ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ

ELEKTRYKA

Z. 74
GLIWICE
1980

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 680

ALEKSANDER ŻYWIEC

WPŁYW LITEGO WIRNIKA NA WŁASNOŚCI ELEKTRODYNAMICZNE MASZYNY SYNCHRONICZNEJ WZBUDZANEJ ZE ŹRÓDŁA ELEKTROMASZYNOWEGO LUB PROSTOWNIKOWEGO

GLIWICE 1980

OPINIODAWCY

Prof. dr hab. inż. Mirosław Dąbrowski

Prof. dr inż. Stefan Roszczyk

REDAKTOR NACZELNY WYDAWNICTW UCZELNIANYCH POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Jan Bandrowski

REDAKTOR DZIAŁU

Zofia Cichowska

SEKRETARZ REDAKCJI

Wojciech Mikołajków

OPRACOWANIE REDAKCYJNE

Kazimiera Rymarz

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0072-4688

Dział Wydawnictw Politechniki Śląskiej
Gliwice, ul. Kujawska 2

Nakł. 200+85 Ark. wyd. 9,22 Ark. druk. 11,5 Papier drukowy kl. V 70x10070 g
Oddano do druku 27.10 1980 Podpis. do druku 2.12.1980 Druk ukończ. w grudniu 1980
Zam. 1312/80 Cena zł 23.—

Skład, fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

SPIS TREŚCI

Str.

1. WSTĘP

1.1. Uwagi ogólne

Analiza własności elektromagnetycznych maszyny synchronicznej jest oparta na dwuosiowym modelu matematycznym maszyny, wprowadzonym przez Parka [37], [45], [50], [74]. Przy uwzględnieniu dwóch zastępczych obwodów elektrycznych wirnika otrzymuje się stosunkowo proste równania, opisujące własności elektromagnetyczne maszyny synchronicznej przy różnych zakłóceniach. W literaturze technicznej z zakresu stanów nieustalonych maszyny synchronicznej spotyka się najczęściej pozycje przedstawiające odpowiednią analizę przy uwzględnieniu dwóch obwodów zastępczych wirnika (np. [1], [31], [32], [35], [37], [39], [43], [44], [45], [51], [67], [68], [74], [87], [91]).

W maszynach synchronicznych o największych mocach stosuje się obecnie coraz częściej prostownikowe źródła wzbudzenia, zbudowane z elementów półprzewodnikowych (diod, tyrystorów). Rozwiązania schematowe oraz własności prostownikowych źródeł wzbudzenia są opisywane w szeregu publikacji (np. [16], [17], [18], [21], [22], [36], [46], [52], [53], [93], [94]). Prostownikowe źródła wzbudzenia powodują zmienność parametrów obwodu wzbudzenia przy zmianach prądu wzbudzenia maszyny synchronicznej, co wynika z właściwości jednokierunkowego przewodzenia prądu oraz z uwzględnienia zmienności procesu komutacji faz układu prostownikowego w kolejnych zakresach zmian prądu obciążenia [21], [22], [41], [47], [65], [81], [84], [94]. W obliczeniach przebiegów nieustalonych maszyny synchronicznej o prostownikowym źródle wzbudzenia trzeba zatem uwzględnić własności źródła wzbudzenia oraz własności samej maszyny. Aby możliwe było uwzględnienie zmiennych własności źródła wzbudzenia, trzeba podzielić obliczenia przebiegów nieustalonych na poszczególne przedziały czasowe. Zagadnienie własności elektromagnetycznych maszyny synchronicznej o prostownikowym źródle wzbudzenia było tematem szeregu prac naukowo-badawczych wykonywanych przez autora. Rezultaty tych prac przeprowadzonych dla maszyny synchronicznej o dwóch zastępczych obwodach wirnika w osi wzdłużnej i w osi poprzecznej przedstawiono w publikacjach [60], [61], [62], [63], [64], [94].

Z porównania rezultatów obliczeń stanów nieustalonych, wykonanych na podstawie modelu maszyny synchronicznej o dwóch zastępczych obwodach wirnika w osi wzdłużnej i w osi poprzecznej, z rezultatami pomiarów wynika wniosek, że taki model odwzorowuje dość dobrze zjawiska występujące w ma-

szynach małej mocy oraz w maszynach jawnobiegunowych - hydrogeneratorach. Natomiast w przypadku zastosowania takiego modelu matematycznego do analizy własności elektromagnetycznych maszyn cylindrycznych - turbogeneratorów - dużej mocy stwierdza się dość znaczne odchylenia wyników obliczeń od wyników pomiarów. W szczególności wyraźne odchylenie rezultatów obliczeń od rezultatów pomiarów występują, jeśli w turbogeneratorze nie jest spełnione podobieństwo elektromagnetyczne zastępczych obwodów elektrycznych wirnika, co ma miejsce w przypadku stosowania prostownikowych źródeł wzbudzenia oraz w szeregu przypadków pośpiesznego odwzbudzania maszyny [77]. Wynika stąd, że model maszyny o dwóch zastępczych obwodach wirnika, który jest najczęściej stosowany w teorii maszyn synchronicznych, nie jest adekwatny do obliczeń własności elektromagnetycznych turbogeneratorów o największych mocach znamionowych.

Uściślenie analizy własności elektromagnetycznych turbogeneratorów o największych mocach znamionowych jest możliwe przez dokładniejsze uwzględnienie oddziaływania elektromagnetycznego prądów wirowych, indukowanych w rdzeniu litym (masywnym, nieblachowanym) wirnika. Otrzymuje się to z rozwiązania równań różniczkowych opisujących zjawiska elektromagnetyczne występujące w rdzeniu litym w stanie nieustalonym.

Badania zjawisk elektromagnetycznych zachodzących w rdzeniu litym różnych urządzeń i maszyn elektrycznych są tematem licznych prac prowadzonych w zagranicznych i krajowych ośrodkach naukowych. W zamieszczonym spisie literatury zestawiono pozycje opracowań, głównie z lat 60 i 70, wybrane spośród dużej liczby publikacji dotyczących tego tematu (pominięto opracowania podstawowe z zakresu elektrotechniki oraz publikacje przedstawiające metodykę rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych). Na podstawie studiów dostępnej literatury naukowej można umownie wyodrębnić następujące grupy zagadnień będących przedmiotem prowadzonych badań:

- opracowanie uściślonych metod analitycznych i badawczych, umożliwiających wyznaczenie rozkładu pola elektromagnetycznego i strat wywołanych prądami wirowymi w rdzeniach litych o różnym kształcie [2], [4], [8], [14], [15], [19], [20], [24], [25], [29], [79], [80], [92],
- uwzględnienie wpływu prądów wirowych indukowanych w rdzeniu litym prostopadłościennym lub cylindrycznym na własności statyczne i przebiegi zakłóceniowe maszyn elektrycznych o uproszczonej strukturze [6], [7], [9], [13], [30], [33], [34], [42], [48], [49], [54], [55], [56], [57], [58], [59], [64], [75],
- odwzorowanie zjawisk elektromagnetycznych występujących w maszynie synchronicznej o strukturze bardziej zbliżonej do rzeczywistej, przy uwzględnieniu realnej rzeźby litego wirnika [5], [10], [26], [27], [28], [69], [70], [71], [72], [73].

W wymienionych grupach opracowań są przedstawione rozwiązania analityczne równań pola elektromagnetycznego w rdzeniu litym, otrzymane przy założeniu zerowych warunków początkowych (np. [9], [55], [57]) lub też

przy założeniu zadanej funkcji określającej warunki początkowe (np. [33]). Przyjęcie takich rozwiązań dla rdzenia litego wirnika maszyny synchronicznej, umożliwia wyprowadzenie odpowiednich równań (bądź odpowiadających im schematów zastępczych) maszyny, które mogą być wykorzystane w analizie jej własności statycznych oraz przebiegów przejściowych przy zerowych lub zadanych warunkach początkowych. Zatem takie równania można wykorzystać do analizy przebiegów zakłóceniowych maszyny synchronicznej z litym wirnikiem jedynie wówczas, gdy bezpośrednio przed chwilą wystąpienia zakłócenia maszyna pracuje w stanie ustalonym. Wniosek powyższy wynika stąd, że tylko przy takich zakłóceniach pracy maszyny jest możliwe wyznaczenie początkowego rozkładu pola elektromagnetycznego w rdzeniu litym wirnika. Warunki początkowe, wynikające z pracy maszyny synchronicznej w stanie ustalonym, będą w niniejszej monografii nazywane warunkami początkowymi statycznymi.

W maszynie synchronicznej o wzbudzeniu ze źródła prostownikowego stan nieustalony jest wywołany nie tylko przez zakłócenia zewnętrzne, lecz również w wyniku zmienności parametrów zastępczych źródła wzbudzenia. Dlatego - jak to już podkreślono - zachodzi konieczność podziału obliczeń przebiegów przejściowych, wywołanych zakłóceniami zewnętrznymi, na kolejne przedziały czasowe, w których parametry źródła wzbudzenia mają konkretne i niezmienne wartości. Przy takich obliczeniach trzeba uwzględniać warunki początkowe dla obwodów elektrycznych i magnetycznych maszyny, wynikające z przebiegów nieustalonych występujących w chwili bezpośrednio poprzedzającej rozpatrywany przedział obliczeń. Takie warunki początkowe, wyznaczone dla różnych chwil trwania stanu nieustalonego maszyny wywołanego zakłóceniami zewnętrznymi, będą w niniejszej monografii nazywane warunkami początkowymi niestatycznymi.

Chcąc wyznaczyć wpływ litego wirnika na przebiegi zakłóceniowe maszyny synchronicznej o wzbudzeniu prostownikowym, trzeba uwzględnić rozwiązanie równań pola elektromagnetycznego w rdzeniu litym przy niestatycznych warunkach początkowych. W dostępnej literaturze nie spotyka się opracowań przedstawiających metodykę wyznaczenia niestatycznych warunków początkowych w rdzeniu litym w postaci analitycznej. Dlatego wykonywanie analitycznych obliczeń przebiegów przejściowych w maszynie synchronicznej o wzbudzeniu prostownikowym na podstawie równań przedstawionych w wyżej cytowanych publikacjach jest wręcz niemożliwe. Natomiast można prowadzić obliczenia przy użyciu maszyny matematycznej cyfrowej. Jednak takie obliczenia cyfrowe są zbyt skomplikowane, gdyż trzeba wówczas wyznaczać nie tylko wielkości elektrodynamiczne istotne w eksploatacji maszyny, lecz również nieustalony rozkład pola elektromagnetycznego w litym rdzeniu wirnika. Stąd wynika celowość poszukiwania innych metod obliczeniowych, uwzględniających wpływ litego wirnika na przebiegi zakłóceniowe w maszynie synchronicznej, przy niestatycznych warunkach początkowych.

W związku z coraz powszechniejszym stosowaniem we współczesnej elektroenergetyce maszyn synchronicznych o największych mocach znamionowych powyżej 500 MW, wzbudzanych ze źródeł prostownikowych, koniecznością staje się opracowanie odpowiedniej analizy, umożliwiającej określenie przebiegów nieustalonych takich maszyn, przy dokładniejszym uwzględnieniu wpływu litego wirnika. W Polsce zagadnienie to wchodzi w zakres odpowiednich problemów węzłowych i resortowych, co wyraźnie świadczy o jego ważności. Tym uzasadniona jest niniejsza monografia, która jest rezultatem wieloletniej współpracy autora z krajowym przemysłem maszyn elektrycznych oraz resortem energetyki.

1.2. Cel i zakres pracy

Własności elektromagnetyczne maszyny synchronicznej o litym rdzeniu wirnika są opisane układem równań różniczkowych (zwyczajnych) napięciowych, obowiązujących dla poszczególnych obwodów maszyny oraz układem równań różniczkowych (cząstkowych), obowiązujących dla litego rdzenia wirnika. W wyniku rozwiązania takiego układu równań różniczkowych (przy uwzględnieniu warunków początkowych, warunków brzegowych w rdzeniu litym oraz zadanych wymuszeń zakłócających pracę maszyny) jest możliwe wyznaczenie przebiegów nieustalonych charakteryzujących własności elektromagnetyczne maszyny.

Równania różniczkowe maszyny synchronicznej można rozwiązać bądź metodą obliczeń analitycznych, bądź też przy wykorzystaniu elektronicznej techniki obliczeniowej. Oczywiście do obliczeń liczbowych konkretnych przebiegów nieustalonych na podstawie zależności wynikających z analitycznego rozwiązania równań różniczkowych maszyny można (i jest wskazane) wykorzystać elektroniczną technikę obliczeniową.

Niniejsza praca jest próbą analitycznego obliczenia własności elektromagnetycznych maszyny synchronicznej mającej lity rdzeń w wirniku przy uwzględnieniu niestatycznych warunków początkowych. Przyjęto następujący podstawowy cel niniejszej monografii:

- wprowadzenie uogólnionych równań i schematów zastępczych maszyny synchronicznej, uwzględniających dokładniej wpływ prądów wirowych indukowanych w litym rdzeniu wirnika oraz niestatycznych warunków początkowych,
- rozwiązanie równań uogólnionych maszyny synchronicznej dla ogólnego przypadku symetrycznego zakłócenia pracy ustalonej, przy wykorzystaniu metod analitycznych i metod ETO,
- wyznaczenie przebiegów nieustalonych prądów i napięć w poszczególnych obwodach zastępczych maszyny oraz porównanie wyników obliczeń analitycznych z rezultatami badań i pomiarów dla wybranych zakłóceń pracy ustalonej maszyny.

Odpowiednio do przedstawionego celu pracę niniejszą podzielono na trzy zasadnicze części.

Część pierwszą, obejmującą punkt 2 pracy, potraktowano najobszerniej i dość szczegółowo. Wykorzystując transformację Parka [31], [37], [45], [50], [74], rzeczywistą maszynę synchroniczną zastąpiono układem zastępczych obwodów osiowych (w osi wzdłużnej i poprzecznej) sprzężonych magnetycznie i nieruchomych względem siebie oraz obwodem zastępczym dla składowej zerowej. Przedstawiono rozwiązanie równań różniczkowych opisujących zjawiska elektromagnetyczne w litym rdzeniu wirnika z uwzględnieniem niestatycznych warunków początkowych, przy czym posłużono się rachunkiem operatorowym (według Laplace'a-Carsona). Na tej podstawie określono permeancje operatorowe drogi strumienia magnetycznego głównego w osi wzdłużnej i w osi poprzecznej maszyny. Z kolei, uwzględniając zależności opisujące wpływ rdzenia litego wirnika przy niestatycznych warunkach początkowych, przedstawiono równania określające funkcje operatorowe oraz wartości początkowe strumieni sprzężonych (strumieni skojarzonych - skojarzeń magnetycznych) poszczególnych obwodów zastępczych maszyny. Następnie przedstawiono równania operatorowe napięciowe oraz schematy zastępcze maszyny synchronicznej przy uwzględnieniu niestatycznych warunków początkowych dla maszyny o zwartym (przewodzącym) bądź rozwartym (nieprzewodzącym) obwodzie uzwojenia twornika i uzwojenia wzbudzenia. W równaniach określających strumienie sprzężone obwodów zastępczych oraz w równaniach napięciowych maszyny wpływ litego rdzenia wirnika ujawnia się w postaci operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny w osi wzdłużnej i w osi poprzecznej, które są określone przez szereg nieskończony funkcji hiperbolicznych o argumencie będącym funkcją pierwiastka operatora różniczkowania. Uwzględnienie tak określonych operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny stwarza poważną trudność przy wyznaczaniu przebiegów czasowych i stąd wynika konieczność uproszczenia równań definiujących te indukcyjności. Dlatego w zakończeniu części pierwszej przedstawiono uproszczone równania określające operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny oraz wynikające stąd uproszczone schematy zastępcze maszyny synchronicznej przy uwzględnieniu niestatycznych warunków początkowych.

W części drugiej, obejmującej punkt 3 i punkt 4 pracy, przedstawiono rozwiązanie równań maszyny synchronicznej. W punkcie 3 przedstawiono analityczne rozwiązanie równań operatorowych dla ogólnego przypadku zakłócenia pracy ustalonej maszyny, polegającego na zmianie warunków zasilania uzwojenia twornika i uzwojenia wzbudzenia. Na tej podstawie otrzymano równania operatorowe admitancyjne maszyny przy uwzględnieniu niestatycznych warunków początkowych. Przedstawiono zależności operatorowe definiujące macierz napięć wymuszających oraz macierz admitancji maszyny o zamkniętych (przewodzących) bądź otwartych (nieprzewodzących) obwodach uzwojenia twornika i uzwojenia wzbudzenia maszyny. Podano równania uproszczone definiujące transmitancje operatorowe maszyny synchronicznej dla przypadku u-

proszczonego reprezentowania operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny za pomocą obwodu o stałych rozłożonych mających impedancję operatorową typu $\frac{pL}{1+\sqrt{pT}}$ oraz łańcucha szeregowo połączonych czterech obwodów o stałych skupionych, mających impedancję operatorową typu $\frac{pL_i}{1+pT_i}$. Następnie przedstawiono zasady analitycznego wyznaczenia przebiegów nieustalonych elektromagnetycznych maszyny synchronicznej na podstawie równań operatorowych admitancyjnych. W tym celu podano zasady wyznaczania elementów operatorowej macierzy napięć wymuszających dla różnych przypadków zakłóceń symetrycznych pracy ustalonej maszyny. Przedstawiono również zasady wyznaczania przebiegów czasowych na podstawie odwrotnej transformacji Laplace'a-Carsona odpowiednich równań operatorowych. W punkcie 4 przedstawiono metodykę wyznaczenia własności elektrodynamicznych maszyny synchronicznej metodami ETO. Podano równania stanu elektrodynamicznego oraz program rozwiązywania tych równań za pomocą maszyny cyfrowej i maszyny analogowej, przy czym uwzględniono własności źródła wzbudzenia elektromaszynowego lub prostownikowego.

W części trzeciej, obejmującej punkt 5 pracy, przedstawiono porównanie wyników obliczeń z rezultatami pomiarów wybranych zakłóceń symetrycznych pracy ustalonej maszyny synchronicznej.

Nadrzędnym celem autora było takie opracowanie zagadnień, by mogły być one bezpośrednio wykorzystane do konkretnych obliczeń liczbowych, realizowanych przez szeroki zespół specjalistów zajmujących się analizą własności elektromagnetycznych bądź elektrodynamicznych dużych maszyn synchronicznych. Tym uzasadniony jest przyjęty w monografii sposób przedstawienia kolejnych zagadnień oraz fakt, że obejmuje ona również materiały prezentowane w publikacjach [64], [95], [96], [97], [99], [100], które ukazały się w trakcie przygotowywania redakcyjnego niniejszej monografii.

W celu zmniejszenia objętości oraz zapewnienia lepszej przejrzystości pracy nie zamieszczano kolejnych przekształceń, ale ograniczono się do podania wyników tych przekształceń. Również z tego powodu zestawiono w odpowiednich tablicach szereg równań końcowych otrzymanych w wyniku uciążliwych przekształceń oraz ograniczono do niezbędnego minimum materiał ilustracyjny.

2. RÓWNANIA I SCHEMATY ZASTĘPCZE MASZYNY SYNCHRONICZNEJ Z LITYM WIRNIKIEM PRZY UWZGLĘDNIENIU WARUNKÓW POCZĄTKOWYCH

2.1. Uwagi ogólne

Równania ogólne i schematy maszyny synchronicznej powinny uwzględniać ściśle wszystkie zjawiska elektromagnetyczne występujące w różnych stanach pracy maszyny. Otrzymanie takich dokładnych równań i odpowiadających im schematów zastępczych jest jednak utrudnione, głównie ze względu na:

- nieliniowość i niejednoznaczność charakterystyki magnesowania obwodu magnetycznego maszyny,
- wpływ oddziaływania elektromagnetycznego litego rdzenia wirnika,
- występowanie w maszynie wielu sprzężonych obwodów elektrycznych (uzwojenie twornika, uzwojenie wzbudzenia, uzwojenie tłumiące bądź rozruchowe, obwody klinów i zębów wirnika) rozłożonych i zwykle niesymetrycznych.

Dlatego konieczne jest przyjęcie szeregu założeń upraszczających, dzięki którym maszynę synchroniczną rzeczywistą zastępuje się maszyną fikcyjną zbliżoną do idealnej. Przyjęcie założeń upraszczających umożliwia otrzymanie różnych schematów zastępczych maszyny synchronicznej, stanowiących podstawę różnych metod analizy (o różnym stopniu dokładności) jej własności dynamicznych.

Na ogół analizę własności elektromagnetycznych maszyny synchronicznej wykonuje się przy założeniu:

- liniowości i jednoznaczności charakterystyki magnesowania obwodu magnetycznego,
- symetrii uzwojenia trójfazowego twornika,
- dwuosiowej symetrii magnetycznej budowy wirnika (w osi uzwojenia wzbudzenia oraz w osi prostopadłej "elektrycznie" do osi uzwojenia wzbudzenia),
- pomijalności wpływu wyższych harmonicznych rozkładu przestrzennego sił magnetomotorycznych (przepływów) uzwojeń stojana i wirnika,
- reprezentacji uzwojeń tłumiących bądź rozruchowych za pomocą dwóch obwodów zastępczych wirnika o stałych skupionych, umieszczonych odpowiednio w osi uzwojenia wzbudzenia oraz w osi prostopadłej "elektrycznie" do osi uzwojenia wzbudzenia.

Założenia powyższe przyjmuje się również w dalszych częściach niniejszej pracy. Ponadto - w celu uwypuklenia wpływu litego wirnika i niestatycznych warunków początkowych na przebiegi zakłóceniowe - przyjęto upro-

szczoną strukturę maszyny, pomijając oddziaływanie elektromagnetyczne obwodów klinów i zębów wirnika.

Przy przyjęciu wymienionych założeń jest możliwe zastąpienie uzwojenia trójfazowego twornika - wirującego względem wirnika z prędkością kątową ω_m - równoważnym dwuosiowym układem uzwojeń "d" i "q" (w osi wzdłużnej "d" pokrywającej się z osią uzwojenia wzbudzenia i w osi poprzecznej "q" prostopadłej "elektrycznie" do osi uzwojenia wzbudzenia) oraz składową zerową "0". Równoważne uzwojenia twornika w osiach "d", "q" są nieruchome względem wirnika. Dowolne wielkości zastępcze $W_{d,q,0}$ (tzn. napięcia $U_{d,q,0}$, prądy $I_{d,q,0}$, strumienie sprzężone $\psi_{d,q,0}$ itp.) twornika są uzależnione od wielkości fazowych $W_{A,B,C}$ (tzn. napięć $U_{A,B,C}$, prądów $I_{A,B,C}$, strumieni sprzężonych $\psi_{A,B,C}$ itp.) rzeczywistego uzwojenia twornika. Zależność ta jest określona za pomocą ortogonalnej transformacji Parka [37], [50], [74], która przy stałej prędkości kątowej elektrycznej $\omega = p_b \omega_m$ (p_b - liczba par biegunów maszyny) ma postać macierzy:

$$\begin{bmatrix} W_d(t) \\ W_q(t) \\ W_0(t) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \vartheta_0) & \cos(\omega t + \vartheta_0 + \frac{4}{3}\pi) & \cos(\omega t + \vartheta_0 + \frac{2}{3}\pi) \\ -\sin \omega t + \vartheta_0 & -\sin(\omega t + \vartheta_0 + \frac{4}{3}\pi) & -\sin(\omega t + \vartheta_0 + \frac{2}{3}\pi) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_A(t) \\ W_B(t) \\ W_C(t) \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

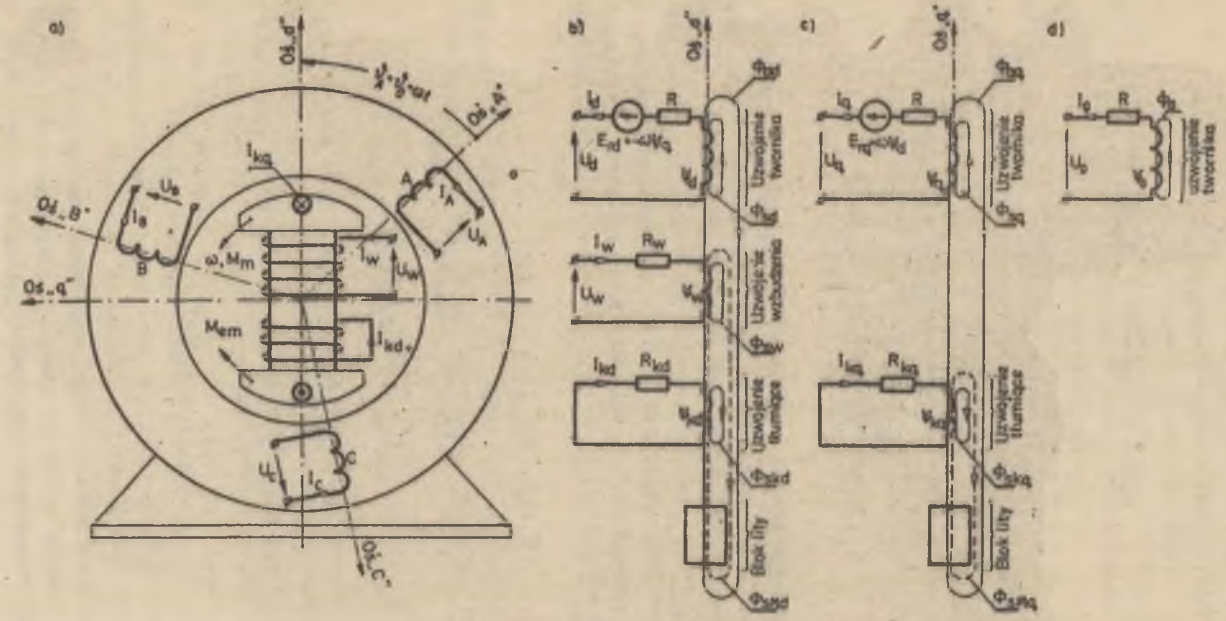
W powyższym równaniu ϑ_0 jest kątem elektrycznym położenia osi fazy "A" uzwojenia rzeczywistego twornika względem osi wzdłużnej "d" maszyny w chwili t=0. Obwody osiowe maszyny synchronicznej sprzężone magnetycznie i nieruchome względem siebie przedstawiono na rys. 2.1. W wyniku stosowania transformacji Parka pojawiają się siły elektromotoryczne rotacji E_{rd} oraz E_{rq} w zastępczych uzwojeniach twornika dla osi "d" oraz "q" określane z zależności

$$E_{rd}(t) = -\omega \psi_q(t) \tag{2.2a}$$

$$E_{rq}(t) = \omega \psi_d(t), \tag{2.2b}$$

przy czym $\psi_d(t)$ i $\psi_q(t)$ to strumienie sprzężone osiowych uzwojeń zastępczych twornika.

Dla osiowych obwodów maszyny synchronicznej (rys. 2.1) otrzymuje się, przy przyjęciu systemu strzałkowania źródłowego dla twornika oraz systemu strzałkowania odbiornikowego dla obwodów wirnika (założono, że grot strzałki napięcia wskazuje punkt o wyższym potencjale), następujące równania napięciowe:



Rys. 2.1. Szkic przekroju poprzecznego maszyny synchronicznej (a) oraz obwody zastępcze sprzężone magnetycznie w osi wzdłużnej (b), w osi poprzecznej (c) i dla składowej zerowej (d)

- w osi wzdłużnej "d" maszyny:

$$U_d(t) = \frac{d\psi_d(t)}{dt} - \omega\psi_q(t) - R\, I_d(t) \tag{2.3a}$$

$$U_w(t) = \frac{d\psi_w(t)}{dt} + R_w\, I_w(t) \tag{2.3b}$$

$$0 = \frac{d\psi_{kd}(t)}{dt} + R_{kd}\, I_{kd}(t), \tag{2.3c}$$

- w osi poprzecznej "q" maszyny

$$U_q(t) = \frac{d\psi_q(t)}{dt} + \omega\psi_d(t) - R\, I_d(t) \tag{2.3d}$$

$$0 = \frac{d\psi_{kq}(t)}{dt} + R_{kq}\, I_{kq}(t), \tag{2.3e}$$

- dla składowej zerowej "0"

$$U_0(t) = \frac{d\psi_0(t)}{dt} - R\, I_0(t) \tag{2.3f}$$

Strumienie sprzężone poszczególnych obwodów zastępczych maszyny, figurujące w powyższych równaniach, określa się z następujących zależności (rys. 2.1):

$$\psi_d(t) = z\Phi_{ad}(t) - \psi_{sd}(t) \tag{2.4a}$$

$$\psi_w(t) = z_w\left[\Phi_{ad}(t) + \Phi_{sMd}(t)\right] + \psi_{sw}(t) \tag{2.4b}$$

$$\psi_{kd}(t) = z_{kd}\left[\Phi_{ad}(t) + \Phi_{sMd}(t)\right] + \psi_{skd}(t) \tag{2.4c}$$

$$\psi_q(t) = z\Phi_{aq}(t) - \psi_{sq}(t) \tag{2.4d}$$

$$\psi_{kq}(t) = z_{kq}\left[\Phi_{aq}(t) + \Phi_{sMq}(t)\right] + \psi_{skq}(t) \tag{2.4e}$$

$$\psi_0(t) = z\Phi_0(t), \tag{2.4f}$$

w których:

z, z_w, z_{kd}, z_{kq} - liczby zwojów poszczególnych zastępczych uzwojeń maszyny synchronicznej w osiach "d" i "q",

Φ_{ad}, Φ_{aq} - strumienie magnetyczne głównie w osiach "d", "q" maszyny synchronicznej,

Φ_0 - składowa zerowa "0" strumienia magnetycznego twornika,

Φ_{sMd}, Φ_{sMq} - strumienie magnetyczne rozproszenia wielokrotnego wszystkich obwodów wirnika w osiach "d" i "q" (przy pominięciu innych rozproszeń wielokrotnych),

Ψ_{sd}, Ψ_{sw}, Ψ_{skd}, Ψ_{sq}, Ψ_{skq} - strumienie sprzężone rozproszenia poszczególnych uzwojeń osiowych maszyny synchronicznej.

Uwzględniając przyjęte założenia, można strumienie sprzężone rozproszenia poszczególnych uzwojeń osiowych maszyny obliczyć jako iloczyn prądów płynących w tych uzwojeniach i ich indukcyjności rozproszenia

$$\Psi_{sd}(t) = L_s\, I_d(t);\quad \Psi_{sq}(t) = L_s\, I_q(t);\quad \Psi_{sw}(t) = L_{sw}\, I_w(t);$$
$$\Psi_{skd}(t) = L_{skd}\, I_{kd}(t);\quad \Psi_{skq}(t) = L_{skq}\, I_{kq}(t) \tag{2.5a}$$

Przy upraszczającym założeniu, że strumienie magnetyczne rozproszenia wielokrotnego wszystkich obwodów wirnika nie przenikają przez rdzeń lity wirnika, są one uwarunkowane jedynie wypadkowymi przepływami uzwojeń wirnika w odpowiedniej osi oraz stałymi reluktancjami R_{msMd} i R_{msMq} drogi tych strumieni w powietrzu:

$$\Phi_{sMd}(t) = \frac{z_w\, I_w(t) + z_{kd}\, I_{kd}(t)}{R_{msMd}} \quad \text{oraz} \quad \Phi_{sMq}(t) = \frac{z_{kq}\, I_{kq}(t)}{R_{msMq}}. \tag{2.5b}$$

Strumień magnetyczny składowej "0" maszyny (Φ_0) zamyka się głównie w powietrzu i dlatego można przyjąć, że jest proporcjonalny do prądu $I_0(t)$

$$\Psi_0(t) = -L_0\, I_0(t). \tag{2.5c}$$

Natomiast strumienie magnetyczne główne w osi "d" oraz w osi "q" maszyny są uwarunkowane odpowiednimi przepływami wypadkowymi uzwojeń osiowych stojana i wirnika oraz oddziaływaniem prądów wirowych indukowanych w litym rdzeniu wirnika. Przy obliczaniu tych strumieni magnetycznych trzeba uwzględnić równania różniczkowe opisujące zjawiska elektromagnetyczne występujące w litym rdzeniu wirnika maszyny synchronicznej.

Przedstawione równania napięciowe - przy uwzględnieniu powyższych uwag dotyczących zasad obliczania strumieni skojarzonych poszczególnych uzwojeń osiowych - stanowią podstawę do przekształcenia schematów zastępczych o obwodach sprzężonych magnetycznie (rys. 2.1) w równoważne schematy zastępcze o galwanicznym połączeniu obwodów. Trzeba przy tym przedstawić oddziaływanie prądów wirowych litego wirnika za pomocą równoważnych obwodów elektrycznych i następnie trzeba wykorzystać równania dotyczące transformatora wielouzwojeniowego. Zależnie od przyjętego zastępczego obwodu

elektrycznego reprezentującego wpływ litego wirnika (którego parametry wynikają z analizy pola elektromagnetycznego w rdzeniu litym) otrzymuje się różne schematy zastępcze maszyny synchronicznej, odwzorowujące zjawiska występujące w maszynie z różną dokładnością.

W analizie własności elektrodynamicznych maszyny synchronicznej - oprócz podanych równań napięciowych, bądź równań wynikających ze schematów zastępczych - trzeba dodatkowo uwzględnić równanie momentów obrotowych

$$M_m(t) = J\frac{d\omega_m(t)}{dt} + M_{em}(t), \tag{2.6a}$$

w którym:

J - moment bezwładności mas wirujących,
M_m - moment mechaniczny (zewnętrzny) działający na wirnik maszyny,
M_{em} - moment elektromagnetyczny (wewnętrzny) maszyny.

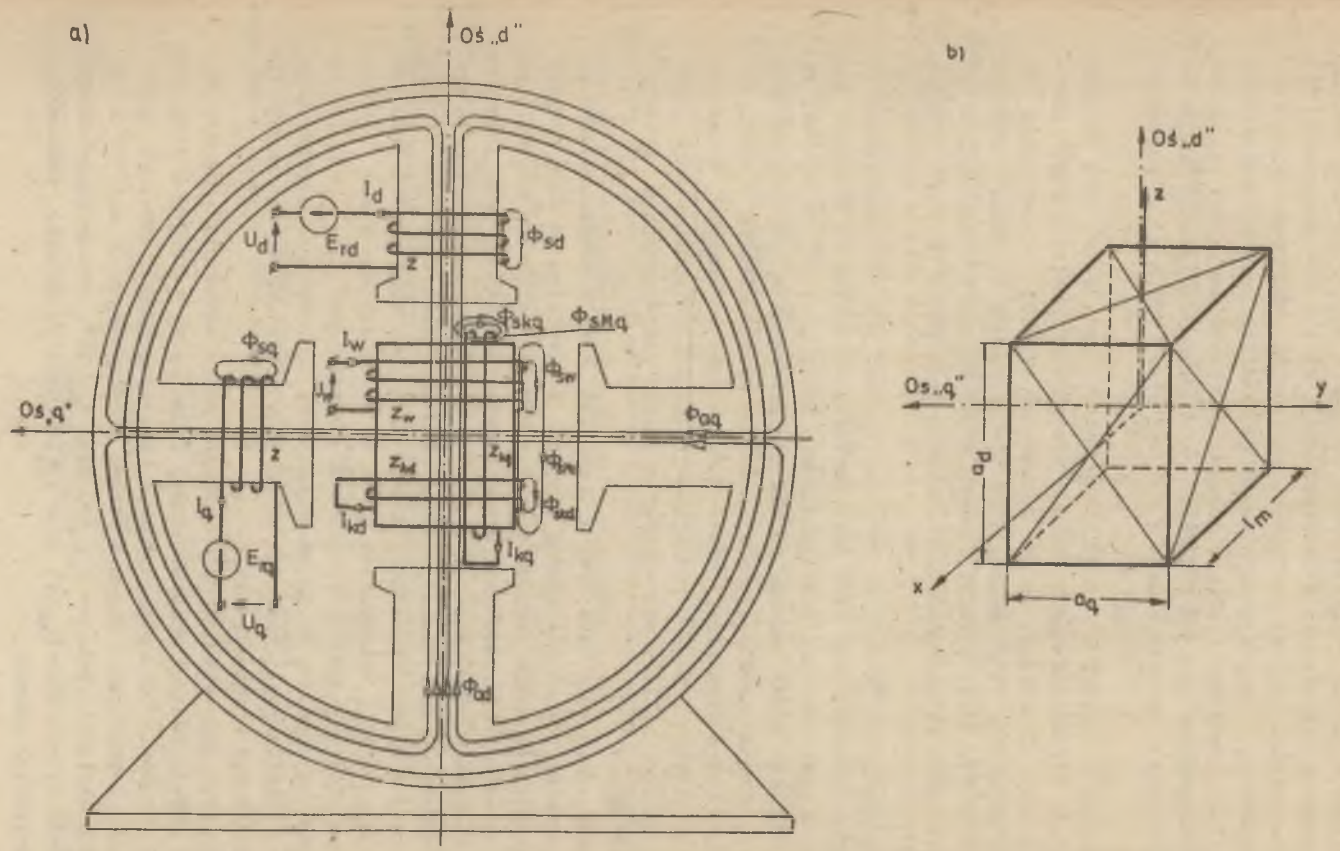
Moment elektromagnetyczny maszyny synchronicznej oblicza się za pomocą wielkości osiowych [37], [74] z równania:

$$M_{em}(t) = p_b\left[I_q(t)\,\psi_d(t) - I_d(t)\,\psi_q(t)\right]. \tag{2.6b}$$

2.2. Równania pola elektromagnetycznego w litym rdzeniu wirnika przy uwzględnieniu warunków początkowych

Analiza zjawisk elektromagnetycznych w litym wirniku maszyny synchronicznej powinna uwzględniać właściwości elektromagnetyczne cylindrycznego rdzenia litego. Taki model cylindryczny wirnika z uzwojeniami o rozkładzie sinusoidalnym jest tematem analizy przedstawionej w publikacjach [54], [56]. Otrzymane w nich równania, opisujące rozkład przestrzenno-czasowy pola elektromagnetycznego w litym wirniku cylindrycznym, mają skomplikowaną postać funkcji Bessela, chociaż w analizie założono zerowe warunki początkowe. Przy uwzględnieniu warunków początkowych w rdzeniu litym cylindrycznym wystąpi jeszcze większe skomplikowanie postaci równań. Dlatego uzasadnione jest wprowadzenie takich uproszczeń modelu reprezentującego lity wirnik maszyny synchronicznej, dla których otrzyma się prostszą postać równań pola elektromagnetycznego przy uwzględnieniu niezerowych (i niestatycznych) warunków początkowych.

