

Paweł SITEK, Jarosław WIKAREK

Politechnika Świętokrzyska

Mirosław ZABOROWSKI

Politechnika Śląska

## KONFIGURACJA WARIANTÓW PRODUKCYJNYCH W SYSTEMIE RÓWNOLEGLYCH LINII POTOKOWYCH Z WYKORZYSTANIEM PROGRAMOWANIA W LOGICE Z OGRANICZENIAMI\*

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono problem optymalizacji konfiguracji wariantów produkcyjnych w systemie równoległych linii potokowych. Zaproponowano model matematyczny problemu optymalizacji, który sformułowano w postaci modelu programowania liniowego całkowitoliczbowego. Ponieważ problem okazał się zbyt duży dla komercyjnego pakietu programowania całkowitoliczbowego, do optymalizacji wykorzystano język CHIP, który jest implementacją metody programowania w logice z ograniczeniami.

## APPLICATION OF CLP TO OPTIMIZATION OF THE PRODUCTION VARIANTS CONFIGURATION FOR PARALLEL FLOW PRODUCTION LINES

**Summary.** In the paper the problem of optimization of production variants configuration for parallel flow production lines has been presented. Mathematical model of optimization of production variants configuration has been described. The optimization problem was too big for a commercial software package of mixed integer programming. Thus, it has been expressed as a constraint logic programming model and solved as a CHIP program.

### 1. Wprowadzenie

Stan systemu produkcyjnego w przedsiębiorstwie opisuje duża liczba danych o różnym charakterze. Są to dane stałe określające m.in. strukturę produkcyjną, technologie, strukturę wyrobów oraz dane zmienne dotyczące planów, harmonogramów itp. Rozwój technologii informatycznej, jak również metod i algorytmów sterowania produkcją, takich jak metoda planowania potrzeb materiałowych (MRP) zaproponowana przez J.Orlicky'go [1] oraz wykorzystywana szczególnie w produkcji wielkoseryjnej metoda JIT (Just-In-Time) [2] opracowana przez japoński koncern Toyota, umożliwił powstanie zintegrowanych systemów sterowania i zarządzania produkcją w przedsiębiorstwach przemysłowych. Komercyjne realizacje takich systemów proponowane przez firmy SAP, Baan, IFS czy Macola zgodne są z ustalonym przez organizację APICS (American Production and Inventory Society) standardem MRP II.

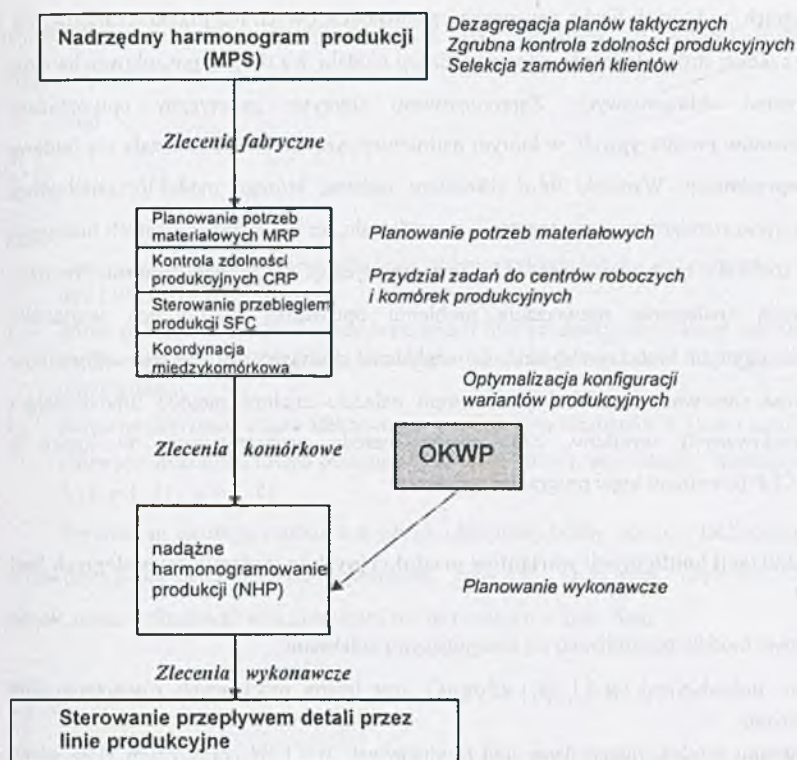
\*Pracę wykonano w ramach projektu badawczego KBN nr 8 T11A 020 18

