ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1975
Seria: Energetyka z. 53 Nr kol. 420

Stefan Postrzednik
Instytut Techniki Cieplnej

OGRANICZENIE PRĘDKOŚCI CZYNNIKA PRZEPŁYWAJĄCEGO W RUROCIĄGU DIATERMICZNYM

Streszczenie: W pracy wyznaczono graniczną prędkość przepływu czynnika w rurociągu diatermicznym. Określono kryterium determinujące tę wielkość.

Ważniejsze oznaczenia

c_p - ciepło właściwe czynnika przy stałym ciśnieniu,
D - średnica wewnętrzna rurociągu,
i - entalpia czynnika,
K - liczba charakterystyczna (kryterium),
$\dot{m}$ - masa strumienia czynnika,
p - ciśnienie czynnika w rurociągu,
q - ciepło dopływające,
R - stała indywidualna gazu,
S - entropia czynnika,
T - temperatura bezwzględna czynnika,
w - prędkość przepływu czynnika,
v - objętość właściwa,
x - współrzędna rurociągu wzdłuż drogi przepływu czynnika,
$\dot{\mathcal{S}}$ - suma przyrostów entropii,
ω - zredukowana prędkość,
$\varkappa$ - stosunek ciepeł właściwych c_p/c_v.

Stosowano indeksy

$)_s$ - przy procesie adiatermicznym,
$)_T$ - przy procesie izotermicznym,
$)_{max}$ - dla wielkości maksymalnych.

1. Uwagi wstępne

Prędkość czynnika przepływającego w rurociągu w sposób ustalony nie może być dowolna. Występuje tutaj zwykle kilka ograniczeń prędkości. Jednym z nich jest ograniczenie typu termodynamicznego.

Parametry termiczne czynnika przepływającego w rurociągu można dla dowolnego miejsca określić w oparciu o równanie I zasady termodynamiki oraz równanie ciągłości przepływu.

W każdym miejscu rurociągu wzdłuż drogi przepływu czynnika spełniona również musi być II zasada termodynamiki w odniesieniu do przepływającego czynnika.

Druga zasada termodynamiki wymaga, aby dla czynnika w każdym miejscu kanału zachodziła zależność

$$d\dot{\mathcal{K}} \geqslant 0 \tag{1}$$

przy czym

$$d\dot{\mathcal{K}} = d\,\dot{S}_{zm} + d\,\dot{S}_{zc} \tag{2}$$

gdzie:

$d\,\dot{S}_{zm}$ – elementarna lokalna szybkość zmian entropii źródeł masy,

$d\,\dot{S}_{zc}$ – miejscowa szybkość zmian entropii źródeł ciepła.

W oparciu o równanie I zasady termodynamiki oraz warunek $d\dot{\mathcal{K}} = 0$ wyznaczyć można maksymalną prędkość, jaką może uzyskać czynnik podczas przepływu w danym rurociągu.

W literaturze [1] podawane są dwa przypadki szczególne:

– dla przepływu adiatermicznego

$$w_{max,s} = a_s = \sqrt{-v^2\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s} \tag{3}$$

przy czym w przypadku gazów doskonałych

$$a_s = \sqrt{\varkappa RT} \tag{4}$$

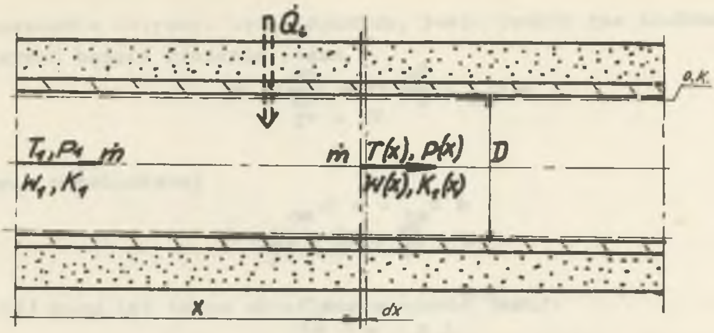
– dla przepływu izotermicznego

$$w_{max,T} = a_T = \sqrt{-v^2\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T} \tag{5}$$