Na rys. 2.2a przedstawiono uproszczony model obwodu elektromagnetycznego maszyny synchronicznej, który przyjęto do analizy zjawisk elektromagnetycznych w litym wirniku, przy uwzględnieniu niestatacznych warunków początkowych. Rdzeń lity cylindryczny jest w modelu reprezentowany za pomocą rdzenia litego o kształcie prostopadłościanu, mającego wymiary $a_d \times a_q \times l_m$ i wykonanego z materiału ferromagnetycznego jednorodnego o rezystywności ϱ i przenikalności magnetycznej μ. Uzwojenie twornika maszyny syn-



Rys. 2.2. Model uproszczony maszyny synchronicznej z prostopadłościennym rdzeniem wirnika:
a) szkic przekroju poprzecznego i rozmieszczenie uzwojeń zastępczych; b) szkic wymiarowy rdzenia wirnika

chronicznej jest w modelu reprezentowane za pomocą dwóch uzwojeń skupionych umieszczonych odpowiednio w osi wzdłużnej "d" i w osi poprzecznej "q", zaś uzwojenie wzbudzenia jest zastąpione uzwojeniem skupionym umieszczonym w osi wzdłużnej i obejmującym rdzeń lity o kształcie prostopadłościanu. Na rys. 2.2a uzwojenie tłumiące maszyny synchronicznej jest reprezentowane za pomocą dwóch uzwojeń skupionych o zwartych zaciskach, które obejmują rdzeń lity i są umieszczone w osi wzdłużnej "d" i w osi poprzecznej "q".

Z równań obowiązujących dla przyjętego modelu (rys. 2.2a) będą wynikać związki wiążące strumienie magnetyczne z przepływami poszczególnych obwodów elektrycznych. Traktując, że tak wyznaczone związki odpowiadają w przybliżeniu relacjom, które występują w cylindrycznym wirniku, otrzyma się z równań (2.3), (2.4) i (2.5) maszyny synchronicznej zależności uwzględniające wpływ niestatycznych warunków początkowych w litym rdzeniu wirnika.

Model maszyny przedstawiony na rys. 2.2 stanowi przybliżenie rzeczywistej maszyny synchronicznej, przy czym bardziej odpowiada on maszynie jawnobiegunowej z pakietowanymi nabiegunnikami. Można przyjąć, że wnioski wynikające z obliczeń przeprowadzonych dla uproszczonego modelu maszyny (rys. 2.2) są również obowiązujące dla maszyny synchronicznej rzeczywistej z cylindrycznym wirnikiem, bowiem wprowadzenie w modelu wydatnych biegunów oraz wirnika litego o kształcie prostopadłościanu powoduje jedynie różnice ilościowe, lecz nie wprowadza różnic jakościowych w przebiegach nieustalonych.

W maszynach synchronicznych oraz w przyjętym modelu przedstawionym na rys. 2.2 szczelina powietrzna między stojanem i wirnikiem ma dużą długość promieniową. Dlatego można przyjąć z dobrym przybliżeniem, że w modelu pole magnetyczne w rdzeniu stojana i w szczelinie powietrznej jest jednorodne również w stanach pracy nieustalonej. W tych warunkach reluktancję wypadkową szeregowego uwarstwienia rdzenia stojana i szczeliny powietrznej w osi wzdłużnej i w osi poprzecznej modelu można zastąpić odpowiednio reluktancjami $R_{m\delta d}$ i $R_{m\delta q}$ zastępczych szczelin powietrznych. Można również pominąć strumienie magnetyczne rozproszenia zamykające się poza litym wirnikiem oraz założyć, że strumień magnetyczny rozproszenia uzwojeń magneśnicy nie przenika przez właściwy rdzeń lity i nie wpływa na rozkład indukcji magnetycznej w rdzeniu litym.

Przy przyjęciu przedstawionych uproszczeń można stwierdzić, że dla rozpatrywanego modelu maszyny synchronicznej (rys. 2.2a) w każdym stanie pracy składowe natężenia pola magnetycznego, występującego w dowolnym punkcie płaszczyzn zewnętrznych rdzenia litego prostopadłych do osi "d" i do osi "q", mają wartości chwilowe $H_{ado}(t)$ oraz $H_{aqo}(t)$, uwarunkowane wartością przepływów wypadkowych $\Theta_{ad}(t)$ oraz $\Theta_{aq}(t)$ uzwojeń maszyny, umieszczonych w odpowiednich osiach

$$\Theta_{ad}(t) = z_w I_w(t) + z_{kd} I_{kd}(t) - z I_d(t) \tag{2.7a}$$

$$\Theta_{aq}(t) = z_{kq} I_{kq}(t) - z I_q(t), \tag{27.b}$$

przy czym z prawa przepływu wynika następująca zależność (rys. 2.2):

$$\Theta_{ad}(t) = \Phi_{ad}(t) R_{m\delta d} + a_d H_{ado}(t) \tag{2.8a}$$

$$\Theta_{aq}(t) = \Phi_{aq}(t) R_{m\delta q} + a_q H_{aqo}(t) \tag{2.8b}$$

Wewnątrz rdzenia litego wirnika maszyny synchronicznej, pracującej w dowolnym stanie nieustalonym, pole magnetyczne nie jest jednorodne, co jest konsekwencją indukowania się prądów wirowych. W ogólnym przypadku wektor indukcji magnetycznej $\vec{B}_a$ i wektor natężenia pola magnetycznego $\vec{H}_a$ jest funkcją współrzędnych x-y-z (rys. 2.2b) rozpatrywanego punktu rdzenia litego oraz czasu t, czyli $\vec{B}_a = \vec{B}_a(x,y,z,t)$ oraz $\vec{H}_a = \vec{H}_a(x,y,z,t)$. Wygodniej jest rozpatrywać dwie składowe tych wektorów:

- składową B_{ad} oraz H_{ad} o położeniu wzdłuż osi "d" maszyny pokrywającej się z osią "z" układu współrzędnych x-y,z, przy czym

$$B_{ad} = B_{ad}(x,y,t) \quad \text{oraz} \quad H_{ad} = H_{ad}(x,y,t), \tag{2.9a}$$

- składową B_{aq} oraz H_{aq} o położeniu wzdłuż osi "q" maszyny pokrywającej się z osią "y" układu współrzędnych x-y-z, przy czym

$$B_{aq} = B_{aq}(x,z,t) \quad \text{oraz} \quad H_{aq} = H_{aq}(x,z,t). \tag{2.9b}$$

Odpowiednie składowe wektora indukcji magnetycznej oraz wektora natężenia pola magnetycznego w rdzeniu litym są uzależnione wzajemnie, przy czym dla przyjętego modelu maszyny (rys. 2.2) obowiązują zależności:

$$B_{ad} = \mu H_{ad} \quad \text{oraz} \quad B_{aq} = \mu H_{aq}. \tag{2.10}$$

Zjawiska elektromagnetyczne występujące w rdzeniu litym wirnika opisuje się za pomocą równań Maxwella

$$\text{rot}\ \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}_a}{\partial t} \tag{2.11a}$$

$$\text{rot}\ \vec{H}_a = \vec{j} \tag{2.11b}$$

$$\text{div}\ \vec{B}_a = 0, \tag{2.11c}$$

w których

$\vec{E} = \vec{E}(x,y,z,t)$ - wektor natężenia pola elektrycznego w rdzeniu litym

$$\vec{E} = \varrho\vec{j}, \tag{2.12}$$

$\vec{j} = \vec{j}(x,y,z,t)$ - wektor gęstości prądów wirowych w rdzeniu litym.

Po przekształceniu równań (2.11) i po wprowadzeniu zależności (2.12), (2.10) oraz (2.9) otrzymuje się następujące równania różniczkowe opisujące zjawiska elektromagnetyczne w rdzeniu litym:

- w osi wzdłużnej "d" maszyny

$$\frac{\partial^2 H_{ad}(x,y,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_{ad}(x,y,t)}{\partial y^2} = \frac{\mu}{\varrho} \cdot \frac{\partial H_{ad}(x,y,t)}{\partial t}, \tag{2.13a}$$

- w osi poprzecznej "q" maszyny

$$\frac{\partial^2 H_{aq}(x,z,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_{aq}(x,z,t)}{\partial z^2} = \frac{\mu}{\varrho} \cdot \frac{\partial H_{aq}(x,z,t)}{\partial t}. \tag{2.13b}$$

Z rozwiązania tych równań różniczkowych wyznacza się składowe $H_{ad}(x,y,t)$ oraz $H_{aq}(x,z,t)$ wektora natężenia pola magnetycznego $\vec{H}_a$, które jednoznacznie określają rozkład przestrzenno-czasowy pola magnetycznego w rdzeniu litym. Przy rozwiązywaniu równań (2.13) trzeba uwzględnić warunki brzegowe na zewnętrznych płaszczyznach rdzenia litego, określone wektorami $H_{ado}(t)$ i $H_{aqo}(t)$, obliczonymi z zależności (2.8) oraz warunki początkowe dla chwili t=0.

Rozwiązanie równań różniczkowych (2.13) wygodniej jest wykonać metodą operatorową. Stosując przekształcenie Laplace'a-Carsona do równań czasowych (2.13) otrzymuje się następujące równania operatorowe:

$$\frac{\partial^2 H_{ad}(x,y,p)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_{ad}(x,y,p)}{\partial y^2} = \frac{p}{\alpha^2}\left[H_{ad}(x,y,p) - H_{ad}(x,y,t=+0)\right], \tag{2.14a}$$

$$\frac{\partial^2 H_{aq}(x,z,p)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_{aq}(x,z,p)}{\partial z^2} = \frac{p}{\alpha^2}\left[H_{aq}(x,z,p) - H_{aq}(x,z,t=+0)\right], \tag{2.14b}$$

w których funkcje $H_{ad}(x,y,t=+0)$ oraz $H_{aq}(x,z,t=+0)$ określają odpowiednio rozkład przestrzenny składowej wzdłużnej i składowej poprzecznej natężenia pola magnetycznego w rdzeniu litym dla chwili początkowej t= +0, tzn.

$$H_{ad}(x,y,t=+0) = \lim_{t\to+0} H_{ad}(x,y,t) \tag{2.15a}$$

$$H_{aq}(x,z,t=+0) = \lim_{t\to+0} H_{aq}(x,z,t) \tag{2.15b}$$

zaś współczynnik materiałowy α rdzenia litego jest określony zależnością

$$\alpha^2 = \frac{\sigma}{\mu}. \tag{2.15c}$$

W literaturze technicznej (np. w [9], [33], [54], [55], [57]) jest podawane rozwiązanie ogólne równań (2.14) jedynie dla przypadku zerowych lub zadanych warunków początkowych. Takie rozwiązanie nie jest wystarczające przy dokładniejszym uwzględnieniu wpływu litego wirnika na własności elektromagnetyczne maszyny synchronicznej o prostownikowym źródle wzbudzenia, co uzasadniono we wstępie (punkt 1) niniejszej pracy. Z tego powodu celowe jest przedyskutowanie pełnego rozwiązania ogólnego równań (2.14).

Zastosowaną metodę, umożliwiającą wyznaczenie rozwiązania ogólnego równań różniczkowych (2.14), opisujących zjawiska elektromagnetyczne w rdzeniu litym wirnika przy uwzględnieniu niestatycznych warunków początkowych, przedstawiono w dodatku D.1. Otrzymane w dodatku D.1 rozwiązanie ogólne (D1 . 28) można zapisać w postaci:

$$H_{ad}(x,y,p) = H_{ado}(p)\, F_d(x,y,p) + H_{ado}(t=-0)\, \Delta F_d(x,y,p), \tag{2.16a}$$

$$H_{aq}(x,z,p) = H_{aqo}(p)\, F_q(x,z,p) + H_{aqo}(t=-0)\, \Delta F_q(x,z,p), \tag{2.16b}$$

przy czym funkcje pomocnicze są określone następującymi szeregami:

$$F_d(x,y,p) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(k\frac{\pi}{2})}{k} \left\{ \frac{\mathrm{ch}(x\sqrt{\xi})}{\mathrm{ch}(\frac{L_m}{2}\sqrt{\xi})} \cos(k\frac{\pi}{a_q}y) + \frac{\mathrm{ch}(y\sqrt{\varphi})}{\mathrm{ch}(\frac{a_q}{2}\sqrt{\varphi})} \cos(k\frac{\pi}{L_m}x) \right\} \tag{2.16c}$$

$$F_q(x,z,p) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(k\frac{\pi}{2})}{k} \left\{ \frac{\mathrm{ch}(x\sqrt{\varkappa})}{\mathrm{ch}(\frac{L_m}{2}\sqrt{\varkappa})} \cos(k\frac{\pi}{a_d}z) + \frac{\mathrm{ch}(z\sqrt{\varphi})}{\mathrm{ch}(\frac{a_d}{2}\sqrt{\varphi})} \cos(k\frac{\pi}{L_m}x) \right\} \tag{2.16d}$$

$$\Delta F_d(x,y,p) =$$

$$= \frac{4}{\pi}\frac{p}{\alpha^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin(k\frac{\pi}{2})}{k}\left\{\sum_{i=1}^{\infty} i\sin(i\frac{\pi}{2})\left[C_{1ki}(t=-0)\frac{\cos(i\frac{\pi}{l_m}x)}{\xi+(i\frac{\pi}{l_m})^2}\cos(k\frac{\pi}{a_q}y)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+C_{2ki}(t=-0)\frac{\cos(i\frac{\pi}{a_q}y)}{\eta+(i\frac{\pi}{a_q})^2}\cos(k\frac{\pi}{l_m}x)\right]\right\} \qquad (2.16e)$$

$$\Delta F_q(x,z,p) =$$

$$= \frac{4}{\pi}\cdot\frac{p}{\alpha^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin(k\frac{\pi}{2})}{k}\left\{\sum_{i=1}^{\infty} i\sin(i\frac{\pi}{2})\left[C_{3ki}(t=-0)\frac{\cos(i\frac{\pi}{l_m}x)}{\varkappa+(i\frac{\pi}{l_m})^2}\cos(k\frac{\pi}{a_d}z)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+C_{4ki}(t=-0)\frac{\cos(i\frac{\pi}{a_d}z)}{\eta+(i\frac{\pi}{a_d})^2}\cos(k\frac{\pi}{l_m}x)\right]\right\} \qquad (2.16f)$$

Współczynniki ξ, η oraz $\varkappa$ figurujące w tych zależnościach oblicza się z wyrażeń:

$$\xi = \frac{p}{\alpha^2} + (k\frac{\pi}{a_q})^2; \quad \eta = \frac{p}{\alpha^2} + (k\frac{\pi}{l_m})^2; \quad \varkappa = \frac{p}{\alpha^2} + (k\frac{\pi}{a_d})^2, \qquad (2.17a,b,c)$$

natomiast współczynniki stałe $C_{1ki}(t=-0),\ldots, C_{4ki}(t=-0)$ o wartości zależnej od chwili wystąpienia zakłócenia (przyjętej jako t=0) oblicza się według uwag przedstawionych w dodatku D.1. Przy statycznych warunkach początkowych współczynniki te są określone zależnościami (D1-30) i wówczas otrzymuje się następującą postać równań określających funkcje $\Delta F_d(x,y,p)$ oraz $\Delta F_q(x,z,p)$:

$$\Delta F_d(x,y,p) = F_d(x,y,p=0) - F_d(x,y,p) \qquad (2.18a)$$

$$\Delta F_q(x,z,p) = F_q(x,z,p=0) - F_q(x,z,p). \qquad (2.18b)$$

W równaniach (2.16a,b) składniki $H_{ado}(p)$ $F_d(x,y,p)$ oraz $H_{aqo}(p)$ $F_q(x,z,p)$ stanowią rozwiązanie ogólne równań (2.14) przy zerowych warun-

tach początkowych, natomiast pozostałe składniki reprezentują wpływ niezerowych warunków początkowych.

Znając równania (2.16), opisujące rozkład przestrzenno-czasowy natężenia pola magnetycznego w rdzeniu litym, można obliczyć składowe osiowe strumienia magnetycznego zawartego w rdzeniu litym. Korzysta się przy tym z następujących zależności określających (rys. 2.2b):

- składową wzdłużną strumienia magnetycznego w rdzeniu litym

$$\Phi_{ad}(p) = \mu \int_{x=-\frac{l_m}{2}}^{x=\frac{l_m}{2}} \left[\int_{y=-\frac{a_q}{2}}^{y=\frac{a_q}{2}} H_{ad}(x,y,p)dy \right] dx,$$

- składową poprzeczną strumienia magnetycznego w rdzeniu litym

$$\Phi_{aq}(p) = \mu \iint_{x=-\frac{l_m}{2}}^{x=\frac{l_m}{2}} \left[\iint_{z=-\frac{a_d}{2}}^{z=\frac{a_d}{2}} H_{aq}(x,z,p)dz \right] dx,$$

z których po wprowadzeniu równań (2.16) otrzymuje się:

$$\Phi_{ad}(p) = a_d \left[H_{ado}(p)\Lambda_{md}(p) + H_{ado}(t=-0)\Delta\Lambda_{md}(p) \right] \tag{2.19a}$$

$$\Phi_{aq}(p) = a_q \left[H_{aqo}(p)\Lambda_{mq}(p) + H_{aqo}(t=-0)\Delta\Lambda_{mq}(p) \right], \tag{2.19b}$$

przy czym permeancje operatorowe rdzenia litego w osi wzdłużnej i w osi poprzecznej są określone następującymi szeregami:

$$\Lambda_{md}(p) = \mu \frac{16 a_q l_m}{a_d \pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin^2(k\frac{\pi}{2})}{k^2} \left[\frac{\mathrm{th}(\frac{l_m}{2}\sqrt{\xi})}{l_m\sqrt{\xi}} + \frac{\mathrm{th}(\frac{a_q}{2}\sqrt{\eta})}{a_q\sqrt{\eta}} \right], \tag{2.19c}$$

$$\Lambda_{mq}(p) = \mu \frac{16 a_d l_m}{a_q \pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin^2(k\frac{\pi}{2})}{k^2} \left[\frac{\mathrm{th}(\frac{l_m}{2}\sqrt{\varkappa})}{l_m\sqrt{\varkappa}} + \frac{\mathrm{th}(\frac{a_d}{2}\sqrt{\eta})}{a_d\sqrt{\eta}} \right], \tag{2.19d}$$

$$\Delta\Lambda_{md}(p) = \mu\frac{p}{\alpha^2}\cdot$$

$$\cdot\frac{16a_q l_m}{a_d\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin^2(k\frac{\pi}{2})}{k^2}\left\{\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\sin^2(i\frac{\pi}{2})}{\pi}\left[\frac{C_{1ki}(t=-0)}{\xi+(i\frac{\pi}{l_m})^2}+\frac{C_{2ki}(t=-0)}{\eta+(i\frac{\pi}{a_q})^2}\right]\right\} \tag{2.19e}$$

$$\Delta\Lambda_{mq}(p) = \mu\frac{p}{\alpha^2}\cdot$$

$$\cdot\frac{16a_d l_m}{a_q\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin^2(k\frac{\pi}{2})}{k^2}\left\{\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\sin^2(i\frac{\pi}{2})}{\pi}\left[\frac{C_{3ki}(t=-0)}{\varkappa+(i\frac{\pi}{l_m})^2}+\frac{C_{4ki}(t=-0)}{\eta+(i\frac{\pi}{a_d})^2}\right]\right\} \tag{2.19f}$$

Przy statycznych warunkach początkowych - po uwzględnieniu zależności (2.18) - otrzymuje się następującą postać równań określających permeancje $\Delta\Lambda_{md}(p)$ oraz $\Delta\Lambda_{mq}(p)$:

$$\Delta\Lambda_{md}(p) = \Lambda_{md}(p=0)-\Lambda_{md}(p), \tag{2.20a}$$

$$\Delta\Lambda_{mq}(p) = \Lambda_{mq}(p=0)-\Lambda_{mq}(p). \tag{2.20b}$$

Z twierdzenia o wartościach granicznych [89] zastosowanego do równań (2.19a,b) - po uwzględnieniu, że $\lim_{p\to\infty}\Lambda_{md}(p) = \lim_{p\to\infty}\Lambda_{mq}(p) = 0$ - otrzymuje się

$$\Phi_{ad}(t=+0) = \lim_{p\to\infty}\Phi_{ad}(p) = a_d H_{ado}(t=-0)\Delta\Lambda_{md}(p=\infty), \tag{2.21a}$$

$$\Phi_{aq}(t=+0) = \lim_{p\to\infty}\Phi_{aq}(p) = a_q H_{aqo}(t=-0)\Delta\Lambda_{mq}(p=\infty), \tag{2.21b}$$

Prawe strony powyższych zależności określają wartości graniczne odpowiednich strumieni magnetycznych w chwili bezpośrednio poprzedzającej zakłócenie (t=-0), co stanowi potwierdzenie zasady ciągłości strumienia magnetycznego głównego w maszynie synchronicznej:

$$\Phi_{ad}(t=-0) = \Phi_{ad}(t=+0) = \Phi_{ad}(t=0), \tag{2.22a}$$

$$\Phi_{aq}(t=-0) = \Phi_{aq}(t=+0) = \Phi_{aq}(t=0). \tag{2.22b}$$

2.3. Reluktancje operatorowe obwodu magnetycznego

Na podstawie zależności (2.8), (2.19a,b) i (2.21) jest możliwe wyznaczanie reluktancji operatorowych obwodu magnetycznego maszyny synchronicznej z rdzeniem litym w wirniku przy uwzględnieniu niestatacznych warunków początkowych. W tym celu z równań (2.8) otrzymuje się:

- dla chwili bezpośrednio poprzedzającej zakłócenie (t=-0) - po uwzględnieniu zależności (2.22a,b)

$$\Theta_{ad}(t=-0) = \Phi_{ad}(t=0)R_{m\delta d} + a_d H_{ado}(t=-0), \tag{2.23a}$$

$$\Theta_{aq}(t=-0) = \Phi_{aq}(t=0)R_{m\delta q} + a_q H_{aqo}(t=-0), \tag{2.23b}$$

- po transformacji operatorowej

$$\Theta_{ad}(p) = \Phi_{ad}(p)R_{m\delta d} + a_d H_{ado}(p), \tag{2.23c}$$

$$\Theta_{aq}(p) = \Phi_{aq}(p)R_{m\delta q} + a_q H_{aqo}(p). \tag{2.23d}$$

Z powyższych równań wyznacza się odpowiednie składowe natężenia pola magnetycznego na płaszczyznach zewnętrznych rdzenia litego: $H_{ado}(t=-0)$, $H_{aqo}(t=-0)$, $H_{ado}(p)$ oraz $H_{aqo}(p)$, które wprowadza się do równań (2.19a,b) i (2.21). W wyniku takich przekształceń, po uwzględnieniu zależności (2.22), można równania (2.19a,b) zapisać w postaci:

$$\Phi_{ad}(p) = \frac{\Theta_{ad}(p)}{R_{md}(p)} + \frac{\Theta_{ad}(t=-0)}{\Delta R_{md}(p)}, \tag{2.24a}$$

$$\Phi_{aq}(p) = \frac{\Theta_{aq}(p)}{R_{mq}(p)} + \frac{\Theta_{aq}(t=-0)}{\Delta R_{mq}(p)}, \tag{2.24b}$$

przy czym poszczególne reluktancje w osi wzdłużnej "d" i w osi poprzecznej "q" maszyny są określone następującymi zależnościami:

- reluktancje operatorowe dla zakłóceń wywołanych zmianą przepływów wypadkowych uzwojeń

$$R_{md}(p) = R_{m\delta d} + \frac{1}{\Lambda_{md}(p)} = R_{m\delta d}\, k_d(p), \tag{2.25a}$$

$$R_{mq}(p) = R_{m\delta q} + \frac{1}{\Lambda_{mq}(p)} = R_{m\delta q}\, k_q(p), \tag{2.25b}$$

- reluktancje operatorowe dla niezerowych wartości przepływów wypadkowych uzwojeń w chwili bezpośrednio poprzedzającej zakłócenie

$$\Delta R_{md}(p) = R_{md}(p)\,\frac{\Lambda_{md}(p)}{\Delta\Lambda_{md}(p)}\left[1 + R_{m\delta d}\,\Delta\Lambda_{md}(p=\infty)\right] = R_{m\delta d}\,\Delta k_d(p), \quad (2.25c)$$

$$\Delta R_{mq}(p) = R_{mq}(p)\,\frac{\Lambda_{mq}(p)}{\Delta\Lambda_{mq}(p)}\left[1 + R_{m\delta q}\,\Delta\Lambda_{mq}(p=\infty)\right] = R_{m\delta q}\,\Delta k_q(p), \quad (2.25d)$$

Współczynniki operatorowe $k_{d,q}(p)$ oraz $\Delta k_{d,q}(p)$, figurujące w powyższych równaniach, wynikają bezpośrednio z zależności (2.25), przy czym otrzymuje się:

$$k_d(p) = 1 + \frac{1}{R_{m\delta d}\Lambda_{md}(p)} \quad (2.26a)$$

$$k_q(p) = 1 + \frac{1}{R_{m\delta q}\Lambda_{mq}(p)} \quad (2.26b)$$

$$\Delta k_d(p) = k_d(p)\,\frac{\Lambda_{md}(p)}{\Delta\Lambda_{md}(p)}\left[1 + R_{m\delta d}\,\Delta\Lambda_{md}(p=\infty)\right] \quad (2.26c)$$

$$\Delta k_q(p) = k_q(p)\,\frac{\Lambda_{mq}(p)}{\Delta\Lambda_{mq}(p)}\left[1 + R_{m\delta q}\,\Delta\Lambda_{mq}(p=\infty)\right] \quad (2.26d)$$

Końcową postać równań określających reluktancje operatorowe obwodu magnetycznego maszyny z rdzeniem litym w wirniku otrzymuje się po wstawieniu do zależności (2.25) oraz (2.26) wyrażeń (2.19c,...,f) definiujących permeancje operatorowe rdzenia litego. Wynika stąd, że reluktancje operatorowe maszyny synchronicznej są określone przez szeregi nieskończone funkcji hiperbolicznych o argumencie będącym funkcją $\sqrt{p}$, przy czym - w przypadku niestatycznych warunków początkowych - reluktancje $\Delta R_{md,q}(p)$ są zależne od chwili wystąpienia zakłócenia (przyjętej jako t=0).

Jeśli warunki początkowe mają charakter statyczny, to obowiązują zależności (2.20) i wówczas równania (2.26c,d) można zapisać w prostszej postaci:

$$\Delta k_d(p) = \frac{\left[1+R_{m\delta d}\Lambda_{md}(p)\right]\left[1+R_{m\delta d}\,\Lambda_{md}(p=0)\right]}{R_{m\delta d}\left[\Lambda_{md}(p=0)-\Lambda_{md}(p)\right]} = \frac{k_d(p)k_d(p=0)}{k_d(p)-k_d(p=0)}, \quad (2.27a)$$

$$\Delta k_q(p) = \frac{\left[1+R_{m\delta q}\Lambda_{mq}(p)\right]\left[1+R_{m\delta q}\,\Lambda_{mq}(p=0)\right]}{R_{m\delta q}\left[\Lambda_{mq}(p=0)-\Lambda_{mq}(p)\right]} = \frac{k_q(p)k_q(p=0)}{k_q(p)-k_q(p=0)}. \quad (2.27b)$$

Zatem, przy statycznych warunkach początkowych reluktancje operatorowe maszyny synchronicznej są funkcjami operatorowymi jednoznacznie określonymi (za pomocą szeregów nieskończonych funkcji hiperbolicznych o argumencie będącym funkcją $\sqrt{p}$) przez wymiary gabarytowe (a_d, a_q, l_m) i stałe materiałoe (ϱ, μ) litego wirnika oraz przez reluktancję $R_{m\delta d,q}$) zastępczych szczelin powietrznych maszyny.

Uwzględniając twierdzenie o wartościach granicznych [89]) można, na podstawie zależności (2.25), wyznaczyć reluktancje początkowe (wstępne) maszyny synchronicznej

$$R_{md}(p=\infty) = \lim_{p\to\infty} R_{md}(p) = R_{m\delta d}\, k_d(p=\infty) = \infty \tag{2.28a}$$

$$R_{mq}(p=\infty) = \lim_{p\to\infty} R_{mq}(p) = R_{m\delta q}\, k_q(p=\infty) = \infty \tag{2.28b}$$

$$\Delta R_{md}(p=\infty) = \lim_{p\to\infty} \Delta R_{md}(p) = R_{m\delta d}\, \Delta k_d(p=\infty) \tag{2.28c}$$

$$\Delta R_{mq}(p=\infty) = \lim_{p\to\infty} \Delta R_{mq}(p) = R_{m\delta q}\, \Delta k_q(p=\infty), \tag{2.28d}$$

przy czym wartości początkowe (wstępne) współczynników określających reluktancje początkowe maszyny wynikają z wyrażeń (2.26)

$$k_d(p=\infty) = \lim_{p\to\infty} k_d(p) = \infty \tag{2.29a}$$

$$k_q(p=\infty) = \lim_{p\to\infty} k_q(p) = \infty \tag{2.29b}$$

$$\Delta k_d(p=\infty) = \lim_{p\to\infty} \Delta k_d(p) = 1 + \frac{1}{R_{m\delta d}\Delta\Lambda_{md}(p=\infty)} \tag{2.29c}$$

$$\Delta k_q(p=\infty) = \lim_{p\to\infty} \Delta k_q(p) = 1 + \frac{1}{R_{m\delta q}\Delta\Lambda_{mq}(p=\infty)} \tag{2.29d}$$

W przypadku statycznych warunków początkowych otrzymuje się z zależności (2.27)

$$\Delta k_d(p=\infty) = 1 + \frac{1}{R_{m\delta d}\Lambda_{md}(p=0)} = k_d(p=0) \tag{2.30a}$$

$$\Delta k_q(p=\infty) = 1 + \frac{1}{R_{m\delta q}\Lambda_{mq}(p=0)} = k_q(p=0) \tag{2.30b}$$

Podobnie na podstawie twierdzenia o wartościach granicznych można wyznaczyć z równań (2.24) wartości początkowe strumieni magnetycznych maszyny:

$$\Phi_{ad}(t=+0) = \lim_{p\to\infty} \Phi_{ad}(p) = \frac{\Theta_{ad}(t=-0)}{\Delta R_{md}(p=\infty)} \tag{2.31a}$$

$$\Phi_{aq}(t=+0) = \lim_{p\to\infty} \Phi_{aq}(p) = \frac{\Theta_{aq}(t=-0)}{\Delta R_{mq}(p=\infty)}. \tag{2.31b}$$

Powyższe zależności są zgodne z zasadą ciągłości strumienia magnetycznego głównego w maszynie synchronicznej.

2.4. Strumienie sprzężone obwodów zastępczych

Strumienie sprzężone poszczególnych uzwojeń osiowych maszyn synchronicznych (rys. 2.1) są określone równaniami (2.4), z których - po wprowadzeniu zależności (2.5) i po transformacji operatorowej - wynikają następujące zależności:

$$\Psi_d(p) = z\Phi_{ad}(p) - L_s\, I_d(p) \tag{2.32a}$$

$$\Psi_w(p) = z_w\Phi_{ad}(p) + \left(\frac{z_w^2}{R_{mdMd}} + L_{sw}\right) I_w(p) + \frac{z_w\, z_{kd}}{R_{mdMd}}\, I_{kd}(p) \tag{2.32b}$$

$$\Psi_{kd}(p) = z_{kd}\,\Phi_{ad}(p) + \frac{z_w\, z_{kd}}{R_{mdMd}}\, I_w(p) + \left(\frac{z_{kd}^2}{R_{mdMd}} + L_{skd}\right) I_{kd}(p) \tag{2.32c}$$

$$\Psi_q(p) = z\Phi_{aq}(p) - L_s\, I_q(p) \tag{2.32d}$$

$$\Psi_{kq}(p) = z_{kq}\,\Phi_{aq}(p) + L_{skq}\, I_{kq}(p) \tag{2.32e}$$

$$\Psi_0(p) = -L_0\, I_0(p). \tag{2.32f}$$

W celu wyznaczenia strumieni sprzężonych poszczególnych obwodów zastępczych maszyny synchronicznej o rdzeniu litym w wirniku, przy uwzględnieniu niestatycznych warunków początkowych, wprowadzono do powyższych zależności równania (2.24) oraz następujące wyrażenia wynikające z równań(2.7):

- po transformacji operatorowej

$$\Theta_{ad}(p) = z_w\, I_w(p) + z_{kd}\, I_{kd}(p) - z\, I_d(p)$$

$$\Theta_{aq}(p) = z_{kq}\, I_{kq}(p) - z\, I_q(p),$$

- dla chwili bezpośrednio poprzedzającej zakłócenie (t= -0)

$$\Theta_{ad}(t=-0) = z_w\, I_w(t=-0) + z_{kd}\, I_{kd}(t=-0) - z\, I_d(t=-0)$$

$$\Theta_{aq}(t=-0) = z_{kd}\, I_{kd}(t=-0) - z\, I_q(t=-0)$$

Ponadto zastosowano zasady sprowadzania poszczególnych wielkości obwodów wirnika na stronę zastępczego uzwojenia twornika w odpowiedniej osi (jak dla transformatora wielouzwojeniowego). W wyniku takich przekształceń równania (2.32) można zapisać w następującej postaci:

$$\Psi_d(p) = L_{ad}(p)\, I_{ad}(p) - L_s I_d(p) + \Delta L_{ad}(p)\, I_{ad}(t=-0) \tag{2.33a}$$

$$\Psi'_w(p) = L_{ad}(p)\, I_{ad}(p) + (L'_{sMd} + L'_{sw}) I'_w(p) + L'_{sMd} I'_{kd}(p) + \Delta L_{ad}(p) I_{ad}(t=-0) \tag{2.33b}$$

$$\Psi'_{kd}(p) = L_{ad}(p)\, I_{ad}(p) + L'_{sMd} I'_w(p) + (L'_{sMd} + L'_{skd}) I'_{kd}(p) + \Delta L_{ad}(p) I_{ad}(t=-0) \tag{2.33c}$$

$$\Psi_q(p) = L_{aq}(p)\, I_{aq}(p) - L_s\, I_q(p) + \Delta L_{aq}(p)\, I_{aq}(t=-0) \tag{2.33d}$$

$$\Psi'_{kq}(p) = L_{aq}(p)\, I_{aq}(p) + L'_{skq}\, I'_{kq}(p) + \Delta L_{aq}(p)\, I_{aq}(t=-0) \tag{2.33e}$$

$$\Psi_0(p) = -L_0\, I_0(p), \tag{2.33f}$$

przy czym w powyższych zależnościach:
- kropką u góry oznaczono odpowiednie wielkości obwodów zastępczych wirnika, sprowadzone na stronę uzwojenia twornika w odpowiedniej osi,
- prądy osiowe $I_{ad,q}(p)$ oraz $I_{ad,q}(t=-0)$ wynikają z wyrażeń

$$I_{ad}(t) = I'_w(t) + I'_{kd}(t) - I_d(t) \tag{2.34a}$$

$$I_{aq}(t) = I'_{kq}(t) - I_q(t), \tag{2.34b}$$

- operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny synchronicznej dla zakłóceń wywołanych zmianą prądów w obwodach zastępczych twornika i wirnika są określone następującymi równaniami:

$$L_{ad}(p) = \frac{L_{ad}}{k_d(p)} k_d(p=0) \quad \text{oraz} \quad L_{aq}(p) = \frac{L_{aq}}{k_q(p)} k_q(p=0), \qquad (2.35a,b)$$

- operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny, uwzględniające wpływ niezerowych warunków początkowych, są określone następującymi zależnościami:

$$\Delta L_{ad}(p) = \frac{L_{ad}}{\Delta k_d(p)} k_d(p=0) \quad \text{oraz} \quad \Delta L_{aq}(p) = \frac{L_{aq}}{\Delta k_q(p)} k_q(p=0), \qquad (2.36a,b)$$

- indukcyjności L_s, L_{ad}, L_{aq}, L'_{sMd}, L'_{sw}, L'_{skd}, L'_{skq} poszczególnych obwodów zastępczych są zdefiniowane identycznie jak w klasycznej teorii maszyny synchronicznej.