Wysokie koszty takich systemów oraz trudności w modyfikacji ich struktury, jak i funkcji były podstawowymi przyczynami, dla których zaproponowany został edukacyjny system zarządzania produkcją [6], [7]. Można go wykorzystywać do celów edukacyjnych w ramach takich przedmiotów, jak: sterowanie produkcją, komputerowe systemy zarządzania czy inżynieria zarządzania. Stanowi on również platformę programową do eksperymentów badawczych oraz implementacji autorskich modeli i algorytmów sterowania produkcją. Uproszczony schemat aktualnej wersji systemu przedstawiono na rys.1. Jako obiekt sterowania dla omawianego systemu została wybrana przykładowa fabryka samochodów osobowych.

## 2. Konfiguracja wariantów produkcyjnych

Jednym z wydziałów przykładowej fabryki samochodów osobowych jest tłocznia lekka. W tłoczni lekkiej odbywa się produkcja wytłoczek, z których później montowane są karoserie samochodowe. Proces tłoczenia blach karoseryjnych, w wyniku którego wytwarzane są wytłoczki, przebiega w liniach pras. Typ wytłoczki uzależniony jest od zestawu narzędzi, w jaki wyposażona jest sekcja (fragment linii) przeznaczona do jej produkcji. Mówiąc ogólniej, wariant uzbrojenia linii w narzędzia determinuje zbiór wytłoczek, które mogą być w niej równocześnie wytwarzane. Zmiana tego zbioru wymaga przebrojenia linii, które jest czynnością kosztowną ze względu na zaangażowanie specjalistycznego sprzętu, ludzi oraz przerwanie produkcji. Produkcja wytłoczek w liniach pras tłoczni blach karoseryjnych należy do klasy produkcji powtarzalnej, ponieważ każda linia charakteryzuje się skończoną liczbą wariantów uzbrojenia pras i odpowiadających mu grup produktów, czyli skończoną liczbą tzw. wariantów produkcyjnych, powtarzających się na ogół w nieregularnych odstępach czasu. Do sterowania tym typem produkcji wykorzystać można algorytm Kanban [2] metody JIT lub algorytm Nadążnego Harmonogramowania Produkcji (NHP) [3]. Niezależnie od metody bieżącego sterowania produkcją powtarzalną, na którą składają się bieżące decyzje o tym, kiedy i ile produkować, na jakość sterowania duży wpływ wywierają podjęte wstępnie długookresowe decyzje, co, gdzie i jak produkować, czyli konfiguracja wariantów produkcyjnych poszczególnych linii. Zaproponowano więc model optymalizacji konfiguracji wariantów produkcyjnych [5]. Optymalny przydział produktów do wybranych wariantów uzbrojenia maszyn w liniach produkcyjnych zapewnia bowiem:

- skrócenie czasu wykonania zadań produkcyjnych poprzez lepsze wykorzystanie maszyn,
- wystąpienie mniejszej liczby wariantów produkcyjnych, a co za tym idzie - rzadsze przebrojenia linii, a więc niższe koszty produkcji.



Rys.1. Uproszczony schemat edukacyjnego systemu zarządzania produkcją  
 Fig.1. Simplified schema of educational system of production management

Na rys.1 pokazano schematycznie umiejscowienie problemu optymalizacji konfiguracji wariantów produkcyjnych (OKWP) w strukturze decyzji edukacyjnego systemu zarządzania produkcją. Przy budowie modelu dla problemu przezbrawalnych linii produkcyjnych założono, że liczba równoległe pracujących linii jest dana, liczby maszyn w każdej linii są dane, a wszystkie maszyny są jednakowe. Jednym ze źródeł trudności jest fakt, że liczne zmienne modelu są indeksowane numerem wariantu, a liczba wariantów początkowo nie jest dana. Kłopot sprawia także uwzględnienie występującego w praktyce podziału linii na sekcje, z których każda w danym wariantcie jest przeznaczona do wytwarzania różnych produktów. Przy formalizacji opisu problemu pewną inspiracją była przedstawiona w [8] konstrukcja ograniczeń problemu wyznaczania asortymentu partii w elastycznych systemach produkcyjnych. Wykorzystano także doświadczenia zdobyte w pracach wdrożeniowych systemu sterowania tłocznią [4]. Model został sformułowany jako zagadnienie programowania liniowego całkowitoliczbowego [5]. Próby jego rozwiązania przy zastosowaniu komercyjnego pakietu „LINGO” wykorzystującego znany z literatury algorytm podziału i ograniczeń (branch-and-bound) zakończyły się powodzeniem jedynie dla problemów