w przypadku gazów doskonałych

$$a_T = \sqrt{RT} \tag{6}$$

Cytowane wyżej dwa rodzaje przepływu czynnika są tylko pewnymi szczególnymi przypadkami zjawiska ogólnego, dowolnego przepływu diatermicznego (rys. 1). Dla takiego przepływu maksymalna prędkość czynnika będzie różna od podanych wyżej.



Rys. 1. Fragment rurociągu diatermicznego

2. Ogólne zależności termodynamiczne

Równanie bilansu energii czynnika płynącego w poziomym kanale ma postać [1], [2]:

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) = - di + dq \tag{7}$$

gdzie:

w - średnia prędkość czynnika w danym miejscu kanału,

i - entalpia płynu,

q - ciepło jakie dopływa do czynnika.

Różniczkę entalpii di w ogólnym przypadku wyznaczyć należy z równania

$$di = c_p \, dT + \left[v - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p\right] dp \tag{8}$$

w którym

c_p - oznacza ciepło właściwe płynu przy stałym ciśnieniu.

Elementarne ciepło dq, o które uboższe są źródła zewnętrzne, może być przyjmowane z góry jako wielkość znana, lub wynikać z obliczeń - w zależności od warunków wymiany (przenikania) ciepła.

Bilansowany układ pokazany jest na rys. 1. Osłona kontrolna prowadzona tuż przy ściankach rurociągu obejmuje tylko sam czynnik przepływający, posiadający w danym miejscu wyrównaną wzdłuż przekroju prędkość w(x) oraz temperaturę T(x).

Dla dowolnego czynnika różniczka entropii wynosi

$$d\,\dot{S}_{zm} = \dot{m}\, d\, s_{zm} \tag{10}$$

gdzie:

$$d\,s_{zm} = \frac{c_p}{T}\,dT - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p dp \qquad (11)$$

zaś

$$d\,\dot{S}_{zc} = \dot{m}\,ds_{zc} \qquad (12)$$

oraz

$$d\,s_{zc} = -\frac{dq}{T} \qquad (13)$$

Korzystając z równania bilansu I zasady termodynamiki dla dowolnej przemiany czynnika

$$d\,q_c = di - vdp \qquad (14)$$

w którym

$$d\,q_c = dq + dl_f \qquad (15)$$

gdzie:

dl_f – oznacza elementarną pracę (ciepło) tarcia płynu przepływającego w rurociągu.

Można również (7) sprowadzić do postaci

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) = -\,vdp - dl_f \qquad (16)$$

Elementarna praca tarcia jest określona wzorem

$$dl_f = \lambda_f\,\frac{w^2}{2D}\,dx \qquad (17)$$

gdzie:

λ_f – jest liczbą tarcia,

D – średnica wewnętrzna rurociągu.

Równanie ciągłości strugi dostarcza nam zależności

$$\frac{dw}{w} - \frac{dv}{v} = 0 \qquad (18)$$

Przy pomocy równań (7), (16), (17), (18) oraz równania stanu czynnika $f(T, p, v) = 0$ można określić dla dowolnego miejsca x w rurociągu wszystkie parametry czynnika:

$$T(x), \quad p(x), \quad w(x), \quad v(x), \quad q(x). \qquad (19)$$

Dalsze rozważania dotyczyć będą czynnika, jakim będzie gaz doskonały.
Obowiązywać będzie równanie stanu

$$pv = RT \tag{20}$$

lub w formie różniczkowej

$$\frac{dp}{p} + \frac{dv}{v} - \frac{dT}{T} = 0 \tag{21}$$

Funkcje (19) mogą być teraz określone w sposób jawny.