Z równań (2.33) wynika, że konsekwencją uwzględnienia zjawisk elektromagnetycznych w litym wirniku jest funkcyjne uzależnienie indukcyjności oddziaływania w osi wzdłużnej i w osi poprzecznej maszyny do operatora różniczkowania, zgodnie z zależnościami (2.35). Po uwzględnieniu wyrażeń (2.26a,b) oraz (2.19c,d) stwierdza się, że w ogólnym przypadku operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny są określone przez szeregi nieskończone funkcji hiperbolicznych o argumencie będącym funkcją $\sqrt{p}$. Ponadto z równań (2.33) widać, że strumienie sprzężone obwodów zastępczych w osi wzdłużnej i w osi poprzecznej maszyny zawierają składniki:

$$\Delta\Psi_{ad}(p) = \Delta L_{ad}(p)\, I_{ad}(t=-0), \qquad (2.37a)$$

$$\Delta\Psi_{aq}(p) = \Delta L_{aq}(p)\, I_{aq}(t=-0), \qquad (2.37b)$$

ujawniające się jako wynik uwzględnienia warunków początkowych. Funkcja operatorowa określająca te dodatkowe składniki strumieni sprzężonych wynika z zależności (2.36), (2.26) oraz (2.19c,...,f) i jest - w ogólnym przypadku niestatycznych warunków początkowych - zależna od przebiegu zjawisk elektromagnetycznych w rdzeniu litym wirnika w czasie poprzedzającym chwilę wystąpienia zakłócenia.

Na podstawie równań (2.33), po zastosowaniu twierdzenia o wartościach granicznych [89]) i uwzględnieniu, że $L_{ad}(p=\infty) = L_{aq}(p=\infty) = 0$, wyznacza się następujące zależności określające wartości początkowe (w chwili t=+0) strumieni sprzężonych poszczególnych obwodów zastępczych maszyny synchronicznej:

$$\Psi_d(t=+0) = - L_s\ I_d(t=+0) + \Delta L_{ad}(p=\infty)\ I_{ad}(t=-0) \tag{2.38a}$$

$$\Psi'_w(t=+0) = (L'_{sMd}+L'_{sw})I'_w(t=+0)+L'_{sMd}I'_{kd}(t=+0)+\Delta L_{ad}(p=\infty)I_{ad}(t=-0) \tag{2.38b}$$

$$\Psi'_{kd}(t=+0)=L'_{sMd}\ I'_w(t=+0)+(L'_{sMd}+L'_{skd})I'_{kd}(t=+0)+\Delta L_{ad}(p=\infty)I_{ad}(t=-0) \tag{2.38c}$$

$$\Psi_q(t=+0) = -L_s\ I_q(t=+0) + \Delta L_{aq}(p=\infty)\ I_{aq}(t=-0) \tag{2.38d}$$

$$\Psi'_{kq}(t=+0) =(L'_{skq} + L'_{sMq})I'_{kq}(t=+0) + \Delta L_{aq}(p=\infty)\ I_{aq}(t=-0) \tag{2.38e}$$

$$\Psi_0(t=-0) = -L_0\ I_0(t=+0), \tag{2.38f}$$

w których wartości graniczne indukcyjności oddziaływania maszyny wynikają z zależności (2.36), przy czym otrzymuje się

$$\Delta L_{ad}(p=\infty) = \frac{L_{ad}}{\Delta k_d(p=\infty)}\ k_d(p=0) \quad \text{oraz} \quad \Delta L_{aq}(p=\infty) = \frac{L_{aq}}{\Delta k_q(p=\infty)}\ k_q(p=0). \tag{2.39a,b}$$

Z równań (2.38) wynika, że wartości początkowe (w chwili t=+0) strumieni sprzężonych poszczególnych obwodów zastępczych w osi wzdłużnej i w osi poprzecznej maszyny są uwarunkowane:

- wartościami prądów płynących w poszczególnych obwodach zastępczych maszyny w chwili t=-0, bezpośrednio poprzedzającej zakłócenie, które są reprezentowane w postaci następujących składników:

$$\Delta\Psi_{ad}(p=\infty) = \Delta L_{ad}(p=\infty)\ I_{ad}(t=-0), \tag{2.40a}$$

$$\Delta\Psi_{aq}(p=\infty) = \Delta L_{aq}(p=\infty)\ I_{aq}(t=-0), \tag{2.40b}$$

- wartościami prądów płynących w obwodach zastępczych maszyny w chwili t=+0 występującej bezpośrednio po zakłóceniu, które są reprezentowane w postaci wartości początkowych (w chwili t=+0) strumieni sprzężonych rozproszenia poszczególnych obwodów.

2.5. Uogólnione równania operatorowe i schematy zastępcze

Komplet równań opisujących własności elektromagnetyczne maszyny synchronicznej, pracującej przy stałej prędkości wirowania ω_m = const, obejmuje równania operatorowe napięciowe dla poszczególnych obwodów zastępczych maszyny.

2.5.1. Przypadek zamkniętych obwodów uzwojeń twornika i wzbudzenia

Przy zamkniętych (przewodzących) obwodach uzwojeń twornika i wzbudzenia odpowiednie równania operatorowe wynikają z transformacji Laplace'a - Carsona równań różniczkowych (2.3). Przyjmując chwilę wystąpienia zakłócenia jako początek liczenia czasu (t=0) otrzymuje się następujący układ równań operatorowych:

$$U_d(p) = p\left[\Psi_d(p) - \Psi_d(t=+0)\right] - \omega\Psi_q(p) - R\, I_d(p) \tag{2.41a}$$

$$U'_w(p) = p\left[\Psi'_w(p) - \Psi'_w(t=+0)\right] + R'_w\, I'_w(p) \tag{2.41b}$$

$$0 = p\left[\Psi'_{kd}(p) - \Psi'_{kd}(t=+0)\right] + R'_{kd}\, I'_{kd}(p) \tag{2.41c}$$

$$U_q(p) = p\left[\Psi_q(p) - \Psi_q(t=+0)\right] + \omega\Psi_d(p) - R\, I_q(p) \tag{2.41d}$$

$$0 = p\left[\Psi'_{kq}(p) - \Psi'_{kq}(t=+0)\right] + R'_{kq}\, I'_{kq}(p) \tag{2.41e}$$

$$U_0(p) = p\left[\Psi_0(p) - \Psi_0(t=+0)\right] - R\, I_0(p), \tag{2.41f}$$

przy czym kropką u góry oznaczono odpowiednie wielkości i parametry obwodów zastępczych magneśnicy sprowadzone na stronę uzwojenia twornika w odpowiedniej osi maszyny synchronicznej.

Końcowa postać równań operatorowych napięciowych wynika z wprowadzenia do równań (2.41) zależności (2.33) oraz (2.38), określających funkcje operatorowe i wartości graniczne strumieni sprzężonych poszczególnych obwodów zastępczych maszyny. Otrzymane w ten sposób równania operatorowe maszyny synchronicznej z rdzeniem litym w wirniku, przy uwzględnieniu niestatycznych warunków początkowych, można zapisać w postaci równania macierzowego

$$\left[U(p)\right] = \left[Z(p)\right]\left[I(p)\right], \tag{2.42a}$$

w którym poszczególne macierze składowe są określone następującymi zależnościami:

- macierz (kolumnowa) napięć wymuszających

$$
\left[\bar{U}(p)\right] = \left[\begin{array}{l}
U_d(p) - pL_s I_d(t=+0) + p\left[\Delta\Psi_{ad}(p=\infty) - \Delta\Psi_{ad}(p)\right] + \omega\Delta\Psi_{aq}(p) \\
U_q(p) - pL_s I_q(t=+0) + p\left[\Delta\Psi_{aq}(p=\infty) - \Delta\Psi_{aq}(p)\right] - \omega\Delta\Psi_{ad}(p) \\
U'_w(p) + p\left[\Delta\Psi_{ad}(p=\infty) - \Delta\Psi_{ad}(p)\right] + p(L'_{sw} + L'_{sMd}) I'_w(t=+0) + pL'_{sMd} I'_{kd}(t=+0) \\
p\left[\Delta\Psi_{ad}(p=\infty) - \Delta\Psi_{ad}(p)\right] + pL'_{sMd} I'_w(t=+0) + p(L'_{skd} + L'_{sMd}) I'_{kd}(t=+0) \\
p\left[\Delta\Psi_{aq}(p=\infty) - \Delta\Psi_{aq}(p)\right] + p(L'_{skq} + L'_{sMq}) I'_{kq}(t=+0) \\
U_0(p) - pL_0\, I_0(t=+0)
\end{array}\right]
\tag{2.42b}
$$

- macierz kolumnowa prądów w obwodach zastępczych maszyny

$$
\left[\bar{I}(p)\right] = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c}
I_d(p) & I_q(p) & I'_w(p) & I'_{kd}(p) & I'_{kq}(p) & I_0(p)
\end{array}\right]^T
\tag{2.42c}
$$

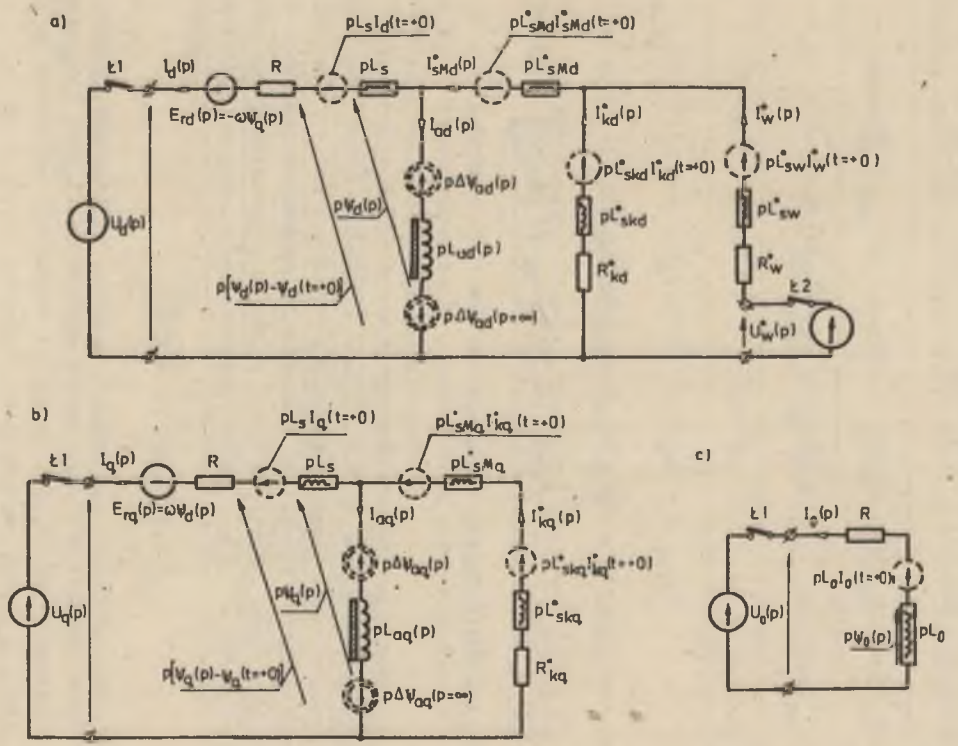
- macierz kwadratowa impedancji maszyny

$$
\left[Z(p)\right] = \left[\begin{array}{cccccc}
-\left\{R_s + p\left[L_s + L_{ad}(p)\right]\right\} & \omega\left[L_s + L_{aq}(p)\right] & pL_{ad}(p) & pL_{ad}(p) & -\omega L_{aq}(p) & 0 \\
-\omega\left[L_s + L_{ad}(p)\right] & -\left\{R_s + p\left[L_s + L_{aq}(p)\right]\right\} & -\omega L_{ad}(p) & -\omega L_{ad}(p) & pL_{aq}(p) & 0 \\
-pL_{ad}(p) & 0 & -\left\{R'_w + p\left[L'_{sw} + L'_{sMd} + L_{ad}(p)\right]\right\} & -p\left[L'_{sMd} + L_{ad}(p)\right] & 0 & 0 \\
-\omega L_{ad}(p) & 0 & -p\left[L'_{sMd} + L_{ad}(p)\right] & -\left\{R'_{kd} + p\left[L'_{skd} + L'_{sMd} + L_{ad}(p)\right]\right\} & 0 & 0 \\
0 & -pL_{aq}(p) & 0 & 0 & -\left\{R'_{kq} + p\left[L'_{skq} + L'_{sMq} + L_{aq}(p)\right]\right\} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(R_0 + pL_0)
\end{array}\right]
\tag{2.42d}
$$

Figurujące w tych równaniach indukcyjności operatorowe $L_{ad}(p)$ i $L_{aq}(p)$ są zdefiniowane zależnościami (2.35), natomiast strumienie sprzężone $\Psi_{ad}(p)$, $\Psi_{aq}(p)$, $\Psi_{ad}(p=\infty)$, $\Psi_{aq}(p=\infty)$ wynikają z zależności (2.37) oraz (2.40).

Równaniom napięciowym (2.42) odpowiadają uogólnione schematy zastępcze w poszczególnych osiach maszyny synchronicznej z litym wirnikiem, które przedstawiono na rys. 2.3. W schematach tych występują:

- elementy skupione reprezentujące rezystancje R, R'_w, R'_{kd}, R'_{kq} i indukcyjności rozproszenia L_s, L'_{sw}, L'_{skd}, L'_{skq}, L'_{sMd}, L'_{sMq} obwodów zastępczych maszyny oraz indukcyjność L_0 uzwojenia twornika dla składowej zerowej "0",



Rys. 2.3. Schematy zastępcze uogólnione maszyny synchronicznej przy uwzględnieniu niestatycznych warunków początkowych:

a) w osi wzdłużnej; b) w osi poprzecznej; c) dla składowej zerowej

- operatorowe indukcyjności ($L_{ad}(p)$ oraz $L_{aq}(p)$) oddziaływania twornika w osi "d" i w osi "q" maszyny wynikające z uwzględnienia zjawisk elektromagnetycznych w rdzeniu litym wirnika,
- zastępcze siły elektromotoryczne transformacji (typu $pL\,I(t=+0)$) indukowane w poszczególnych obwodach zastępczych maszyny, wynikające z uwzględnienia wartości początkowych prądów (w chwili $t=+0$) oraz indukcyjności tych obwodów,
- zastępcze siły elektromotoryczne transformacji ($p\Delta\Psi_{ad}(p)$ i $p\Delta\Psi_{ad}(p=\infty)$ oraz $p\Delta\Psi_{aq}(p)$ i $p\Delta\Psi_{aq}(p=\infty)$), indukowane w obwodach zastępczych osi "d" i "q" maszyny, wynikające z uwzględnienia niestatycznych warunków początkowych w rdzeniu litym wirnika maszyny,
- siły elektromotoryczne rotacji ($E_{rd}(p) = -\omega\Psi_q(p)$ oraz $E_{rq}(p) = \omega\Psi_d(p)$) indukowane w uzwojeniach twornika osi "d" i w osi "q", ujawniające się w wyniku unieruchomienia uzwojeń osiowych twornika względem uzwojeń wirnika, będącego konsekwencją zastosowania transformacji Parka określonej równaniem (2.1). W tych siłach elektromotorycznych występują napięcia rotacji ($-\omega\Delta\Psi_{aq}(p)$ oraz $\omega\Delta\Psi_{ad}(p)$) indukowane w zastępczych uzwojeniach twornika w osi "d" oraz w osi "q", ujawniające się w wyniku unieruchomienia uzwojeń osiowych twornika względem uzwojeń wirnika jako skutek uwzględnienia niezerowych warunków początkowych w rdzeniu litym wirnika maszyny.
- napięcia (U_d, U_q, U_0) występujące na zaciskach uzwojeń osiowych twornika oraz napięcie (U_w^*) zasilania uzwojenia wzbudzenia maszyny sprowadzone na stronę uzwojeń osiowych twornika.

Na schematach zastępczych zaznaczono odpowiednimi strzałkami siły elektromotoryczne transformacji (typu $p\Psi(p)$ i $p\left[\Psi(p) - \Psi(t=+0)\right]$) indukowane w obwodach zastępczych twornika, ułatwiające obliczenie strumieni sprzężonych $\Psi(p)$ i $\Psi(t=+0)$ obwodów twornika w odpowiedniej osi w oparciu o schematy zastępcze maszyny synchronicznej.

2.5.2. Przypadek otwartego obwodu uzwojenia twornika

Przy rozwartym obwodzie twornika (czyli w stanie jałowym) nie płyną prądy w obwodach zastępczych reprezentujących uzwojenie twornika, a zatem:

$$I_d(t) = I_q(t) = I_0(t) = 0 \tag{2.43a}$$

$$I_d(t=+0) = I_q(t=+0) = I_0(t=+0) = 0 \tag{2.43b}$$

$$I_d(p) = I_q(p) = I_0(p) = 0 \tag{2.43c}$$

Wtedy nie występuje oddziaływanie elektromagnetyczne uzwojeń twornika w osi wzdłużnej, poprzecznej oraz dla składowej zerowej i w wyniku w równaniach napięciowych nie występują składniki reprezentujące wpływ obwodu twornika. Na tej podstawie - postępując identycznie jak w punkcie 2.5.1 - otrzymuje się następujące równanie macierzowe opisujące własności elektromagnetyczne maszyny synchronicznej pracującej przy otwartym (nieprzewodzącym) obwodzie twornika:

$$\left[\bar{U}_j(p)\right] = \left[Z_j(p)\right]\left[\bar{I}_j(p)\right], \tag{2.44a}$$

w którym poszczególne macierze składowe wynikają z następujących zależności:

- macierz kolumnowa napięć wymuszających

$$\left[U_j(p)\right] = \begin{bmatrix} U^*_w(p)+p\left[\Delta\psi_{ad}(p=\infty)-\Delta\psi_{ad}(p)\right]+p(L^*_{sw}+L^*_{sMd})I^*_w(t=+0)+pL^*_{sMd}I^*_{kd}(t=+0) \\ p\left[\Delta\psi_{ad}(p=\infty)-\Delta\psi_{ad}(p)\right]+pL^*_{sMd}I^*_w(t=+0)+p(L^*_{skd}+L^*_{sMd})I^*_{kd}(t=+0) \\ p\left[\Delta\psi_{aq}(p=\infty)-\Delta\psi_{aq}(p)\right]+p(L^*_{skq}+L^*_{sMq})I^*_{kq}(t=+0) \end{bmatrix} \tag{2.44b}$$

- macierz kolumnowa prądów w obwodach zastępczych maszyny

$$\left[I_j(p)\right] = \left[\begin{array}{c|c|c} I^*_w(p) & I^*_{kd}(p) & I^*_{kq}(p) \end{array}\right]^T \tag{2.44c}$$

- macierz kwadratowa impedancji maszyny

$$\left[Z_j(p)\right] = \begin{bmatrix} \left\{R^*_w+p\left[L^*_{sw}+L^*_{sMd}+L_{ad}(p)\right]\right\} & p\left[L^*_{sMd}+L_{ad}(p)\right] & \\ p\left[L^*_{sMd}+L_{ad}(p)\right] & \left\{R^*_{kd}+p\left[L^*_{skd}+L^*_{sMd}+L_{ad}(p)\right]\right\} & \\ 0 & 0 & \left\{R^*_{kq}+p\left[L^*_{skq}+L^*_{sMq}+L^*_{aq}(p)\right]\right\} \end{bmatrix} \tag{2.44d}$$

W przedstawionych równaniach zastosowano dodatkowy indeks "j" w celu podkreślenia, że poszczególne macierze obowiązują dla maszyny w stanie jałowym, czyli przy otwartym (nieprzewodzącym) obwodzie twornika.

Składniki $\Delta\psi_{ad}(p)$ oraz $\Delta\psi_{aq}(p)$ figurujące w równaniu (2.44b) wynikają z zależności (2.37), przy czym jeżeli przed chwilą wystąpienia zakłócenia maszyna miała również otwarty obwód twornika, trzeba w tych zależnościach uwzględnić warunki $I_{ad}(t=-0) = 0$ oraz $I_{aq}(t=-0) = 0$.

Schematy zastępcze maszyny synchronicznej, wynikające z równań (2.43) oraz (2.44), można przedstawić w postaci takiej jak na rys. 2.3, przy czym fakt rozwarcia obwodu twornika jest reprezentowany przez rozwarcie styków łączników Ł1, włączonych w zastępcze obwody twornika w poszczególnych osiach.

Na zaciskach otwartego obwodu uzwojenia twornika ujawnia się napięcie, którego składowe osiowe można wyznaczyć (z prawa Kirchoffa) na podstawie schematu zastępczego maszyny, przedstawionego na rys. 2.3. Otrzymuje się następujące równania (przy przyjęciu strzałki tego napięcia zgodnej ze strzałką napięć osiowych twornika):

$$U_{dj}(p) = pL_{ad}(p)\left[I_w^{\cdot}(p) + I_{kd}^{\cdot}(p)\right] + \omega L_{aq}(p)I_{kq}^{\cdot}(p) - p\left[\Delta\psi_{ad}(p=\infty) - \Delta\psi_{ad}(p)\right] - \omega\Delta\psi_{aq}(p) \tag{2.45a}$$

$$U_{qj}(p) = \omega L_{ad}(p)\left[I_w^{\cdot}(p) + I_{kd}^{\cdot}(p)\right] + pL_{aq}(p)\, I_{kq}^{\cdot}(p) + \omega\Delta\psi_{ad}(p) - p\left[\Delta\psi_{aq}(p=\infty) - \Delta\psi_{aq}(p)\right], \tag{2.45b}$$

$$U_{0j}(p) = 0, \tag{2.45c}$$

w których prądy $I_w^{\cdot}(p)$, $I_{kd}^{\cdot}(p)$ oraz $I_{kq}^{\cdot}(p)$ wynikają z równań (2.44).

2.5.3. Przypadek otwartego obwodu uzwojenia wzbudzenia

Przy rozwartym (nieprzewodzącym) obwodzie wzbudzenia nie płynie prąd w tym obwodzie, a zatem

$$I_w^{\cdot}(t) = 0; \quad I_w^{\cdot}(t=+0) = 0; \quad I_w^{\cdot}(p) = 0. \tag{2.46a,b,c}$$

Wówczas nie występuje oddziaływanie uzwojenia wzbudzenia w osi wzdłużnej maszyny i wyniku (w operatorowych równaniach napięciowych) nie występują składniki reprezentujące wpływ obwodu uzwojenia wzbudzenia. Na tej podstawie otrzymuje się następujące równanie macierzowe, opisujące własności elektromagnetyczne maszyny synchronicznej pracującej przy otwartym (nieprzewodzącym) obwodzie uzwojenia wzbudzenia:

$$\left[\bar{U}_\infty(p)\right] = \left[Z_\infty(p)\right]\left[\bar{I}_\infty(p)\right], \tag{2.47a}$$

w którym poszczególne macierze składowe są określone następującymi zależnościami:

- macierz kolumnowa napięć wymuszających

$$\left[\bar{U}_{\infty}(p)\right] = \begin{bmatrix} U_d(p) - pL_s I_d(t=+0) + p\left[\Delta\psi_{ad}(p=\infty) - \Delta\psi_{ad}(p)\right] + \omega\Delta\psi_{aq}(p) \\ U_q(p) - pL_s I_q(t=+0) + p\left[\Delta\psi_{aq}(p=\infty) - \Delta\psi_{aq}(p)\right] - \omega\Delta\psi_{ad}(p) \\ p\left[\Delta\psi_{ad}(p=\infty) - \Delta\psi_{ad}(p)\right] + p(L'_{skd} + L'_{sMd}) I'_{kd}(t=+0) \\ p\left[\Delta\psi_{aq}(p=\infty) - \Delta\psi_{aq}(p)\right] + p(L'_{skq} + L'_{sMq}) I'_{kq}(t=+0) \\ U_0(p) - pL_0 I_0(t=+0) \end{bmatrix} \tag{2.47b}$$

- macierz kolumnowa prądów w obwodach zastępczych

$$\left[\bar{I}_{\infty}(p)\right] = \begin{bmatrix} I_d(p) & I_q(p) & I'_{kd}(p) & I'_{kq}(p) & I_0(p) \end{bmatrix}^T \tag{2.47c}$$

- macierz kwadratowa impedancji maszyny

$$\left[Z_{\infty}(p)\right] = \begin{bmatrix} -\left\{R + p\left[L_s + L_{ad}(p)\right]\right\} & \omega\left[L_s + L_{aq}(p)\right] & pL_{ad}(p) & -\omega L_{aq}(p) & 0 \\ -\omega\left[L_s + L_{ad}(p)\right] & -\left\{R + p\left[L_s + L_{aq}(p)\right]\right\} & \omega L_{ad}(p) & pL_{aq}(p) & 0 \\ -pL_{ad}(p) & 0 & \left\{R'_{kd} + p\left[L'_{skd} + L'_{sMd} + L_{ad}(p)\right]\right\} & 0 & 0 \\ 0 & -pL_{aq}(p) & 0 & \left\{R'_{kq} + p\left[L'_{skq} + L'_{sMq} + L_{aq}(p)\right]\right\} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(R + pL_0) \end{bmatrix} \tag{2.47d}$$

W powyższych równaniach zastosowano dodatkowy indeks "∞" dla podkreślenia, że poszczególne macierze obowiązują przy otwartym (nieprzewodzącym) obwodzie wzbudzenia.

Jeżeli przed chwilą wystąpienia zakłócenia maszyna miała również otwarty obwód wzbudzenia, to należy uwzględnić warunek $I'_w(t=-0) = 0$ przy obliczaniu składników $\Delta\psi_{ad}(p)$ oraz $\Delta\psi_{ad}(p=\infty)$, figurujących w równaniu (2.47b).

Schematy zastępcze maszyny synchronicznej o otwartym obwodzie wzbudzenia - wynikające z równań (2.46) oraz (2.47) - można przedstawić w postaci takiej jak na rys. 2.β, przy czym fakt otwarcia obwodu wzbudzenia jest reprezentowany przez rozwarcie styków łącznika Ł2, figurującego w schemacie zastępczym dla osi wzdłużnej maszyny (rys. 2.3a).

Na zaciskach otwartego obwodu wzbudzenia występuje przepięcie $U'_{w\infty}$, które można wyznaczyć (z prawa Kirchhoff'a) na podstawie schematu zastępczego dla osi wzdłużnej maszyny (rys. 2.3a przy rozwartym łączniku Ł2). Otrzymuje się następujące równanie:

$$U^{\cdot}_{w\infty}(p) = U^{\cdot}_{w}(p) + (R^{\cdot}_{kd} + pL^{\cdot}_{skd})I^{\cdot}_{kd}(p) - pL^{\cdot}_{skd}\, I^{\cdot}_{kd}(t=+0), \qquad (2.48)$$

w którym prąd $I^{\cdot}_{kd}(p)$ wynika z równań (2.44)

2.5.4. Przypadek otwartych obwodów uzwojeń twornika i wzbudzenia

Przy rozwartym obwodzie twornika (czyli w stanie jałowym) oraz przy rozwartym obwodzie uzwojenia wzbudzenia nie płyną prądy w odpowiednich obwodach zastępczych reprezentujących te uzwojenia, a zatem

$$I_d(t) = I_q(t) = I_0(t) = I^{\cdot}_{w}(t) = 0 \qquad (2.49a)$$

$$I_d(t=+0) = I_q(t=+0) = I_0(t=+0) = I^{\cdot}_{w}(t=+0) = 0 \qquad (2.49b)$$

$$I_d(p) = I_q(p) = I_0(p) = I^{\cdot}_{w}(p) = 0 \qquad (2.49c)$$

Nie występuje wtedy oddziaływanie elektromagnetyczne tych obwodów i w konsekwencji w równaniach napięciowych nie występują odpowiednie składniki reprezentujące obwód uzwojenia twornika i uzwojenia wzbudzenia. Po uwzględmieniu tych uwag - postępując analogicznie jak w punkcie 2.5.1 - wyznacza się następujące równanie macierzowe opisujące własności elektromagnetyczne maszyny synchronicznej przy rozwartych uzwojeniach twornika i wzbudzenia:

$$\left[\bar{U}_{j\infty}(p)\right] = \left[Z_{j\infty}(p)\right]\left[\bar{I}_{j\infty}(p)\right], \qquad (2.50a)$$

w którym poszczególne macierze składowe wynikają z następujących zależności:

-- macierz kolumnowa napięć wymuszających

$$\left[\bar{U}_{j\infty}(p)\right] = \begin{bmatrix} p\left[\Delta\Psi_{ad}(p=\infty) - \Delta\Psi_{ad}(p)\right] + p(L^{\cdot}_{skd} + L^{\cdot}_{sMd})I^{\cdot}_{kd}(t=+0) \\ p\left[\Delta\Psi_{aq}(p=\infty) - \Delta\Psi_{aq}(p)\right] + p(L^{\cdot}_{skq} + L^{\cdot}_{sMq})I^{\cdot}_{kq}(t=+0) \end{bmatrix} \qquad (2.50b)$$

-- macierz kolumnowa prądów w obwodach zastępczych maszyny

$$\left[\bar{I}_{j\infty}(p)\right] = \left[\begin{matrix} I^{\cdot}_{kd}(p) & I^{\cdot}_{kq}(p) \end{matrix}\right]^T, \qquad (2.50c)$$

-- macierz kwadratowa impedancji maszyny

$$\left[Z_{j\infty}(p)\right] = \begin{bmatrix} \left\{R^{\cdot}_{kd} + p\left[L^{\cdot}_{skd} + L^{\cdot}_{sMd} + L_{ad}(p)\right]\right\} & 0 \\ 0 & \left\{R^{\cdot}_{kq} + p\left[L^{\cdot}_{skq} + L^{\cdot}_{sMq} + L_{aq}(p)\right]\right\} \end{bmatrix} \qquad (2.50d)$$

W powyższych równaniach oznaczono indeksem "j" poszczególne macierze maszyny w stanie jałowym i przy otwartym obwodzie wzbudzenia.

Strumienie sprzężone $\Delta\psi_{ad}(p)$ oraz $\Delta\psi_{aq}(p)$, reprezentujące warunki początkowe w bloku litym, figurujące w równaniu (2.50b), wynikają z zależności (2.37). Jeśli przed chwilą wystąpienia zakłócenia maszyna była również w stanie jałowym bądź przy otwartym obwodzie wzbudzenia, obowiązuje w zależnościach (2.37) podstawienie $I_d(t=-0) = I_q(t=-0) = 0$, bądź $I_w^{\cdot}(t=-0) = 0$.

Równaniom (2.50a,...,d) odpowiadają schematy zastępcze maszyny, które można przedstawić tak jak na rys. 2.3, przy czym fakt otwarcia obwodu twornika i obwodu wzbudzenia jest reprezentowany przez rozwarcie styków łączników Ł1 oraz Ł2, włączonych w odpowiednie obwody zastępcze twornika i wzbudzenia.

Na zaciskach otwartych obwodów twornika i wzbudzenia ujawniają się napięcia, które są określone przez następujące równania wynikające ze schematów zastępczych (rys. 2.3) maszyny przy rozwartych stykach łączników Ł1 i Ł2:

- napięcie na zaciskach obwodu twornika:

$$U_{dj\infty}(p)=pL_{ad}(p)I_{kd}^{\cdot}(p)-\omega L_{aq}(p)I_{kq}^{\cdot}(p)-p\left[\Delta\psi_{ad}(p=\infty)-\Delta\psi_{ad}(p)\right]-\omega\Delta\psi_{aq}(p) \tag{2.51a}$$

$$U_{qj\infty}(p)=\omega L_{ad}(p)I_{kd}^{\cdot}(p)+pL_{aq}(p)I_{kq}^{\cdot}(p)+\omega\Delta\psi_{ad}(p)-p\left[\Delta\psi_{aq}(p=\infty)-\Delta\psi_{aq}(p)\right] \tag{2.51b}$$

$$U_{0j\infty}(p) = 0 \tag{2.51c}$$

- przepięcie na zaciskach otwartego obwodu wzbudzenia

$$U_{wj\infty}^{\cdot}(p) = U_w^{\cdot}(p) + (R_{kd}^{\cdot} + pL_{skd}^{\cdot})I_{kd}^{\cdot}(p) - pL_{skd}^{\cdot}\, I_{kd}^{\cdot}(t=+0), \tag{2.51d}$$

przy czym prądy $I_{kd}^{\cdot}(p)$ oraz $I_{kq}^{\cdot}(p)$ wynikają z równań (2.50). Jeśli maszyna synchroniczna nie jest wzbudzona, to w równaniu (2.51d) obowiązuje podstawienie $U_w^{\cdot}(p) = 0$.

2.5.5. Uwagi końcowe

Z przedstawionych obliczeń wynika, że równania macierzowe opisujące własności elektromagnetyczne maszyny synchronicznej o otwartym (nieprzewodzącym) obwodzie uzwojeń twornika i wzbudzenia są szczególnym przypadkiem równań macierzowych (2.42) obowiązujących dla maszyny o przewodzącym obwodzie twornika i obwodzie wzbudzenia. Dlatego równania (2.42) oraz odpowiadające im schematy zastępcze przedstawione na rys. 2.3 stanowią podstawę analizy własności elektromagnetycznych maszyny synchronicznej z litym

wirnikiem, przy uwzględnieniu warunków początkowych i przy dowolnych zakłóceniach.

Zastosowanie tych równań do obliczeń konkretnych stanów nieustalonych maszyny jest jednak utrudnione (a nawet wręcz niemożliwe), gdyż występują w nich indukcyjności operatorowe $L_{ad}(p)$ i $L_{aq}(p)$ oraz strumienie sprzężone $\Delta\Psi_{ad}(p)$ i $\Delta\Psi_{aq}(p)$ zależne od warunków pracy maszyny przed zakłóceniem, które - zgodnie z równaniami podanymi w punktach 2.2, 2.3, 2.4 niniejszej pracy - mają postać skomplikowanych szeregów nieskończonych funkcji hiperbolicznych o argumencie będącym funkcją $\sqrt{p}$. Jest to przyczyną poważnych trudności występujących przy wyznaczaniu przebiegów czasowych na podstawie odwrotnej transformacji odpowiednich funkcji operatorowych. Stąd wynika konieczność uproszczenia równań definiujących wyżej wymienione parametry, co prowadzi w efekcie do uproszczenia równań operatorowych i schematów zastępczych maszyny synchronicznej z litym wirnikiem.

2.6. Uproszczone równania operatorowe i schematy zastępcze

Uproszczone równania operatorowe i schematy zastępcze maszyny synchronicznej z litym wirnikiem, przy uwzględnieniu warunków początkowych, wynikają z uproszczenia równań określających operatorowe indukcyjności oddziaływania $L_{ad}(p)$ i $L_{aq}(p)$ oraz strumienie sprzężone $\Delta\Psi_{ad}(p)$ i $\Delta\Psi_{aq}(p)$ reprezentujące warunki początkowe.

W ogólności jest możliwe wyznaczenie wielu postaci funkcji operatorowych stanowiących przybliżenie o różnej dokładności równań (2.35),(2.26a,b) określających operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny synchronicznej. Jednak wydaje się, że praktyczne uzasadnienie mogą mieć metody prowadzące do przedstawienia operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny za pomocą:

- obwodu o stałych rozłożonych, mającego impedancję operatorową typu $\frac{pL}{1+\sqrt{pT}}$ z parametrami L oraz T,
- szeregowego połączenia skończonej liczby "i" obwodów o stałych skupionych, z których każdy ma impedancję operatorową typu $\frac{pL_i}{1+pT_i}$ z parametrami L_i oraz T_i,
- równoległego połączenia indukcyjności oddziaływania oraz dwóch bądź większej liczby obwodów o stałych skupionych, z których każdy ma impedancję operatorową typu R + pL z różnymi parametrami R oraz L.

Uproszczenia przyjmowane przy reprezentacji operatorowych indukcyjności oddziaływania za pomocą wymienionych obwodów prowadzą również do otrzymania uproszczonych równań określających strumienie sprzężone $\Delta\Psi_{ad}(p)$ i $\Delta\Psi_{aq}(p)$, reprezentujące wpływ warunków początkowych w rdzeniu litym wirnika maszyny.

2.6.1. Uproszczenie I stopnia

W maszynach synchronicznych rdzeń lity jest wykonany z materiału ferromagnetycznego o dużej przenikalności magnetycznej μ i o małej rezystywności ϱ. Można zatem założyć, że $\mu = \infty$ przy stałej i skończonej wartości iloczynu $\mu\varrho$. Wówczas współczynnik materiałowy α - określony zależnością (2.15c) - ma bardzo małą wartość, a zatem można przyjmować, że $\alpha \approx 0$. Ponadto, uwzględniając zależności (2.17) określające współczynniki operatorowe ξ, η oraz $\varkappa$, stwierdza się, że w tych warunkach zachodzą następujące równości przybliżone:

$$\frac{\mu \operatorname{th}(\frac{l_m}{2}\sqrt{\xi})}{\sqrt{\xi}} \approx \frac{\mu \operatorname{th}(\frac{a_q}{2}\sqrt{\eta})}{\sqrt{\eta}} \approx \frac{\mu \operatorname{th}(\frac{l_m}{2}\sqrt{\varkappa})}{\sqrt{\varkappa}} \approx \frac{\mu \operatorname{th}(\frac{a_d}{2}\sqrt{\eta})}{\sqrt{\eta}} \approx \sqrt{\frac{\mu\varrho}{p}}. \tag{2.52}$$

Wprowadzając wyrażenia przybliżone (2.52) do równań (2.19c,d) otrzymuje się następujące zależności uproszczone określające permeancje operatorowe rdzenia litego wirnika maszyny synchronicznej:

$$\Lambda_{md}(p) \approx 2\,\frac{a_q + l_m}{a_d}\sqrt{\frac{\mu\varrho}{p}}, \tag{2.53a}$$

$$\Lambda_{mq}(p) \approx 2\,\frac{a_d + l_m}{a_q}\sqrt{\frac{\mu\varrho}{p}}. \tag{2.53b}$$

Z tych zależności wynika, że przy przyjętych uproszczeniach otrzymuje się nieskończenie duże wartości permeancji rdzenia litego w stanie ustalonym (dla $t = \infty$). Natomiast z równań (2.19c,d) wynika, że w stanie ustalonym permeancje te mają wartości skończone. Jednak przyjęcie takich uproszczeń jest dopuszczalne i uzasadnione, bowiem o reluktancji obwodu magnetycznego maszyny synchronicznej w stanie ustalonym decyduje szczelina powietrzna między stojanem i wirnikiem - zwykle o dużej długości promieniowej.