o małych rozmiarach, w których liczba zmiennych całkowitoliczbowych nie przekraczała dwustu. Należało zatem z jednej strony dokonać próby modyfikacji modelu, a z drugiej poszukiwać bardziej efektywnych metod obliczeniowych. Zaproponowano algorytm genetyczny optymalizacji konfiguracji wariantów produkcyjnych, w którym najtrudniejszym elementem okazała się budowa odpowiedniej reprezentacji. Wynikało to z charakteru zadania, którego model posiadał wiele ograniczeń i przyjęcie standardowej reprezentacji powodowało, że wiele generowanych bieżących rozwiązań nie spełniało tych ograniczeń. Algorytm genetyczny okazał się znacznie bardziej efektywną metodą znalezienia rozwiązania problemu optymalnej konfiguracji wariantów produkcyjnych niż algorytm branch-and-bound. Ze względu na stochastyczny charakter algorytmów genetycznych oraz stosowane w nich kryteria stopu należało znaleźć metodę umożliwiającą weryfikację uzyskiwanych wyników. Zastosowano metodę programowania w logice z ograniczeniami CLP (constraint logic programming).

### 3. Model optymalizacji konfiguracji wariantów produkcyjnych w systemie równoległych linii potokowych

Przy budowie modelu posługiwano się następującymi indeksami:

- g - numer linii produkcyjnej,  $g = 1..G$ , gdzie  $G$  jest liczbą pracujących równoległe linii produkcyjnych,
- h - numer wariantu produkcyjnego danej linii produkcyjnej,  $h = 1..H$ , przy czym  $H$  to górne oszacowanie początkowo nieznaną liczbę wariantów produkcyjnych dla każdej linii systemu produkcyjnego (może to być np. liczba wszystkich produktów, która jest dana)
- j - numer identyfikacyjny produktu,  $j \in J$ , gdzie  $J$  jest zbiorem numerów produktów, które mogą być wykonane w liniach produkcyjnych.

Jako podstawowe zmienne decyzyjne problemu przyjęto wielkości:

$$y_{gh} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli dla linii } g \text{ istnieje wariant o numerze } h, \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym,} \\ & \text{dla } h = 1..H, g = 1..G, \end{cases}$$

$$x_{ghj} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli produkt } j \text{ jest wytwarzany w wariantcie } h \text{ linii } g, \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym,} \\ & \text{dla } j \in J, h = 1..H, g = 1..G, \end{cases}$$

które są binarnymi zmiennymi przydziału wariantu do linii i produktu do wariantu pracy wybranej linii.

Wprowadzane dalej kolejne ograniczenia dotyczą specyfiki problemu. I tak, całkowity czas pracy  $t$  potrzebny do realizacji typowego zbioru zleceń na wszystkie produkty jest równy

najdłuższemu z czasów pracy linii pras we wszystkich wariantach produkcyjnych jej przyporządkowanych.

Stąd

$$\sum_{h=1}^H (t_{gh} + y_{gh} \tau) \leq t, \quad \text{dla } g = 1..G \quad (1)$$

gdzie:

$\tau$  – czas przebrojenia, o którym dla uproszczenia zakłada się, że jest jednakowy dla wszystkich linii i wszystkich wariantów,

$t$  – górne oszacowanie czasu pracy wszystkich linii produkcyjnych, które jest dokładnie równe najdłuższemu z czasów pracy linii dzięki temu, że jest to także minimalizowane kryterium optymalizacji,

$t_{gh}$  – górne oszacowanie czasu efektywnej pracy linii  $g$  w wariantcie  $h$  (bez czasu przebrojenia), które jest dokładnie równe maksymalnemu z czasów pracy sekcji  $j$  należących do wariantu  $h$ ,  $h = 1..H$ ,  $g = 1..G$ .

