

Gerard KOSMAN

Instytut Maszyn i Urządzeń Energetycznych

WYZNACZENIE WSPÓŁCZYNNIKA WNIKANIA CIEPŁA W TURBINACH
DROGĄ ROZWIĄZANIA ODWROTNEGO ZAGADNIENIA PRZEWODZENIA CIEPŁA

Streszczenie. Przedmiotem rozważań jest problem określenia warunków wymiany ciepła w elementach turbin przy zmiennym obciążeniu. Jeżeli dysponuje się wynikami pomiarów temperatury w punktach wewnętrznych badanego elementu to analizowane zagadnienie można rozwiązać rozpatrując odpowiednie zewnętrzne odwrotne zagadnienie przewodzenia ciepła.

W pracy przedstawiono uogólnioną, numeryczną metodę wyznaczania współczynnika wnikania ciepła w elementach turbin. Do rozwiązania sformułowanego zagadnienia zastosowano metodę różnicową, uogólnioną na dowolne układy współrzędnych krzywoliniowych. Przydatność otrzymanych formuł sprawdzono na konkretnym przykładzie obliczeniowym.

Ważniejsze oznaczenia

- A - zbiór punktów brzegowych elementu,
- c - ciepło właściwe,
- H - współczynniki Lamego,
- n - normalna zewnętrzna do powierzchni,
- T - temperatura,
- t - czas,
- Q - strumień ciepła,
- V - zbiór punktów wewnętrznych elementu,
- ΔA - pole powierzchni bocznej elementarnego wielościanu,
- Δl - odległość węzłów,
- ΔV - objętość elementarnego wielościanu,
- r, z, φ - współrzędne walcowe,
- ξ, η, ζ - współrzędne krzywoliniowe,
- α - współczynnik wnikania ciepła,
- ρ - gęstość,
- λ - współczynnik przewodzenia ciepła.

1. Wstęp

Rozwiązanie odwrotnego zagadnienia przewodzenia ciepła w ciałach stałych sprowadza się do wyznaczenia przestrzenno-czasowego przebiegu wielkości charakteryzującej intensywność wymiany ciepła na powierzchni tzn. określenia warunków brzegowych na podstawie informacji o rozkładzie temperatury w badanym obiekcie. Przy założeniu, że przepływ ciepła na powierzchni ogrzewanej określony jest prawem Newtona rozpatrywany problem sprowadza się do wyznaczenia współczynnika wnikania ciepła

$$\alpha = \alpha(\bar{x}, t) \quad \bar{x} \in A_g \quad (1)$$

Postać badanej powierzchni ogrzewanej A_g w ogólnym przypadku może być dowolna. Wiąże się to z różnorodnością postaci konstrukcyjnych elementów turbin cieplnych. Ta sama uwaga odnosi się również do warunków brzegowych na powierzchni nieogrzewanej A_n .

W wielu przypadkach występujących w czasie eksploatacji turbin zmiany temperatur w czasie i stopień nierównomierności nagrzania elementów są tak duże, że wywołują istotne zmiany własności fizycznych materiału, które należy uwzględnić przy rozwiązaniu badanego problemu.

Wymienionym warunkom nie odpowiadają spotykane w literaturze metody, zarówno teoretyczne jak i doświadczalne^{x)}. W związku z tym podjęto próbę opracowania ogólnej metody wyznaczania współczynnika wnikania ciepła w elementach turbin na podstawie danych pomiarowych dotyczących pola temperatur w badanym obiekcie. Niniejsza praca zawiera niektóre rezultaty badań prowadzonych w tym zakresie w Instytucie Maszyn i Urządzeń Energetycznych Politechniki Śląskiej na zlecenie Zakładów Mechanicznych "ZAMECH" w Elblągu.

2. Sformułowanie zagadnienia

Dla rozwiązania odwrotnego zagadnienia przewodzenia ciepła musimy znać:

- a) wymiary geometryczne badanego elementu,
- b) początkowy rozkład temperatury

$$T(\bar{x}, 0) = T_0(\bar{x}), \quad \bar{x} \in V \quad (2)$$

- c) zależność własności fizycznych materiału od temperatury

$$\lambda = \lambda(T), \quad c = c(T), \quad \rho = \rho(T), \quad (3)$$

^{x)} Obszerny przegląd różnych metod wyznaczania współczynnika wnikania ciepła zawarto w [1].

d) przebieg czasowy temperatury czynnika roboczego omywającego badaną powierzchnię

$$T_c = T_c(\bar{x}, t) \quad \bar{x} \in A_g \quad (4)$$

e) rozkład temperatury w badanym elemencie

$$T = T(\bar{x}, t) \quad \bar{x} \in V \quad (5)$$

lub w pewnych jego punktach $\bar{x}_k \in V, (k = 1, 2, \dots)$.