Po uwzględnieniu zależności przybliżonych (2.53) otrzymuje się następujące równania uproszczone określające:

- współczynniki operatorowe $k_{d,q}(p)$ - na podstawie zależności (2.26a,b)

$$k_d(p) \approx 1 + \sqrt{pT_{ed}} \quad \text{oraz} \quad k_q(p) \approx 1 + \sqrt{pT_{eq}}, \tag{2.54a,b}$$

- operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny $L_{ad,q}(p)$ - na podstawie zależności (2.35)

$$L_{ad}(p) \approx \frac{L_{ad}}{1+\sqrt{pT_{ed}}} \quad \text{oraz} \quad L_{aq}(p) \approx \frac{L_{aq}}{1+\sqrt{pT_{eq}}}, \tag{2.55a,b}$$

w których syntetyczne stałe czasowe litego wirnika wynikają z wyrażeń:

$$T_{ed} = \frac{a_d^2}{4\mu\varrho(a_q+l_m)^2 R_{m\delta d}^2} \quad \text{oraz} \quad T_{eq} = \frac{a_q^2}{4\mu\varrho(a_d+l_m)^2 R_{m\delta q}^2}. \qquad (2.56a,b)$$

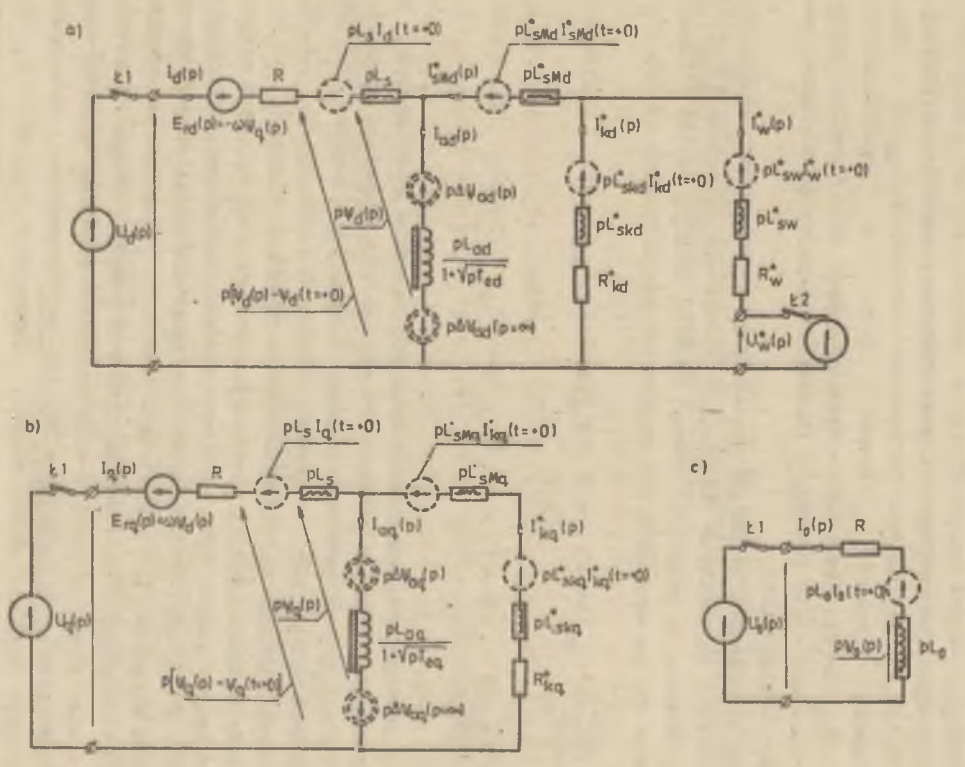
Bardziej utrudnione jest wyznaczenie relacji uproszczonych określających strumienie sprzężone $\Delta\Psi_{ad}(p)$ oraz $\Delta\Psi_{aq}(p)$, reprezentujące warunki początkowe w rdzeniu litym wirnika. Występują bowiem poważne trudności przy wyznaczaniu odpowiednich funkcji operatorowych zastępujących szeregi nieskończone (2.19e,f), definiujące permeancje operatorowe $\Delta\Lambda_{md}(p)$ oraz $\Delta\Lambda_{mq}(p)$. Podstawową trudność stanowi fakt, że współczynniki $C_{1ki}(t=-0),\ldots,C_{4ki}(t=-0)$ figurujące w tych szeregach są - w ogólnym przypadku zakłócenia stanu pracy maszyny - funkcyjnie zależne od warunków pracy maszyny przed zakłóceniem.

Jedynie przy statycznych warunkach początkowych można łatwo wyznaczyć jednoznaczne funkcje uproszczone określające strumienie sprzężone $\Delta\Psi_{ad}(p)$ oraz $\Delta\Psi_{aq}(p)$. Wówczas na podstawie równań (2.20), (2.27), (2.36) oraz (2.37) otrzymuje się po uwzględnieniu zależności przybliżonych (2.54)

$$\Delta\Psi_{ad}(p) \approx \frac{L_{ad}\sqrt{pT_{ed}}}{1+\sqrt{pT_{ed}}} I_{ad}(t=-0) \quad \text{oraz} \quad \Delta\Psi_{ad}(p=\infty) \approx L_{ad} I_{ad}(t=-0) \qquad (2.57a,b)$$

$$\Delta\Psi_{aq}(p) \approx \frac{L_{aq}\sqrt{pT_{eq}}}{1+\sqrt{pT_{eq}}} I_{aq}(t=-0) \quad \text{oraz} \quad \Delta\Psi_{aq}(p=\infty) \approx L_{aq} I_{aq}(t=-0). \qquad (2.57c,d)$$

Natomiast w ogólnym przypadku niestatycznych warunków początkowych w rdzeniu litym wirnika zachodzi konieczność wyznaczania strumieni sprzężonych $\Delta\Psi_{ad}(p)$ i $\Delta\Psi_{aq}(p)$ na podstawie relacji dokładnych w postaci szeregów nieskończonych wynikających z równań (2.19e,f), (2.26c,d), (2.36) oraz (2.37). Proponuje się metodę wynikającą z podziału obliczeń na kolejne przedziały czasowe (etapy), przy czym pierwszy etap obliczeń rozpoczyna się przyjmując zerowe bądź statyczne warunki początkowe. Uwzględniając zależności (2.55) oraz (2.57) można - na podstwie równań macierzowych przedstawionych w punkcie 2.5 - wyznaczyć przebiegi nieustalone prądów płynących w poszczególnych obwodach maszyny w pierwszym etapie obliczeń. Następnie dla tego etapu obliczeń trzeba wyznaczyć przebiegi czasowe natężenia pola magnetycznego $H_{ado}(t)$ oraz $H_{aqo}(t)$, wykorzystując zależności (2.8) oraz relacje (ogólnie znane) wiążące strumienie $\Phi_{ad}(t)$ i $\Phi_{aq}(t)$ oraz przepływy $\Theta_{ad}(t)$ i $\Theta_{aq}(t)$ z prądami i parametrami schematów zastępczych maszyny. Wyznaczone przebiegi czasowe obowiązują do chwili t_I, w której rozpoczyna się drugi etap obliczeń. Postępując według metody przedstawionej w dodatku D1 można dla drugiego etapu obliczeń wyznaczyć współczynniki $C_{1ki}(t=-0),\ldots, C_{4ki}(t=-0)$ i następnie - na podstawie zależności (2.19e,f), (2.26c,d), (2.36) oraz (2.37) - strumienie sprzężone $\Delta\Psi_{ad}(p)$ i $\Delta\Psi_{aq}(p)$. Z kolei, wprowadzając tak wyznaczone składniki strumieni sprzężonych oraz zależności (2.55) do równań macierzowych przedstawionych w punkcie 2.5, wyznacza się przebiegi nieustalone prądów w obwodach zastęp-



Rys. 2.4. Uproszczone schematy zastępcze maszyny synchronicznej z reprezentacją operatorowej indukcyjności oddziaływania za pomocą obwodów o stałych rozłożonych przy uwzględnieniu niestatycznych warunków początkowych:

a) w osi wzdłużnej; b) w osi poprzecznej; c) dla składowej zerowej

czych maszyny płynących w drugim etapie obliczeń. Dalszy tok obliczeń przebiega identycznie jak w pierwszym etapie i w efekcie wyznacza się przebiegi czasowe natężenia pola magnetycznego $H_{ado}(t)$ oraz $H_{aqo}(t)$ występujące w drugim etapie obliczeń. Na tej podstawie można wyznaczyć strumienie sprzężone $\Delta\Psi_{ad}(p)$ oraz $\Delta\Psi_{aq}(p)$, reprezentujące niestatyczne warunki początkowe w trzecim etapie obliczeń. Postępując analogicznie można wyznaczyć te strumienie sprzężone bądź po uwzględnieniu zależności (2.37) odpowiadające im indukcyjności $\Delta L_{ad}(p)$ oraz $\Delta_{aq}(p)$ dla dowolnego rozpatrywanego przypadku zakłócenia pracy maszyny synchronicznej. Celowe jest wykonywanie przedstawionych obliczeń przy zastosowaniu elektronicznej techniki obliczeniowej, przy czym można wprowadzić pewne uproszczenia przez uwzględnienie w obliczeniach skończonej liczby wyrazów poszczególnych szeregów określających strumienie sprzężone $\Delta\Psi_{ad}(p)$ oraz $\Delta\Psi_{aq}(p)$.

Wprowadzając do równań macierzowych przedstawionych w punkcie 2.5 zależności uproszczone (2.55) określające operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny oraz relacje przybliżone określające strumienie sprzężone $\Delta\Psi_{ad}(p)$ i $\Delta\Psi_{aq}(p)$ (wynikające z zależności(2.57)- w przypadku statycznych warunków początkowych, względnie z obliczeń według wyżej przedstawionej metody - w przypadku niestatycznych warunków początkowych), otrzymuje się uproszczone równania operatorowe maszyny synchronicznej z litym wirnikiem. Takim uproszczonym równaniom odpowiadają uproszczone schematy zastępcze maszyny synchronicznej przedstawione na rys. 2.4. Przy zerowych warunkach początkowych schematy te sprowadzają się do schematów zastępczych podanych między innymi w pracach [55], [57].

Z przedstawionych uwag wynika, że metoda polegająca na reprezentacji operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny za pomocą obwodów o stałych rozłożonych mających impedancję operatorową typu $\frac{pL}{1+\sqrt{pT}}$ gwarantuje znaczne uproszczenie obliczeń przebiegów nieustalonych, jeśli warunki początkowe mają charakter statyczny. Natomiast w przypadku ogólnym niestatycznych warunków początkowych metoda ta jest nadal skomplikowana. Dlatego uzasadnione jest poszukiwanie dalszych uproszczeń równań operatorowych maszyny synchronicznej. Wydaje się, że w przypadku ogólnym najodpowiedniejsza będzie metoda uproszczenia wynikająca z reprezentacji operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny za pomocą skończonej liczby obwodów zastępczych o stałych skupionych.

2.6.2. Uproszczenie II stopnia

Dalsze uproszczenie obliczeń przebiegów nieustalonych maszyny synchronicznej otrzymuje się, stosując aproksymację ułamkową równań (2.55) określających operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny synchronicznej z litym wirnikiem. Odpowiednią aproksymację ułamkową otrzymuje się przez przybliżenie przebiegów czasowych, stanowiących odwrotną transformację operatorową funkcji (2.55), za pomocą funkcji wielowykładniczych.

Z zasad rachunku operatorowego (według Laplace'a-Carsona) [3] wynika

$$F(t)=\mathcal{L}_C^{-1}\left\{\frac{1}{1+\sqrt{pT}}\right\}=1-e^{-\frac{t}{T}}\,\mathrm{erfc}\left\{\frac{t}{T}\right\}, \tag{2.58a}$$

gdzie funkcja $\mathrm{erfc}\left\{\frac{t}{T}\right\}$ jest zdefiniowana równaniem

$$\mathrm{erfc}\left\{\frac{t}{T}\right\}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\sqrt{\frac{t}{T}}}^{\infty} e^{-x^2}\,dx, \tag{2.58b}$$

Okazuje się, że funkcję F(t), określoną równaniem (2.58a), można aproksymować następującą funkcją wielowykładniczą:

$$F_1(t)=\sum_{i=1}^{4} A_i\left(1-e^{-\frac{t}{B_iT}}\right); \tag{2.59a}$$

w której współczynniki stałe A_i oraz B_i mają następujące wartości:

$$A_1=0{,}32;\quad A_2=0{,}4;\quad A_3=0{,}2;\quad A_4=0{,}08 \tag{2.59b}$$

$$B_1=0{,}05;\quad B_2=1{,}25;\quad B_3=17;\quad B_4=300. \tag{2.59c}$$

Transformata funkcji $F_1(t)$ wynosi

$$F_1(p)=\mathcal{L}_C\left\{F_1(t)\right\}=\sum_{i=1}^{4}\frac{A_i}{1+pB_iT}. \tag{2.60}$$

Zatem przyjmując, że funkcja F(t) określona równaniem (2.58a) może być aproksymowana funkcją $F_1(t)$ - określoną równaniem (2.59a), otrzymuje się równość przybliżoną odpowiadających im funkcji operatorowych F(p) oraz $F_1(p)$, czyli, że zachodzi przybliżenie

$$\frac{1}{1+\sqrt{pT}}\approx\sum_{i=1}^{4}\frac{A_i}{1+pB_iT}. \tag{2.61}$$

Wprowadzając aproksymację według zależności (2.61) do równań (2.55) wyznacza się następujące równania przybliżone, określające operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny synchronicznej z litym wirnikiem:

$$L_{ad}(p)\approx\sum_{i=1}^{4}\frac{L_{adi}}{1+pT_{adi}}\quad\text{oraz}\quad L_{aq}(p)\approx\sum_{i=1}^{4}\frac{L_{aqi}}{1+pT_{aqi}}, \tag{2.62a,b}$$

w których:

$$L_{adi} = A_i L_{ad} \quad \text{oraz} \quad L_{aqi} = A_i L_{aq} \tag{2.62c,d}$$

$$T_{adi} = B_i T_{ed} \quad \text{oraz} \quad T_{aqi} = B_i T_{eq}. \tag{2.62e,f}$$

Z równań (2.62) wynika, że operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny mogą być reprezentowane za pomocą łańcucha szeregowego czterech obwodów, stanowiących połączenie równoległe elementów typu $R_i - L_i$ (rys.2.5), przy czym:

- w osi wzdłużnej poszczególne obwody równoległe mają stałą czasową T_{adi} i stanowią połączenie równoległe indukcyjności L_{adi} z rezystancją R_{adi} wynikającą z zależności

$$R_{adi} = \frac{L_{adi}}{T_{adi}} = \frac{A_i}{B_i} \cdot \frac{L_{ad}}{T_{ed}}, \tag{2.63a}$$

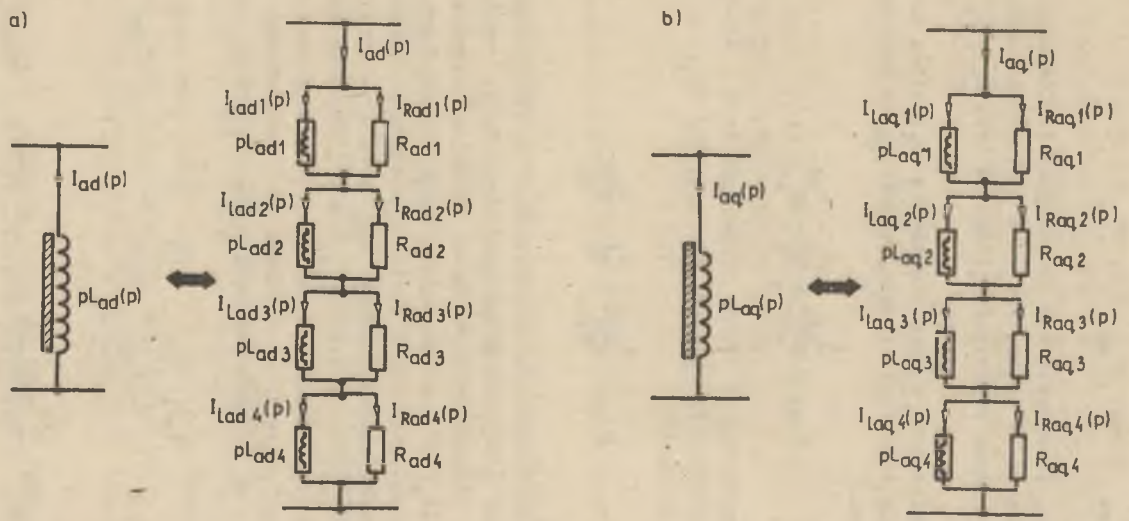
- w osi poprzecznej poszczególne obwody równoległe mają stałą czasową T_{aqi} i stanowią połączenie równoległe indukcyjności L_{aqi} z rezystancją R_{aqi} wynikającą z zależności

$$R_{aqi} = \frac{L_{aqi}}{T_{aqi}} = \frac{A_i}{B_i} \cdot \frac{L_{aq}}{T_{eq}}. \tag{2.63b}$$

Przy aproksymacji operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny synchronicznej obwodami o stałych skupionych (rys. 2.5), wynikającymi z zależności (2.62a,b), stosunkowo łatwo można wyznaczyć strumienie sprzężone $\Delta\Psi_{ad}(p)$ oraz $\Delta\Psi_{aq}(p)$ reprezentujące warunki początkowe. W tym celu przyjmując, że bezpośrednio przed chwilą wystąpienia zakłócenia prądy płynące w poszczególnych indukcyjnościach L_{adi} oraz L_{aqi} (rys. 2.6) mają odpowiednio wartości $I_{Ladi}(t=-0)$ oraz $I_{Laqi}(t=-0)$, wyznacza się - na podstawie praw Kirchhoffa oraz zasady superpozycji - następujące funkcje operatorowe, określające napięcia występujące na łańcuchach szeregowych czterech gałęzi $R_{adi} - L_{adi}$ oraz czterech gałęzi $R_{aqi} - L_{aqi}$:

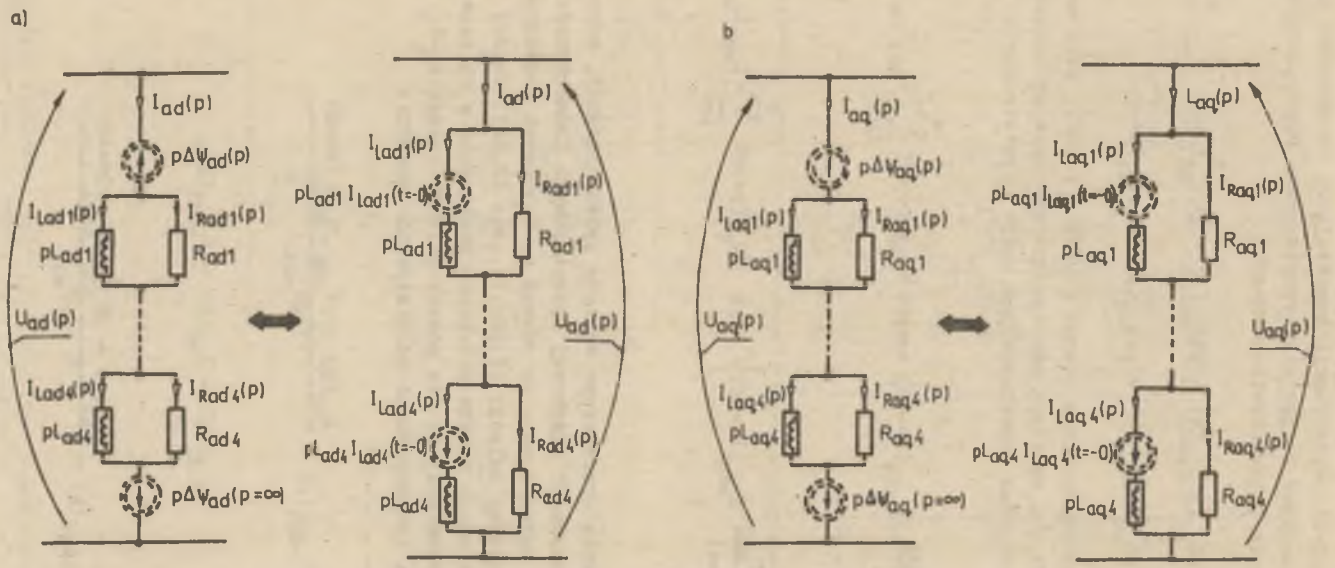
$$U_{ad}(p) = \sum_{i=1}^{4}\left\{\frac{pL_{adi}}{1+pT_{adi}} I_{ad}(p) + \frac{p^2 L_{adi} T_{adi}}{1+pT_{adi}} I_{Ladi}(t=-0) - pL_{adi} I_{Ladi}(t=-0)\right\} \tag{2.64a}$$

$$U_{aq}(p) = \sum_{i=1}^{4}\left\{\frac{pL_{aqi}}{1+pT_{aqi}} I_{aq}(p) + \frac{p^2 L_{aqi} T_{aqi}}{1+pT_{aqi}} I_{Laqi}(t=-0) - pL_{aqi} I_{Laqi}(t=-0)\right\} \tag{2.64b}$$



Rys. 2.5. Schematy zastępcze uproszczone gałęzi reprezentującej operatorową indukcyjność oddziaływania maszyny synchronicznej za pomocą łańcucha obwodów o stałych skupionych:

a) w osi wzdłużnej, b) w osi poprzecznej



Rys. 2.6. Schematy zastępcze uproszczone gałęzi reprezentującej operatorową indukcyjność oddziaływania maszyny synchronicznej za pomocą łańcucha obwodów o stałych skupionych przy uwzględnieniu niestatycznych warunków początkowych:

a) w osi wzdłużnej; b) w osi poprzecznej

Ale ze schematów zastępczych przedstawionych na rys. 2.3 wynika, że napięcia występujące na gałęzi poprzecznej, zawierającej operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny i siły elektromotoryczne reprezentujące warunki początkowe w rdzeniu litym wirnika wynoszą:

$$U_{ad}(p) = pL_{ad}(p)I_{ad}(p) + p\Delta\Psi_{ad}(p) - p\Delta\Psi_{ad}(p=\infty) \tag{2.65a}$$

$$U_{aq}(p) = pL_{aq}(p)I_{aq}(p) + p\Delta\Psi_{aq}(p) - p\Delta\Psi_{aq}(p=\infty). \tag{2.65b}$$

Z porównania stronami odpowiednio równań (2.64) i (2.65), przy uwzględnieniu zależności (2.62a,b), wynikają następujące równania uproszczone określające strumienie sprzężone reprezentujące wpływ niestatycznych warunków początkowych

$$\Delta\Psi_{ad}(p) \approx \sum_{i=1}^{4}\left\{\frac{pL_{adi}T_{adi}}{1+pT_{adi}} I_{Ladi}(t=-0)\right\} \text{ oraz } \Delta\Psi_{ad}(p=\infty) \approx \sum_{i=1}^{4}\left\{L_{adi}I_{Ladi}(t=-0)\right\}$$

(2.66a)

$$\Delta\Psi_{aq}(p) \approx \sum_{i=1}^{4}\left\{\frac{pL_{aqi}T_{aqi}}{1+pT_{aqi}} I_{Laqi}(t=-0)\right\} \text{ oraz } \Delta\Psi_{aq}(p=\infty) \approx \sum_{i=1}^{4}\left\{L_{aqi}I_{Laqi}(t=-0)\right\}$$

(2.66b)

Uproszczone równania operatorowe maszyny synchronicznej, odpowiadające przedstawionej aproksymacji ułamkowej operatorowych indukcyjności oddziaływania, wynikają z wprowadzenia do równań macierzowych przedstawionych w punkcie 2.5 uproszczonych relacji (2.62a,b) oraz (2.66). Oprócz tak otrzymanych równań macierzowych trzeba dodatkowo uwzględnić w obliczeniach następujące równania obowiązujące dla poszczególnych gałęzi R_i-L_i reprezentujących operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny:

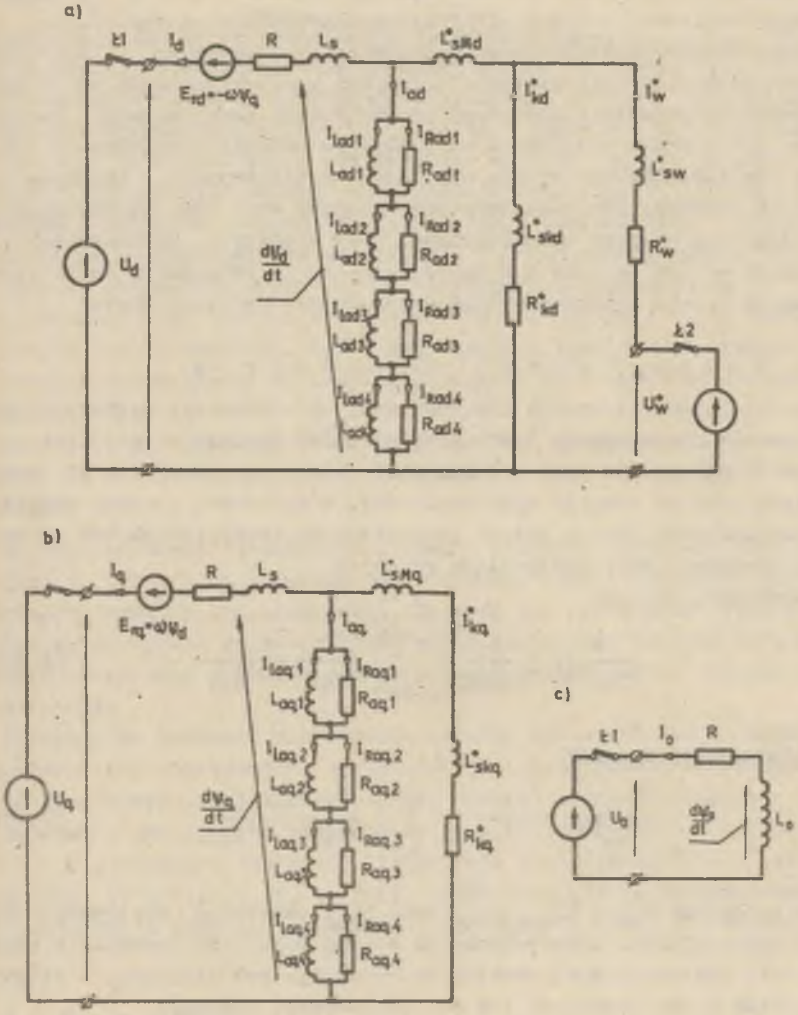
- w osi wzdłużnej

$$I_{Ladi}(p) = \frac{I_{ad}(p) + pT_{adi}\, I_{Ladi}(t=+0)}{1+pT_{adi}} \tag{2.67a}$$

$$I_{Radi}(p) = I_{ad}(p) - I_{Ladi}(p), \tag{2.67b}$$

- w osi poprzecznej

$$I_{Laqi}(p) = \frac{I_{aq}(p) + pT_{aqi}\, I_{Lagi}(t=+0)}{1 + pT_{aqi}} \tag{2.67c}$$



. 2.7. Uproszczone schematy zastępcze maszyny synchronicznej z reprezentacją operatorowej indukcyjności oddziaływania za pomocą łańcucha obwodów o stałych skupionych:

a) w osi wzdłużnej; b) w osi poprzecznej; c) dla składowej zerowej

$$I_{Raqi}(p) = I_{aq}(p) - I_{Laqi}(p). \tag{2.67d}$$

Takim uproszczonym równaniom odpowiadają uproszczone schematy zastępcze maszyny synchronicznej z litym wirnikiem przedstawione na rys. 2.7.

Z postaci otrzymanych uproszczonych równań operatorowych i schematów zastępczych wynika, że nie wystąpią trudności przy wyznaczaniu przebiegów nieustalonych na podstawie odwrotnej transformacji operatorowej. Ponadto stosunkowo łatwo można uwzględnić niestatyczne warunki początkowe w rdzeniu litym wirnika. Dlatego metoda wynikająca z aproksymacji ułamkowej operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny może być zastosowana do analizy własności maszyny synchronicznej przy dowolnych zakłóceniach. W szczególności metoda ta może być zastosowana do wyznaczania przebiegów nieustalonych maszyn synchronicznych o wzbudzeniu prostownikowym.

2.6.3. Uproszczenie III stopnia

Reprezentacja operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny za pomocą połączenia równoległego indukcyjności oddziaływania z gałęziami rezystancyjno-indukcyjnymi jest przyjmowana w klasycznej teorii własności elektromagnetycznych maszyny synchronicznej. W ogólności powinno przyjmować się nieskończoną liczbę gałęzi rezystancyjno-indukcyjnych tak dobranych, aby spełnione były następujące relacje:

- w osi wzdłużnej maszyny

$$\frac{1}{pL_{ad}(p)} = \frac{1}{pL_{ad}} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{R'_{Fdi} + pL'_{Fdi}} \tag{2.68a}$$

- w osi poprzecznej maszyny

$$\frac{1}{pL_{aq}(p)} = \frac{1}{pL_{aq}} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{R'_{Fqi} + pL'_{Fqi}} \tag{2.68b}$$

w których symbolami R'_{Fdi}, R'_{Fqi}, L'_{Fdi} oraz L'_{Fqi} oznaczono zastępcze rezystencje i indukcyjności (sprowadzone na stronę uzwojenia twornika w odpowiedniej osi) poszczególnych obwodów reprezentujących działanie rdzenia litego wirnika w osi wzdłużnej i w osi poprzecznej maszyny.

Po wprowadzeniu zależności (2.35) i następnie zależności (2.26a,b) do równań (2.68) otrzymuje się następujące relacje:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{R'_{Fdi} + pL'_{Fdi}} = \frac{k_d(p)-k_d(p=0)}{pL_{ad}\, k_d(p=0)} = \frac{1}{p\, z^2}\left[\frac{1}{\Lambda_{md}(p)} - \frac{1}{\Lambda_{md}(p=0)}\right] \tag{2.69a}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{R'_{Fqi} + pL'_{Fqi}} = \frac{k_q(p)-k_q(p=0)}{pL_{ad}\, k_q(p=0)} = \frac{1}{p\, z^2}\left(\frac{1}{\Lambda_{mq}(p)} - \frac{1}{\Lambda_{mq}(p=0)}\right) \qquad (2.69b)$$

stanowiące podstawę do wyznaczenia parametrów R'_{Fdi}, R'_{Fqi}, L'_{Fdi} oraz L'_{Fqi}. Aby wyznaczyć te parametry trzeba prawe strony równań (2.69) przedstawić za pomocą nieskończonej sumy ułamków prostych, co jest utrudnione, gdyż permeancje operatorowe $\Lambda_{md}(p)$ i $\Lambda_{mq}(p)$ są - zgodnie z zależnościami (2.19c,d) - określone przez nieskończone szeregi funkcji hiperbolicznych o argumencie będącym funkcją $\sqrt{p}$. W literaturze (np. [51], [54]) są przedstawione przybliżone metody rozwiązania tego zagadnienia, umożliwiające wyznaczenie na podstawie równań (2.69), przy uwzględnieniu zależności (2.19c,d), parametrów dwóch obwodów zastępczych reprezentujących działanie rdzenia litego wirnika w odpowiedniej osi maszyny. Są to obwody:

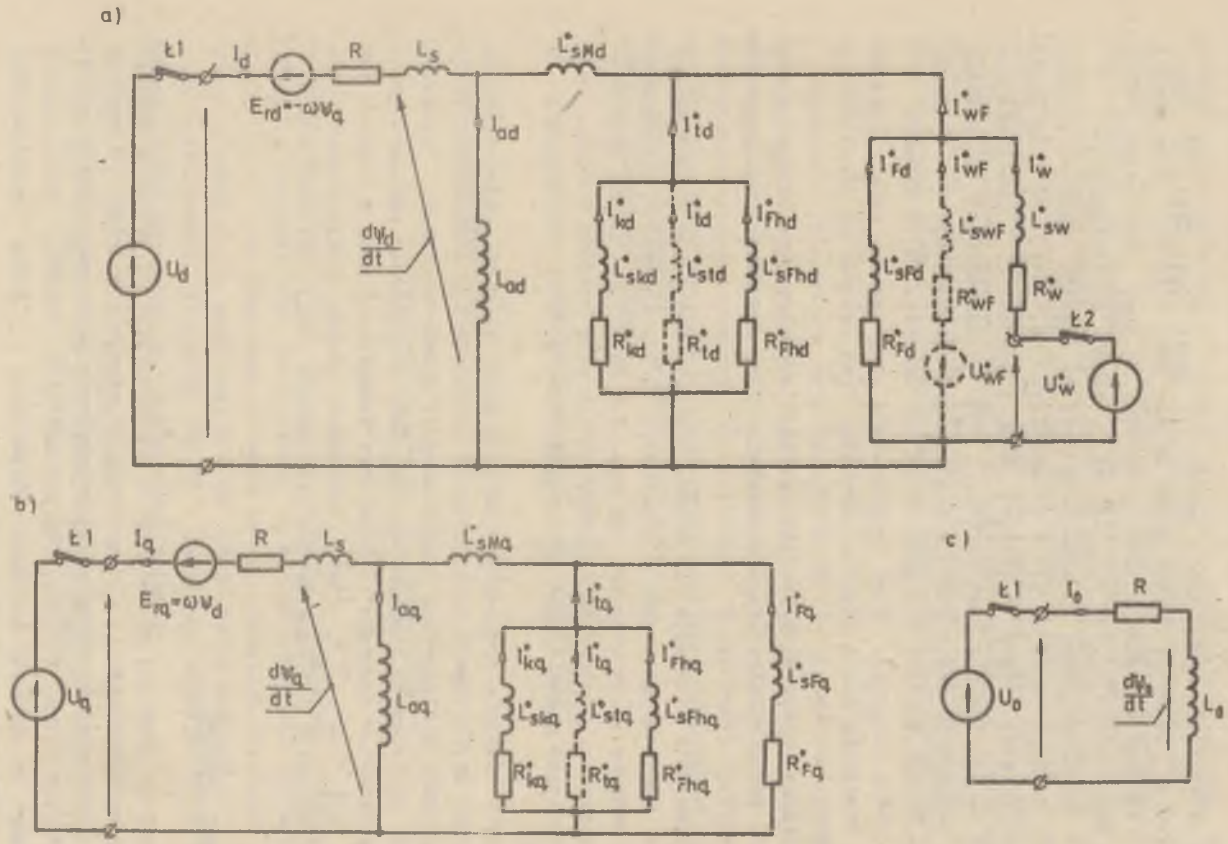
- o dużej stałej czasowej, które reprezentują podstawową strugę prądów wirowych w rdzeniu litym (zwykle parametry tych obwodów są oznaczone indeksem "F"),
- o małej stałej czasowej, które reprezentują uzupełniającą strugę prądów wirowych w rdzeniu litym (zwykle parametry tych obwodów są oznaczone indeksami "Fh").

Na tej podstawie otrzymuje się osiowe schematy zastępcze przedstawione na rys. 2.8, które są stosowane w klasycznej teorii własności elektromagnetycznych maszyny synchronicznej. Na rys. 2.8 zaznaczono linią przerywaną obwody zastępcze reprezentujące odpowiednie pary obwodów wirnika połączonych równolegle o zbliżonych stosunkach indukcyjności rozproszenia do rezystancji.

Uproszczone równania operatorowe maszyny synchronicznej, odpowiadające przedstawionej aproksymacji operatorowych indukcyjności oddziaływania(które są przyjmowane w klasycznej teorii maszyny synchronicznej), wynikają ze schematów zastępczych podanych na rys. 2.8. Odpowiednie równania operatorowe są podawane w dostępnej literaturze technicznej (np. w pracach autora [60], [61], [62], [63], [94]), dotyczącej stanów nieustalonych maszyn synchronicznych i z tego powodu nie zostaną tutaj przedstawione.

2.7. Uwagi końcowe

Przedstawione równania operatorowe i odpowiadające im schematy zastępcze maszyny synchronicznej z litym wirnikiem stanowią podstawę do analizy własności elektromagnetycznych maszyny przy uwzględnieniu warunków początkowych w rdzeniu litym. Poszczególne przedstawione równania napięciowe i odpowiadające im schematy zastępcze odwzorowują z różną dokładnością przebiegi elektromagnetyczne w maszynie.



Rys. 2.8. Uproszczone schematy zastępcze maszyny synchronicznej z reprezentacją operatorowej indukcyjności oddziaływania za pomocą indukcyjności oddziaływania zbocznikowanej dwoma gałęziami typu R-L:

a) w osi wzdłużnej; b) w osi poprzecznej; c) dla składowej zerowej

Największą dokładność obliczeń zapewnia metoda wykorzystująca schematy zastępcze przedstawione na rys. 2.3, przy uwzględnieniu równań (2.35), (2.26a,b) i (2.19c,d) - definiujących operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny oraz równań (2.37), (2.36), (2.26) i (2.19c,...,f) określających wpływ warunków początkowych w rdzeniu litym wirnika. Jednak zastosowanie tej metody w obliczeniach praktycznych jest ograniczone (a nawet wręcz niemożliwe) z uwagi na poważne trudności występujące przy transformacji odwrotnej poszczególnych transformat mających postać skomplikowanych szeregów funkcyjnych. Dlatego zastosowanie praktyczne znajdują metody uproszczone przedstawione w punkcie 2.6 niniejszej pracy.