Wykonanie każdego produktu wymaga określonej liczby operacji technologicznych. Każda operacja wykonywana jest na pojedynczej maszynie. Oczywiście więc jest, że nie można jednocześnie wykonywać więcej operacji niż jest maszyn w linii. Stąd

$$\sum_{j \in J} x_{ghj} K_j \leq L_g, \quad \text{dla } h = 1..H, g = 1..G \quad (2)$$

gdzie:

$K_j$  – liczba operacji dla produktu  $j$ ,  $j \in J$ , a zarazem liczba maszyn w sekcji wytwarzającej produkt  $j$ ,

$L_g$  – liczba maszyn w linii  $g$ ,  $g = 1..G$ .

Łączna produkcja w poszczególnych wariantach produkcyjnych wszystkich linii powinna pokrywać zapotrzebowanie na produkty. Zależność tę można zapisać za pomocą równania (3)

$$\sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^H z_{ghj} = Z_j, \quad \text{dla } j \in J \quad (3)$$

gdzie:

$Z_j$  – prognoza zapotrzebowania na produkt  $j$  w przeciętnym okresie powtarzalności,

$z_{ghj}$  – część zapotrzebowania  $Z_j$  na produkt  $j$  pokrywana w wariantcie  $h$  linii  $g$ ,  $j \in J$ ,  $h = 1..H$ ,  $g = 1..G$ .

Czas pracy danej linii w wybranym wariantcie  $t_{gh}$  jest to czas potrzebny do wykonania wszystkich przydzielonych do tego wariantu produktów i jest on nie mniejszy niż najdłuższy z czasów pracy sekcji tej linii. Z drugiej strony, jeśli linia nie pracuje w wybranym wariantcie, to odpowiednie  $t_{gh}$  powinno być równe zero. Warunek ten zapisujemy formalnie jako dwustronną nierówność (4)

$$p_j z_{ghj} \leq t_{gh} \leq y_{gh} T \quad \text{dla } j \in J, h = 1..H, g = 1..G \quad (4)$$

gdzie:

$p_j$  - takt roboczy tej sekcji linii, która w danym wariantcie wytwarza produkt  $j$ , równy maksymalnemu z czasów jednostkowych operacji produktu  $j$ ,  $j \in J$ ,

$T$  - stała dodatnia, większa od każdej możliwej wartości długości uszeregowania.

Jeżeli produkt  $j$  nie może być wytwarzany w wariantcie  $h$  linii  $g$ , czyli gdy  $x_{ghj}=0$ , to odpowiednie  $z_{ghj}$  powinno być równe 0. Dlatego

$$p_j z_{ghj} \leq x_{ghj} T, \quad \text{dla } j \in J, h = 1..H, g = 1..G \quad (5)$$

Ograniczenie (6) wiąże zerojedynkowe zmienne  $y_{gh}$ ,  $x_{ghj}$ .

$$x_{ghj} \leq y_{gh} \leq \sum_{j \in J} x_{ghj} \quad \text{dla } j \in J, h = 1..H, g = 1..G \quad (6)$$

$$x_{ghj} \in \{0, 1\}, \quad \text{dla } j \in J, h = 1..H, g = 1..G \quad (7)$$

$$y_{gh} \in \{0, 1\} \quad \text{dla } h = 1..H, g = 1..G \quad (8)$$

Wyznaczone warianty pracy powinny mieć kolejne numery liczone od 1, a ewentualne warianty nieaktywne, o  $y_{gh}=0$ , powinny mieć ostatnie numery  $h$ . Nierówność (9) wymusza spełnienie tego warunku

$$y_{gh} \geq y_{g(h+1)} \quad \text{dla } h = 1..H-1, g = 1..G \quad (9)$$

Ograniczenie (10) wymusza pracę każdej linii przynajmniej w jednym wariantcie. W dużym stopniu poprawia to efektywność optymalizacji poprzez odrzucenie przypadków, kiedy system próbuje najpierw wyznaczyć warianty, w których realizowana będzie produkcja wszystkich produktów w jednej tylko linii, potem w dwóch itd.