Zagadnienie doboru tych punktów zostanie omówione w dalszej części pracy. Tak sformułowane dane wejściowe jednoznacznie określają rozwiązanie badanego problemu.

Określenie rozkładu temperatury w całym elemencie na drodze doświadczalnej (założenie e) jest praktycznie bardzo utrudnione. W związku z tym punkty pomiaru temperatury metalu odbiera się tylko w pobliżu powierzchni ogrzewanej A_g (w odległości δ do niej) oraz w pobliżu powierzchni nieogrzewanej A_n lub wprost na tej powierzchni.

Powierzchnie, w których mierzymy temperatury, oznaczamy odpowiednio A_1 i A_n (rys. 1). Rozkład temperatury w objętości ograniczonej powierzchniami A_1 i A_n opisuje następujące zagadnienia początkowo-brzegowe

$$\nabla [\lambda(T) \nabla T] = c(T) \rho(T) \frac{\partial T}{\partial t},$$

$$T(\bar{x}, 0) = T_0(\bar{x}), \quad (6)$$

$$T = T_1(\bar{x}, t) \quad \text{dla} \quad \bar{x} \in A_1,$$

$$T = T_n(\bar{x}, t) \quad \text{dla} \quad \bar{x} \in A_n.$$

Po rozwiązaniu tak sformułowanego zagadnienia można ekstrapolować uzyskany rozkład temperatury i ocenić temperaturę oraz jej gradient na powierzchni ogrzewanej elementu, a następnie z zależności

$$\alpha(T_c - T_g) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \quad (7)$$

wyznaczyć współczynnik wnikania ciepła.

Ponieważ dokładne rozwiązanie zagadnienia (6) napotyka na ogromne trudności, do obliczenia współczynnika wnikania ciepła zastosowano metody numeryczne. Sformułowany problem rozwiązano metodą różnicową bezpośrednią, uogólnioną na elementy o dowolnym kształcie geometrycznym [2, 4].

3. Numeryczne rozwiązanie zagadnienia początkowo-brzegowego (6)

Do przybliżonego wyznaczenia nieustalonych pól temperatur największe zastosowanie znajduje metoda różnicowa bezpośrednia otrzymana drogą tworzenia elementarnych bilansów cieplnych przy uwzględnieniu zmienności fizycznych parametrów układu [3, 5].

Obszar ograniczony powierzchniami A_1 i A_n dzielimy na podobszary za pomocą siatki dowolnej, dostosowanej do kształtu zewnętrznej powierzchni ciała (rys. 1). Temperatury wyznaczone będą w punktach położonych na przecięciu płaszczyzn podziału w chwilach $t_1 = 1 \cdot \Delta t$, ($1 = 0, 1, 2, \dots, n$.)

Bilans energii dla elementu przestrzennego, otaczającego punkt $P(\xi, \eta, \zeta)$ położony wewnątrz ciała stałego, jest określony zależnością

$$\Delta U = \sum_m \underline{Q}_{m+\Delta m}, \quad (m = \xi, \eta, \zeta) \quad (8)$$

gdzie:

$\underline{Q}_{m+\Delta m}$, - ilość ciepła przepływającego w czasie Δt przez powierzchnie boczne

$$\underline{Q}_{m+\Delta m} = \lambda(T) \frac{T_{m+\Delta m} - T}{\Delta T_m} \Delta A_{m+\Delta m} \Delta t, \quad (m = \xi, \eta, \zeta) \quad (9)$$