Najmniejszym błędem jest obarczona metoda wykorzystująca uproszczone schematy zastępcze przedstawione na rys. 2.4, przy uwzględnieniu uproszczonych równań (2.55) określających operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny. W metodzie tej występuje poważne utrudnienie obliczeń wynikające z konieczności wyznaczania dla kolejnych przedziałów obliczeń strumieni sprzężonych reprezentujących wpływ warunków początkowych w rdzeniu litym wirnika, które są określone za pomocą szeregów nieskończonych. Utrudnienia te nie występują, jeśli warunki początkowe mają charakter statyczny. Największym błędem jest obarczona metoda stosowana w klasycznej teorii własności elektromagnetycznych maszyny synchronicznej, w której wykorzystuje się schematy zastępcze przedstawione na rys. 2.8.

3. OKREŚLENIE WŁASNOŚCI ELEKTROMAGNETYCZNYCH MASZYNY SYNCHRONICZNEJ Z LITYM WIRNIKIEM NA PODSTAWIE RÓWNAŃ OPERATOROWYCH

3.1. Uwagi wstępne

Zakłócenie pracy ustalonej maszyny synchronicznej, wirującej ze stałą prędkością kątową (ω_m=const), jest - w ogólnym przypadku - spowodowane zmianą warunków zasilania uzwojenia twornika i uzwojenia wzbudzenia. Przy takich zakłóceniach analiza własności elektromagnetycznych maszyny polega na wyznaczeniu funkcji określających przebiegi nieustalone prądów płynących w uzwojeniach twornika i wirnika, ewentualnych napięć pojawiających się w otwartych obwodach uzwojeń twornika i wzbudzenia oraz momentu elektromamagnetycznego. Te przebiegi nieustalone można wyznaczyć metodą operatorową. Otrzymuje się to w wyniku rozwiązania układu operatorowych równań napięciowych (przedstawionych uprzednio w punkcie 2.5) traktując, że jest zadana macierz napięć wymuszających oraz że są znane parametry schematów zastępczych maszyny.

We wcześniejszych publikacjach (np. [60], [61], [62]) przedstawiono rozwiązanie równań operatorowych wynikających z ogólnie stosowanej teorii własności elektromagnetycznych maszyny synchronicznej, wykorzystującej schematy zastępcze z rys. 2.8. Natomiast w dostępnej literaturze nie spotyka się rozwiązania równań operatorowych maszyny synchronicznej przy dokładniejszym uwzględnieniu wpływu rdzenia litego wirnika i niestatycznych warunków początkowych. Dlatego takie ogólne rozwiązanie równań operatorowych maszyny zostanie przedstawione w niniejszym rozdziale. Ponadto zostaną przedstawione zasady wyznaczania przebiegów nieustalonych elektromagnetycznych maszyny na podstawie równań operatorowych.

3.2. Równania admitancyjne i transmitancje operatorowe

Operatorowe funkcje prądów w zastępczych obwodach maszyny synchronicznej wynikają z równań admitancyjnych maszyny, które wyznacza się na podstawie odpowiednich układów równań operatorowych napięciowych zestawionych w punkcie 2.5 niniejszej pracy. W celu otrzymania zależności przydatnych do analizy własności elektromagnetycznych maszyny, przy różnych zakłóceniach w obwodzie uzwojenia twornika oraz przy zakłóceniach w obwodzie uzwojenia wzbudzenia, wykonano odpowiednie obliczenia dla maszyny synchronicznej z zamkniętymi (przewodzącymi) jak i z rozwartymi (nieprzewo-

dzącymi) obwodami uzwojeń twornika i wzbudzenia. Odpowiednie obliczenia wykonano przy dokładnym uwzględnieniu wpływu litego wirnika, jak również przy przyjęciu uproszczeń przedstawionych uprzednio w punktach 2.6.1 oraz 2.6.2. Równania admitancyjne maszyny wyznaczono metodą przedstawioną w pracach [62], [94] i dlatego zachowano oznaczenia elementów macierzy admitancji maszyny przyjęte w tych pracach oraz nie zamieszczono kolejnych, dość żmudnych przekształceń. Dla zapewnienia lepszej komunikatywności i przejrzystości ograniczono się do przedstawienia wyników obliczeń, przy czym większość otrzymanych równań zestawiono w odpowiednich tablicach.

3.2.1. Stan zamkniętych obwodów uzwojeń twornika i wzbudzenia

Przy przewodzącym obwodzie uzwojeń twornika i wzbudzenia maszyny synchronicznej obowiązują równania macierzowe (2.42). Po rozwiązaniu tych równań otrzymuje się następujące równanie operatorowe, określające prądy płynące w zastępczych obwodach maszyny:

$$\left[\bar{I}(p)\right] = \left[Y(p)\right]\left[\bar{U}(p)\right], \tag{3.1a}$$

w którym macierze (kolumnowe) napięć wymuszających $\left[\bar{U}(p)\right]$ oraz prądów w obwodach zastępczych $\left[\bar{I}(p)\right]$ wynikają z zależności (2.42b,c), natomiast macierz (kwadratowa) admitancji maszyny wynika z równania

$$\left[Y(p)\right] = \left[Z(p)\right]^{-1}.$$

Na podstawie zależności (2.42d) otrzymano - po uporządkowaniu - następujące równanie określające macierz admitancji maszyny synchronicznej, pracującej przy przewodzącym obwodzie uzwojeń twornika i wzbudzenia:

$$\left[Y(p)\right] = \begin{bmatrix}
\frac{-Z_a(p)}{W(p)} & \frac{-\omega X_a(p)}{\omega_n W(p)} & \frac{A_a(p)\,Q_a(p)}{W(p)} & \frac{A_a(p)\,Q_{kd}(p)}{W(p)} & \frac{-\omega M Q_{kd}(p)}{\omega_n W(p)} & 0 \\
\frac{\omega X_a(p)}{\omega_n W(p)} & \frac{-Z_a(p)}{W(p)} & \frac{\omega M Q_a(p)}{\omega_n W(p)} & \frac{\omega M Q_{kd}(p)}{\omega_n W(p)} & \frac{A_a(p)\,Q_{kd}(p)}{W(p)} & 0 \\
\left[\frac{-Z_a(p)}{W(p)}\right]\frac{pQ_a(p)}{\omega_n} & \left[\frac{-\omega X_a(p)}{\omega_n W(p)}\right]\frac{pQ_a(p)}{\omega_n} & \left[\frac{A_a(p)Q_a(p)}{W(p)}\right]\frac{pQ_a(p)}{\omega_n} - \frac{R_a(p)}{\omega_n} & \left[\frac{A_a(p)Q_{kd}(p)}{W(p)}\right]\frac{pQ_a(p)}{\omega_n} - \frac{R_a(p)}{\omega_n} & \left[\frac{-\omega M Q_{kd}(p)}{\omega_n W(p)}\right]\frac{pQ_a(p)}{\omega_n} & 0 \\
\left[\frac{-Z_a(p)}{W(p)}\right]\frac{pQ_{kd}(p)}{\omega_n} & \left[\frac{-\omega X_a(p)}{W(p)}\right]\frac{pQ_{kd}(p)}{\omega_n} & \left[\frac{A_a(p)Q_a(p)}{W(p)}\right]\frac{pQ_{kd}(p)}{\omega_n} - \frac{R_{kd}(p)}{\omega_n} & \left[\frac{A_a(p)Q_{kd}(p)}{W(p)}\right]\frac{pQ_{kd}(p)}{\omega_n} - \frac{R_{kd}(p)}{\omega_n} & \left[\frac{-\omega M Q_{kd}(p)}{\omega_n W(p)}\right]\frac{pQ_{kd}(p)}{\omega_n} & 0 \\
\left[\frac{\omega X_a(p)}{\omega_n W(p)}\right]\frac{pQ_{kd}(p)}{\omega_n} & \left[\frac{-Z_a(p)}{W(p)}\right]\frac{pQ_{kd}(p)}{\omega_n} & \left[\frac{\omega M Q_a(p)}{\omega_n W(p)}\right]\frac{pQ_{kd}(p)}{\omega_n} & \left[\frac{\omega M Q_{kd}(p)}{\omega_n W(p)}\right]\frac{pQ_{kd}(p)}{\omega_n} & \left[\frac{A_a(p)Q_{kd}(p)}{W(p)}\right]\frac{pQ_{kd}(p)}{\omega_n} - \frac{R_{kd}(p)}{\omega_n} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{Y_0+pC_0}
\end{bmatrix} \tag{3.1b}$$

W macierzy admitancji (3.1b) i w dalszej części niniejszej pracy symbolem ω_n oznaczono elektryczną prędkość kątową maszyny synchronicznej w warunkach znamionowych. Poszczególne elementy macierzy są określone za pomocą transmitancji operatorowych $X_d(p)$, $X_q(p)$, $G_w(p)$, $G_{kd}(p)$, $G_{kq}(p)$, $M_w(p)$, $H_w(p)$ i $H_{kq}(p)$ maszyny, przy czym w równaniu (3.1b) wprowadzono wyrażenia wynikające z następujących zależności:

$$Z_d(p) = R + \frac{p}{\omega_n} X_d(p) \tag{3.2a}$$

$$Z_q(p) = R + \frac{p}{\omega_n} X_q(p) \tag{3.2b}$$

$$A_d(p) = \frac{p}{\omega_n} Z_d(p) + \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 X_d(p) \tag{3.2c}$$

$$A_q(p) = \frac{p}{\omega_n} Z_q(p) + \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 X_q(p) \tag{3.2d}$$

$$B(p) = Z_d(p)\, Z_q(p) + \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 X_d(p)\, X_q(p). \tag{3.2e}$$

Równania określające poszczególne transmitancje operatorowe za pomocą parametrów zastępczych zdefiniowanych w dodatku D2 maszyny synchronicznej pracującej przy zamkniętych (przewodzących) obwodach uzwojeń twornika i wzbudzenia zestawiono w tablicach 3.1, 3.2, 3.3 i 3.4 przy czym:

- w tablicy 3.1 podano definicje poszczególnych transmitancji operatorowych oraz zestawiono odpowiednie równania wynikające z dokładnego uwzględnienia wpływu rdzenia litego (rys. 2.3),
- w tablicy 3.2 zestawiono równania wynikające z przybliżonej reprezentacji wpływu rdzenia litego za pomocą obwodów o stałych rozłożonych mających impedancję operatorową typu $\frac{pL}{1+\sqrt{pT}}$ (rys. 2.4),
- w tablicy 3.3 zestawiono równania wynikające z przybliżonej reprezentacji wpływu rdzenia litego za pomocą łańcucha obwodów o stałych skupionych, mających impedancję operatorową typu $\frac{pT_i}{1+pT_i}$ (rys. 2.7),
- w tablicy 3.4 zestawiono równania określające współczynniki wielomianów operatorowych figurujących w tablicy 3.3; otrzymano je z przekształcenia równań zestawionych w tablicy 3.3 z postaci I na postać II, przy czym podstawiono konkretne wartości stałych A_i oraz B_i (i=1,2,3,4) - zgodnie z równaniami (2.59).

Znaczne uproszczenie obliczeń przebiegów nieustalonych maszyny synchronicznej z litym wirnikiem otrzymuje się przy pominięciu rezystancji uzwojenia twornika (R=0). Takie uproszczenie jest dopuszczalne, bowiem z obliczeń wykonanych dla konkretnych maszyn synchronicznych wynika wniosek, że rezystancja uzwojenia twornika niewiele wpływa na amplitudy poszczególnych składowych przebiegów nieustalonych, ale powoduje tłumienie przebiegów periodycznych o pulsacji ω. Można zatem założyć R=0 w obliczeniach

Transmitancje operatorowe maszyny synchronicznej o zamkniętych (przewodzących) obwodach twornika i wzbudzenia wynikające ze schematu zastępczego (rys. 2.3) uwzględniającego rdzeń lity wirnika za pomocą obwodów o stałych rozłożonych mających impedancję operatorową typu pL(p)

Oznaczenie	Definicja[1]	Równania określające transmitancje operatorowe maszyny synchronicznej
$X_d(p)$	$\frac{-\omega_n \Psi_d(p)}{I_d(p)}$ przy: $\begin{cases} U^*_w(p) = 0 \\ U^*_{kd}(p) = 0 \end{cases}$	$\omega_n \left\{ L_s + L_{ad}(p) \frac{pL^*_{s\sigma d}\left[(R^*_w + pL^*_{sw}) + (R^*_{kd} + pL^*_{skd})\right] + (R^*_w + pL^*_{sw})(R^*_{kd} + pL^*_{skd})}{p\left[L_{ad}(p) + L^*_{s\sigma d}\right]\left[(R^*_w + pL^*_{sw}) + (R^*_{kd} + pL^*_{skd})\right] + (R^*_w + pL^*_{sw})(R^*_{kd} + pL^*_{skd})} \right\}$
$G_w(p)$	$\frac{\omega_n \Psi_d(p)}{U^*_w(p)}$ przy: $\begin{cases} I_d(p) = 0 \\ U^*_{kd}(p) = 0 \end{cases}$	$\omega_n L_{ad}(p) \frac{R^*_{kd} + pL^*_{skd}}{p\left[L_{ad}(p) + L^*_{s\sigma d}\right]\left[(R^*_w + pL^*_{sw}) + (R^*_{kd} + pL^*_{skd})\right] + (R^*_w + pL^*_{sw})(R^*_{kd} + pL^*_{skd})}$
$G_{kd}(p)$	$\frac{\omega_n \Psi_d(p)}{U^*_{kd}(p)}$ przy: $\begin{cases} I_d(p) = 0 \\ U^*_w(p) = 0 \end{cases}$	$\omega_n L_{ad}(p) \frac{R^*_w + pL^*_{sw}}{p\left[L_{ad}(p) + L^*_{s\sigma d}\right]\left[(R^*_w + pL^*_{sw}) + (R^*_{kd} + pL^*_{skd})\right] + (R^*_w + pL^*_{sw})(R^*_{kd} + pL^*_{skd})}$
$H_w(p)$	$R^*_w \left\{ \frac{I^*_w(p)}{U^*_w(p)} \right\}$ przy: $\begin{cases} I_d(p) = 0 \\ U^*_{kd}(p) = 0 \end{cases}$	$R^*_w \frac{R^*_{kd} + p\left[L^*_{skd} + L^*_{s\sigma d} + L_{ad}(p)\right]}{p\left[L_{ad}(p) + L^*_{s\sigma d}\right]\left[(R^*_w + pL^*_{sw}) + (R^*_{kd} + pL^*_{skd})\right] + (R^*_w + pL^*_{sw})(R^*_{kd} + pL^*_{skd})}$
$H_{kd}(p)$	$R^*_{kd} \left\{ \frac{I^*_{kd}(p)}{U^*_{kd}(p)} \right\}$ przy: $\begin{cases} I_d(p) = 0 \\ U^*_w(p) = 0 \end{cases}$	$R^*_{kd} \frac{R^*_w + p\left[L^*_{sw} + L^*_{s\sigma d} + L_{ad}(p)\right]}{p\left[L_{ad}(p) + L^*_{s\sigma d}\right]\left[(R^*_w + pL^*_{sw}) + (R^*_{kd} + pL^*_{skd})\right] + (R^*_w + pL^*_{sw})(R^*_{kd} + pL^*_{skd})}$
$H_w(p)$	$R^*_w \left\{ \frac{-I^*_w(p)}{U^*_w(p)} \right\}$ przy: $\begin{cases} I_d(p) = 0 \\ U^*_{kd}(p) = 0 \end{cases}$ lub $R^*_w \left\{ \frac{-I^*_w(p)}{U^*_{kd}(p)} \right\}$ przy: $\begin{cases} I_d(p) = 0 \\ U^*_w(p) = 0 \end{cases}$	$R^*_w \frac{p\left[L_{s\sigma d} + L_{ad}(p)\right]}{p\left[L_{ad}(p) + L^*_{s\sigma d}\right]\left[(R^*_w + pL^*_{sw}) + (R^*_{kd} + pL^*_{skd})\right] + (R^*_w + pL^*_{sw})(R^*_{kd} + pL^*_{skd})}$
$X_q(p)$	$\frac{-\omega_n \Psi_q(p)}{I_q(p)}$ przy: $U^*_{kq}(p) = 0$	$\omega_n \left[L_s + L_{aq}(p) \frac{R^*_{kq} + pL^*_{skq}}{pL_{aq}(p) + \left[R^*_{kq} + p(L^*_{skq} + L^*_{s\sigma q})\right]} \right]$
$G_{kq}(p)$	$\frac{\omega_n \Psi_q(p)}{U^*_{kq}(p)}$ przy: $I_q(p) = 0$	$\omega_n L_{aq}(p) \frac{1}{pL_{aq}(p) + \left[R^*_{kq} + p(L^*_{skq} + L^*_{s\sigma q})\right]}$
$H_{kq}(p)$	$R^*_{kq} \left\{ \frac{I^*_{kq}(p)}{U^*_{kq}(p)} \right\}$ przy: $I_q(p) = 0$	$R^*_{kq} \frac{1}{pL_{aq}(p) + \left[R^*_{kq} + p(L^*_{skq} + L^*_{s\sigma q})\right]}$

Tablica 3.2

Transmitancje operatorowe maszyny synchronicznej o zamkniętych (przewodzących) obwodach twornika i wzbudzenia wynikające ze schematu zastępczego (rys. 2.4) uwzględniającego rdzeń lity wirnika za pomocą obwodów o stałych rozłożonych mających impedancję operatorową typu $\frac{pL}{1+\sqrt{pT}}$

Oznaczenie	Równania określające transmitancje operatorowe maszyny synchronicznej	
	Postać I	Postać II
$X_d(p)$	$X_d \frac{1+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+(T'_{w0}+T'_{kd0})\sqrt{p}^2+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}(T^*_{sw}+T^*_{skd})\sqrt{p}^3+T'_{w0}T'_{kd0}\sqrt{p}^4+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}T^*_{sw}T^{**}_{skd}\sqrt{p}^5}{1+\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+(T'_{w0}+T'_{kd0})\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{ed}}(T^*_{sw}+T^*_{skd})\sqrt{p}^3+T'_{w0}T'_{kd0}\sqrt{p}^4+\sqrt{T_{ed}}T^*_{sw}T^{**}_{skd}\sqrt{p}^5}$	$X_d \frac{(1+\sqrt{pT_{d1}})(1+\sqrt{pT_{d2}})(1+\sqrt{pT_{d3}})(1+\sqrt{pT_{d4}})(1+\sqrt{pT_{d5}})}{(1+\sqrt{pT_{d01}})(1+\sqrt{pT_{d02}})(1+\sqrt{pT_{d03}})(1+\sqrt{pT_{d04}})(1+\sqrt{pT_{d05}})}$
$G_w(p)$	$\frac{X_{ad}}{R_w} \frac{1+pT_{skd}}{1+\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+(T'_{w0}+T'_{kd0})\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{ed}}(T^*_{sw}+T^*_{skd})\sqrt{p}^3+T'_{w0}T'_{kd0}\sqrt{p}^4+\sqrt{T_{ed}}T^*_{sw}T^{**}_{skd}\sqrt{p}^5}$	$\frac{X_{ad}}{R_w} \frac{1+pT_{skd}}{(1+\sqrt{pT_{d01}})(1+\sqrt{pT_{d02}})(1+\sqrt{pT_{d03}})(1+\sqrt{pT_{d04}})(1+\sqrt{pT_{d05}})}$
$G_{kd}(p)$	$\frac{X_{ad}}{R_{kd}} \frac{1+pT_{sw}}{1+\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+(T'_{w0}+T'_{kd0})\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{ed}}(T^*_{sw}+T^*_{skd})\sqrt{p}^3+T'_{w0}T'_{kd0}\sqrt{p}^4+\sqrt{T_{ed}}T^*_{sw}T^{**}_{skd}\sqrt{p}^5}$	$\frac{X_{ad}}{R_{kd}} \frac{1+pT_{sw}}{(1+\sqrt{pT_{d01}})(1+\sqrt{pT_{d02}})(1+\sqrt{pT_{d03}})(1+\sqrt{pT_{d04}})(1+\sqrt{pT_{d05}})}$
$H_w(p)$	$\frac{1+\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+T'_{kd0}\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{ed}}T^*_{skd}\sqrt{p}^3}{1+\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+(T'_{w0}+T'_{kd0})\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{ed}}(T^*_{sw}+T^*_{skd})\sqrt{p}^3+T'_{w0}T'_{kd0}\sqrt{p}^4+\sqrt{T_{ed}}T^*_{sw}T^{**}_{skd}\sqrt{p}^5}$	$\frac{1+\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+T'_{kd0}\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{ed}}T^*_{skd}\sqrt{p}^3}{(1+\sqrt{pT_{d01}})(1+\sqrt{pT_{d02}})(1+\sqrt{pT_{d03}})(1+\sqrt{pT_{d04}})(1+\sqrt{pT_{d05}})}$
$H_{kd}(p)$	$\frac{1+\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+T'_{w0}\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{ed}}T^*_{sw}\sqrt{p}^3}{1+\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+(T'_{w0}+T'_{kd0})\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{ed}}(T^*_{sw}+T^*_{skd})\sqrt{p}^3+T'_{w0}T'_{kd0}\sqrt{p}^4+\sqrt{T_{ed}}T^*_{sw}T^{**}_{skd}\sqrt{p}^5}$	$\frac{1+\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+T'_{w0}\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{ed}}T^*_{sw}\sqrt{p}^3}{(1+\sqrt{pT_{d01}})(1+\sqrt{pT_{d02}})(1+\sqrt{pT_{d03}})(1+\sqrt{pT_{d04}})(1+\sqrt{pT_{d05}})}$
$K_w(p)$	$\frac{p\left((T'_{kd0}-T_{skd})+\sqrt{T_{ed}}(T^*_{skd}-T_{skd})\sqrt{p}\right)}{1+\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+(T'_{w0}+T'_{kd0})\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{ed}}(T^*_{sw}+T^*_{skd})\sqrt{p}^3+T'_{w0}T'_{kd0}\sqrt{p}^4+\sqrt{T_{ed}}T^*_{sw}T^{**}_{skd}\sqrt{p}^5}$	$\frac{p\left((T'_{kd0}-T_{skd})+\sqrt{T_{ed}}(T^*_{skd}-T_{skd})\sqrt{p}\right)}{(1+\sqrt{pT_{d01}})(1+\sqrt{pT_{d02}})(1+\sqrt{pT_{d03}})(1+\sqrt{pT_{d04}})(1+\sqrt{pT_{d05}})}$
$X_q(p)$	$X_q \frac{1+\sigma_{sq}\sqrt{T_{eq}}\sqrt{p}+T'_{kq}\sqrt{p}^2+\sigma_{sq}\sqrt{T_{eq}}T^*_{skq}\sqrt{p}^3}{1+\sqrt{T_{eq}}\sqrt{p}+T'_{kq0}\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{eq}}T^*_{skq}\sqrt{p}^3}$	$X_q \frac{(1+\sqrt{pT_{q1}})(1+\sqrt{pT_{q2}})(1+\sqrt{pT_{q3}})}{(1+\sqrt{pT_{q01}})(1+\sqrt{pT_{q02}})(1+\sqrt{pT_{q03}})}$
$G_{kq}(p)$	$\frac{X_{aq}}{R_{kq}} \frac{1}{1+\sqrt{T_{eq}}\sqrt{p}+T'_{kq0}\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{eq}}T^*_{skq}\sqrt{p}^3}$	$\frac{X_{aq}}{R_{kq}} \frac{1}{(1+\sqrt{pT_{q01}})(1+\sqrt{pT_{q02}})(1+\sqrt{pT_{q03}})}$
$H_{kq}(p)$	$\frac{1+\sqrt{T_{eq}}\sqrt{p}}{1+\sqrt{T_{eq}}\sqrt{p}+T'_{kq0}\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{eq}}T^*_{skq}\sqrt{p}^3}$	$\frac{1+\sqrt{pT_{eq}}}{(1+\sqrt{pT_{q01}})(1+\sqrt{pT_{q02}})(1+\sqrt{pT_{q03}})}$

Tablica 3.3

Transmitancje operatorowe maszyny synchronicznej o zamkniętych (przewodzących) obwodach twornika i wzbudzenia wynikające ze uproszczonego schematu zastępczego (rys. 2.7) uwzględniającego rdzeń lity wirnika za pomocą łańcucha obwodów o stałych skupionych mających impedancję operatorową typu $\frac{pL_i}{1+pR_i}$

Oznaczenie	Równania określające transmitancje operatorowe maszyny synchronicznej		
	Postać I	Postać II	Postać III
$X_d(p)$	$X_d \dfrac{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}}\left\{1+p(T'_w+T'_{kd}+\sigma_{ad}T_{adi})+p^2\left[T'_w T''_{kd}+\sigma_{ad}(T''_{sw}+T''_{skd})T_{adi}\right]+p^3\left(\sigma_{ad}T''_{sw}T''_{skd}T_{adi}\right)\right\}}{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}}\left\{1+p(T'_{w0}+T'_{kd0}+T_{adi})+p^2\left[T'_{w0}T''_{kd0}+(T''_{sw}+T''_{skd})T_{adi}\right]+p^3\left(T''_{sw}T''_{skd}T_{adi}\right)\right\}}$	$X_d \dfrac{1+pK_{d1}+p^2K_{d2}+p^3K_{d3}+p^4K_{d4}+p^5K_{d5}+p^6K_{d6}}{1+pK_{d01}+p^2K_{d02}+p^3K_{d03}+p^4K_{d04}+p^5K_{d05}+p^6K_{d06}}$	$X_d \dfrac{(1+pT^*_{d1})(1+pT^*_{d2})(1+pT^*_{d3})(1+pT^*_{d4})(1+pT^*_{d5})(1+pT^*_{d6})}{(1+pT^*_{d01})(1+pT^*_{d02})(1+pT^*_{d03})(1+pT^*_{d04})(1+pT^*_{d05})(1+pT^*_{d06})}$
$G_w(p)$	$\dfrac{X_{ad}}{R^*_w} \cdot \dfrac{(1+pT_{skd})\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}}}{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}}\left\{1+p(T'_{w0}+T'_{kd0}+T_{adi})+p^2\left[T'_{w0}T''_{kd0}+(T''_{sw}+T''_{skd})T_{adi}\right]+p^3\left(T''_{sw}T''_{skd}T_{adi}\right)\right\}}$	$\dfrac{X_{ad}}{R^*_w} \cdot \dfrac{(1+pT_{skd})(1+pK_{Gd1}+p^2K_{Gd2}+p^3K_{Gd3})}{1+pK_{d01}+p^2K_{d02}+p^3K_{d03}+p^4K_{d04}+p^5K_{d05}+p^6K_{d06}}$	$\dfrac{X_{ad}}{R^*_w} \cdot \dfrac{(1+pT_{skd})(1+pK_{Gd1}+p^2K_{Gd2}+p^3K_{Gd3})}{(1+pT^*_{d01})(1+pT^*_{d02})(1+pT^*_{d03})(1+pT^*_{d04})(1+pT^*_{d05})(1+pT^*_{d06})}$
$G_{kd}(p)$	$\dfrac{X_{ad}}{R^*_{kd}} \cdot \dfrac{(1+pT_{sw})\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}}}{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}}\left\{1+p(T'_{w0}+T'_{kd0}+T_{adi})+p^2\left[T'_{w0}T''_{kd0}+(T''_{sw}+T''_{skd})T_{adi}\right]+p^3\left(T''_{sw}T''_{skd}T_{adi}\right)\right\}}$	$\dfrac{X_{ad}}{R^*_{kd}} \cdot \dfrac{(1+pT_{sw})(1+pK_{Gd1}+p^2K_{Gd2}+p^3K_{Gd3})}{1+pK_{d01}+p^2K_{d02}+p^3K_{d03}+p^4K_{d04}+p^5K_{d05}+p^6K_{d06}}$	$\dfrac{X_{ad}}{R^*_{kd}} \cdot \dfrac{(1+pT_{sw})(1+pK_{Gd1}+p^2K_{Gd2}+p^3K_{Gd3})}{(1+pT^*_{d01})(1+pT^*_{d02})(1+pT^*_{d03})(1+pT^*_{d04})(1+pT^*_{d05})(1+pT^*_{d06})}$
$H_w(p)$	$\dfrac{1}{R^*_{kd}} \cdot \dfrac{R^*_{kd}+p\left\{L^*_{skd}+L^*_{sMd}+L_{ad}\left[\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}}\right]\right\}}{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}}\left\{1+p(T'_{w0}+T'_{kd0}+T_{adi})+p^2\left[T'_{w0}T''_{kd0}+(T''_{sw}+T''_{skd})T_{adi}\right]+p^3\left(T''_{sw}T''_{skd}T_{adi}\right)\right\}}$	$\dfrac{1+pK_{Hw1}+p^2K_{Hw2}+p^3K_{Hw3}+p^4K_{Hw4}+p^5K_{Hw5}}{1+pK_{d01}+p^2K_{d02}+p^3K_{d03}+p^4K_{d04}+p^5K_{d05}+p^6K_{d06}}$	$\dfrac{1+pK_{Hw1}+p^2K_{Hw2}+p^3K_{Hw3}+p^4K_{Hw4}+p^5K_{Hw5}}{(1+pT^*_{d01})(1+pT^*_{d02})(1+pT^*_{d03})(1+pT^*_{d04})(1+pT^*_{d05})(1+pT^*_{d06})}$
$H_{kd}(p)$	$\dfrac{1}{R^*_w} \cdot \dfrac{R^*_w+p\left\{L^*_{sw}+L^*_{sMd}+L_{ad}\cdot\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}}\right\}}{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}}\left\{1+p(T'_{w0}+T'_{kd0}+T_{adi})+p^2\left[T'_{w0}T''_{kd0}+(T''_{sw}+T''_{skd})T_{adi}\right]+p^3\left(T''_{sw}T''_{skd}T_{adi}\right)\right\}}$	$\dfrac{1+pK_{Hkd1}+p^2K_{Hkd2}+p^3K_{Hkd3}+p^4K_{Hkd4}+p^5K_{Hkd5}}{1+pK_{d01}+p^2K_{d02}+p^3K_{d03}+p^4K_{d04}+p^5K_{d05}+p^6K_{d06}}$	$\dfrac{1+pK_{Hkd1}+p^2K_{Hkd2}+p^3K_{Hkd3}+p^4K_{Hkd4}+p^5K_{Hkd5}}{(1+pT^*_{d01})(1+pT^*_{d02})(1+pT^*_{d03})(1+pT^*_{d04})(1+pT^*_{d05})(1+pT^*_{d06})}$
$H_w(p)$	$\dfrac{1}{R^*_{kd}} \cdot \dfrac{p\left\{L^*_{sMd}+L_{ad}\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}}\right\}}{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}}\left\{1+p(T'_{w0}+T'_{kd0}+T_{adi})+p^2\left[T'_{w0}T''_{kd0}+(T''_{sw}+T''_{skd})T_{adi}\right]+p^3\left(T''_{sw}T''_{skd}T_{adi}\right)\right\}}$	$\dfrac{pK_{Mw1}+p^2K_{Mw2}+p^3K_{Mw3}+p^4K_{Mw4}+p^5K_{Mw5}}{1+pK_{d01}+p^2K_{d02}+p^3K_{d03}+p^4K_{d04}+p^5K_{d05}+p^6K_{d06}}$	$\dfrac{pK_{Mw1}+p^2K_{Mw2}+p^3K_{Mw3}+p^4K_{Mw4}+p^5K_{Mw5}}{(1+pT^*_{d01})(1+pT^*_{d02})(1+pT^*_{d03})(1+pT^*_{d04})(1+pT^*_{d05})(1+pT^*_{d06})}$
$X_q(p)$	$X_q \dfrac{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{aqi}}\left[1+p(T'_{kq}+T_{aqi})+p^2(\sigma_{aq}T^*_{skq}T_{aqi})\right]}{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{aqi}}\left[1+p(T'_{kq0}+T_{aqi})+p^2(T^*_{skq}T_{aqi})\right]}$	$X_q \dfrac{1+pK_{q1}+p^2K_{q2}+p^3K_{q3}+p^4K_{q4}+p^5K_{q5}}{1+pK_{q01}+p^2K_{q02}+p^3K_{q03}+p^4K_{q04}+p^5K_{q05}}$	$X_q \dfrac{(1+pT^*_{q1})(1+pT^*_{q2})(1+pT^*_{q3})(1+pT^*_{q4})(1+pT^*_{q5})}{(1+pT^*_{q01})(1+pT^*_{q02})(1+pT^*_{q03})(1+pT^*_{q04})(1+pT^*_{q05})}$
$G_{kq}(p)$	$\dfrac{X_{aq}}{R^*_{kq}} \cdot \dfrac{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{aqi}}}{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{aqi}}\left[1+p(T'_{kq0}+T_{aqi})+p^2(T^*_{skq}T_{aqi})\right]}$	$\dfrac{X_{aq}}{R^*_{kq}} \cdot \dfrac{1+pK_{Gq1}+p^2K_{Gq2}+p^3K_{Gq3}}{1+pK_{q01}+p^2K_{q02}+p^3K_{q03}+p^4K_{q04}+p^5K_{q05}}$	$\dfrac{X_{aq}}{R^*_{kq}} \cdot \dfrac{1+pK_{Gq1}+p^2K_{Gq2}+p^3K_{Gq3}}{(1+pT^*_{q01})(1+pT^*_{q02})(1+pT^*_{q03})(1+pT^*_{q04})(1+pT^*_{q05})}$
$H_{kq}(p)$	$\dfrac{1}{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{aqi}}\left[1+p(T'_{kq0}+T_{aqi})+p^2(T^*_{skq}T_{aqi})\right]}$	$\dfrac{1+pK_{Hkq1}+p^2K_{Hkq2}+p^3K_{Hkq3}+p^4K_{Hkq4}}{1+pK_{q01}+p^2K_{q02}+p^3K_{q03}+p^4K_{q04}+p^5K_{q05}}$	$\dfrac{1+pK_{Hkq1}+p^2K_{Hkq2}+p^3K_{Hkq3}+p^4K_{Hkq4}}{(1+pT^*_{q01})(1+pT^*_{q02})(1+pT^*_{q03})(1+pT^*_{q04})(1+pT^*_{q05})}$

Tablica 3.4

Zestawienie równań określających współczynniki wielomianów transmitancji operatorowych z tablicy 3.3 za pomocą stałych czasowych poszczególnych obwodów zastępczych maszyny synchronicznej

Oznaczenie	Równanie
K_{d1}	$(T'_w + T'_{kd}) + (290{,}384 + 27{,}916\ \sigma_{sd})\,T_{ed}$
K_{d2}	$T'_w T''_{kd} + \left[290{,}384(T'_w + T'_{kd}) + 27{,}916(T^*_{sw} + T^*_{skd})\ \sigma_{sd}\right] T_{ed} + (3884{,}9255 + 1627{,}237\ \sigma_{sd}) T^2_{ed}$
K_{d3}	$(290{,}384\ T'_w\ T''_{kd} + 27{,}916\ \sigma_{sd}\ T^*_{sw} T^{**}_{skd}) T_{ed} + \left[3884{,}9255(T'_w + T'_{kd}) + 1627{,}237(T^*_{sw} + T^{**}_{skd})\ \sigma_{sd}\right] T^2_{ed} + (2145{,}835 + 4503{,}9775\ \sigma_{sd})\ T^3_{ed}$
K_{d4}	$(3884{,}9255\ T'_w\ T''_{kd} + 1627{,}237\ \sigma_{sd} T^*_{sw}\ T^{**}_{skd}) T^2_{ed} + \left[2145{,}835(T'_w + T'_{kd}) + 4503{,}9775(T^*_{sw} + T^*_{skd})\ \sigma_{sd}\right] T^3_{ed} + 318{,}75\ \sigma_{sd}\ T^4_{ed}$
K_{d5}	$(2145{,}835\ T'_w\ T''_{kd} + 4503{,}9775\ \sigma_{sd}\ T^*_{sw} T^{**}_{skd}) T^3_{ed} + 318{,}75(T^*_{sw} + T^{**}_{skd})\sigma_{sd}\ T^4_{ed}$
K_{d6}	$318{,}75\ \sigma_{sd}\ T^*_{sw}\ T^{**}_{skd}\ T^4_{ed}$
K_{d01}	$(T'_{w0} + T'_{kd0}) + 318{,}3\ T_{ed}$
K_{d02}	$T'_{w0}\ T''_{kd0} + \left[290{,}384(T'_{w0} + T'_{kd0}) + 27{,}916(T^*_{sw} + T^*_{skd})\right] T_{ed} + 5512{,}1625\ T^2_{ed}$
K_{d03}	$(290{,}384\ T'_{w0}\ T''_{kd0} + 27{,}916\ T^*_{sw}\ T^{**}_{skd}) T_{ed} + \left[3884{,}9255(T'_{w0} + T'_{kd0}) + 1627{,}237(T^*_{sw} + T^*_{skd})\right] T^2_{ed} + 6649{,}8125\ T^3_{ed}$
K_{d04}	$(3884{,}9255\ T'_{w0}\ T''_{kd0} + 1627{,}237\ T^*_{sw}\ T^{**}_{skd}) T^2_{ed} + \left[2145{,}835(T'_{w0} + T'_{kd0}) + 4503{,}9775(T^*_{sw} + T^*_{skd})\right] T^3_{ed} + 318{,}75\ T^4_{ed}$
K_{d05}	$(2145{,}835\ T'_{w0}\ T''_{kd0} + 4503{,}9775\ T^*_{sw}\ T^{**}_{skd}) T^3_{ed} + 318{,}75(T^*_{sw} + T^*_{skd})\ T^4_{ed}$
K_{d06}	$318{,}75\ T^*_{sw}\ T^{**}_{skd}\ T^4_{ed}$
K_{Gd1}	$290{,}384\ T_{ed}$
K_{Gd2}	$3884{,}9255\ T^2_{ed}$
K_{Gd3}	$2145{,}835\ T^3_{ed}$