$$\sum_{h=1}^H \sum_{j \in J} x_{ghj} \geq 1 \quad \text{dla } g = 1..G \quad (10)$$

Zależność (11) służy do sprawdzania, czy wymagana liczba maszyn wynikająca z wyznaczenia wszystkich wariantów dla wszystkich linii jest nie mniejsza od liczby maszyn potrzebnych do realizacji wszystkich produktów  $j \in J$ .

$$\sum_{g=1}^G (L_g \sum_{h=1}^H y_{gh}) \geq \sum_{j \in J} K_j \quad (11)$$

Do optymalizacji konfiguracji wariantów produkcyjnych wybrano język programowania w logice z ograniczeniami - CHIP (*Constraint Handling In Prolog*). Jest to język deklaracyjny podobnie jak Prolog, który posiada dodatkowo zaawansowane techniki rozwiązywania problemów



z ograniczeniami [9]. Przy modelowaniu problemu konfiguracji wariantów produkcyjnych w języku CHIP oparto się, z jednej strony, na założeniach i doświadczeniach zdobytych przy formalizacji problemu jako zagadnienia programowania liniowego [5]. Z drugiej strony starano się wykorzystać specyfikę języka CHIP, która umożliwia bezpośrednie wprowadzanie ograniczeń problemu do źródła programu oraz zwiększa efektywność optymalizacji wraz ze wzrostem liczby ograniczeń.

Dodatkowymi ograniczeniami, które z punktu widzenia logiki modelu są nadmiarowe, są (9),(10),(11). Co więcej, ich wprowadzenie w przypadku pakietu programowania całkowitoliczbowego wydłuża czas obliczeń. W przypadku programowania w logice z ograniczeniami jest przeciwnie. Posługiwanie się dodatkowymi ograniczeniami, o których wiadomo, że przy danym kryterium optymalizacji będą na pewno spełnione przez rozwiązanie końcowe, nie jest szkodliwe, lecz skraca obliczenia dzięki zawężeniu przeszukiwanego zbioru rozwiązań.

Tekst źródłowy programu w języku CHIP, w którym został oprogramowany model (1) ..(11) przedstawiono w [10].

#### 4. Przykład liczbowy dla tłoczni lekkiej przykładowej fabryki samochodów osobowych

Dane do obliczeń zaczerpnięto ze zintegrowanej bazy danych przykładowej fabryki samochodów osobowych (stąd określona indeksacja linii, produktów itd.), która jest integralną częścią autorskiego systemu zarządzania produkcją [7]. Obliczeń dokonano dla wydziału tłoczni lekkiej składającej się z trzech linii pras, przy czym każda linia zawiera po pięć identycznych pras. Wartości liczbowe pozostałych danych modelu (1) ..(11) są widoczne w tablicy I. Przyjęto, że czas przebrożeń  $\tau=5$ . Dokonano optymalizacji przy wykorzystaniu języka CHIP. Dla optymalnej wartości funkcji celu uzyskano konfigurację wariantów, która jest przedstawiona w tablicy II.

Przy zgrubnej analizie otrzymanych wyników można zauważyć wygenerowanie małej liczby wariantów dla każdej z linii oraz duże wykorzystanie maszyn w każdym z wariantów pracy przy optymalnej konfiguracji. W celu dokonania analizy wpływu konfiguracji wariantów produkcyjnych na jakość bieżącego sterowania został uruchomiony algorytm nadążnego harmonogramowania produkcji [6] w edukacyjnym systemie zarządzania produkcją (rys.1). Dla przykładowych planów operacyjnych wygenerowano dla każdej linii harmonogramy nadążne. Dokonano eksperymentu dla dwóch konfiguracji systemu. W jednym przypadku oparto się na optymalnej konfiguracji widocznej w Tablicy II, a w drugim przyjęto konfigurację dowolną. Przy budowie konfiguracji dowolnej sprawdzano jedynie warunek (2) modelu. Wygenerowane harmonogramy nadążne dla konfiguracji

optymalnej charakteryzowały się krótszymi terminami realizacji zadań oraz mniejszą liczbą przełączeń pomiędzy wariantami.

