

Eugeniusz TOCZYŁOWSKI, Krzysztof TOMCZYK, Karol ZADORA-PRZYŁĘCKI  
Politechnika Warszawska

## RYNKOWE MODELE OPTIMALIZACYJNE BILANSOWANIA SYSTEMU ELEKTROENERGETYCZNEGO Z UWZGLĘDNIENIEM OGRANICZEŃ SYSTEMOWYCH<sup>1</sup>

**Streszczenie.** Analizuje się problemy bilansowania systemu elektroenergetycznego w warunkach konkurencji rynkowej. Przedstawiono modele bilansowania, uwzględniające liczne ograniczenia systemowe, w tym ograniczenia sieci przesyłowej, jak i ograniczenia podmiotów występujących na rynku.

## MARKET ORIENTED OPTIMISATION MODELS OF BALANCING POWER SYSTEM UNDER NETWORK CONGESTION AND CAPACITY CONSTRAINTS

**Summary.** Power system balancing problem under market competition is analysed. The mathematical models of the electricity power system balancing problem are presented, in which the network congestion, transmission lines capacity constraints and technical constraints of the power generation units are taken into account.

### 1. Wprowadzenie

Konsekwencją urynkowienia sektora energetycznego w Polsce jest głęboka zmiana problemów decyzyjnych i ról pełnionych przez operatora systemu, wytwórców energii elektrycznej, operatorów sieci rozdzielczej i spółek dystrybucyjnych, a nawet końcowych odbiorców energii. Wprowadzanych jest wiele nowych instytucji handlu energią i jej pochodnymi (giełda, rynek kontraktów dwustronnych, rynek bilansujący, rynek usług systemowych, których sposób wykorzystania zależy od uczestników rynku). Planowaną rolą operatora systemu jest optymalizacja pracy systemu elektroenergetycznego z kryterium w postaci minimalnokosztowego zbilansowania strony popytowej i podażowej zapotrzebo-

<sup>1</sup>Praca częściowo finansowana w ramach projektu KBN 8T11A00913.

wania na energię, na podstawie ofert składanych na rynku, przy uwzględnieniu wszelkich niezbędnych ograniczeń przesyłowych, technicznych, a także wymagań jakościowych oraz bezpieczeństwa dostaw.

W niniejszym artykule przedstawiono wachlarz modeli i algorytmów optymalizacyjnych stosowanych przez operatora systemu w fazie bilansowania rynku. Celem bilansowania rynku jest zmiana generacji i obciążeń energii we wszystkich węzłach sieci w stosunku do pozycji handlowych wynikających z zawartych kontraktów bilateralnych i giełdowych w taki sposób, aby otrzymać rozkład generacji i obciążeń spełniający wszystkie ograniczenia techniczne i systemowe (np. ograniczenia termiczne linii, ograniczenia napięć węzłowych, ograniczenia rozruchowe w elektrowniach i inne).

Przeanalizowano w szczególności modele, w których operator systemu korzysta z kawałkami liniowych, schodkowych ofert cenowych składanych przez wytwórców i odbiorców energii, co przewidziane jest w projekcie modelu rynku polskiego. Analizie poddano również modele korzystające z tzw. cen węzłowych energii, w których technicznie dopuszczalny rozkład generacji uzyskiwany jest bezpośrednio w wyniku różnicowania cen rynkowych w poszczególnych obszarach (węzłach) sieci. Rozważono i porównano opracowane modele optymalizacyjne bilansowania mających postać zadań liniowych ciągłych wielkiej skali oraz zadań dyskretno-ciągłych, zdefiniowanych na horyzoncie jedno- i wieloetapowym. Porównano efektywność rozwiązywania opracowanych modeli optymalizacyjnych, przy czym analizę poparto wynikami eksperymentów obliczeniowych, korzystając z uproszczonego modelu polskiej sieci przesyłowej.