Oznaczenie	Równanie
K_{Hw1}	$T'_{kd0} + 318{,}3\ T_{ed}$
K_{Hw2}	$(290{,}384\ T'_{kd0} + 27{,}916\ T^*_{skd}) T_{ed} + 5512{,}1625\ T^2_{ed}$
K_{Hw3}	$(3884{,}9255\ T'_{kd0} + 1627{,}237\ T^*_{skd}) T^2_{ed} + 6649{,}8125\ T^3_{ed}$
K_{Hw4}	$(2145{,}835\ T'_{kd0} + 4503{,}9775\ T^*_{skd}) T^3_{ed} + 318{,}75\ T^4_{ed}$
K_{Hw5}	$318{,}75\ T^*_{skd}\ T^4_{ed}$
K_{Hkd1}	$T'_{w0} + 318{,}3\ T_{ed}$
K_{Hkd2}	$(290{,}384\ T'_{w0} + 27{,}916\ T^*_{sw}) T_{ed} + 5512{,}1625\ T^2_{ed}$
K_{Hkd3}	$(3884{,}9255\ T'_{w0} + 1627{,}237\ T^*_{sw}) T^2_{ed} + 6649{,}8125\ T^3_{ed}$
K_{Hkd4}	$(2145{,}835\ T'_{w0} + 4503{,}9775\ T^*_{sw}) T^3_{ed} + 318{,}75\ T^4_{ed}$
K_{Hkd5}	$318{,}75\ T^*_{sw}\ T^4_{ed}$
K_{Mw1}	$T'_{kd0} - T_{skd}$
$-K_{Mw2}$	$\left[290{,}384(T'_{kd0} - T_{skd}) + 27{,}916(T^*_{skd} - T_{skd})\right] T_{ed}$
$-K_{Mw3}$	$\left[3884{,}9255(T'_{kd0} - T_{skd}) + 1627{,}237(T^*_{skd} - T_{skd})\right] T^2_{ed}$
$-K_{Mw4}$	$\left[2145{,}835(T'_{kd0} - T_{skd}) + 4503{,}9775(T^*_{skd} - T_{skd})\right] T^3_{ed}$
$-K_{Mw5}$	$318{,}75(T^*_{skd} - T_{skd})\ T^4_{ed}$

Oznaczenie	Równanie
K_{q1}	$T'_{kq} + (290{,}384 + 27{,}916\ \sigma_{sq})\ T_{eq}$
K_{q2}	$(290{,}384\ T'_{kq} + 27{,}916\ \sigma_{sq} T_{skq}) T_{eq} + (3884{,}9255 + 1627{,}237\ \sigma_{sq}) T^2_{eq}$
K_{q3}	$(3884{,}9255\ T'_{kq} + 1627{,}237\ \sigma_{sq} T_{skq}) T^2_{eq} + (2145{,}835 + 4503{,}9775\ \sigma_{sq}) T^3_{eq}$
K_{q4}	$(2145{,}835\ T'_{kq} + 4503{,}9775\ \sigma_{sq} T_{skq}) T^3_{eq} + 318{,}75\ \sigma_{sq}\ T^4_{eq}$
K_{q5}	$318{,}75\ \sigma_{sq}\ T_{skq}\ T^4_{eq}$
K_{q01}	$T'_{kq0} + 318{,}3\ T_{eq}$
K_{q02}	$(290{,}384\ T'_{kq0} + 27{,}916\ T_{skq}) T_{eq} + 5511{,}3625\ T^2_{eq}$
K_{q03}	$(3884{,}9255\ T'_{kq0} + 1627{,}237\ T_{skq}) T^2_{eq} + 6649{,}8125\ T^3_{eq}$
K_{q04}	$(2145{,}835\ T'_{kq0} + 4503{,}9775\ T_{skq}) T^3_{eq} + 318{,}75\ T^4_{eq}$
K_{q05}	$318{,}75\ T_{skq}\ T^4_{eq}$
K_{Gq1}	$290{,}384\ T_{eq}$
K_{Gq2}	$3884{,}9255\ T^2_{eq}$
K_{Gq3}	$2145{,}835\ T^3_{eq}$
K_{Hkq1}	$318{,}3\ T_{eq}$
K_{Hkq2}	$5512{,}1625\ T^2_{eq}$
K_{Hkq3}	$6649{,}8125\ T^3_{eq}$
K_{Hkq4}	$318{,}75\ T^4_{eq}$

przebiegów nieustalonych, a wówczas macierz admitancji określona równaniem (3.1b) przyjmuje następującą postać:

$$
[Y_J] = \begin{bmatrix}
\frac{p\omega_n}{(p^2+\omega^2)\,X_d(p)} & \frac{-\omega\,\omega_n}{(p^2+\omega^2)\,X_d(p)} & \frac{G_w(p)}{X_d(p)} & \frac{G_{kd}(p)}{X_d(p)} & 0 & 0 \\
\frac{\omega\,\omega_n}{(p^2+\omega^2)\,X_q(p)} & \frac{p\,\omega_n}{(p^2+\omega^2)\,X_q(p)} & 0 & 0 & \frac{G_{kq}(p)}{X_q(p)} & 0 \\
\frac{-p^2 G_w(p)}{(p^2+\omega^2)\,X_d(p)} & \frac{-p\,\omega\,G_w(p)}{(p^2+\omega^2)\,X_d(p)} & \frac{pG_w^2(p)}{\omega_n X_d(p)} + \frac{R_w(p)}{R_w} & \left(\frac{G_{kd}(p)}{X_d(p)}\right)\frac{pG_w(p)}{\omega_n} - \frac{R_w(p)}{R_w} & 0 & 0 \\
\frac{-p^2 G_{kd}(p)}{(p^2+\omega^2)\,X_d(p)} & \frac{-p\,\omega\,G_{kd}(p)}{(p^2+\omega^2)\,X_d(p)} & \left(\frac{G_w(p)}{X_d(p)}\right)\frac{pG_{kd}(p)}{\omega_n} - \frac{R_w(p)}{R_w} & \frac{pG_{kd}^2(p)}{\omega_n X_d(p)} + \frac{R_{kd}(p)}{R_{kd}} & 0 & 0 \\
\frac{p\,\omega\,G_{kq}(p)}{(p^2+\omega^2)\,X_q(p)} & \frac{-p^2 G_{kq}(p)}{(p^2+\omega^2)\,X_q(p)} & 0 & 0 & \frac{pG_{kq}^2(p)}{\omega_n X_q(p)} + \frac{R_{kq}(p)}{R_{kq}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{R_{w0}+R_0}
\end{bmatrix} \qquad (3.3)
$$

w której poszczególne reaktancje i transmitancje operatorowe wynikają z równań zestawionych w tablicach 3.1, 3.2, 3.3, 3,4.

Przy wyznaczaniu przebiegów czasowych na podstawie odwrotnej transformacji operatorowej korzystnie jest przedstawić w postaci jednoskładnikowej poszczególne elementy macierzy admitancji (3.3). Dla elementów wiersza pierwszego, drugiego i szóstego oraz kolumny pierwszej, drugiej i szóstej macierzy (3.3) taką postać otrzymuje się natychmiast po uwzględnieniu równań zestawionych w tablicach 3.1, 3.2 i 3.3. Również pozostałe elementy macierzy (3.3) można przekształcać do tej korzystnej postaci, otrzymując w efekcie równania zestawione w tablicach 3.5, 3,6 i 3.7.

Przy przybliżonym uwzględnieniu wpływu rezystancji uzwojenia twornika można zastosować metodę przybliżeń Newtona [3] przy obliczaniu miejsc zerowych funkcji B(p) określonej równaniem (3.2e) i na tej podstawie wyznacza się stałą czasową T_a tłumienia przebiegów periodycznych. Zasadę takich obliczeń przedstawiono między innymi w pracach [62], [94].

3.2.2. Stan otwartego obwodu uzwojenia twornika

Własności elektromagnetyczne maszyny synchronicznej o rozwartym obwodzie uzwojenia twornika są opisane równaniami macierzowymi (2.44). Z rozwiązania tych równań wyznacza się prądy płynące w zastępczych obwodach maszyny, przy czym otrzymuje się następujące równanie:

$$[\bar{I}_j(p)] = [Y_j(p)]\,[\bar{U}_j(p)]. \qquad (3.4a)$$

Tablica 3.5

Wybrane admitancje operatorowe maszyny synchronicznej o zamkniętych (przewodzących) obwodach twornika i wzbudzenia wynikające ze schematu zastępczego (rys. 2.3) uwzględniającego rdzeń lity wirnika za pomocą obwodów o stałych rozłożonych mających impedancję operatorową typu pL(p) wyznaczone przy pominięciu rezystancji uzwojenia twornika (R=0)

Oznaczenie	Definicja [1]	Równania określające admitancje operatorowe maszyny
$\frac{pG_w^2(p)}{\omega_n X_d(p)} + \frac{H_w(p)}{R_w^*}$	$\frac{I_w^*(p)}{U_w^*(p)}$ przy: $\begin{cases} U_d(p) = U_q(p) = 0 \\ U_{kd}^*(p) = 0 \end{cases}$	$\frac{R_{kd}^* + p\left[L_{skd}^* + L_{sMd}^* + \frac{L_s L_{ad}(p)}{L_s + L_{ad}(p)}\right]}{p\left[L_{sMd}^* + \frac{L_s L_{ad}(p)}{L_s + L_{ad}(p)}\right]\left[(R_w^* + pL_{sw}^*) + (R_{kd}^* + pL_{skd}^*)\right] + (R_w^* + pL_{sw}^*)(R_{kd}^* + pL_{skd}^*)}$
$\frac{pG_{kd}^2(p)}{\omega_n X_d(p)} + \frac{H_{kd}(p)}{R_{kd}^*}$	$\frac{I_{kd}^*(p)}{U_{kd}^*(p)}$ przy: $\begin{cases} U_d(p) = U_q(p) = 0 \\ U_w^*(p) = 0 \end{cases}$	$\frac{R_w^* + p\left[L_{sw}^* + L_{sMd}^* + \frac{L_s L_{ad}(p)}{L_s + L_{ad}(p)}\right]}{p\left[L_{sMd}^* + \frac{L_s L_{ad}(p)}{L_s + L_{ad}(p)}\right]\left[(R_w^* + pL_{sw}^*) + (R_{kd}^* + pL_{skd}^*)\right] + (R_w^* + pL_{sw}^*)(R_{kd}^* + pL_{skd}^*)}$
$\frac{pG_w(p)G_{kd}(p)}{\omega_n X_d(p)} - \frac{M_w(p)}{R_w^*}$	$\frac{I_w^*(p)}{U_{kd}^*(p)}$ przy: $\begin{cases} U_d(p) = U_q(p) = 0 \\ U_w^*(p) = 0 \end{cases}$ lub $\frac{I_{kd}^*(p)}{U_w^*(p)}$ przy: $\begin{cases} U_d(p) = U_q(p) = 0 \\ U_{kd}^*(p) = 0 \end{cases}$	$\frac{-p\left[L_{sMd}^* + \frac{L_s L_{ad}(p)}{L_s + L_{ad}(p)}\right]}{p\left[L_{sMd}^* + \frac{L_s L_{ad}(p)}{L_s + L_{ad}(p)}\right]\left[(R_w^* + pL_{sw}^*) + (R_{kd}^* + pL_{skd}^*)\right] + (R_w^* + pL_{sw}^*)(R_{kd}^* + pL_{skd}^*)}$
$\frac{pG_{kq}^2(p)}{\omega_n X_q(p)} + \frac{H_{kq}(p)}{R_{kq}^*}$	$\frac{I_{kq}^*(p)}{U_{kq}^*(p)}$ przy: $\begin{cases} U_d(p) = U_q(p) = 0 \\ U_w^*(p) = 0 \end{cases}$	$\frac{1}{p\,\frac{L_s L_{aq}(p)}{L_s + L_{aq}(p)} + \left\{R_{kq}^* + p(L_{skq}^* + L_{sMq}^*)\right\}}$

Wybrane admitancje operatorowe maszyny synchronicznej o zamkniętych (przewodzących) obwodach twornika i wzbudzenia wynikające ze schematu zastępczego (rys. 2.4) uwzględniającego rdzeń lity wirnika za pomocą obwodów o stałych rozłożonych mających impedancję operatorową typu $\frac{pL}{1+\sqrt{pT}}$ wyznaczone przy pominięciu rezystancji uzwojenia twornika (R=0)

Oznaczenie	Równania określające admitancje operatorowe maszyny	
$\frac{pG_w^2(p)}{\omega_n X_d(p)} + \frac{H_w(p)}{R_w^*}$	Postać I	$\frac{1}{R_w^*}\cdot\frac{1+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+T'_{kd}\sqrt{p}^2+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}\,T^*_{skd}\sqrt{p}^3}{1+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+(T'_w+T'_{kd})\sqrt{p}^2+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}(T^*_{sw}+T^*_{skd})\sqrt{p}^3+T'_wT'_{kd}\sqrt{p}^4+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}T^*_{sw}T^*_{skd}\sqrt{p}^5}$
	Postać II	$\frac{1}{R_w^*}\cdot\frac{1+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+T'_{kd}\sqrt{p}^2+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}T^*_{skd}\sqrt{p}^3}{(1+\sqrt{pT_{d1}})(1+\sqrt{pT_{d2}})(1+\sqrt{pT_{d3}})(1+\sqrt{pT_{d4}})(1+\sqrt{pT_{d5}})}$
$\frac{pG_{kd}^2(p)}{\omega_n X_d(p)} + \frac{H_{kd}(p)}{R_{kd}^*}$	Postać I	$\frac{1}{R_{kd}^*}\cdot\frac{1+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+T'_w\sqrt{p}^2+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}\,T^*_{sw}\sqrt{p}^3}{1+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+(T'_w+T'_{kd})\sqrt{p}^2+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}(T^*_{sw}+T^*_{skd})\sqrt{p}^3+T'_wT'_{kd}\sqrt{p}^4+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}T^*_{sw}T^*_{skd}\sqrt{p}^5}$
	Postać II	$\frac{1}{R_{kd}^*}\cdot\frac{1+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+T'_w\sqrt{p}^2+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}\,T^*_{sw}\sqrt{p}^3}{(1+\sqrt{pT_{d1}})(1+\sqrt{pT_{d2}})(1+\sqrt{pT_{d3}})(1+\sqrt{pT_{d4}})(1+\sqrt{pT_{d5}})}$
$\frac{pG_w(p)G_{kd}(p)}{\omega_n X_d(p)} - \frac{H_w(p)}{R_w^*}$	Postać I	$\frac{-1}{R_w^*}\cdot\frac{p\left[(T'_{kd}-T_{skd})+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}\right]}{1+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+(T'_w+T'_{kd})\sqrt{p}+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}(T^*_{sw}+T^*_{skd})\sqrt{p}^3+T'_wT'_{kd}\sqrt{p}^4+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}T^*_{sw}T^*_{skd}\sqrt{p}^5}$
	Postać II	$\frac{-1}{R_w^*}\cdot\frac{p\left[(T'_{kd}-T_{skd})+\sigma_{sd}\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}\right]}{(1+\sqrt{pT_{d1}})(1+\sqrt{pT_{d2}})(1+\sqrt{pT_{d3}})(1+\sqrt{pT_{d4}})(1+\sqrt{pT_{d5}})}$
$\frac{pG_{kq}^2(p)}{\omega_n X_q(p)} + \frac{H_{kq}(p)}{R_{kq}^*}$	Postać I	$\frac{1}{R_{kq}^*}\cdot\frac{1+\sigma_{sq}\sqrt{T_{eq}}\sqrt{p}}{1+\sigma_{sq}\sqrt{T_{eq}}\sqrt{p}+T'_{kq}\sqrt{p}^2+\sigma_{sq}\sqrt{T_{eq}}\,T^*_{skq}\sqrt{p}^3}$
	Postać II	$\frac{1}{R_{kq}^*}\cdot\frac{1+\sigma_{sq}\sqrt{T_{eq}}\sqrt{p}}{(1+\sqrt{pT_{q1}})(1+\sqrt{pT_{q2}})(1+\sqrt{pT_{q3}})}$

Zastosowano dodatkowy indeks "j" dla podkreślenia, że poszczególne macierze obowiązują dla maszyny w stanie jałowym, czyli przy rozwartym (nieprzewodzącym) obwodzie uzwojenia twornika. W równaniu (3.4a) macierze kolumnowe napięć wymuszających $[\bar{U}_j(p)]$ oraz prądów w obwodach zastępczych $[\bar{I}_j(p)]$ wynikają z zależności (2.44b,c), natomiast macierz kwadratowa admitancji maszyny wynika z równania

$$[Y_j(p)] = [Z_j(p)]^{-1}.$$

Stąd po uwzględnieniu zależności (2.44d) otrzymuje się następujące równanie określające macierz admitancji maszyny synchronicznej o rozwartym obwodzie uzwojenia twornika:

$$[Y_j(p)] = \begin{bmatrix} \frac{H_w(p)}{R'_w} & \frac{-M_w(p)}{R'_w} & 0 \\ \frac{-M_w(p)}{R'_w} & \frac{H_{kd}(p)}{R'_{kd}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{H_{kq}(p)}{R'_{kq}} \end{bmatrix} \tag{3.4b}$$

przy czym poszczególne transmitancje operatorowe, zależnie od przyjętej reprezentacji wpływu rdzenia litego wirnika, wynikają z równań zestawionych w tablicach 3.1, 3.2, 3.3 oraz 3.4.

3.2.3. Stan otwartego obwodu uzwojenia wzbudzenia

Operatorowe funkcje prądów płynących w zastępczych obwodach maszyny synchronicznej o rozwartym (nieprzewodzącym) obwodzie uzwojenia wzbudzenia wynikają z rozwiązania napięciowych równań macierzowych (2.47). Stąd otrzymuje się następujące równanie:

$$[I_\infty(p)] = [Y_\infty(p)]\,[\bar{U}_\infty(p)] \tag{3.5a}$$

Indeks "∞" zastosowano dla podkreślenia, że poszczególne macierze i parametry operatorowe obowiązują dla maszyny o rozwartym (nieprzewodzącym) obwodzie uzwojenia wzbudzenia. W równaniu (3.5a) macierze kolumnowe napięć wymuszających $[\bar{U}_\infty(p)]$ oraz prądów w obwodach zastępczych $[I_\infty(p)]$ wynikają z zależności (2.47b,c), natomiast macierz kwadratowa impedancji maszyny wynika z równania

$$\left[Y_{\infty}(p)\right] = \left[Z_{\infty}(p)\right]^{-1}$$

Po uwzględnieniu zależności (2.47d) otrzymuje się następujące równanie określające macierz admitancji maszyny synchronicznej o rozwartym obwodzie uzwojenia wzbudzenia:

$$\left[Y_{\infty}(p)\right] = \begin{bmatrix} \frac{-Z_{d\infty}(p)}{X_{d\infty}(p)} & \frac{-X_{d\infty}(p)}{\omega_n X_{d\infty}(p)} & \frac{A_{d\infty}(p) G_{kd\infty}(p)}{B_{\infty}(p)} & \frac{-R\, G_{kd\infty}(p)}{\omega_n X_{d\infty}(p)} & 0 \\ \frac{\omega X_{d\infty}(p)}{\omega_n X_{d\infty}(p)} & \frac{-Z_{q\infty}(p)}{X_{q\infty}(p)} & \frac{\omega B_{\infty}(p)}{\omega_n X_{d\infty}(p)} & \frac{A_{q\infty}(p) G_{kq\infty}(p)}{X_{q\infty}(p)} & 0 \\ \left[\frac{-Z_{d\infty}(p)}{X_{d\infty}(p)}\right] \frac{p G_{kd\infty}(p)}{\omega_n} & \left[\frac{-X_{d\infty}(p)}{\omega_n X_{d\infty}(p)}\right] \frac{p G_{kd\infty}(p)}{\omega_n} & \left[\frac{A_{d\infty}(p) G_{kd\infty}(p)}{B_{\infty}(p)}\right] \frac{p G_{kd\infty}(p)}{\omega_n} + \frac{H_{kd\infty}(p)}{H_{kd}} & \left[\frac{-R G_{kd\infty}(p)}{\omega_n X_{d\infty}(p)}\right] \frac{p G_{kd\infty}(p)}{\omega_n} & 0 \\ \left[\frac{\omega X_{d\infty}(p)}{\omega_n X_{d\infty}(p)}\right] \frac{p G_{kq\infty}(p)}{\omega_n} & \left[\frac{-Z_{q\infty}(p)}{X_{q\infty}(p)}\right] \frac{p G_{kq\infty}(p)}{\omega_n} & \left[\frac{\omega B_{\infty}(p)}{\omega_n X_{d\infty}(p)}\right] \frac{p G_{kq\infty}(p)}{\omega_n} & \left[\frac{A_{q\infty}(p) G_{kq\infty}(p)}{X_{q\infty}(p)}\right] \frac{p G_{kq\infty}(p)}{\omega_n} + \frac{H_{kq}(p)}{H_{kq}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R + pX_0} \end{bmatrix} \tag{3.5b}$$

W równaniu (3.5b) poszczególne elementy macierzy admitancji są określone za pomocą transmitancji operatorowych $X_{d\infty}(p)$, $X_q(p)$, $G_{kd\infty}(p)$, $G_{kq}(p)$, $H_{kd\infty}(p)$ i $H_{kq}(p)$ maszyny o rozwartym obwodzie wzbudzenia. Wprowadzono następujące oznaczenia wynikające z równań:

$$Z_{d\infty}(p) = R + \frac{p}{\omega_n} X_{d\infty}(p) \tag{3.6a}$$

$$Z_q(p) = R + \frac{p}{\omega_n} X_q(p) \tag{3.6b}$$

$$A_{d\infty}(p) = \frac{p}{\omega_n} Z_{d\infty}(p) + \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 X_{d\infty}(p) \tag{3.6c}$$

$$A_q(p) = \frac{p}{\omega_n} Z_q(p) + \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) X_q(p) \tag{3.6d}$$

$$B_{\infty}(p) = Z_{d\infty}(p)\, Z_q(p) + \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) X_{d\infty}(p) X_q(p). \tag{3.6e}$$

Równania określające transmitancje operatorowe $X_q(p)$, $G_{kq}(p)$ i $H_{kq}(p)$ w osi poprzecznej maszyny o rozwartym obwodzie wzbudzenia są takie same jak o zamkniętym (przewodzącym) obwodzie wzbudzenia (odpowiednie równania są zestawione w tablicach 3.1, 3.2, 3.3 oraz 3.4). Natomiast zmieniają się równania określające transmitancje operatorowe $X_{d\infty}(p)$, $G_{kd\infty}(p)$, $H_{kd\infty}(p)$ w osi wzdłużnej maszyny o rozwartym obwodzie wzbudzenia. Komplet równań określających te transmitancje zestawiono w tablicy 3.8, przy czym uwzględniono rozpatrywane trzy metody reprezentacji działania rdzenia litego wirnika.

Przy uproszczeniu polegającym na pominięciu wpływu rezystancji twornika na amplitudy poszczególnych składowych przebiegów nieustalonych można założyć R=0, a wówczas macierz admitancji maszyny o rozwartym obwodzie wzbudzenia przyjmuje następującą postać przybliżoną:

$$
[Y_{\infty}(p)] \approx \begin{bmatrix}
\frac{-p\,\omega_n}{(p^2+\omega^2)X_{d\infty}(p)} & \frac{-\omega\omega_n}{(p^2+\omega^2)X_{d\infty}(p)} & \frac{G_{kd\infty}(p)}{X_{d\infty}(p)} & 0 & 0 \\
\frac{\omega\omega_n}{(p^2+\omega^2)X_q(p)} & \frac{-p\omega}{(p^2+\omega^2)X_q(p)} & 0 & \frac{G_{kq\infty}(p)}{X_q(p)} & 0 \\
\frac{-p^2G_{kd\infty}(p)}{(p^2+\omega^2)X_{d\infty}(p)} & \frac{-p\omega G_{kd\infty}(p)}{(p^2+\omega^2)X_{d\infty}(p)} & \frac{pG^2_{kd\infty}(p)}{\omega_n X_{d\infty}(p)} + \frac{H_{kd\infty}(p)}{R'_{kd}} & 0 & 0 \\
\frac{p\omega G_{kq\infty}(p)}{(p^2+\omega^2)X_q(p)} & \frac{-p^2G_{kq\infty}(p)}{(p^2+\omega^2)X_q(p)} & 0 & \frac{pG^2_{kq\infty}(p)}{\omega_n X_q(p)} + \frac{H_{kq\infty}(p)}{R'_{kq}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{X_0+pL_0}
\end{bmatrix} \qquad (3.7)
$$

w której poszczególne transmitancje operatorowe maszyny o rozwartym obwodzie wzbudzenia:

- dla osi wzdłużnej wynikają z równań zestawionych w tablicy 3.8,
- dla osi poprzecznej wynikają z równań zestawionych w tablicach 3.1, 3.2, 3.3, 3.4.

W równaniu (3.7) elementy macierzy będące sumą dwóch składników można przedstawić w postaci jednoskładnikowej, wykorzystując równania zestawione w końcowym wierszu tablic 3.5, 3.6, 3.7 i 3.8.

Zasady przybliżonego uwzględnienia wpływu rezystancji uzwojenia twornika na tłumienie przebiegów periodycznych o pulsacji ω przedstawiono w zakończeniu punktu 3.2.1 niniejszej pracy.

3.2.4. Stan otwartych obwodów uzwojeń twornika i wzbudzenia

Przy rozwartym (nieprzewodzącym) obwodzie uzwojeń twornika i wzbudzenia własności elektromagnetyczne maszyny wynikają z równań (2.50), z których otrzymuje się następujące równanie

$$
[\bar{I}_{j\infty}(p)] = [Y_{j\infty}(p)]\,[\bar{U}_{j\infty}(p)]\,. \qquad (3.8a)
$$

Wprowadzono dodatkowe indeksy "$j\infty$" dla podkreślenia, że poszczególne macierze obowiązują dla maszyny o rozwartym obwodzie twornika, czyli w stanie jałowym oraz o rozwartym obwodzie wzbudzenia. Macierze kolumnowe napięć wymuszających $[\bar{U}_{j\infty}(p)]$ oraz prądów o zastępczych obwodach $[\bar{I}_{j\infty}(p)]$ wynikają z zależności (2.50b,c), natomiast macierz kwadratową admitancji wyznacza się z równania

Tablica 3.7

Wybrane admitancje operatorowe maszyny synchronicznej o zamkniętych (przewodzących) obwodach twornika i wzbudzenia wynikające ze schematu zastępczego (rys. 2.7) uwzględniającego rdzeń lity wirnika za pomocą łańcucha obwodów o stałych skupionych mających impedancję operatorową typu $\frac{pL_i}{1+pT_i}$ wyznaczone przy pominięciu rezystancji uzwojenia twornika (R=0)

Admitancje operatorowe maszyny synchronicznej			Współczynnik wielomianów operatorowych w postaci II i III	
$\frac{pG_w^2(p)}{\omega_n X_d(p)} + \frac{H_w(p)}{R_w^*}$	Postać I	$\frac{1}{R_w^*} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}} \left[1+p(T'_{kd}+\sigma_{sd}T_{adi})+p^2(\sigma_{sd}T^*_{skd}T_{adi})\right]}{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}} \left\{1+p(T'_w+T'_{kd}+\sigma_{sd}T_{adi})+p^2\left[T'_wT'_{kd}+\sigma_{sd}(T^*_{sw}+T^*_{skd})T_{adi}\right]+p^3(\sigma_{sd}T^*_{sw}T^{**}_{skd}T_{adi})\right\}}$	K_{wd1}	$T'_{kd}+(290,384+27,916\,\sigma_{sd})T_{ed}$
	Postać II	$\frac{1}{R_w^*} \cdot \frac{1+pK_{wd1}+p^2K_{wd2}+p^3K_{wd3}+p^4K_{wd4}+p^2K_{wd5}}{1+pK_{d1}+p^2K_{d2}+p^3K_{d3}+p^4K_{d4}+p^2K_{d5}+p^6K_{d6}}$	K_{wd2}	$(290,384\,T'_{kd}+27,916\,\sigma_{sd}\,T^{*\prime}_{skd})T_{ed}+(3884,9255+1627,237\,\sigma_{sd})T^2_{ed}$
	Postać III	$\frac{1}{R_w^*} \cdot \frac{1+pK_{wd1}+p^2K_{wd2}+p^3K_{wd3}+p^4K_{wd4}+p^2K_{wd5}}{(1+pT^*_{d1})(1+pT^*_{d2})(1+pT^*_{d3})(1+pT^*_{d4})(1+pT^*_{d5})(1+pT^*_{d6})}$	K_{wd3}	$(3884,9255\,T'_{kd}+1627,237\,\sigma_{sd}T^*_{skd})T^2_{ed}+(2145,835+4503,9775\,\sigma_{sd})T^3_{ed}$
			K_{wd4}	$(2145,835T'_{kd}+4503,9775\sigma_{sd}T^*_{skd})T^3_{ed}+318,75\,\sigma_{sd}\,T^4_{ed}$
			K_{wd5}	$318,75\,\sigma_{sd}\,T^*_{skd}\,T^4_{ed}$
$\frac{pG_{kd}^2(p)}{\omega_n X_d(p)} + \frac{H_{kd}(p)}{R_{kd}^*}$	Postać I	$\frac{1}{R_{kd}^*} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}} \left[1+p(T'_w+\sigma_{sd}T_{adi})+p^2(\sigma_{sd}T^*_{sw}T_{adi})\right]}{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}} \left\{1+p(T'_w+T'_{kd}+\sigma_{sd}T_{adi})+p^2\left[T'_wT'_{kd}+\sigma_{sd}(T^*_{sw}+T^*_{skd})T_{adi}\right]+p^3(\sigma_{sd}T^*_{sw}T^{**}_{skd}T_{adi})\right\}}$	K_{kd1}	$T'_w+(290,384+27,916\,\sigma_{sd})T_{ed}$
	Postać II	$\frac{1}{R_{kd}^*} \cdot \frac{1+pK_{kd1}+p^2K_{kd2}+p^3K_{kd3}+p^4K_{kd4}+p^5K_{kd5}}{1+pK_{d1}+p^2K_{d2}+p^3K_{d3}+p^4K_{d4}+p^5K_{d5}+p^6K_{d6}}$	K_{kd2}	$(290,384\,T'_w+27,916\,\sigma_{sd}T^*_{sw})T_{ed}+(3884,9255+1627,237\,\sigma_{sd})T^2_{ed}$
	Postać III	$\frac{1}{R_{kd}^*} \cdot \frac{1+pK_{kd1}+p^2K_{kd2}+p^3K_{kd3}+p^4K_{kd4}+p^5K_{kd5}}{(1+pT^*_{d1})(1+pT^*_{d2})(1+pT^*_{d3})(1+pT^*_{d4})(1+pT^*_{d5})(1+pT^*_{d6})}$	K_{kd3}	$(3884,9255\,T'_w+1627,237\,\sigma_{sd}T^*_{sw})T^2_{ed}+(2145,835+4503,9775\,\sigma_{sd})T^3_{ed}$
			K_{kd4}	$(2145,835\,T'_w+4503,9775\,\sigma_{sd}T^*_{sw})T^3_{ed}+318,75\,\sigma_{sd}\,T^4_{ed}$
			K_{kd5}	$318,75\,\sigma_{sd}\,T^*_{sw}\,T^4_{ed}$
$\frac{pG_w(p)G_{kd}(p)}{\omega_n X_d(p)} - \frac{M_w(p)}{R_w^*}$	Postać I	$\frac{-1}{R_w^*} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}} \left[p(T'_{kd}-T_{skd})+p^2\,\sigma_{sd}T_{adi}(T^*_{skd}-T_{skd})\right]}{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{adi}} \left\{1+p(T'_w+T'_{kd}+\sigma_{sd}T_{adi})+p^2\left[T'_wT'_{kd}+\sigma_{sd}(T^*_{sw}+T^*_{skd})T_{adi}\right]+p^3(\sigma_{sd}T^*_{sw}T^{**}_{skd}T_{adi})\right\}}$	K_{wk1}	$T'_{kd}-T_{skd}$
	Postać II	$\frac{-1}{R_w^*} \cdot \frac{pK_{wk1}+p^2K_{wk2}+p^3K_{wk3}+p^4K_{wk4}+p^2K_{wk5}}{1+pK_{d1}+p^2K_{d2}+p^3K_{d3}+p^4K_{d4}+p^5K_{d5}+p^6K_{d6}}$	K_{wk2}	$\left[290,384(T'_{kd}-T_{skd})+27,916\,\sigma_{sd}(T^*_{skd}-T_{skd})\right]T_{ed}$
	Postać III	$\frac{-1}{R_w^*} \cdot \frac{pK_{wk1}+p^2K_{wk2}+p^3K_{wk3}+p^4K_{wk4}+p^2K_{wk5}}{(1+pT^*_{d1})(1+pT^*_{d2})(1+pT^*_{d3})(1+pT^*_{d4})(1+pT^*_{d5})(1+pT^*_{d6})}$	K_{wk3}	$\left[3884,9255(T'_{kd}-T_{skd})+1627,237\,\sigma_{sd}(T^*_{skd}-T_{skd})\right]T^2_{ed}$
			K_{wk4}	$\left[2145,835(T'_{kd}-T_{skd})+4503,9775\,\sigma_{sd}(T^*_{skd}-T_{skd})\right]T^3_{ed}$
			K_{wk5}	$318,75\,\sigma_{sd}(T^*_{skd}-T_{skd})T^4_{ed}$
$\frac{pG_{kq}^2(p)}{\omega_n X_q(p)} + \frac{H_{kq}(p)}{R_{kq}^*}$	Postać I	$\frac{1}{R_{kq}^*} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{aqi}} (1+p\,\sigma_{sq}\,T_{aqi})}{\sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{1+pT_{aqi}} \left[1+p(T'_{kq}+\sigma_{sq}\,T_{aqi})+p^2(\sigma_{sq}T_{aqi}T^*_{skq})\right]}$	K_{kq1}	$(290,384+27,916\,\sigma_{sq})\,T_{eq}$
	Postać II	$\frac{1}{R_{kq}^*} \cdot \frac{1+pK_{kq1}+p^2K_{kq2}+p^3K_{kq3}+p^4K_{kq4}}{1+pK_{q1}+p^2K_{q2}+p^2K_{q3}+p^4K_{q4}+p^2K_{q5}}$	K_{kq2}	$(3884,9255+1627,237\,\sigma_{sq})\,T^2_{eq}$
	Postać III	$\frac{1}{R_{kq}^*} \cdot \frac{1+pK_{kq1}+p^2K_{kq2}+p^3K_{kq3}+p^4K_{kq4}}{(1+pT^*_{q1})(1+pT^*_{q2})(1+pT^*_{q3})(1+pT^*_{q4})(1+pT^*_{q5})}$	K_{kq3}	$(2145,835+4503,9775\,\sigma_{sq})\,T^3_{eq}$
			K_{kq4}	$318,75\,\sigma_{sq}\,T^4_{eq}$
			$K_{d1}, K_{d2}, \ldots, K_{d6}$; $K_{q1}, K_{q2}, \ldots, K_q$	Równania jak w tablicy 3.4

Tablica 3.6

Transmitancje operatorowe w osi wzdłużnej maszyny synchronicznej o otwartym (nieprzewodzącym) obwodzie wzbudzenia dla różnych metod reprezentacji wpływu rdzenia litego wirnika