Tablica I

Dane do problemu OKWP

J	$p_j$	$Z_j$	$K_j$
221	2	9	2
222	2	9	2
223	1	7	1
224	1	7	1
225	2	10	2
226	2	10	2
227	2	9	2
228	2	9	2
229	1	7	1
230	1	7	1
231	1	7	1
232	1	7	1
233	4	7	4

j	$p_j$	$Z_j$	$K_j$
234	2	10	2
235	2	10	2
236	2	9	2
237	2	9	2
238	1	7	1
239	1	7	1
240	1	7	1
241	1	7	1
242	1	7	1
243	1	7	1
244	1	3	1
245	1	3	1
246	1	3	1

Tablica II

Optymalna konfiguracja

g	h	i	i	i	i	i
3	1	244	245	246	-----	-----
3	2	236	237	243	-----	-----
3	3	233	242	-----	-----	-----
4	1	236	237	241	-----	-----
4	2	234	235	240	-----	-----
4	3	227	228	239	-----	-----
5	1	229	230	231	232	238
5	2	224	225	226	-----	-----
5	3	221	222	223	-----	-----

Ten sam przykład próbowano najpierw rozwiązać za pomocą pakietu programowania liniowego całkowitoliczbowego „LINGO” firmy LINDO. Niestety, w czasie około 10 godzin nie otrzymano rozwiązania i przerwano obliczenia. Zdecydowano się na zastosowanie pakietu CHIP, gdyż dla prostych przykładów testowych działał on szybciej niż LINGO.

## LITERATURA

1. Orlicky J.: Material Requirements Planning. Mc Graw-Hill, New York 1975.
2. Evans R.J., Anderson D.R., Sweeney D.J., Williams T.A.: Applied Production and Operations Management. West Publishing Co, New York 1987.
3. Zaborowski M.: Harmonogramowanie nadzyczne jako metoda dekompozycji złożonych zadań harmonogramowania produkcji. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Automatyka, z.109,1992,s.345-352.
4. Zaborowski M. (red.): Modyfikacja i rozwój systemu sterowania produkcją ISTEP dla potrzeb FSS „POLMO-SHL” w Kielcach. Raport z etapu I projektu celowego KBN Nr 1066/CSS-8/94. Kielce 1994.
5. Zaborowski M., Sitek P.: Optymalizacja konfiguracji wariantów produkcyjnych w liniach pras tłoczeni blach karoseryjnych. Materiały XV Ogólnopolskiej Konferencji „Poliptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania”, Mielno 1997, s.317-322.
6. Zaborowski M., Krystek J., Sitek P., Wikarek J.: Harmonogramowanie nadzyczne w edukacyjnym systemie symulacji zintegrowanego sterowania produkcją. Materiały XVII Ogólnopolskiej Konferencji „Poliptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania”, Mielno 1999, s.347-354.



7. Sitek P., Wikarek J., Zaborowski M.: Edukacyjny system symulacji sterowania produkcją zgodny ze standardem MRP II. Materiały III K.K. „Komputerowo Zintegrowane Zarządzanie”, WNT 2000, s.160 – 170.
8. Sawik T.: Optymalizacja dyskretna w elastycznych systemach produkcyjnych. WNT, Warszawa 1992.
9. Niederliński A.: Constraint Logic Programming – From Prolog to CHIP. Proceedings of the Workshop on Constraint Programming for Decision and Control, Gliwice 1999, pp.27-34.
10. Sitek P., Wikarek J., Zaborowski M.: Application of CLP to optimization of the production variants configuration in the flow production lines. Proceedings of the Workshop on Constraint Programming for Decision and Control, Gliwice 2000, s. 53-58.

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Z.Banaszak

### Abstract

The paper deals with the system of parallel flow production lines. Each line can be dynamically divided into sections designated to concurrent processing different products. The production flow through machines belonging to the section is synchronized. The quality of current control for the flow production lines always strongly depends on previous decision on the production variants configuration, that is on sets of products which can be concurrently processed with a given equipment of the lines. An optimization model of the production variants configuration has been presented in the paper. For real examples of the problem the great number of binary variables involves difficulties for effective application of professional integer programming solvers (e.g. LINGO). Thus, the optimization problem has been expressed as a constraint logic programming model and solved with the corresponding CHIP program.