## 2. Model zadania bilansowania

W każdym etapie dynamicznego modelu bilansowania muszą być spełnione liczne ograniczenia techniczne systemu, w tym ograniczenia sieciowe [2]. W szczególności suma algebraiczna produkcji, odbioru oraz dopływów w każdym węźle sieci musi być równa zero, natomiast przepływ w każdej gałęzi jest wprost proporcjonalny do iloczynu jej admitancji, napięć węzłowych i różnicy kątów fazowych. Ponadto przepływ nie może przekroczyć ograniczenia termicznego gałęzi. Dla każdego podmiotu przyłączonego do węzła wynikowy punkt pracy musi się mieścić w jego dopuszczalnym przedziale lub też być równy zero. W

przypadku uruchamiania jednostek wytwórczych należy uwzględnić ich minimalny czas rozruchu, co wiąże zmienne decyzyjne różnych etapów.

Postać modelu bilansowania systemu wynika z przyjętych przy jego konstrukcji założeń [2, 3]. Część z nich wynika z fizycznych zasad rządzących rozplywem mocy w sieci elektroenergetycznej, inne wynikają z praktycznego doświadczenia specjalistów – energetyków nabytego przy rozwiązywaniu podobnych problemów i są dość arbitralne. Wśród nich można wyróżnić warunek zachowania bilansu energii i istnienie ograniczenia linii przesyłowych. Ograniczenia generacji mocy nie są zadawane *explicite*, lecz są uwzględniane przez odpowiednią modyfikację funkcji kosztu jednostek wytwórczych.

Celem optymalizacji jest maksymalizacja dobrobytu ekonomicznego wszystkich uczestników rynku, czyli różnicy pomiędzy całkowitą korzyścią wynikającą z wykorzystania energii elektrycznej (wyrażona pieniężnie) i kosztami jej pozyskania<sup>2</sup>.

W modelu zadania bilansowania można wyróżnić część ograniczeń związaną z istniejącą infrastrukturą sieci przesyłowej (istniejącego systemu energetycznego) oraz część związaną z poszczególnymi podmiotami (wytwórcami i odbiorcami energii).

#### *Model sieci elektroenergetycznej*

Model matematyczny opisujący pełny rozplyw mocy w sieci elektroenergetycznej (model AC) składa się z zestawu zależności, wiążących parametry elektryczne systemu (rezystancje, reaktancje) z wartościami napięć, prądów i kątów fazowych w węzłach sieci. Jest on dosyć złożony i silnie nieliniowy. Stąd też nie jest łatwy w praktycznym zastosowaniu. W większości przypadków dobre wyniki daje jego modyfikacja, w której pomija się rozplyw mocy biernej, rozważając jedynie moc czynną (model DC).

W rozważanym w niniejszej pracy modelu DC przyjmuje się daleko idące uproszczenia, jeżeli chodzi o model rozplywu mocy w sieci. Biorąc klasyczne równanie na moc płynącą z węzła  $i$  do węzła  $j$  przez linię  $l$ :

$$P_{ijl} = G_l[V_i^2 - V_i V_j \cos(\delta_i - \delta_j)] + \Omega_l V_i V_j \sin(\delta_i - \delta_j) \quad (1)$$

gdzie  $V_i$  i  $V_j$  oznaczają napięcia węzłowe w węzłach  $i$  i  $j$ , a  $\delta_i$  i  $\delta_j$  - przesunięcia fazowe napięcia w tych węzłach, zakłada się, że straty przesyłowe są pomijalne małe<sup>3</sup>, napięcie,

<sup>2</sup>Jest ona równa sumie tzw. nadwyżek producentów i nadwyżek konsumentów. Zob np. [5].

<sup>3</sup>W zaawansowanej wersji modelu uwzględnia się oszacowanie strat przesyłowych poprzez przyjęcie

wyrażone w jednostkach względnych, jest bliskie jedności ( $V_i \approx V_j \approx 1$ ), natomiast różnice przesunięć fazowych napięcia w sąsiednich węzłach są na tyle małe, że można przyjąć  $\cos(\delta_i - \delta_j) \approx 1$  i  $\sin(\delta_i - \delta_j) \approx \delta_i - \delta_j$ .