ΔU - przyrost energii wewnętrznej w czasie Δt

$$\Delta U = c(T) \rho(T) \Delta V (T_{t+\Delta t} - T). \quad (10)$$

W podanych zależnościach wprowadzono oznaczenia

$$T \equiv T(\xi, \eta, \zeta, t), \quad (11)$$

$$T_{t+\Delta t} \equiv T(\xi, \eta, \zeta, t + \Delta t).$$

Z formuł (8), (9) i (10) otrzymuje się dla każdego elementu związek różnicowy opisujący nowy stan na podstawie wartości uprzednio określonych

$$T_{t+\Delta t} = B T + \sum_m B_{m+\Delta m} \cdot T_{m+\Delta m}, \quad (m = \xi, \eta, \zeta) \quad (12)$$

gdzie:

$$B = 1 - \sum_m B_{m+\Delta m}$$

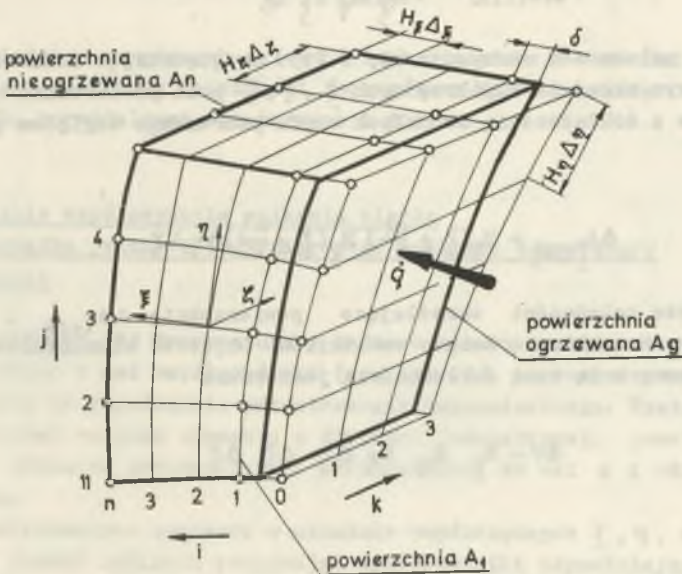
$$B_{m+\Delta m} = \frac{\lambda(T) \Delta t A_{m+\Delta m}}{c(T) \rho(T) \Delta V \Delta l_m} \quad (13)$$

Wielkość kroku czasowego Δt musi być mniejsza od wartości maksymalnie dopuszczalnej, którą wyznaczyć można z warunku

$$B = 0. \quad (14)$$

4. Uogólniona metoda wyznaczania współczynnika wnikania ciepła

Na podstawie wyznaczonego pola temperatur można ocenić temperaturę i jej gradient na powierzchni ogrzewanej A_g . W celu zmniejszenia błędu związanego z ekstrapolacją rozkładu temperatury w ścianie o grubości δ wprowadza się fikcyjne punkty poza elementem (punkty dla $i = 0$ na rys.1).



Rys. 1. Siatka przestrzenna badanego elementu

Jeżeli poszczególne punkty węzłowe oznaczymy przez podanie kolejno i, j, k, l (rys. 1), to dla warstwy $i = 1$ mamy

$$\begin{aligned} T_{1,j,k,l+1} = & B^T T_{1,j,k,l} + B_{0,j,k} T_{0,j,k,l} + B_{2,j,k} T_{2,j,k,l} + \\ & + B_{1,j-1,k} T_{1,j-1,k,l} + B_{1,j+1,k} T_{1,j+1,k,l} + \\ & + B_{1,j,k-1} T_{1,j,k-1,l} + B_{1,j,k+1} T_{1,j,k+1,l} \end{aligned}$$

gdzie:

$$B_{1\pm 1,j,k} = \frac{\lambda \Delta t}{c \rho} \frac{H_\eta (\xi_1 \pm \frac{\Delta \xi}{2}) H_\xi (\xi_1 \pm \frac{\Delta \xi}{2})}{H_\xi^2 H_\eta H_\zeta \Delta \xi^2},$$

$$B_{1,j\pm 1,k} = \frac{\lambda \Delta t}{c \rho} \frac{H_\xi (\eta_j \pm \frac{\Delta \eta}{2}) H_\zeta (\eta_j \pm \frac{\Delta \eta}{2})}{H_\xi H_\eta^2 H_\zeta \Delta \eta^2}, \quad (16)$$

$$B_{1,j,k\pm 1} = \frac{\lambda \Delta t}{c \rho} \frac{H_\xi (\xi_k \pm \frac{\Delta \xi}{2}) H_\eta (\xi_k \pm \frac{\Delta \xi}{2})}{H_\xi H_\eta H_\zeta^2 \Delta \xi^2}.$$

