.