Dzięki tym założeniom można wyeliminować zależność mocy przesyłanej przez linie od napięć węzłowych i otrzymać następującą liniową zależność mocy przesyłanych od przesunięć fazowych w węzłach:

$$P_l = \Omega_l(\delta_i - \delta_j) \quad (2)$$

To zaś oznacza, że zakładamy istnienie całkowicie liniowej zależności mocy przesyłanych liniami od mocy wprowadzanej do węzłów. W artykule [1] podkreśla się, że model DC daje dobre wyniki, o ile system pracuje z dużym zapasem stabilności i utrzymywany jest znamionowy poziom napięć w sieci. W szczególności jeżeli występują aktywne ograniczenia napięć węzłowych, liniowy model DC przestaje być adekwatny ze względu na silnie nieliniowy charakter tych ograniczeń. W takim przypadku konieczne jest zastosowanie pełnego modelu AC [6], [1].

Niech  $n_l + 1$  oznacza liczbę węzłów sieci elektroenergetycznej. Węzeł o numerze  $n_l + 1$  to węzeł bilansujący, dla którego moc wprowadzana do węzła jest jednoznacznie określona<sup>4</sup> przez wektor mocy wprowadzanych do pozostałych węzłów.  $R_l$  i  $X_l$  to odpowiednio rezystancja i reaktancja linii  $l$ ,  $l = 1, \dots, n_L$ .  $M$  to macierz incydencji sieci o wymiarze  $[n_L \times n_l + 1]$  i elementach ze zbioru  $\{0, 1, -1\}$ . Jeżeli linia  $l$  ma swój początek w węźle  $i$ , a koniec w węźle  $j$ , to  $m_{ij} = 1 = -m_{ji}$ .

Dla uproszczenia postaci wzorów przyjmuje się następujące oznaczenia:

$$G_l = \frac{R_l}{R_l^2 + X_l^2} \quad \Omega_l = \frac{X_l}{R_l^2 + X_l^2}$$

oraz definiuje macierz  $\Omega$  jako macierz diagonalną, w której na przekątnej znajdują się elementy  $\Omega_l$ , i macierz  $\Gamma$  jako macierz diagonalną, w której na przekątnej znajdują się elementy  $\frac{G_l}{\Omega_l^2}$ .

następującej zależności mocy wprowadzanych do węzłów od mocy transmitowanych liniami przesyłowymi:

$$P^G - P^L = M^T P - \frac{1}{2} \Gamma M^T [P^2]$$

gdzie  $[P^2]$  oznacza macierz diagonalną, w której na przekątnej znajdują się wyrazy  $(P^2)$ .

<sup>4</sup> Wynika to z zasady zachowania energii (przy zaniedbaniu strat przesyłowych).

Stan sieci elektroenergetycznej opisują następujące zmienne stanu:  $P^L = (P_i^L)$  - wektor poboru mocy czynnych w węzłach,  $i = 1, \dots, n_I + 1$ ;  $P^G = (P_i^G)$  - wektor mocy czynnych wprowadzanych do węzłów,  $i = 1, \dots, n_I + 1$ ;  $P^N = (P_i^N)$  - wektor mocy czynnych netto wprowadzanych do węzłów,  $P_i^N = P_i^G - P_i^L$ ,  $i = 1, \dots, n_I + 1$ ;  $\delta = (\delta_i)$  - wektor przesunięć fazowych napięcia węzłowego względem węzła odniesienia (bilansującego), gdzie z definicji  $\delta_{n_I+1} = 0$ ,  $i = 1, \dots, n_I$ ;  $P_{ab}$  - moc czynna płynąca z węzła  $a$  do węzła  $b$ . Stosuje się zamiennie oznaczenie  $P_l$ , gdzie  $l$  oznacza indeks linii przesyłowej.