Ostatnie zależności otrzymuje się z (13) uwzględniając dodatkowo, że w krzywoliniowym układzie współrzędnych ξ, η, ζ pola powierzchni bocznych wielościanów z dokładnością do małych rzędu pierwszego względem przyrostu, wynoszą:

$$\Delta A_{\xi \pm \Delta \xi} = H_\eta (\xi \pm \frac{\Delta \xi}{2}) H_\zeta (\xi \pm \frac{\Delta \xi}{2}) \Delta \eta \Delta \zeta \quad (17)$$

Dwie dalsze zależności określające powierzchnie $\Delta A_{\eta+\Delta \eta}$ i $\Delta A_{\zeta+\Delta \zeta}$ otrzymamy przez cykliczną zmianę wektorków. Objętość elementarnego wielościanu obliczona z tą samą dokładnością jest równa

$$\Delta V = H_\xi H_\eta H_\zeta \Delta \eta \Delta \xi \Delta \zeta \quad (18)$$

Ponieważ temperatury w warstwie $i = 1$ są znane z pomiarów z zależności (15) można określić temperatury w warstwie $i = 0$

$$T_{0,j,k,l} = \left[T_{1,j,k,l+1} - B_{1,j,k,l} T_{1,j,k,l} - B_{2,j,k} T_{2,j,k,l} + \right. \\ \left. - B_{1,j-1,k} T_{1,j-1,k,l} - B_{1,j+1,k} T_{1,j+1,k,l} + \right. \\ \left. - B_{1,j,k-1} T_{1,j,k-1,l} - B_{1,j,k+1} T_{1,j,k+1,l} \right] \frac{1}{B_{0,j,k}} \quad (19)$$

Temperatura powierzchni ogrzewanej jest równa

$$T_{g,j,l,k} = T_{0,j,l,k} \frac{\delta}{H_{\xi} \Delta \xi} + T_{1,j,l,k} \left(1 - \frac{\delta}{H_{\xi} \Delta \xi} \right). \quad (20)$$

Zastępując w zależności (7) pochodną cząstkową różnicą skończoną otrzymujemy formułę określającą współczynnik wnikania ciepła

$$\alpha_{j,k,l} = \frac{\lambda}{H_{\xi} \Delta \xi} \frac{T_{0,j,k,l} - T_{1,j,k,l}}{T_{c,j,k,l} - T_{g,j,k,l}} \quad (21)$$

Podstawiając w powyższych zależnościach odpowiednie wartości współczynników Lamego, otrzymamy zależności szczegółowe dla elementów walcowych, sferycznych, toroidalnych, stożkowych i innych.

5. Wyznaczenie współczynnika wnikania ciepła dla przypadku jedno- i dwuwymiarowego rozkładu temperatury w elemencie

Jeżeli założyć, że temperatura w badanym elemencie nie zmienia się w kierunku jednej z osi współrzędnych (np. osi z), to rozpatrywany problem sprowadza się do zagadnienia przestrzennie dwuwymiarowego. Wystarczy zatem rozpatrywać wycinek elementu o długości jednostkowej, powstały przez wycięcie z elementu powierzchniami prostopadkowymi do osi z i oddalonymi o 1 jednostkę.

Wzory obliczeniowe zapisane w układzie współrzędnych ξ, η, z można otrzymać z formuł ogólnych przyjmując współczynniki odpowiadające przepływowi ciepła w kierunku równoległym do osi z równe zeru, tzn.

$$B_{\xi \pm \Delta \xi} = B_{z \pm \Delta z} = 0.$$

Dodatkowo należy przyjąć

$$H_{\xi} = H_{\eta} = 1, \quad \Delta \xi = \Delta \eta = 1.$$

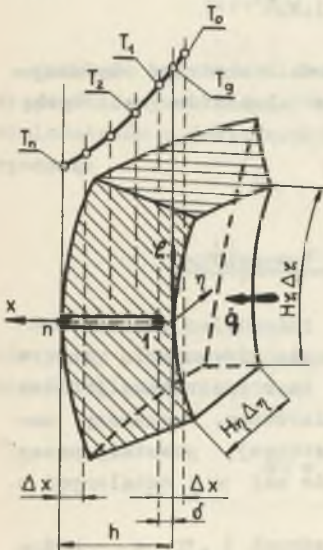
Jeżeli rozkład temperatury w elemencie o kształcie bryły obrotowej jest osiowo-symetryczny, tzn. gradient temperatury w kierunku obwodowym jest równy zeru, to rozpatrywany problem również sprowadza się do pewnego zagadnienia przestrzennie dwuwymiarowego. Badane ciało należy podzielić na elementarne pierścienie o wymiarach liniowych

$$\Delta l_{\xi}, \quad \Delta l_{\eta}, \quad \int_0^{2\pi} dl_{\varphi}$$

Można również rozpatrywać wycinki tych pierścieni powstałe przez wycięcie płaszczyznami południkowymi przechodzącymi przez oś bryły i nachylenymi pod kątem $\Delta \varphi$.