Oznaczenie	Równania określające transmitancje operatorowe maszyny synchronicznej					
	wynikające ze schematu zastępczego przedstawionego na rys. 2.3	wynikające ze schematu zastępczego przedstawionego na rys. 2.4		wynikające ze schematu zastępczego przedstawionego na rys. 2.7		
				Transmitancje i reaktancje operatorowe		Współczynniki w postaci II i III
$X_{d\infty}(p)$	$\omega_n\left[L_s+L_{sd}(p)\frac{R'_{kd}+p(L'_{skd}+L'_{sMd})}{pL_{sd}(p)+R'_{kd}+pL'_{skd}+L'_{sMd}}\right]$	Postać I	$X_d\frac{1+\delta_{sd}\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+T'_{kd}\sqrt{p}^2+\delta_{sd}\sqrt{T_{ed}}T^*_{skd}\sqrt{p}^3}{1+\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+T'_{kd0}\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{ed}}T^*_{skd}\sqrt{p}^3}$	Postać I	$X_d\frac{\sum_{i=1}^{4}\frac{A_i}{1+pT_{adi}}\left[1+p(T'_{kd}+\delta_{sd}T_{adi})+p^2(\delta_{sd}T_{adi}T^*_{skd})\right]}{\sum_{i=1}^{4}\frac{A_i}{1+pT_{adi}}\left[1+p(T'_{kd0}+T_{adi})+p^2(T_{adi}T^*_{skd})\right]}$	$K_{d\infty 1}$	$T'_{kd}+(290,384+27,916\,\delta_{sd})T_{ed}$
						$K_{d\infty 2}$	$(290,384\,T'_{kd}+27,916\delta_{sd}T^*_{skd})T_{ed}+(3884,9255+1627,237\,\delta_{sd})T^2_{ed}$
						$K_{d\infty 3}$	$(3884,9255T'_{kd}+1627,237\delta_{sd}T^*_{skd})T^2_{ed}+(2145,835+4503,9775\delta_{sd})T^3_{ed}$
				Postać II	$X_d\frac{1+pK_{d\infty 1}+p^2K_{d\infty 2}+p^3K_{d\infty 3}+p^4K_{d\infty 4}+p^5K_{d\infty 5}}{1+pK_{d0\infty 1}+p^2K_{d0\infty 2}+p^3K_{d0\infty 3}+p^4K_{d0\infty 4}+p^5K_{d0\infty 5}}$	$K_{d\infty 4}$	$(2145,835\,T'_{kd}+4503,9775\,\delta_{sd}T^*_{skd})T^3_{ed}+318,75\,\delta_{sd}T^4_{ed}$
				Postać III	$X_d\frac{(1+pT^*_{d\infty 1})(1+pT^*_{d\infty 2})(1+pT^*_{d\infty 3})(1+pT^*_{d\infty 4})(1+pT^*_{d\infty 5})}{(1+pT^*_{d0\infty 1})(1+pT^*_{d0\infty 2})(1+pT^*_{d0\infty 3})(1+pT^*_{d0\infty 4})(1+pT^*_{d0\infty 5})}$	$K_{d\infty 5}$	$318,75\,\delta_{sd}T^*_{skd}T^4_{ed}$
$G_{kd\infty}(p)$	$\omega_n L_{sd}(p)\frac{1}{pL_{sd}(p)+R'_{kd}+pL'_{skd}+L'_{sMd}}$	Postać I	$\frac{X_{sd}}{R'_{kd}}\cdot\frac{1}{1+\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+T'_{kd0}\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{ed}}T^*_{skd}\sqrt{p}^3}$	Postać I	$\frac{X_{sd}}{R'_{kd}}\cdot\frac{\sum_{i=1}^{4}\frac{A_i}{1+pT_{adi}}}{\sum_{i=1}^{4}\frac{A_i}{1+pT_{adi}}\left[1+p(T'_{kd0}+T_{adi})+p^2(T_{adi}T^*_{skd})\right]}$	$K_{d0\infty 1}$	$T'_{kd0}+318,3\,T_{ed}$
						$K_{d0\infty 2}$	$(290,384\,T'_{kd0}+27,916\,T^*_{skd})T_{ed}+5511,3625\,T^2_{ed}$
						$K_{d0\infty 3}$	$(3884,9255\,T'_{kd0}+1627,237\,T^*_{skd})T^2_{ed}+6649,8125\,T^3_{ed}$
						$K_{d0\infty 4}$	$(2145,835\,T'_{kd0}+4503,9775\,T^*_{skd})T^3_{ed}+318,75\,T^4_{ed}$
		Postać II	$\frac{X_{sd}}{R'_{kd}}\cdot\frac{1}{(1+\sqrt{pT_{d0\infty 1}})(1+\sqrt{pT_{d0\infty 2}})(1+\sqrt{pT_{d0\infty 3}})}$	Postać II	$\frac{X_{sd}}{R'_{kd}}\cdot\frac{1+pK_{Gd\infty 1}+p^2K_{Gd\infty 2}+p^3K_{Gd\infty 3}}{1+pK_{d0\infty 1}+p^2K_{d0\infty 2}+p^3K_{d0\infty 3}+p^4K_{d0\infty 4}+p^5K_{d0\infty 5}}$		
				Postać III	$\frac{X_{sd}}{R'_{kd}}\cdot\frac{1+pK_{Gd\infty 1}+p^2K_{Gd\infty 2}+p^3K_{Gd\infty 3}}{(1+pT^*_{d0\infty 1})(1+pT^*_{d0\infty 2})(1+pT^*_{d0\infty 3})(1+pT^*_{d0\infty 4})(1+pT^*_{d0\infty 5})}$	$K_{d0\infty 5}$	$318,75\,T^*_{skd}T^4_{ed}$
$H_{kd\infty}(p)$	$K_{kd}\frac{1}{pL_{sd}(p)+R'_{kd}+p(L'_{skd}+L'_{sMd})}$	Postać I	$\frac{1+\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}}{1+\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+T'_{kd0}\sqrt{p}^2+\sqrt{T_{ed}}T^*_{skd}\sqrt{p}^3}$	Postać I	$\frac{1}{\sum_{i=1}^{4}\frac{A_i}{1+pT_{adi}}\left[1+p(T'_{kd0}+T_{adi})+p^2(T_{adi}T^*_{skd})\right]}$	$K_{Gd\infty 1}$	$290,384\,T_{ed}$
						$K_{Gd\infty 2}$	$3884,9255\,T^2_{ed}$
				Postać II	$\frac{1+pK_{Hkd\infty 1}+p^2K_{Hkd\infty 2}+p^3K_{Hkd\infty 3}+p^4K_{Hkd\infty 4}}{1+pK_{d0\infty 1}+p^2K_{d0\infty 2}+p^3K_{d0\infty 3}+p^4K_{d0\infty 4}+p^5K_{d0\infty 5}}$	$K_{Gd\infty 3}$	$2145,835\,T^3_{ed}$
						$K_{Hkd\infty 1}$	$318,3\,T_{ed}$
		Postać II	$\frac{1+\sqrt{pT_{ed}}}{(1+\sqrt{pT_{d0\infty 1}})(1+\sqrt{pT_{d0\infty 2}})(1+\sqrt{pT_{d0\infty 3}})}$	Postać III	$\frac{1+pK_{Hkd\infty 1}+p^2K_{Hkd\infty 2}+p^3K_{Hkd\infty 3}+p^4K_{Hkd\infty 4}}{(1+pT^*_{d0\infty 1})(1+pT^*_{d0\infty 2})(1+pT^*_{d0\infty 3})(1+pT^*_{d0\infty 4})(1+pT^*_{d0\infty 5})}$	$K_{Hkd\infty 2}$	$5512,1625\,T^2_{ed}$
						$K_{Hkd\infty 3}$	$6649,8125\,T^3_{ed}$
						$K_{Hkd\infty 4}$	$318,75\,T^4_{ed}$
$\frac{pX^2_{kd\infty}(p)}{\omega_n X_{d\infty}(p)}+\frac{H_{kd\infty}(p)}{R'_{kd}}$ Admitancja operatorowa w równaniu (3.7)	$\frac{L_s+L_{sd}(p)}{(R'_{kd}+pL'_{skd})[L_s+L_{sd}(p)]+pL_sL_{sd}(p)}$	Postać I	$\frac{1}{R'_{kd}}\cdot\frac{1+\delta_{sd}\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}}{1+\delta_{sd}\sqrt{T_{ed}}\sqrt{p}+T'_{kd}\sqrt{p}^2+\delta_{sd}\sqrt{T_{ed}}T^*_{skd}\sqrt{p}^3}$	Postać I	$\frac{1}{R'_{kd}}\cdot\frac{\sum_{i=1}^{4}\frac{A_i}{1+pT_{adi}}\left[1+p(\delta_{sd}T_{adi})\right]}{\sum_{i=1}^{4}\frac{A_i}{1+pT_{adi}}\left[1+p(T'_{kd}+\delta_{sd}T_{adi})+p^2(\delta_{sd}T_{adi}T^*_{skd})\right]}$	$K_{kd\infty 1}$	$(290,384+27,916\,\delta_{sd})T_{ed}$
						$K_{kd\infty 2}$	$(3884,9255+1627,237\,\delta_{sd})T^2_{ed}$
						$K_{kd\infty 3}$	$(2145,835+4503,9775\,\delta_{sd})T^3_{ed}$
				Postać II	$\frac{1}{R'_{kd}}\cdot\frac{1+pK_{kd\infty 1}+p^2K_{kd\infty 2}+p^3K_{kd\infty 3}+p^4K_{kd\infty 4}}{1+pK_{d\infty 1}+p^2K_{d\infty 2}+p^3K_{d\infty 3}+p^4K_{d\infty 4}+p^5K_{d\infty 5}}$		
		Postać II	$\frac{1}{R'_{kd}}\cdot\frac{1+\delta_{sd}\sqrt{pT_{ed}}}{(1+\sqrt{pT_{d\infty 1}})(1+\sqrt{pT_{d\infty 2}})(1+\sqrt{pT_{d\infty 3}})}$	Postać III	$\frac{1}{R'_{kd}}\cdot\frac{1+pK_{kd\infty 1}+p^2K_{kd\infty 2}+p^3K_{kd\infty 3}+p^4K_{kd\infty 4}}{(1+pT^*_{d\infty 1})(1+pT^*_{d\infty 2})(1+pT^*_{d\infty 3})(1+pT^*_{d\infty 4})(1+pT^*_{d\infty 5})}$	$K_{kd\infty 4}$	$318,75\,\delta_{sd}T^*_{ed}$

$$\left[Y_{j\infty}(p)\right] = \left[Z_{j\infty}(p)\right]^{-1}.$$

Po uwzględnieniu zależności (2.50d) otrzymuje się następujące równanie określające macierz admitancji maszyny synchronicznej o rozwartym obwodzie uzwojeń twornika i wzbudzenia:

$$\left[Y_{j\infty}(p)\right] = \begin{bmatrix} \dfrac{H_{kd\infty}(p)}{R'_{kd}} & 0 \\ 0 & \dfrac{H_{kq}(p)}{R'_{kq}} \end{bmatrix} \tag{3.8b}$$

w którym transmitancje operatorowe $H_{kq}(p)$ oraz $H_{kd\infty}(p)$ wynikają z równań zestawionych w tablicach 3.1, 3.2, 3.3, 3.4 oraz 3.8.

3.2.5. Uwagi końcowe

Znając parametry zastępcze maszyny (zdefiniowane w dodatku D.2), można na podstawie równań zestawionych w tablicach 3.1,...,3.8 wyznaczyć wielomiany operatorowe licznika i mianownika poszczególnych transmitancji operatorowych maszyny synchronicznej, przy dokładnym i przybliżonym uwzględnieniu wpływu rdzenia litego wirnika. Jak już podkreślano, posługiwanie się równaniami dokładnymi (z tablicy 3.1 oraz 3.5) jest utrudnione z uwagi na skomplikowaną postać funkcji określających operatorowe indukcyjności oddziaływania. Zamieszczenie tych równań dokładnych jest jednak uzasadnione, bowiem mogą one być wykorzystane do wyznaczenia transmitancji operatorowych maszyny przy przyjęciu innych, nie rozpatrywanych w niniejszej pracy, przybliżonych reprezentacji wpływu litego wirnika. Natomiast równania zestawione w pozostałych tablicach mogą być bezpośrednio wykorzystane do obliczeń (przybliżonych) własności elektromagnetycznych maszyny synchronicznej w stanach zakłóceniowych.

Przy odwrotnej transformacji równań operatorowych korzystne jest przedstawienie poszczególnych transmitancji operatorowych maszyny w postaci iloczynów pierwiastkowych. W tablicach 3.2, 3.3, 3.6, 3.7 oraz 3.8 przedstawiono odpowiednie równania w takiej postaci, przy czym nie zamieszczono odpowiednich zależności umożliwiających obliczenie wartości poszczególnych stałych czasowych (T_{d0i}, T_{di}, T^*_{d0i} oraz T^*_{di} dla i=1,2,3...). Te stałe czasowe wynikają z wyznaczenia miejsc zerowych odpowiednich wielomianów operatorowych licznika bądź mianownika. Z równań zestawionych w tablicach widać, że są to wielomiany stopnia piątego względnie stopnia szóstego i dlatego celowe jest wykorzystanie maszyny cyfrowej przy wyznaczaniu miejsc zerowych.

3.3. Macierz napięć wymuszających

Do wyznaczenia operatorowych funkcji prądów w zastępczych obwodach maszyny synchronicznej na podstawie równań admitancyjnych zestawionych w punkcie 3.2 konieczna jest znajomość macierzy napięć wymuszających. Równania określające macierz napięć wymuszających maszyny pracującej przy przewodzących bądź nieprzewodzących obwodach uzwojeń twornika i wzbudzenia, które przedstawiono w punkcie 2.5, nie są przydatne do konkretnych obliczeń, bowiem występują w nich składniki zależne od strumieni sprzężonych $\Delta\Psi_{ad}(p)$ oraz $\Delta\Psi_{aq}(p)$, reprezentujące - w postaci ogólnej - wpływ warunków początkowych w rdzeniu litym wirnika. Z tego powodu zachodzi potrzeba wprowadzenia konkretnych funkcji operatorowych określających te strumienie sprzężone, przy czym odpowiednie równania wynikają jako konsekwencja przyjętej reprezentacji (dokładnej lub uproszczonej) działania rdzenia litego wirnika.

Uwzględniając powyższe uwagi otrzymuje się na podstawie zależności ogólnych (2.42b), (2.44b), (2.47b) oraz (2.50b) następującą postać równań określających macierz napięć wymuszających maszyny synchronicznej pracującej przy:

- zamkniętych (przewodzących) obwodach uzwojeń twornika i wzbudzenia

$$\left[\bar{U}(p)\right] = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c} U_1(p) & U_2(p) & U_3(p) & U_4(p) & U_5(p) & U_6(p) \end{array}\right]^T \tag{3.9a}$$

- rozwartym (nieprzewodzącym) obwodzie uzwojenia twornika

$$\left[\bar{U}_j(p)\right] = \left[\begin{array}{c|c|c} U_3(p) & U_4(p) & U_5(p) \end{array}\right]^T \tag{3.9b}$$

- rozwartym (nieprzewodzącym) obwodzie uzwojenia wzbudzenia

$$\left[\bar{U}_\infty(p)\right] = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c} U_1(p) & U_2(p) & U_4(p) & U_5(p) & U_6(p) \end{array}\right]^T \tag{3.9c}$$

- rozwartych (nieprzewodzących) obwodach uzwojeń twornika i wzbudzenia

$$\left[\bar{U}_{j\infty}(p)\right] = \left[\begin{array}{c|c} U_4(p) & U_5(p) \end{array}\right]^T, \tag{3.9d}$$

przy czym równania określające poszczególne elementy macierzy zestawiono w tablicy 3.9, uwzględniając metody reprezentacji wpływu rdzenia litego wirnika przedstawione w rozdziale 2.

Równania z tablicy 3.9, wynikające z reprezentacji operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny za pomocą obwodów rozłożonych o impedancji typu $\frac{pL}{1+\sqrt{pT}}$, obowiązują dla statycznych (ustalonych) warunków początkowych. Jeśli warunki początkowe mają charakter niestatyczny, konieczne jest wyznaczenie macierzy napięć wymuszających na podstawie równań ogólnych (2.42b), (2.44b), (2.47b), lub (2.50b), wprowadzając do nich funk-

Tablica 3.9

Elementy macierzy napięć wymuszających maszyny synchronicznej dla różnych metod reprezentacji wpływu rdzenia litego wirnika

Oznaczenie	Równania określające elementy macierzy napięć wymuszających		
	wynikające ze schematu zastępczego przedstawionego na rys.2.3	wynikające ze schematu zastępczego przedstawionego na rys.2.4 dla przypadku statycznych (ustalonych) warunków początkowych	wynikające ze schematu zastępczego przedstawionego na rys. 2.7
$U_1(p)$	$U_d(p) = -\frac{p}{\omega_n}\delta_{sd}X_qI_q(t=+0) + p\left[\Delta L_{ad}(p=\infty) - \Delta L_{ad}(p)\right]I_{ad}(t=-0) + \omega\Delta L_{aq}(p)\,I_{aq}(t=-0)$	$U_d(p) = -\frac{p}{\omega_n}\delta_{sd}X_qI_q(t=+0) + \frac{1}{\omega_n}X_{ad}\frac{p}{1+\sqrt{pT_{ad}}}I_{ad}(t=-0) + \frac{\omega}{\omega_n}X_{aq}\frac{\sqrt{pT_{aq}}}{1+\sqrt{pT_{aq}}}I_{aq}(t=-0)$	$U_d(p) = -\frac{p}{\omega_n}\delta_{sd}X_qI_q(t=+0) + \frac{X_{ad}}{\omega_n}\sum_{i=1}^{4}\frac{pA_i}{1+pB_iT_{ed}}I_{Ladi}(t=-0) + \frac{\omega}{\omega_n}X_{aq}\sum_{i=1}^{4}\frac{pA_iB_iT_{aq}}{1+pB_iT_{eq}}I_{Laqi}(t=-0)$
$U_2(p)$	$U_q(p) = -\frac{p}{\omega_n}\delta_{sq}X_qI_q(t=+0) + \omega\Delta L_{ad}(p)\,I_{ad}(t=-0) + p\left[\Delta L_{aq}(p=\infty) - \Delta L_{aq}(p)\right]I_{aq}(t=-0)$	$U_q(p) = -\frac{p}{\omega_n}\delta_{sq}X_qI_q(t=+0) + \frac{\omega}{\omega_n}X_{ad}\frac{\sqrt{pT_{ad}}}{1+\sqrt{pT_{ad}}}I_{ad}(t=-0) + \frac{1}{\omega_n}X_{aq}\frac{p}{1+\sqrt{pT_{eq}}}I_{aq}(t=-0)$	$U_q(p) = -\frac{p}{\omega_n}\delta_{sq}X_qI_q(t=+0) - \frac{\omega}{\omega_n}X_{ad}\sum_{i=1}^{4}\frac{pA_iB_iT_{ad}}{1+pB_iT_{ed}}I_{Ladi}(t=-0) + \frac{X_{aq}}{\omega_n}\sum_{i=1}^{4}\frac{pA_i}{1+pB_iT_{eq}}I_{Laqi}(t=-0)$
$U_3(p)$	$U_w^*(p) = pR_w^*T_{sw}^*I_w^*(t=+0) + pR_{kd}^*(T_{skd}^*-T_{skd})I_{kd}^*(t=+0) + p\left[\Delta L_{ad}(p=\infty) - \Delta L_{ad}(p)\right]I_{ad}(t=-0)$	$U_w^*(p) = pR_w^*T_{sw}^*I_w^*(t=+0) + pR_{kd}^*T_{skd}^*T_{skd}I_{kd}^*(t=+0) + \frac{1}{\omega_n}X_{ad}\frac{p}{1+\sqrt{pT_{ed}}}I_{ad}(t=-0)$	$U_w^*(p) = pR_w^*T_{sw}^*I_w^*(t=+0) + pR_{kd}^*(T_{skd}^*-T_{skd})I_{kd}^*(t=+0) + \frac{X_{ad}}{\omega_n}\sum_{i=1}^{4}\frac{pA_i}{1+pB_iT_{ed}}I_{Ladi}(t=-0)$
$U_4(p)$	$pR_w^*(T_{sw}^*-T_{sw})I_w^*(t=+0) + pR_{kd}^*T_{skd}^*I_{kd}^*(t=+0) + p\left[\Delta L_{ad}(p=\infty) - \Delta L_{ad}(p)\right]I_{ad}(t=-0)$	$pR_w^*(T_{sw}^*-T_{sw})I_w^*(t=+0) + pR_{kd}^*T_{skd}^*I_{kd}^*(t=+0) + \frac{1}{\omega_n}X_{ad}\frac{p}{1+\sqrt{pT_{ed}}}I_{ad}(t=-0)$	$pR_w^*(T_{sw}^*-T_{sw})I_w^*(t=+0) + pR_{kd}^*T_{skd}^*I_{kd}^*(t=+0) + \frac{X_{ad}}{\omega_n}\sum_{i=1}^{4}\frac{pA_i}{1+pB_iT_{ed}}I_{Ladi}(t=-0)$
$U_5(p)$	$pR_{kq}^*T_{skq}^*I_{kq}^*(t=+0) + p\left[\Delta L_{aq}(p=\infty) - \Delta L_{aq}(p)\right]I_{aq}(t=-0)$	$pR_{kq}^*T_{skq}^*I_{kq}^*(t=+0) + \frac{1}{\omega_n}X_{aq}\frac{p}{1+\sqrt{pT_{eq}}}I_{aq}(t=-0)$	$pR_{kq}^*T_{skq}^*I_{kq}^*(t=+0) + \frac{X_{aq}}{\omega_n}\sum_{i=1}^{4}\frac{pA_i}{1+pB_iT_{eq}}I_{Laqi}(t=-0)$
$U_6(p)$	$U_0(p) - \frac{p}{\omega_n}X_0\,I_0(t=+0)$	$U_0(p) - \frac{p}{\omega_n}X_0\,I_0(t=+0)$	$U_0(p) - \frac{p}{\omega_n}X_0\,I_0(t=+0)$

cje określające indukcyjności operatorowe $L_{ad}(p)$ oraz $L_{aq}(p)$, obliczone według metody przedyskutowanej w punkcie 2.6.1. Wartości początkowe prądów $I_{ad}(t=-0)$ oraz $I_{aq}(t=-0)$, figurujące w odpowiednich równaniach, wynikają z zależności (2.34), wypisanych dla chwili $(t=-0)$ bezpośrednio poprzedzającej zakłócenie pracy ustalonej maszyny synchronicznej.

W równaniach wynikających z reprezentacji operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny za pomocą łańcucha obwodów o stałych skupionych, mających impedancję operatorową typu $\frac{pL_i}{1+pT_i}$, występują składniki uzależnione od wartości początkowej prądów $I_{Ladi}(t=-0)$ oraz $L_{Laqi}(t=-0)$, płynących w poszczególnych indukcyjnościach L_{adi} oraz L_{aqi} bezpośrednio przed chwilą wystąpienia zakłócenia. Te wartości początkowe wynikają z zależności (2.67) wypisanych dla stanu pracy maszyny w czasie poprzedzającym rozpatrywane zakłócenie.

3.4. Zasady wyznaczania napięć wymuszających i warunków początkowych

Do jednoznacznego wyznaczenia macierzy napięć wymuszających na podstawie równań (3.9) oraz zależności zestawionych w tablicy 3.9 jest konieczna znajomość napięć osiowych $U_d(p)$, $U_q(p)$ i $U_0(p)$ twornika, napięcia $U_w^{\cdot}(p)$ zastępczego obwodu wzbudzenia oraz wartości początkowych prądów płynących w obwodach zastępczych maszyny w chwili $t=-0$ bezpośrednio poprzedzającej zakłócenie oraz w chwili $t=+0$ bezpośrednio po zakłóceniu pracy ustalonej maszyny. Te wielkości wyznacza się na podstawie warunków wynikających z narzuconego zakłócenia stanu pracy maszyny.

Metodyka wyznaczania napięć $U_d(p)$, $U_q(p)$, $U_0(p)$ i $U_w^{\cdot}(p)$ oraz wartości początkowych prądów płynących w obwodach zastępczych maszyny zostanie przedstawiona dla wybranych, najczęściej spotykanych zakłóceń pracy maszyny synchronicznej.

3.4.1. Ogólny przypadek zakłócenia pracy ustalonej

Ogólny przypadek zakłócenia pracy maszyny synchronicznej, wirującej ze stałą prędkością obrotową $\omega_m = \frac{\omega}{p_b} = \text{const}$, polega na równoczesnej zmianie w chwili $t=0$:

- napięcia zasilania zastępczego obwodu wzbudzenia do wartości

$$U_w^{\cdot}(t) = U_w^{\cdot}\mathbf{1}(t), \tag{3.10}$$

- napięcia trójfazowego zasilającego uzwojenia faz A,B,C twornika do wartości

$$U_A(t) = \sqrt{2}\,U_{1f}\cos(\omega_1 t + \lambda_A)\,1(t) \tag{3.11a}$$

$$U_B(t) = \sqrt{2}\,U_{1f}\cos(\omega_1 t + \lambda_A - \tfrac{2\pi}{3})\,1(t) \tag{3.11b}$$

$$U_C(t) = \sqrt{2}\,U_{1f}\cos(\omega_1 t + \lambda_A - \tfrac{4\pi}{3})\,1(t), \tag{3.11c}$$

gdzie:

U_{1f} - wartość skuteczna napięcia fazowego sieci zasilającej twornik maszyny,

$\omega_1 = 2\pi f_1$ - pulsacja sieci zasilającej twornik,

λ_A - kąt początkowy napięcia fazy A sieci zasilającej twornik w chwili wystąpienia zaburzenia.

Funkcja operatorowa napięcia zastępczego obwodu wzbudzenia wynika bezpośrednio z transformacji operatorowej (według Laplace'a-Carsona) równania (3.10)

$$U_w^{\cdot}(p) = U_w^{\cdot}, \tag{3.12}$$

zaś funkcje operatorowe napięć osiowych twornika otrzymuje się po zastosowaniu transformacji Parka do równań (3.11) i po przekształceniu na postać operatorową wyznaczonych funkcji czasowych

$$U_d(p) = \sqrt{3}\,U_{1f}\,\frac{p^2\cos(\lambda_A-\vartheta_0)-p(\omega_1-\omega)\sin(\lambda_A-\vartheta_0)}{p^2+(\omega_1-\omega)^2} \tag{3.13a}$$

$$U_q(p) = \sqrt{3}\,U_{1f}\,\frac{p^2\sin(\lambda_A-\vartheta_0)+p(\omega_1-\omega)\cos(\lambda_A-\vartheta_0)}{p^2+(\omega_1-\omega)^2} \tag{3.13b}$$

$$U_0(p) = 0. \tag{3.13c}$$

Natomiast wartości początkowe prądów w zastępczych obwodach osiowych maszyny wyznacza się z warunków pracy maszyny bezpośrednio przed zakłóceniem oraz w pierwszej chwili po zakłóceniu. W ogólnym przypadku wartości początkowe tych prądów są różne od zera.

3.4.2. Niesynchroniczne przyłączenie do sieci maszyny wzbudzonej na biegu jałowym

Przy ustalonym biegu jałowym maszyny synchronicznej wzbudzonej prądem I_{w0} przed chwilą przyłączenia do sieci płynie prąd jedynie w zastępczym

wodzie wzbudzenia, przy czym po uwzględnieniu zasady ciągłości prądu otrzymuje się

$$I_w^{\cdot}(t=-0) = I_w^{\cdot}(t=+0) \neq 0. \tag{3.14}$$

pozostałych zastępczych obwodach maszyny prądy nie płyną, a zatem

$$I_d(t=-0) = I_q(t=-0) = I_0(t=-0) = I_{kd}^{\cdot}(t=-0) = I_{kq}^{\cdot}(t=-0) = 0 \tag{3.15a}$$

$$I_d(t=+0) = I_1(t=+0) = I_0(t=+0) = I_{kd}^{\cdot}(t=+0) = I_{kq}^{\cdot}(t=+0) = 0. \tag{3.15b}$$

obec tego z równań (2.34a,b) lub (2.67a,b) po uwzględnieniu zasady ciągłości strumienia wynika, że

$$I_{ad}(t=-0) = I_{ad}(t=+0) = I_w^{\cdot}(t=-0) \tag{3.16a}$$

$$I_{aq}(t=-0) = I_{aq}(t=+0) = 0 \tag{3.16b}$$

ub

$$I_{Ladi}(t=-0) = I_{Ladi}(t=+0) = I_w^{\cdot}(t=-0) \tag{3.16c}$$

$$I_{Laqi}(t=-0) = I_{Laqi}(t=+0) = 0, \tag{3.16d}$$

rzy czym i=1,2,3,4.

W osiowych obwodach twornika przed zakłóceniem występuje jedynie napięcie rotacji $E_{rq}(t=-0) = \omega\psi_d(t=-0)$. Strumień sprzężony $\psi_d(t=-0)$ przy ustalonym biegu jałowym maszyny można wyznaczyć z równania (2.33a), kładąc p=0 oraz uwzględniając zależności (3.14) i (3.15a,b) oraz że $L_{ad}(p=0) = 0$

$$\psi_d(t=-0) = L_{ad}\, I_w^{\cdot}(t=-0).$$

a tej podstawie wyznacza się amplitudę napięcia fazowego twornika maszyny biegnącej jałowo:

$$U_{mf0} = E_{rq}(t=-0) = \omega L_{ad}\, I_w^{\cdot}(t=-0).$$

ając napięcie U_{mf0} można na podstawie powyższego równania wyznaczyć wartości początkowe prądu w zastępczym obwodzie wzbudzenia maszyny

$$I_w^{\cdot}(t=-0) = I_w^{\cdot}(t=+0) = \frac{U_{mf0}}{\omega L_{ad}} \tag{3.17}$$

oraz napięcie zasilania zastępczego obwodu wzbudzenia maszyny

$$U_w^{\cdot}(t) = U_w^{\cdot}(t=-0)\mathbb{1}(t) = R_w^{\cdot} I_w^{\cdot}(t=-0)\mathbb{1}(t). \qquad (3.18)$$

Operatorową funkcję napięcia zasilania zastępczego obwodu wzbudzenia otrzymuje się po przekształceniu według Laplace'a-Carsona równania (3.18)

$$U_w^{\cdot}(p) = R_w^{\cdot}\, I_w^{\cdot}(t=-0) = \frac{R_w^{\cdot}}{\omega L_{ad}}\, U_{mf0}. \qquad (3.19)$$

Jeśli napięcia fazowe sieci, do której przyłącza się maszynę, są określone równaniami (3.11), to wtedy operatorowe funkcje napięć osiowych twornika są określone zależnościami (3.13).

3.4.3. Zanik napięcia wzbudzenia maszyny przyłączonej do sieci zasilającej i pracującej synchronicznie

Jeżeli twornik maszyny jest przyłączony do sieci o napięciach fazowych określonych zależnościami (3.11), to funkcje operatorowe napięć osiowych $U_d(p)$, $U_q(p)$, $U_0(p)$ twornika wyznacza się z równań (3.13).

Zanik napięcia wzbudzenia maszyny odpowiada warunkowi $U_w^{\cdot}(t) = 0$, a zatem operatorowa funkcja napięcia zasilania zastępczego obwodu wzbudzenia

$$U_w^{\cdot}(p) = 0. \qquad (3.20)$$

Wartości początkowe prądów płynących w zastępczych obwodach osiowych maszyny wyznacza się z warunków pracy maszyny w chwili bezpośrednio poprzedzającej stan nieustalony. Jeśli przed zakłóceniem maszyna pracowała synchronicznie z siecią w stanie ustalonego obciążenia twornika prądem o wartości skutecznej I_f przy współczynniku mocy $\cos\varphi$ (wydając do sieci moc czynną i bierną indukcyjną), to po transformacji Parka prądów fazowych i uwzględnieniu zasady ciągłości prądu wyznacza się:

$$I_d(t=+0) = I_d(t=-0) = \sqrt{3}\, I_f \cos(\lambda_A - \varphi - \vartheta_0) \qquad (3.21a)$$

$$I_q(t=+0) = I_q(t=-0) = \sqrt{3}\, I_f \sin(\lambda_A - \varphi - \vartheta_0) \qquad (3.21b)$$

$$I_0(t=+0) = I_0(t=-0) = 0. \qquad (3.21c)$$

Prąd wzbudzenia I_w dla rozpatrywanego stanu obciążenia ustalonego maszyny można wyznaczyć pomiarowo lub za pomocą wykresu wektorowego. Wartość $I_w^{\cdot}(t=-0)$ prądu płynącego przed zakłóceniem w zastępczym obwodzie wzbudzenia wynika z zasad sprowadzania prądu wzbudzenia na stronę osiowego uzwojenia twornika

$$I_w^{\cdot}(t=-0) = I_w \frac{\sqrt{2}\, U_{fn}}{I_{w0n}\omega_n L_{ad}}, \tag{3.22a}$$

gdzie:

U_{fn} - znamionowa wartość skuteczna napięcia fazowego twornika maszyny synchronicznej,

I_{w0n} - prąd wzbudzenia maszyny pracującej jako prądnica przy znamionowym biegu jałowym.

W pozostałych obwodach zastępczych wirnika nie płyną prądy przy ustalonej pracy maszyny, a zatem:

$$I_{kd}^{\cdot}(t=+0) = I_{kd}^{\cdot}(t=-0) = 0 \tag{3.22b}$$

$$I_{kq}^{\cdot}(t=+0) = I_{kq}^{\cdot}(t=-0) = 0. \tag{3.22c}$$

Wartość $I_w^{\cdot}(t=+0)$ prądu płynącego bezpośrednio po zakłóceniu w zastępczym obwodzie wzbudzenia:

$$I_w^{\cdot}(t=+0) = \begin{cases} =I_w^{\cdot}(t=-0), & \text{jeśli nie następuje rozwarcie obwodu wzbudzenia} \\ =0, & \text{jeśli następuje rozwarcie obwodu wzbudzenia.} \end{cases} \tag{3.23}$$

Prądy płynące w gałęziach reprezentujących oddziaływania twornika i rdzenia litego wirnika wynikają z równań (2.34a,b) lub (2.67a,b). Uwzględniając zasadę ciągłości strumienia oddziaływania maszyny otrzymuje się:

$$I_{ad}(t=-0) = I_{ad}(t=+0) = I_w^{\cdot}(t=-0) - I_d(t=-0) \tag{3.24a}$$

$$I_{aq}(t=-0) = I_{aq}(t=+0) = -I_q(t=-0) \tag{3.24b}$$

lub

$$I_{Ladi}(t=-0) = I_{Ladi}(t=+0) = I_w^{\cdot}(t=-0) - I_d(t=-0) \tag{3.24c}$$

$$I_{Laqi}(t=-0) = I_{Laqi}(t=+0) = -I_q(t=-0), \tag{3.24d}$$

gdzie i=1,2,3,4.

3.4.4. Zwarcie nieustalone symetryczne po biegu jałowym prądnicy synchronicznej

Przy rozpatrywanym zakłóceniu wartości początkowe prądów w poszczególnych obwodach osiowych wyznacza się analogicznie jak dla przypadku nie-

synchronicznego przyłączenia maszyny do sieci. Korzysta się przy tym z zależności (3.15), (3.16) i (3.17). Podobnie na podstawie zależności (3.19) wyznacza się operatorową funkcję napięcia $U_w^*(p)$ zasilającego zastępczy obwód wzbudzenia maszyny.

W stanie zwarcia symetrycznego $U_A(t) = U_B(t) = U_C(t) = 0$, a zatem operatorowe funkcje napięć U_d, U_q, U_0 również są równe zero

$$U_d(p) = U_q(p) = U_0(p) = 0. \tag{3.25}$$

3.4.5. Odbudowa napięcia twornika po zwarciu ustalonym symetrycznym przy stałym napięciu wzbudzenia

Przy ustalonym zwarciu symetrycznym maszyny wzbudzonej prądem I_{wz} bezpośrednio przed chwilą odbudowy napięcia płynie prąd:

- w zastępczym obwodzie wzbudzenia, którego wartość wynika z zasady sprowadzania prądu wzbudzenia na stronę osiowego uzwojenia twornika

$$I_w^*(t=-0) = I_{wz} \frac{\sqrt{2}\, U_{fn}}{I_{w0n}\, \omega L_{ad}}, \tag{3.26a}$$

- w zastępczych obwodach osiowych twornika, których wartość wynika z rozwiązania równań opisujących ustalony stan zwarcia symetrycznego

$$I_d(t=-0) = \frac{\omega^2 L_{ad}(L_s + L_{aq})}{R^2 + \omega^2 (L_s+L_{ad})(L_s+L_{aq})} I_{wz}^*(t=-0) \tag{3.26b}$$

$$I_q(t=-0) = \frac{\omega L_{ad} R}{R^2 + \omega^2 (L_s+L_{ad})(L_s+L_{aq})} I_{wz}^*(t=-0) \tag{3.26c}$$

$$I_0(t=-0) = 0. \tag{3.26d}$$

W pozostałych obwodach maszyny prądy nie płyną, zatem

$$I_{kd}^*(t=-0) = I_{kq}^*(t=-0) = 0. \tag{3.26e}$$

Prądy płynące w gałęziach reprezentujących operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny wynikają z równań (3.24). Z kolei z zasady ciągłości strumienia sprzężonego z obwodami wirnika wynikają wartości prądów płynących bezpośrednio po zakłóceniu

$$I_w^*(t=+0) = I_w^*(t=-0) \tag{3.27a}$$

$$I_{kd}^*(t=+0) = I_{kq}^*(t=+0) = 0. \tag{3.27b}$$

Jeśli przy odbudowie napięcia twornika następuje natychmiastowe (bezłukowe) rozwarcie obwodu twornika, to

$$I_d(t=+0) = I_q(t=+0) = I_0(t=+0) = 0. \qquad (3.27c)$$

Przy rozpatrywanym zakłóceniu operatorowa funkcja zasilania zastępczego obwodu wzbudzenia wynika z zależności

$$U_w^{\cdot}(p) = R_w^{\cdot}\, I_w^{\cdot}(t=-0). \qquad (3.28)$$

3.5. Zasady wyznaczania przebiegów czasowych przy pominięciu rezystancji uzwojenia twornika

Przy znanych parametrach zastępczych maszyny synchronicznej i narzuconym zakłóceniu pracy ustalonej zadana jest macierz admitancji oraz macierz napięć wymuszających. Wykorzystując odpowiednie z równań admitancyjnych maszyny, które przedstawiono w punkcie 3.2, można wyznaczyć macierz prądów w obwodach zastępczych. Stąd wynikają równania operatorowe określające prądy płynące w obwodach zastępczych maszyny. Z kolei, przy znanych równaniach operatorowych prądów zastępczych - można wyznaczyć (na podstawie prawa Kirchhoffa - patrz punkt 2.5) równania operatorowe określające napięcia ujawniające się w zastępczych obwodach maszyny. Przebiegi czasowe prądów i napięć otrzymuje się po odwrotnej transformacji odpowiednich funkcji operatorowych.