Oznaczmy ponadto wektory odnoszące się do wszystkich węzłów sieci łącznie z węzłem bilansującym przez dodatkowy indeks ( $S$ ), np.  $P^{L(S)}$ . Dane są również funkcje kosztu  $K_G(P^G)$  i korzyści  $K_L(P^L)$  z odbioru energii elektrycznej, definiowane jako pola pod krzywymi, odpowiednio: podaży i popytu w danym węźle (określonymi przez oferty składane przez dostawców i odbiorców energii). Funkcje podaży i popytu są danymi funkcjami kawałkami liniowymi.

Dodatkowo  $J_i^G$  i  $J_i^L$  niech oznaczają odpowiednio: zbiór jednostek wytwórczych w węźle  $i$  oraz zbiór podmiotów odbiorczych w węźle  $i$ .

#### Model problemu

Mając na uwadze powyższe założenia, ogólny model zadania optymalnego rozplywu OPF DC (Optimal Power Flow) stosowany w metodzie cen węzłowych możemy zapisać następująco:

$$\max_{P^G(S), P^L(S)} K_L(P^{L(S)}) - K_G(P^{G(S)}) \quad (3)$$

przy ograniczeniach:

Zachowanie mocy

$$\sum_{i=1 \dots n_L} m_{li} P_l + P_i^G - P_i^L = 0 \quad \forall i = 1 \dots n_I + 1 \quad (4)$$

Prawa Kirchhoffa i Ohma

$$P_l - \Omega_l \sum_{i=1 \dots n_I+1} m_{li} \delta_i = 0 \quad \forall l = 1 \dots n_L \quad (5)$$

Ograniczenia na przepływ mocy w liniach

$$-P_l^{\max} \leq P_l \leq P_l^{\max} \quad \forall l = 1 \dots n_L \quad (6)$$

Ponadto uwzględniając punkty pracy pojedynczych jednostek i odbiorców, należy dodać zależności:

$$P_i^L = \sum_{j \in J_i^L} P_{ij}^L \quad P_i^G = \sum_{j \in J_i^G} P_{ij}^G \quad \forall i = 1 \dots n_I + 1 \quad (7)$$

Dla modelu służącego do wyznaczenia cen węzłowych energii dla odbiorców wprowadza się ograniczenia sztywne na pobór mocy:

$$P_i^L = \bar{P}_i^L \quad \forall i = 1 \dots n_I + 1 \quad (8)$$

### Model dynamiki i ograniczenia jednostek wytwórczych

Wprowadźmy następujące oznaczenia:

- $J$  - zbiór jednostek wytwórczych,
- $H$  - horyzont optymalizacji,
- $P_{jh}$  - punkt pracy jednostki  $j$  w godzinie  $h$ ,
- $P_{jh}^{\min}, P_{jh}^{\max}$  - minimalny i maksymalny punkt pracy jednostki  $j$ ,
- $v_{jh}$  - binarny znacznik pracy jednostki  $j$  w godzinie  $h$ ,
- $r_{jh}$  - binarny znacznik zakończenia rozruchu jednostki  $j$  w godzinie  $h$ ,
- $T_j$  - minimalny czas uruchamiania jednostki  $j$ ,
- $T_j^0$  - czas uruchamiania jednostki  $j$  na początku okresu optymalizacji.

Ograniczenia jednostek na zakres pracy

$$v_{jh} P_{jh}^{\min} \leq P_{jh} \leq v_{jh} P_{jh}^{\max} \quad \forall j \in J, h \in H \quad (9)$$

Ograniczenia dynamiki związane z uruchamianiem jednostek

$$v_{jh} - v_{j,h-1} \leq r_{jh} \quad \forall j \in J \quad \forall h \in H \quad (10)$$

$$v_{jh} \geq r_{jh} \quad \forall j \in J \quad \forall h \in H \quad (11)$$

$$v_{jh} + \sum_{t \in T_j} r_{j,h+t} \leq 1 \quad \forall j \in J \quad \forall h \in H \quad (12)$$

$$\sum_{t \in T_j^0} r_{j,t-1} = 0 \quad \forall j \in J \quad (13)$$

W zależności od uwzględnianych grup ograniczeń możemy wyróżnić następujące warianty modelu bilansowania:

- Model rozplywu - model DC lub AC.