Wzory obliczeniowe zapisane w układzie współrzędnych ξ, η, φ można otrzymać z zależności ogólnych przyjmując współczynniki odpowiadające przepływowi ciepła w kierunku obwodowym równe zeru, tzn.

$$B_{\xi \pm \Delta \xi} = B_{\varphi \pm \Delta \varphi} = 0.$$



Rys. 2. Podział różnicy ciał dla jednowymiarowego zagadnienia przewodzenia ciepła

Rozpatrzmy obecnie przypadek najprostszy, a mianowicie zagadnienie jednowymiarowe. W elemencie powstałym przez wycięcie z badanego ciała powierzchniami krzywoliniowego układu współrzędnych x, η, ξ dobranego odpowiednio do kształtu, ustalamy dwa punkty (1 i n na rysunku 2), w których mierzymy temperatury. Znamy więc przebiegi czasowe temperatur w tych punktach

$$T_1 = T_1(t), \quad T_n = T_n(t).$$

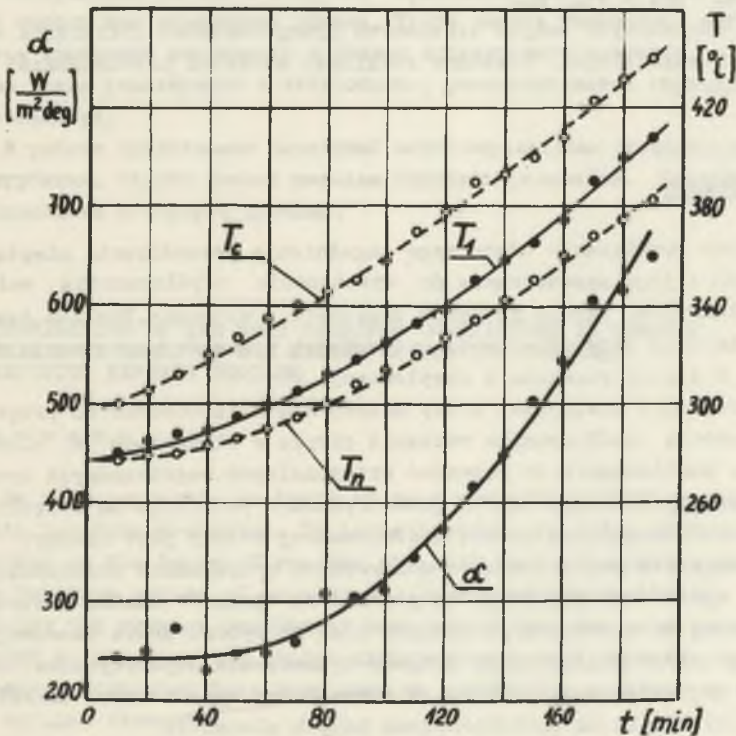
W analizowanym przypadku $H_x = 1$, natomiast współczynniki H_η i H_ξ są funkcjami jedynie zmiennej x . Upraszczają się znacznie podane wyżej ogólne zależności, ponieważ współczynniki B odpowiadające przepływowi ciepła w kierunku osi η i ξ są równe zero, tzn.

$$B_{\eta \pm \Delta \eta} = 0 \quad \text{i} \quad B_{\xi \pm \Delta \xi} = 0.$$

6. Przykład obliczeniowy

W celu zilustrowania przedstawionej metody przeprowadzono, w oparciu o otrzymane zależności, obliczenia współczynnika wnikania ciepła na powierzchni wewnętrznej kadłuba turbiny.

Punktem wyjścia do wyznaczenia współczynnika α w rozpatrywanym przekroju kadłuba były uzyskane z pomiarów temperatury na powierzchni nieogrzewanej oraz w pobliżu powierzchni ogrzewanej (w odległości $\delta = 6$ mm od niej). Przebiegi czasowe temperatur w tych punktach przedstawiono na rysunku 3. Z uwagi na brak informacji o rozkładzie temperatury na brzegach w kierunku obwodowym, do obliczeń przyjęto model jednowymiarowy.