3. Maksymalna prędkość przepływu czynnika

Dla gazu doskonałego równanie ciągłości przepływu czynnika w rurociągu może być zapisane w formie

$$\frac{w \cdot p}{T} = C_1 = \text{idem} \tag{22}$$

gdzie:

$$C_1 = \frac{w_1 \cdot p_1}{T_1} = \left(\frac{\dot{m}}{A}\right) R, \quad A = \frac{\pi D^2}{4} \tag{23}$$

Podstawiając równanie (21) do (18) otrzymuje się różniczkowy zapis

$$\frac{dw}{w} + \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T} = 0 \tag{24}$$

Korzystając z zależności (22), (24), (20) można równanie (7) sprowadzić do postaci

$$\left[C_1^2 \frac{T}{p^2} + c_p\right] dT = C_1^2 \frac{T^2}{p^3} dp + dq \tag{25}$$

zaś warunek $d\dot{\mathcal{H}} = 0$ oraz zależności (2), (10), (11), (12), (13) dają równanie

$$c_p\, dT = \frac{RT}{p} dp + dq \tag{26}$$

Z równań (26) i (25) otrzymuje się

$$\left(\frac{\partial q}{\partial p}\right) = c_p \frac{T}{p} - \frac{R}{C_1^2} c_p \cdot p - R \frac{T}{p} \tag{27}$$

Uwzględniając w równaniu (27) zależność (22) dostaje się równanie warunku

$$w^2 - \frac{C_1}{R} (\varkappa - 1) \frac{dq/dx}{dp/dx} w - \varkappa RT = 0 \tag{28}$$

Równanie to łatwo rozwiązać ze względu na prędkość w; rozwiązanie to jest następujące

$$W_{1,2} = \frac{1}{2}\left[-K_1 \pm\sqrt{K_1^2 + 4\varkappa RT}\right] \tag{29}$$

gdzie:

$$K_1 = -\frac{C_1}{R}(\varkappa - 1)\frac{dq/dx}{dp/dx} \tag{30}$$

Pochodna dp/dx jest zawsze ujemna, zaś dq/dx może przyjmować dowolne wartości, a więc takiegoż również znaku będzie wielkość K_1.

Ponieważ prędkość $w > 0$, a więc jako jedyne rozwiązanie (29), określające maksymalną prędkość przepływu czynnika należy przyjąć

$$W_{max} = \frac{1}{2}\left[-K_1 + \sqrt{K_1^2 + 4\varkappa RT}\right] \tag{31}$$

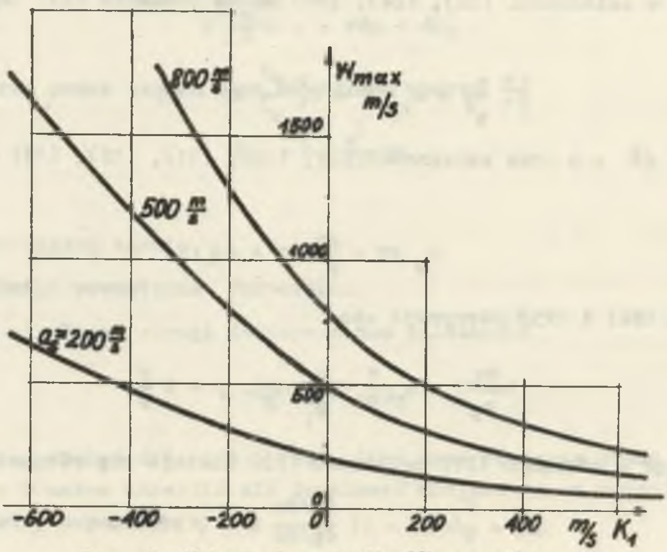
W oparciu o zależność (22) uzyskuje się prostszy zapis wielkości K_1 - równanie (30)

$$K_1 = -\left(\frac{\dot{m}}{A}\right)(\varkappa - 1)\frac{dq/dx}{dp/dx} \tag{32}$$

zaś równanie (31) w połączeniu z (4) może być zapisane w formie

$$W_{max} = \frac{1}{2}\left[-K_1 + \sqrt{K_1^2 + 4\,a_s^2}\right] \tag{33}$$

Równanie (33) zobrazowane jest na rysunku 2.