- Dynamika - model jedno- lub wieloetapowy.
- Ograniczenia przepustowości linii - model z ograniczeniami przesyłu i bez tych ograniczeń (czysto finansowy model rynku).
- Ograniczenia generacji - model uwzględniający rzeczywiste ograniczenia pracy jednostek wytwórczych (zakres elastyczności generacji, wymagania rozruchów jednostek).
- Elastyczność odbioru - pełny model rynkowy lub model zapewniający pokrycie prognozowanego zapotrzebowania (minimalizacja technicznych kosztów produkcji).

### 3. Symulacje

Podstawowym celem doświadczeń było zbadanie efektywności analizowanych modeli optymalizacyjnych dla systemu możliwie zbliżonego do rzeczywistej sieci przesyłowej oraz wpływu jego parametrów (właściwości) na możliwości obliczeniowe (np. wpływu rozmiarów sieci, elastyczności, ograniczeń i horyzontu).

Doświadczenia przeprowadzono na modelu sieci zbliżonym do Krajowego Systemu Przesyłowego (dane z KDM). Sieć ta miała następujące parametry:

- 163 węzły, 435 linii przesyłowych,
- 72 jednostki wytwórcze przyłączone w 22 węzłach sieci,
- 132 podmioty odbiorcze (132 węzły, w których istniał pobór energii z sieci).

Zastosowano dwustronny model rynkowy - generowane były losowe oferty (o założonych wartościach oczekiwanych, opartych na danych jednostek wytwórczych i przewidywanym zapotrzebowaniu) zarówno sprzedaży, jak i zakupu energii. Przyjęto schodkowe oferty ze stałymi cenami dla bloków energii (nierosnące dla podmiotów kupujących oraz niemalejące dla sprzedających), modelujące kawałkami liniowe krzywe kosztów lub zysków. Liczba schodków była w przedziale od 2 do 6.

Doświadczenia symulacyjne przeprowadzone zostały w oparciu o pakiet bibliotek optymalizacyjnych CPLEX 6.5, na sprzęcie klasy PC (Pentium II, 300MHz, 128MB RAM) z systemem operacyjnym Windows NT 4.0 Server. Poniżej przedstawiono wybrane wyniki.

Tablica 1

Rozmiary zadania i rozwiązywalność w zależności od horyzontu optymalizacji

H	Liczba zmiennych	Liczba ograniczeń	Liczba el. macierzy ograniczeń	Liczba zmiennych binarnych	Czas obliczeń [s]
2	3182	4619	11656	812	8
3	4773	6972	17774	1218	15
4	6364	9599	24440	1624	27
5	7955	12213	31080	2030	37
6	9546	14565	37196	2436	46
8	12728	19661	50212	3248	93
10	15910	24352	62418	4060	142
12	19092	29853	75836	4872	287
14	22274	34196	87754	5684	348
16	25456	39175	100536	6496	438
18	28638	44141	113292	7308	482
20	31820	49241	126316	8120	625 <sup>5</sup>

Rozmiary zadania optymalizacji proporcjonalnie zależą zarówno od rozmiarów analizowanej sieci, jak i horyzontu optymalizacji (tabela 1) oraz od wariantu zadania (uwzględnianych ograniczeń). Zaobserwowano (w wielu przypadkach) znaczące zmniejszenie rozmiarów zadania po zastosowaniu presolvera (od 10 do nawet 60%). Na czas obliczeń silny wpływ ma rozważany horyzont optymalizacji.

Jeśli chodzi o elastyczność podmiotów przyłączonych do sieci, to jej wpływ na trudności obliczeniowe był niewielki (tabela 2) (nieco szybciej znajdowane było rozwiązanie optymalne przy mniejszej elastyczności). Pominięcie natomiast ograniczeń, związanych z maksymalną przepustowością linii (model czysto rynkowy), powodowało, że zadanie było znacznie łatwiejsze do rozwiązania (kilkakrotnie). Zauważono także wpływ danych liczbowych na czas obliczeń (np. przy tym samym wariancie modelu, ale innych danych ofertowych). Ogólnie można stwierdzić, iż zadania na horyzoncie około 20-godzinny dają się dosyć dobrze rozwiązywać <sup>7</sup>.