Rys. 3. Przebiegi czasowe temperatur i współczynnika wnikania ciepła

W obliczeniach traktowano ściankę kadłuba jako fragment powłoki walcowej o promieniu wewnętrznym

$$r_w = 0,69 \text{ m}$$

i grubości

$$h = 0,13 \text{ m.}$$

Badany kadłub wykonany jest z staliwa I21HMF. Własności fizyczne tego materiału są określone przez wartości

- współczynnika przewodzenia ciepła

$$\lambda = 35 \frac{\text{W}}{\text{m deg}},$$

- współczynnika wyrównywania temperatury

$$a = 7,5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}.$$

Część ścianki o grubości $h - \delta$ (rys. 2) podzielono na 8 segmentów o stałej grubości $\Delta x = 15,5 \text{ mm}$.

Dla tak określonych danych liczbowych przeprowadzono obliczenia współczynnika wnikania ciepła. Uzyskane rezultaty obliczeń przedstawiono na rysunku 3.

7. Uwagi końcowe

Numeryczne rozwiązanie odwrotnego zagadnienia przewodzenia ciepła w ciałach stałych i jego zastosowanie do wyznaczenia współczynnika wnikania ciepła w elementach turbin ma ważne znaczenie praktyczne. Problem ten jest niezwykle istotny przy określaniu optymalnych warunków nagrzewania elementów turbin w czasie rozruchu i eksploatacji.

Przedstawioną w niniejszej pracy metodę można zastosować do przybliżonego wyznaczenia współczynnika wnikania ciepła w elementach o złożonych kształtach. Zastosowanie do rozważań ortogonalnych współrzędnych krzywoliniowych oraz uogólnionego modelu geometrycznego pozwoliło na zwięźle ujęcie problemu. Niewątpliwą zaletą prezentowanej metody jest niezbyt skomplikowany algorytm postępowania w konkretnych przykładach obliczeniowych. Dokładność wyników obliczeń zależy głównie od wymiarów siatki przestrzennej stosowanej do aproksymacji obszaru oraz od wyboru kroku czasowego Δt .

Podany przykład obliczeniowy dotyczy wyznaczenia współczynnika wnikania ciepła na powierzchni kadłuba. W analogiczny sposób można określić wnikanie ciepła na powierzchniach innych elementów.

LITERATURA

- [1] Chmielniak T., Kosman G.: Opracowanie katalogu współczynników wnikania ciepła w elementach turbin parowych. Praca naukowo-badawcza Instytutu Maszyn i Urządzeń Energetycznych, Gliwice 1974 (nie opublikowana).
- [2] Kutarba K., Chmielniak T., Kosman G.: Badania nieustalonych pól temperatur w złożonych elementach maszyn. Archiwum Budowy Maszyn, z.3, 1971.
- [3] Richtmyer R.D.: Difference Methods for Initial-Value Problems, Interscience Publishers, 1957.
- [4] Rozewicz J.: Przybliżona metoda wyznaczania niestacjonarnego pola temperatur w grubościennych powłokach obrotowych. Archiwum Budowy Maszyn z. 2, 1964.
- [5] Staniszewski R.: Wymiana ciepła. PWN, Warszawa 1963.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОТДАЧИ В ТУРБИНАХ ПУТЕМ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Р е з ю м е

Рассуждения касаются вопросов определения условий теплообмена в элементах турбин при переменном режиме. Чтобы решить указанную задачу по результатам измерений температур в объеме исследуемого элемента, а также температуры среды участвующей в теплообмене, рассматривается обратная задача теплопроводности.

В работе представлен численный метод определения коэффициента теплоотдачи в турбинах. Задача решена методом конечных разностей. Определен коэффициент теплоотдачи в корпусе турбины.

DETERMINATION OF THE HEAT TRANSFER COEFFICIENT IN TURBINE ELEMENTS BY MEANS OF THE METHOD OF SOLVING THE HEAT CONDUCTION REVERSE PROBLEM

S u m m a r y

In this paper the analysis of heat transfer conditions in turbine elements has been presented. In investigations transfer coefficient has been defined on the basis of results obtained from temperature measurements in the interior points of an element. In connection with this, a method of solving the reverse problem of heat conduction has been generalized. This method is based on the finite differences method. Special sets of curvilinear coordinates have been used to enable the application of the method to turbine elements.