Rys. 2. Maksymalna prędkość czynnika

Przypadki szczególne:

- przepływ adiatermiczny: $dq/dx = 0$, $K_1 = 0$
  wówczas z (33) wynika, że

$$W_{max,s} = a_s = \sqrt{\varkappa RT}$$

- przepływ izotermiczny $\frac{\partial q}{\partial p})_T = - v = - \frac{RT}{p}$, $K_1 = (\frac{\dot{m}}{A})\ (\varkappa - 1)\ \frac{RT}{p} = w(\varkappa - 1)$

  co podstawione w równaniu (33) daje

$$W_{max,T} = a_T = \sqrt{RT}$$

Aby znaleźć prędkość W_{max} w dowolnym przypadku należy obliczać wielkość $K_1(x)$ z równania (32) w danym miejscu x rurociągu, obliczać prędkość W_{max} na podstawie równania (33) i porównywać tę wielkość z aktualną prędkością $w(x)$ czynnika w rurociągu.

Możliwe są tylko do przyjęcia takie stany czynnika, dla których $w(x) \leqslant W_{max}(x)$.

Miejsce $x = L$, dla którego $w(L) = W_{max}(L)$, określa maksymalną długość rurociągu L przepuszczającą dane zagęszczenie masy $(\dot{m}/A)$ lub odwrotnie określa maksymalną przepustowość rurociągu (m/A) dla danej jego długości L.

Wielkość K_1 ma wymiar prędkości $[m/s]$.

Jeżeli $K_1 = \frac{4}{\sqrt{5}} \cdot a_s$ wówczas $W_{max} = K_1$.

Dla wielkości $K_1 > 0$, tzn. $dq/dx > 0 \rightarrow T < T_0$ $W_{max} < a_s$ i odwrotnie: jeżeli $K_1 < 0$ tzn. $dq/dx < 0 \rightarrow T > T_0$, $W_{max} > a_s$.

4. Kryterium adiatermiczności przepływu czynnika w rurociągu

Równanie (33) wygodnie będzie sprowadzić do postaci zredukowanej.

Wprowadzone zostaną następujące wielkości zredukowane:

- zredukowana prędkość maksymalna

$$\omega_{max} = \frac{W_{max}}{a_s} \tag{34}$$

- zredukowana wielkość (kryterium)

$$K \overset{df}{=} \frac{K_1}{a_s}, \tag{35}$$

wtedy

$$K = -\left(\frac{\dot{m}}{A}\right)\frac{\varkappa - 1}{\sqrt{\varkappa RT}}\,\frac{dq/dx}{dp/dx} \tag{36}$$

lub na podstawie równań (36), (22), (23), (4)

$$K = -\varkappa(\varkappa - 1)\,\frac{w \cdot p}{a^3}\,\frac{dq/dx}{dp/dx} \tag{37}$$

$$K = -\varkappa(\varkappa - 1)\,\frac{w_1\,p_1}{a_s^3}\,\frac{T}{T_1}\,\frac{dq/dx}{dp/dx} \tag{38}$$

Wprowadzając wielkości zredukowane do równania (33) uzyskuje się

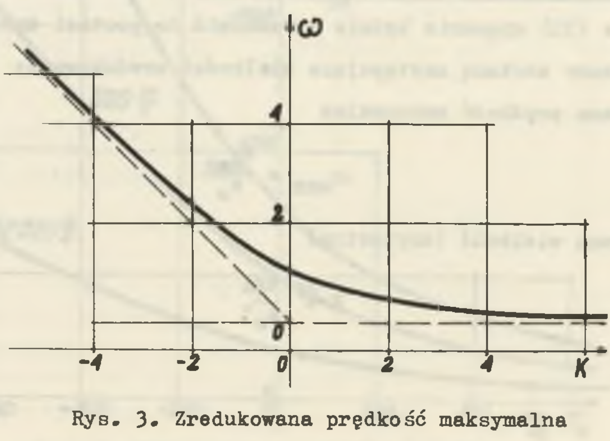
$$\omega_{max} = \frac{1}{2}\left[-K + \sqrt{K^2 + 4}\right] \tag{39}$$

Równanie (39) pokazuje obrazowo rysunek 3.