<sup>5</sup> Rozwiązanie z dokładnością 5 procent w podanym czasie.

<sup>6</sup> Dla sieci o rozmiarach porównywalnych z Krajowym Systemem Przesyłowym (najwyższych napięć).



Tablica 2

## Wpływ elastyczności na rozwiązywalność zadania

Elastyczność generacji	Elastyczność odbioru	Czas obliczeń	Wartość funkcji celu
10	0	13	4242389
10	50	14	4242389
30	0	16	4246285
30	50	16	4246285
50	0	14	4243154
50	50	15	4243154

#### 4. Podsumowanie

Analiza i symulacje omawianych wariantów modelu bilansowania systemu elektroenergetycznego pokazują, że są one możliwe do zastosowania w rzeczywistych warunkach krajowego systemu przesyłowego. Badane modele bilansowania dają bardzo dobre wyniki, jeśli chodzi o globalny dobrobyt ekonomiczny. Metoda pozwala różnicować ceny energii w zależności od lokalizacji punktu przyłączenia do sieci (węzła) podmiotu generującego lub odbierającego energię elektryczną [1, 7]. Powoduje to powstawanie sygnałów ekonomicznych dla uczestników rynku i inwestorów, co w dłuższym okresie powinno zaowocować ewolucją infrastruktury systemu w kierunku bardziej ekonomicznej i efektywnej. Ponadto metoda oparta na wyznaczaniu cen węzłowych umożliwi wycenę dodatkowych usług systemowych, które są niezbędne dla stabilnej, bezpiecznej i niezawodnej pracy systemu. Autorzy uważają, że metodę cen węzłowych należy uwzględnić w perspektywie rozwoju rynku energii w Polsce.

#### LITERATURA

1. Hogan W., Read E. G., Ring B.: Using Mathematical Programming for Electricity Spot Pricing, *International Transactions on Operation Research*, vol. 3, no. 3/4, pp. 209-221, 1996.
2. Scheppe F. C., Caramanis M. C., Tabors R. D., Bohn R. E.: *Spot Pricing of Electricity*, Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 1988.
3. Hogan W.: Contract Networks for Electric Power Transmission: Technical Reference, *Journal of Regulatory Economics*, v. 4, no. 3, 1992.

4. Read E. G., Ring B.: Dispatch Based Pricing: Philosophy and Methodology. Zob. Turner A. J. (Ed): Dispatch Based Pricing, Trans Power (NZ) Ltd., Wellington 1995.
5. Mas-Colell A., Whinston M. D., Green J. R.: Microeconomic Theory, Oxford University Press, 1995.
6. Wood A. J., Wollenberg B. F.: Power Generation, Operation and Control, John Wiley and Sons, Inc., 1996.
7. Toczyłowski E., Zadora-Przyłęcki K., Tomczyk K.: Usuwanie ograniczeń na rynku energii elektrycznej za pomocą metody cen węzłowych. Materiały VII Konferencji N-T *Rynek Energii Elektrycznej*, Kazimierz Dolny, 27-29 kwietnia 2000, str. 129-138.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. M. Zaborowski

### Abstract

Paper presents a set of mathematical optimization models, which can be applied by System Operator (SO) on the balancing of the energy spot market. The primary objective of the balancing process is to set the generation and load values at the network nodes in a way, that all system and technical constraints (e.g. transmission lines thermal constraints, node voltage constraints, dynamic start up power plants constraints and others) are satisfied. Models which use the energy nodal prices, in which a feasible generation distribution comes directly from market generation and load offers, are also analysed. We consider balancing models on single-stage as well as on multi-stage scheduling horizon. Special attention was paid to efficiency of presented models. Some results of the computer simulations are also given.