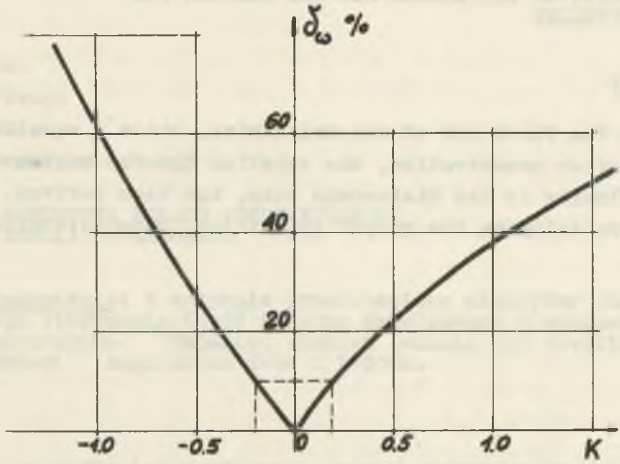
Liczba K może być uznana za kryterium adiatermiczności przepływu czynnika w rurociągu. Przepływ jest ściśle adiatermiczny, jeżeli K = 0, wtedy $\omega_{max} = 1$. Dla wartości liczb K bliskich zeru dopuszczalne jest przyjęcie założenia, że przepływ czynnika w rurociągu jest adiatermiczny. Miarą może tutaj być odchylenie wartości $\left|\omega_{max}\right|$ od liczby jedności. Przyjmując np. $\delta_{\omega} = 10\%$ odczylenie, tzn. $\left|\omega_{max}\right| \leqslant 1 \pm 0{,}10$ uzyskuje się $|K| \leqslant 0{,}193$ rysunek 4.

Proponuje się wobec powyższego przyjąć graniczny przedział kryterium adiatermiczności przepływu czynnika w kanale

$$|K| \leqslant 0{,}20$$



Rys. 3. Zredukowana prędkość maksymalna



Rys. 4. Względna odchylenie prędkości maksymalnych

Dla $|K| > 0{,}20$ przepływu czynnika nie można traktować jako adiatermiczny. Istnieje prawdopodobnie możliwość wystąpienia sytuacji, kiedy w danym rurociągu przepływ czynnika na pewnym odcinku może być traktowany jako adiatermiczny natomiast dalej już nie.

LITERATURA

[1] Ochęduszko St.: Termodynamika stosowana, Warszawa, 1970.
[2] Szargut J.: Teoria procesów cieplnych, Warszawa, 1973.

Praca wpłynęła do Redakcji w kwietniu 1974 roku.

МАКСИМАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ ГАЗА ТЕКУЩЕГО
В ДИАТЕРМИЧЕСКОМ ТРУБОПРОВОДЕ

Р е з ю м е

На основании I закона термодинамики, уравнения состояния и закона неразрывности, выведено уравнение для определения максимальной скорости агента текущего в диатермическом трубопроводе. Поданы критерии, определяющие основные величины.

MAXIMAL VELOCITY OF THE MEDIUM FLOWING THROUGH THE DIATHERMIC PIPELINE

S u m m a r y

Basing on the first law of thermodynamics, state's equation and the law of the matter conservation, the equation for the maximum velocity of the medium flowing in the diathermic tube, has been derived. The formulae for parameters defining the proper quantities, were determined.