W ogólnym przypadku zakłócenia (zdefiniowanego w punkcie 3.4.1) na podstawie równań admitancyjnych (3.1a) - po wprowadzeniu zależności (3.3), (3.9), (3.12), (3.13) oraz uwag podanych w punkcie 3.4.1 - otrzymuje się następującą funkcję operatorową określającą dowolny z prądów I(p), płynących w zastępczych obwodach osi wzdłużnej oraz osi poprzecznej maszyny:

$$\begin{aligned} I(p) = {} & W_1(p)\, U_{1mf} + W_2(p)\, U_w^{\cdot} + W_3(p)\, I_{ad}(t=-0) + W_4(p)\, I_{aq}(t=-0) + \\ & + W_5(p)\, I_d(t=+0) + W_6(p)\, I_q(t=+0) + W_7(p)\, I_w^{\cdot}(t=+0) + \\ & + W_8(p)\, I_{kd}^{\cdot}(t=+0) + W_9(p)\, I_{kq}^{\cdot}(t=+0), \end{aligned} \qquad (3.29)$$

w której wielomiany operatorowe $W_1(p),\ldots,W_9(p)$ wynikają bezpośrednio z zasady mnożenia macierzy admitancji przez macierz napięć wymuszających. Analogicznym równaniem można zapisać funkcję operatorową określającą dowolne z napięć ujawniających się w zastępczych obwodach maszyny. Dla poszczególnych prądów zastępczych maszyny otrzymuje się różne wielomiany operatorowe (niektóre z nich mogą być równe zero), przy czym każdy z nich można zapisać w następującej postaci ogólnej:

$$W_k(p) = \frac{W_{Lk}(p)}{W_{Mk}(p)} \quad \text{dla} \quad k=1,2,\ldots,9. \tag{3.30}$$

Wyznaczenie przebiegów czasowych prądów płynących w obwodach zastępczych maszyny polegać więc będzie na określeniu odwrotnej transformacji operatorowej równania (3.29) i na tej podstawie otrzymuje się

$$I(t) = W_1(t)U_{1mf} + W_2(t)U_w^{\cdot} + W_3(t)I_{ad}(t=-0) + W_4(t)I_{aq}(t=-0) +$$

$$+ W_5(t)I_d(t=+0) + W_6(t)I_q(t=+0) + W_7(t)I_w^{\cdot}(t=+0) +$$

$$+ W_8(t)I_{kd}^{\cdot}(t=+0) + W_9(t)I_{kq}^{\cdot}(t=+0), \tag{3.31a}$$

przy czym zagadnienie sprowadza się do wyznaczenia odwrotnej transformacji operatorowej wielomianów operatorowych $W_k(p)$

$$W_k(t) = \mathcal{L}_C^{-1}\left\{W_k(p)\right\} \quad \text{dla} \quad k=1,2,\ldots,9. \tag{3.31b}$$

Forma równań określających poszczególne elementy macierzy admitancji i macierzy napięć wymuszających jest uwarunkowana sposobem reprezentowania operatorowych indukcyjności oddziaływania $L_{ad}(p)$ i $L_{aq}(p)$ maszyny synchronicznej. Dlatego otrzymuje się różną postać równań określających wielomiany operatorowe $W_1(p),\ldots,W_9(p)$, obowiązujących dla poszczególnych metod reprezentacji operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny.

Zasady wyznaczania odwrotnej transformacji operatorowej poszczególnych wielomianów $W_k(p)$ zostaną przedstawione dla rozpatrywanych w niniejszej pracy sposobów reprezentacji operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny synchronicznej. Dla uproszczenia obliczeń pomija się rezystancję uzwojenia twornika (R=0).

3.5.1. Przypadek uwzględnienia równań operatorowych wynikających z uproszczenia I stopnia

Przy rozpatrywanej reprezentacji operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny funkcje operatorowe prądów płynących w zastępczych obwodach maszyny wyznacza się z równania (3.1a) po wstawieniu:

- równania określającego macierz admitancji maszyny, wynikającego z zależności (3.3) po uwzględnieniu zależności zestawionych w tablicach 3.2 i 3.6,
- równania określające macierz napięć wymuszających, wynikającego z zależności (3.9) po uwzględnieniu zależności zestawionych w tablicy 3.9 oraz odpowiednich zależności zestawionych w punkcie 3.4.

Na tej podstawie otrzymuje się funkcje operatorowe takie jak w równaniu (3.29), określające prądy w maszynie, przy czym wielomiany operatorowe $W_k(p)$ - dla k=1,2,...,9 można zapisać w postaci (3.30). W wyniku takich przekształceń stwierdzono dla kolejnych wielomianów operatorowych $W_k(p)$ z równania (3.29), że licznik $W_{Lk}(p)$ ma różną postać dla k=1,2,...,9, zaś mianownik $W_{Mk}(p)$ przyjmuje jedną z następujących czterech postaci:

$$W_{Mk}(p) = (1+\sqrt{pT_1})(1+\sqrt{pT_2})(1+\sqrt{pT_3})(1+\sqrt{pT_4})(1+\sqrt{pT_5})$$

$$W_{Mk}(p) = (p^2+\omega^2)\left[(1+\sqrt{pT_1})(1+\sqrt{pT_2})(1+\sqrt{pT_3})(1+\sqrt{pT_4})(1+\sqrt{pT_5})\right]$$

$$W_{Mk}(p) = (p^2+\omega^2)\left[(1+\sqrt{pT_1})(1+\sqrt{pT_2})(1+\sqrt{pT_3})(1+\sqrt{pT_4})(1+\sqrt{pT_5})\right](1+\sqrt{pT_6})$$

$$W_{Mk}(p) = (p^2+\omega^2)\left[p^2+(\omega_1-\omega)^2\right]\left[(1+\sqrt{pT_1})(1+\sqrt{pT_2})(1+\sqrt{pT_3})(1+\sqrt{pT_4})(1+\sqrt{pT_5})\right],$$

przy czym stałe czasowe $T_1,\ldots,T_5$ są równe stałym czasowym $T_{d1},\ldots,T_{d5}$ lub $T_{q1},\ldots,T_{q5}$ (gdzie $T_{q4} = T_{q5} = 0$), określającym licznik reaktancji operatorowej maszyny w osi wzdłużnej lub poprzecznej (tablica 3.2), zaś stała czasowa T_6 jest równa syntetycznej stałej czasowej rdzenia litego wirnika w osi wzdłużnej T_{ed} lub w osi poprzecznej T_{eq}. Ponadto stwierdzono, że w wielomianach operatorowych $W_k(p)$ - stopień licznika $W_{Lk}(p)$ jest mniejszy lub co najwyżej równy stopniowi mianownika $W_{Mk}(p)$.

Zasada wyznaczania przebiegów czasowych w maszynie, wynikająca z odwrotnej transformacji operatorowej poszczególnych wielomianów $W_k(p)$ z równania (3.29), zostanie przedstawiona dla następującej postaci ogólnej:

$$W_k(p)=\frac{W_{Lk}(p)}{W_{Mk}(p)} = \frac{W_{Lk}(p)}{(p^2+\omega^2)\left[p^2+(\omega_1-\omega)^2\right]\left[(1+\sqrt{pT_1})(1+\sqrt{pT_2})(1+\sqrt{pT_3})(1+\sqrt{pT_4})(1+\sqrt{pT_5})\right]} \tag{3.32}$$

Wprowadzając podstawienie

$$\sqrt{p} = q \tag{3.33}$$

$$W_k(q)=\frac{W_{Lk}(q)}{W_{Mk}(q)}=\frac{W_{Lk}(q)}{\left[(1+q\sqrt{T_1})(1+q\sqrt{T_2})(1+q\sqrt{T_3})(1+q\sqrt{T_4})(1+q\sqrt{T_5})\right](q^4+\omega^2)\left[q^4+(\omega_1-\omega)^2\right]} \tag{3.34}$$

Funkcja czasowa odpowiadająca wielomianowi $W_k(p)$ powinna być funkcją rzeczywistą. Zatem bieguny wielomianu (3.34) muszą być liczbami zespolonymi parami ze sobą sprzężonymi lub też liczbami rzeczywistymi. Bieguny wyznacza się:

- z równania $(1+q\sqrt{T_1})(1+q\sqrt{T_2})(1+q\sqrt{T_3})(1+q\sqrt{T_4})(1+q\sqrt{T_5}) = 0$, otrzymując

$$q_1 = -\frac{1}{\sqrt{T_1}} = -Z_1 e^{j\theta_1}; \quad q_2 = -\frac{1}{\sqrt{T_2}} = -Z_1 e^{-j\theta_1} \tag{3.35a,b}$$

$$q_3 = -\frac{1}{\sqrt{T_3}} = -Z_2 e^{j\theta_2}; \quad q_4 = -\frac{1}{\sqrt{T_4}} = -Z_2 e^{-j\theta_2} \tag{3.35c,d}$$

$$q_5 = -\frac{1}{\sqrt{T_5}} = \text{liczba rzeczywista}, \tag{3.35e}$$

- z równania $q^4 + \omega^2 = 0$ otrzymując

$$q_6 = \sqrt{j\omega} = \sqrt{\omega} e^{j\frac{\pi}{4}}; \quad q_7 = +\sqrt{-j\omega} = \sqrt{\omega} e^{-j\frac{\pi}{4}} \tag{3.36a,b}$$

$$q_8 = -\sqrt{-j\omega} = \sqrt{\omega} e^{j\frac{3\pi}{4}}; \quad q_9 = -\sqrt{j\omega} = \sqrt{\omega} e^{-j\frac{3\pi}{4}}, \tag{3.36c,d}$$

- z równania $q^4 + (\omega_1 - \omega)^2 = 0$ otrzymując

$$q_{10} = \sqrt{j(\omega_1-\omega)} = \sqrt{(\omega_1-\omega)}\, e^{j\frac{\pi}{4}}; \quad q_{11} = \sqrt{-j(\omega_1-\omega)} = \sqrt{(\omega_1-\omega)}\, e^{-j\frac{\pi}{4}} \tag{3.37a,b}$$

$$q_{12} = -\sqrt{-j(\omega_1-\omega)} = \sqrt{(\omega_1-\omega)}\, e^{j\frac{3\pi}{4}}; \quad q_{13} = -\sqrt{j(\omega_1-\omega)} = \sqrt{(\omega_1-\omega)}\, e^{-j\frac{3\pi}{4}} \tag{3.37c,d}$$

Można zatem wielomian $W_k(q)$, określony równaniem (3.34), przedstawić w postaci sumy ułamków prostych. Z kolei, po uwzględnieniu podstawienia $q = \sqrt{p}$ otrzymuje się następującą postać wielomianu operatorowego $W_k(p)$:

$$W_k(p) = A_0 + \sum_{n=1}^{13} A_n \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{p} - q_n}, \tag{3.38a}$$

w której $A_0, A_1, A_2, \ldots, A_{13}$ są współczynnikami (liczbami zespolonymi) wynikającymi z następujących równań:

$$A_0 = \left[\frac{W_{Lk}(q)}{W_{Mk}(q)}\right]_{q=0} \tag{3.38b}$$

$$A_n = \left[\frac{W_{Lk}(q)}{q\,\dfrac{dW_{Mk}(q)}{dq}}\right]_{q=q_n} = M_n + j\,N_n \quad \text{dla} \quad k=1,2,3,\ldots,13. \tag{3.38c}$$

Na podstawie odwrotnej transformacji operatorowej równania (3.38a) wyznacza się szukaną postać czasową

$$W_k(t) = \mathcal{L}_C^{-1}\left\{W_k(p)\right\} = A_0 + \sum_{n=1}^{13}\left\{A_n e^{q_n^2 t}\ \mathrm{erfc}(-q_n\sqrt{t})\right\}, \tag{3.39}$$

przy czym funkcja $\mathrm{erfc}(-q_n\sqrt{t})$ ma w ogólnym przypadku argument zespolony.

W równaniu (3.39) jest możliwe pogrupowanie składników o sprzężonych współczynnikach A_n i sprzężonych biegunach q_n. Po przekształceniach otrzymano następującą postać wielomianu $W_k(t)$:

$$W_k(t) = A_0 + W_k^{I}(t) + W_k^{II}(t) + W_k^{III}(t) + W_k^{IV}(t) + W_k^{V}(t), \tag{3.40a}$$

przy czym wielomiany składowe $W_k^{I}(t),\ldots,W_k^{V}(t)$ wynikają z następujących zależności:

$$W_k^{I}(t) = \mathcal{L}_C^{-1}\left\{\left[\sum_{n=1}^{2} A_n \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{p}-q_n}\right]\right\} = 2\left[M_1\gamma_1(Z_1^2 t, \theta_1) + N_1\gamma_2(Z_1^2 t, \theta_1)\right] \tag{3.40b}$$

$$W_k^{II}(t) = \mathcal{L}_C^{-1}\left\{\left[\sum_{n=3}^{4} A_n \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{p}-q_n}\right]\right\} = 2\,M_3\left[\gamma_1(Z_2^2 t, \theta_2) + N_3\,\gamma_2(Z_2^2 t, \theta_2)\right] \tag{3.40c}$$

$$W_k^{III}(t) = \mathcal{L}_C^{-1}\left\{A_5 \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{p}-q_5}\right\} = A_5\,\gamma_1\left(\frac{1}{T_5}t, 0\right) \tag{3.40d}$$

$$W_k^{IV}(t) = \mathcal{L}_C^{-1}\left\{\left[\sum_{n=6}^{9} A_n \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{p}-q_n}\right]\right\} = 4\left[M_6\cos(\omega t) - N_6\sin(\omega t)\right] +$$

$$+ 2\left[(M_6 - M_8)\gamma_1(\omega t, \tfrac{\pi}{4}) + (N_6 - N_8)\gamma_2(\omega t, \tfrac{\pi}{4})\right] \tag{3.40e}$$

$$W_k^{V}(t) = \mathcal{L}_C^{-1}\left\{\left[\sum_{n=10}^{13} A_n \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{p}-q_n}\right]\right\} = 4\left\{M_{10}\cos\left[(\omega_1-\omega)t\right] - N_{10}\sin\left[(\omega_1-\omega)t\right]\right\} +$$

$$-2\left\{(M_{10} - M_{12})\gamma_1\left[(\omega_1-\omega)t, \tfrac{\pi}{4}\right] + (N_{10} - N_{12})\,\gamma_2\left[(\omega_1-\omega)t, \tfrac{\pi}{4}\right]\right\} \tag{3.40f}$$

W powyższych zależnościach wprowadzono współczynniki M_n i N_n wynikające z równania (3.38c)

$$M_n = \mathrm{Re}\left\{A_n\right\};\quad N_n = \mathrm{Im}\left\{A_n\right\}$$

oraz funkcje $\gamma_1(at, \theta)$ i $\gamma_2(at, \theta)$ zdefiniowane i stabelaryzowane w pracach [55] i [57].

Z przedstawionych obliczeń wynika, że przy reprezentacji operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny za pomocą obwodów rozłożonych wyznaczone przebiegi nieustalone są w ogólnym przypadku sumą funkcji periodycznych oraz funkcji złożonych typu $\gamma_1(at,\theta)$ i $\gamma_2(at,\theta)$ o różnych argumentach.

3.5.2. Przypadek uwzględnienia równań operatorowych wynikających z uproszczenia II stopnia

W rozpatrywanym przypadku reprezentacji operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny funkcje operatorowe prądów płynących w zastępczych obwodach maszyny wyznacza się z równania (3.1a) po wstawieniu:

- równania określającego macierz admitancji maszyny wynikającego z zależności (3.3) po uwzględnieniu zależności zestawionych w tablicach 3.3 i 3.7,
- równania określającego macierz napięć wymuszających wynikającego z zależności (3.9) po uwzględnieniu zależności zestawionych w tablicy 3.9 oraz odpowiednich zależności zestawionych w punkcie 3.4.

Na tej podstawie otrzymuje się funkcje operatorowe określające prądy zastępcze maszyny, które można zapisać w postaci takiej jak w równaniu (3.29). Jednak, jeżeli warunki początkowe w rdzeniu litym uwzględnia się jako warunki początkowe w poszczególnych indukcyjnościach łańcucha obwodów skupionych reprezentujących operatorowe indukcyjności oddziaływania maszyny, to w równaniu (3.29):

- w miejsce składnika $W_3(p)I_{ad}(t=-0)$ wystąpi:

$$\sum_{i=1}^{4} W_{3i}(p)I_{Ladi}(t=-0), \tag{3.41a}$$

- w miejsce składnika $W_4(p)I_{aq}(t=-0)$ wystąpi:

$$\sum_{i=1}^{4} W_{4i}(p)I_{Laqi}(t=-0). \tag{3.41b}$$

Poszczególne wielomiany operatorowe $W_k(p)$ - dla k=1,2,...,9 figurujące w równaniu (3.29) i w zależnościach (3.41) można zapisać w postaci (3.30). W wyniku przekształceń stwierdzono dla kolejnych wielomianów operatorowych $W_k(p)$, że licznik $W_{Lk}(p)$ ma różną postać dla k=1,2,...,9, natomiast mianownik $W_{Mk}(p)$ przyjmuje jedną z następujących czterech postaci:

$$W_{Mk}(p) = (1+pT_1)(1+pT_2)(1+pT_3)(1+pT_4)(1+pT_5)(1+pT_6)$$

$$W_{Mk}(p)=(p^2+\omega^2)\left[(1+pT_1)(1+pT_2)(1+pT_3)(1+pT_4)(1+pT_5)(1+pT_6)\right]$$

$$W_{Mk}(p)=(p^2+\omega^2)\left[(1+pT_1)(1+pT_2)(1+pT_3)(1+pT_4)(1+pT_5)(1+pT_6)\right](1+pT_7)$$

$$W_{Mk}(p)=(p^2+\omega^2)\left[(p^2+(\omega_1-\omega)^2\right]\left[(1+pT_1)(1+pT_2)(1+pT_3)(1+pT_4)(1+pT_5)(1+pT_6)\right]$$

przy czym stałe czasowe $T_1,\ldots,T_6$ są równe stałym czasowym $T^*_{d1},\ldots,T^*_{d6}$ lub $T^*_{q1},\ldots,T^*_{q6}$ (gdzie $T^*_{q6} = 0$), określającym licznik reaktancji operatorowej maszyny w osi wzdłużnej lub poprzecznej (tablica 3.8), zaś stała czasowa T_7 jest równa jednej ze stałych czasowych poszczególnych obwodów skupionych reprezentujących operatorową indukcyjność oddziaływania w osi wzdłużnej ($T_7 = T_{adi} = B_i\ T_{ed}$) lub w osi poprzecznej ($T_7 = T_{aqi} = B_i\ T_{eq}$).

Ponadto z obliczeń wynika, że w wielomianach operatorowych $W_k(p)$ stopień licznika $W_{Lk}(p)$ jest mniejszy lub co najwyżej równy stopniowi mianownika $W_{Mk}(p)$.

Zasada wyznaczania przebiegów czasowych, wynikająca z odwrotnej transformacji operatorowej poszczególnych wielomianów $W_k(p)$, zostanie przedstawiona dla następującej postaci ogólnej:

$$W_k(p)=\frac{W_{Lk}(p)}{W_{Mk}(p)}=\frac{W_{Lk}(p)}{(p^2+\omega^2)\left[p^2+(\omega_1-\omega)^2\right]\left[(1+pT_1)(1+pT_2)(1+pT_3)(1+pT_4)(1+pT_5)(1+pT_6)\right]} \tag{3.42}$$

Bieguny wielomianu $W_k(p)$ wyznacza się:

- z równania $(1+pT_1)(1+pT_2)(1+pT_3)(1+pT_4)(1+pT_5)(1+pT_6) = 0$, otrzymując

$$p_1 = -\frac{1}{T_1};\quad p_2 = -\frac{1}{T_2};\quad p_3 = -\frac{1}{T_3} \tag{3.43a,b,c}$$

$$p_4 = -\frac{1}{T_4};\quad p_5 = -\frac{1}{T_5};\quad p_6 = -\frac{1}{T_6}, \tag{3.43d,e,f}$$

- z równania $p^2 + \omega^2 = 0$, otrzymując

$$p_7 = +j\omega;\quad p_8 = -j\omega, \tag{3.44a,b}$$

- z równania $p^2 + (\omega_1-\omega)^2 = 0$, otrzymując

$$p_9 = +j(\omega_1-\omega);\quad p_{10} = -j(\omega_1-\omega). \tag{3.45a,b}$$

Wielomian $W_k(p)$, określony równaniem (3.42), można zatem przedstawić w postaci sumy ułamków prostych

$$W_k(p) = A_0 + \sum_{n=1}^{10} A_n \frac{p}{p-p_n}, \tag{3.46a}$$

w której współczynniki $A_0, A_1, A_2, \ldots, A_n$ wynikają z następujących zależności:

$$A_0 = \left[\frac{W_{Lk}(p)}{W_{Mk}(p)}\right]_{p=0} \tag{3.46b}$$

$$A_n = \left[\frac{W_{Lk}(p)}{p\,\frac{d\,W_{Mk}(p)}{dp}}\right]_{p=p_n} = M_n + j\,N_m. \tag{3.46c}$$

Na podstawie odwrotnej transformacji operatorowej równania (3.46a) wyznacza się szukaną postać czasową

$$W_k(t) = \mathcal{L}_C^{-1}\left\{W_k(p)\right\} = A_0 + \sum_{n=1}^{10} A_n\, e^{p_n t} \tag{3.47}$$

Grupując odpowiednie składniki o sprzężonych współczynnikach A_n i sprzężonych biegunach p_n otrzymuje się po wprowadzeniu zależności (3.43),(3.44) oraz (3.45):

$$W_k(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{6} A_n e^{-\frac{t}{T_n}} + 2M_7\cos(\omega t) - 2N_7\sin(\omega t) +$$

$$+ 2M_9\cos\left[(\omega_1-\omega)t\right] - 2N_9\sin\left[(\omega_1-\omega)t\right], \tag{3.48}$$

przy czym wprowadzono następujące oznaczenie wynikające z zależności (3.46c)

$$M_n = \mathrm{Re}\left\{A_n\right\};\quad N_n = \mathrm{Im}\left\{A_n\right\}.$$

Z przedstawionych obliczeń wynika, że w przypadku reprezentacji operatorowych indukcyjności oddziaływania maszyny za pomocą łańcucha obwodów skupionych wyznaczone przebiegi nieustalone są sumą funkcji periodycznych oraz funkcji aperiodycznych wielowykładniczych.

3.6. Algorytm obliczeń przebiegów elektromagnetycznych

Przy narzuconych zakłóceniach własności elektromagnetyczne maszyny określa się za pomocą przebiegów nieustalonych prądów lub napięć występujących w rzeczywistych uzwojeniach (obwodach) twornika i wirnika. Takie przebiegi nieustalone można wyznaczyć po uprzednim wyznaczeniu przebiegów czasowych prądów lub napięć ujawniających się w obwodach zastępczych maszyny po zakłóceniu jej pracy ustalonej, przy czym:

- przebiegi nieustalone występujące w fazach A, B, C uzwojenia twornika wyznacza się na podstawie odwrotnej transformacji Parka wynikającej z równania (2.1),
- przebiegi nieustalone występujące w rzeczywistych uzwojeniach (obwodach) wirnika wynikają z zasad sprowadzania prądów i napięć obwodów wirnika na stronę uzwojenia twornika.

Przebiegi nieustalone prądów i napięć ujawniających się w zastępczych obwodach maszyny wyznacza się na podstawie odwrotnej transformacji równań operatorowych przedstawionych w punkcie 3 niniejszej pracy.

Z powyższego rozumowania wynika następująca kolejność postępowania przy wyznaczaniu przebiegów nieustalonych elektromagnetycznych występujących po zakłóceniu pracy ustalonej maszyny synchronicznej:

- dla rozpatrywanej maszyny synchronicznej wyznacza się poszczególne stałe czasowe i współczynniki figurujące w równaniach (zestawionych w tablicach 3.1,...,3.8), określających transmitancje operatorowe maszyny, odpowiadające przyjętej reprezentacji wpływu rdzenia litego wirnika,
- z odpowiednich równań dokładnych (3.1b), (3.4b), (3.5b), (3.8b) lub z równań uproszczonych (3.3) i (3.7), obowiązujących dla rozpatrywanego stanu pracy maszyny po zakłóceniu, wyznacza się macierz admitancji maszyny,
- uwzględniając narzucone zakłócenie, wyznacza się operatorowe funkcje napięć $U_d(p)$, $U_q(p)$, $U_0(p)$ twornika, napięcie $U_w^*(p)$ zasilania zastępczego obwodu wzbudzenia oraz wartości początkowe prądów płynących w obwodach zastępczych,
- wykorzystując jedno z równań (3.9), które obowiązuje dla rozpatrywanego stanu pracy maszyny po zakłóceniu, wyznacza się macierz napięć wymuszających, przy czym elementy tej macierzy wynikają z odpowiednich zależności zestawionych w tablicy 3.9 i z zasad przedstawionych w punkcie 3.4, obowiązujących dla przyjętego sposobu reprezentacji działania rdzenia litego wirnika,
- z równań macierzowych admitancyjnych (3.1a) lub (3.4a); (3.5a) lub też (3.8a), właściwych dla rozpatrywanego stanu pracy maszyny po zakłóceniu, wyznacza się operatorowe funkcje prądów w obwodach zastępczych maszyny,
- przy otwartym obwodzie uzwojenia twornika lub uzwojenia wzbudzenia można wyznaczyć operatorowe funkcje napięć ujawniających się na zaciskach

tych uzwojeń, wykorzystując odpowiednie z równań (2.45) lub (2.48, lub też (2.51), obowiązujących dla rozpatrywanego stanu pracy maszyny po zakłóceniu,

- na podstawie odwrotnej transformacji równań operatorowych wyznacza się przebiegi nieustalone (funkcje czasowe) prądów i napięć w obwodach zastępczych maszyny, przy czym wykorzystuje się zasady przedstawione w punkcie 3.5,
- wyznacza się przebiegi nieustalone prądów faz A, B, C uzwojenia twornika (na podstawie odwrotnej transformacji Parka) oraz prądy i napięcia w rzeczywistych obwodach wirnika (na podstawie zasad sprowadzenia parametrów wirnika na stronę uzwojenia twornika).

Przedstawiona metodyka obliczania przebiegów elektromagnetycznych maszyny synchronicznej na podstawie równań operatorowych jest dość żmudna. Z tego powodu wskazane jest wykorzystanie maszyny matematycznej cyfrowej, przy czym program obliczeń łatwo sporządzić na podstawie podanej kolejności postępowania.

3.7. Uwagi końcowe

Przedstawione równania mogą być wykorzystane do analizy przebiegów elektromagnetycznych maszyny synchronicznej, wywołanych zakłóceniami w obwodzie twornika bądź zmianą parametrów źródła zasilającego uzwojenia wzbudzenia. W przypadku kiedy maszyna jest wzbudzona ze źródła prostownikowego (diodowego lub tyrystorowego), można również wykorzystać przedstawione równania, lęcz wtedy obliczenia stanów nieustalonych trzeba podzielić na kolejne przedziały czasowe. Wynika to z konieczności uwzględnienia właściwości jednokierunkowego przewodzenia prądu przez źródło wzbudzenia oraz zjawisk komutacyjnych w układzie prostownikowym, powodujących zmienność parametrów zastępczych źródła (napięcia wewnętrznego, rezystancji i indukcyjności) w kolejnych zakresach wartości prądu obciążenia. Program obliczeń przebiegów nieustalonych maszyny wzbudzej ze źródła prostownikowego, przy dokładniejszym uwzględnieniu wpływu bloku litego według przedstawionych równań, jest analogiczny z programem obliczeń przedstawionym np. w pracach [62] i [94].

Znaczne uproszczenie obliczeń otrzymuje się przy przybliżonym uwzględnieniu rezystancji twornika $R \neq 0$. Wówczas zakłada się, że rezystancja ta wpływa na amplitudy poszczególnych składowych przebiegów nieustalonych, a powoduje jedynie tłumienie osiowych składowych periodycznych o pulsacji ω. Odpowiednie równania stanowiące podstawę takich obliczeń uproszczonych przedstawiono w punkcie 3.2.1.

Przedstawione równania operatorowe mogą być wykorzystane również do obliczeń stanów nieustalonych maszyn synchronicznych z silną klatką tłumią-

cą (wówczas trzeba wprowadzić warunek $L'_{skd} = L'_{sMd} = L'_{skq} = L'_{sMq} = 0$) oraz maszyn synchronicznych uproszczonych, nie mających klatki tłumiącej w wirniku. Wówczas trzeba wprowadzić warunki ($R'_{kd} = R'_{kq} = \infty$ oraz $L'_{skd} = L'_{sMd} = L'_{skq} = L'_{sMq} = 0$).

4. OBLICZENIE PRZEBIEGÓW ELEKTRODYNAMICZNYCH MASZYNY SYNCHRONICZNEJ Z LITYM WIRNIKIEM METODAMI ETO

4.1. Uwagi wstępne

W ogólnym przypadku zakłócenia pracy ustalonej maszyny synchronicznej zachodzą równoczesne zmiany wielkości elektromagnetycznych (tj. prądów i strumieni magnetycznych w obwodach elektrycznych i magnetycznych) i wielkości elektromechanicznych (tj. prędkości kątowej, momentu mechanicznego i momentu elektromagnetycznego działającego na wirnik maszyny). Takie stany pracy maszyny nazywa się stanami nieustalonymi elektrodynamicznymi.

Przy opisie własności elektrodynamicznych maszyny synchronicznej trzeba uwzględnić równania stanu elektromagnetycznego samej maszyny oraz równania stanu mechanicznego zespołu wirującego składającego się z maszyny synchronicznej i urządzenia napędzającego. Równania (w postaci operatorowej) stanu elektromagnetycznego maszyny synchronicznej przedstawiono w p. 2.5 i 2.6 niniejszej pracy, przyjmując różne metody reprezentacji działania prądów wirowych rdzenia litego wirnika. Natomiast równanie stanu mechanicznego wynika z równania (2.6a), opisującego ruch zespołu wirującego, w którym trzeba uwzględnić zależność (2.6b), określającą moment elektromagnetyczny maszyny za pomocą strumieni sprzężonych i prądów obwodów zastępczych maszyny. W celu wyznaczenia przebiegów nieustalonych poszczególnych wielkości charakteryzujących własności elektrodynamiczne maszyny trzeba rozwiązać ww. układ równań, co jest możliwe w zasadzie jedynie metodami ETO (czyli przy wykorzystaniu maszyn matematycznych analogowych, cyfrowych lub hybrydowych).

Zastosowanie metod ETO do wyznaczenia własności elektrodynamicznych maszyny synchronicznej z litym wirnikiem jest możliwe, jeśli stan elektrodynamiczny maszyny jest opisany odpowiednim układem równań różniczkowych w postaci czasowej. Zachodzi zatem konieczność przekształcenia na postać czasową układu równań operatorowych (przedstawionych w p. 2.5 i 2.6) opisujących stan elektromagnetyczny maszyny. Takie przekształcenie jest bardzo utrudnione (a nawet praktycznie niemożliwe), jeśli indukcyjności operatorowe $L_{ad}(p)$ i $L_{aq}(p)$ maszyny oraz strumienie sprzężone $\Delta\psi_{ad}(p)$ i $\Delta\psi_{aq}(p)$ są funkcyjnie uzależnione od pierwiastka operatora różniczkowania (czyli w przypadku równań operatorowych, z których wynikają schematy zastępcze maszyny synchronicznej przedstawione na rys. 2.3 i na rys. 2.4). Natomiast w przypadku reprezentacji operatorowych indukcyjności oddziały-

wania maszyny za pomocą obwodów o stałych skupionych typu R-L (jak w schematach zastępczych maszyny, przedstawionych na rys. 2.7 i na rys. 2.8) przekształcenie operatorowych równań stanu elektromagnetycznego ma postać czasową nie sprawia trudności.

W kolejnych punktach niniejszego rozdziału przedstawia się równania stanu elektrodynamicznego maszyny synchronicznej z litym wirnikiem, wynikające z uwzględnienia:

- schematu zastępczego zmodyfikowanego przedstawionego na rys. 2.7,
- schematu zastępczego przedstawionego na rys. 2.8

oraz metodykę rozwiązania tych równań przy użyciu maszyn matematycznych analogowych i cyfrowych. Uwzględnia się przy tym własności źródła wzbudzenia elektromaszynowego lub prostownikowego.

4.2. Równania stanu elektrodynamicznego przy uwzględnieniu własności źródła wzbudzenia

Jak to wynika z przedstawionych uwag wstępnych, komplet równań stanu elektrodynamicznego maszyny synchronicznej jest układem równań różniczkowych, obejmującym:

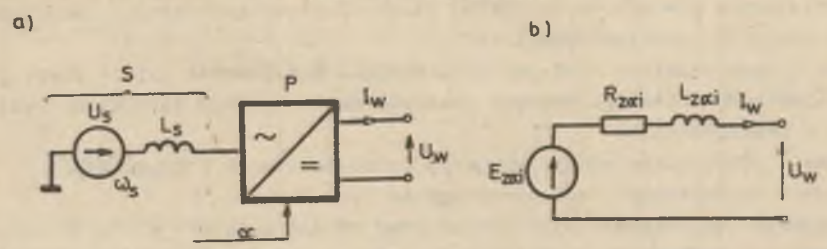
- równania stanu elektromagnetycznego samej maszyny,
- równania stanu mechanicznego zespołu wirującego składającego się z maszyny synchronicznej i urządzenia napędzającego,
- równanie określające moment elektromagnetyczny maszyny za pomocą jej wielkości elektromagnetycznych.

Ponadto trzeba uwzględnić równania opisujące własności źródła zasilającego uzwojenie wzbudzenia maszyny.

Przy wypisywaniu równań różniczkowych stanu elektromagnetycznego można wykorzystać równania operatorowe przedstawione w p. 2.5 i 2.6 lub odpowiednie schematy zastępcze maszyny obowiązujące dla przyjętej reprezentacji działania prądów wirowych litego wirnika. Z uwag wstępnych (p. 4.1) wynika, że do opisu własności elektrodynamicznych maszyny są w zasadzie przydatne jedynie schematy zastępcze przedstawione na rys. 2.7 oraz na rys. 2.8. Z kolei zależności opisujące stan mechaniczny zespołu wirującego oraz moment elektromagnetyczny wynikają z równań (2.6a,b). Natomiast postać równań opisujących własności źródła wzbudzenia jest w ogólności inna dla różnych rodzajów i rozwiązań schematowych. Najczęściej są stosowane źródła wzbudzenia elektromaszynowe (wzbudnica prądu stałego) lub prostownikowe (diodowe, tyrystorowe), przy czym szczególne utrudnienie występuje przy opisie własności źródeł prostownikowych [21], [22], [41], [47], [65], [84], [94].

Przyjmując założenia upraszczające, które są uzasadnione warunkami pracy źródła wzbudzenia, można wykazać (np. [21], [22], [65], [94]), że dla

różnych źródeł wzbudzenia obowiązuje schemat zastępczy (i wynikające stąd równania) przedstawiony na rys. 4.1b, przy czym:



Rys. 4.1. Schemat ideowy prostownikowego (tyrystorowego) źródła wzbudzenia maszyny synchronicznej (a) oraz schemat zastępczy źródła prostownikowego bądź elektromaszynowego (b)

- w przypadku źródeł elektromaszynowych parametry zastępcze $E_{z\alpha i}$ - $R_{z\alpha i}$ - $L_{z\alpha i}$ są niezmienne w całym zakresie zmian wartości prądu I_w obciążenia,
- w przypadku źródeł prostownikowych (rys. 4.1a) parametry zastępcze $E_{z\alpha i}$ - $R_{z\alpha i}$ - $L_{z\alpha i}$ mają różne wartości w kolejnych obszarach (indeks "i" oznacza nr kolejnego obszaru) zmian wartości prądu I_w obciążenia; w każdym obszarze obciążeń są one jednoznaczną funkcją parametrów sieci zasilającej przekształtnik prostownikowy oraz - w przypadku źródeł tyrystorowych - wartości kąta α opóźnienia zapłonu tyrystorów.

Przykładowo, w tablicy 4.1 zestawiono równania określające parametry zastępcze elektromaszynowego źródła wzbudzenia oraz źródła prostownikowego, wykonanego jako trójfazowy pełnosterowny mostek tyrystorowy o multipulsowym sterowaniu tyrystorów [23], [95].

Przy rozwiązywaniu równań stanu elektrodynamicznego maszyny synchronicznej metodami ETO jest celowe przedstawienie tych równań w postaci kanonicznej. Wykorzystuje się przy tym zależności wynikające ze schematów zastępczych maszyny (rys. 2.7 lub rys. 2.8), ze schematu zastępczego źródła wzbudzenia (rys. 4.1b) oraz równania (2.6a,b). Jako zmienne stanu przyjmuje się prądy lub strumienie sprzężone poszczególnych obwodów zastępczych maszyny oraz prędkość kątową elektryczną wirnika i kąt mocy.

Przyjmując jako zmienne stanu prądy poszczególnych obwodów maszyny oraz prędkość kątową elektryczną i kąt mocy otrzymuje się następującą postać kanoniczną równań stanu elektrodynamicznego maszyny synchronicznej:

Tablica 4.1

Zestawienie równań określających parametry zastępcze źródła wzbudzenia[1)]

Lp.	Zakres zmian kąta α	Obszar pracy i	Zakres zmian prądu wzbudzenia $I^*_{wimin} \leq I^*_w \leq I^*_{wimax}$		Parametry zastępcze			Uwagi
			I^*_{wimin}	I^*_{wimax}	$E^*_{z\alpha i}$	$R^*_{s\alpha i}$	$L^*_{s\alpha i}$	
			ŹRÓDŁO ELEKTROMASZYNOWE [2)]					
1	-	0	$-\infty$	$+\infty$	E^*_g	R^*_g	L^*_g	
			ŹRÓDŁO PROSTOWNIKOWE - Trójfazowy mostek 6-cio tyrystorowy [3),4),5),6)]					
2	$0 \leq \alpha < \frac{\pi}{6}$	1	$-\infty$	0	$\frac{3\sqrt{3}\,U^*_{sllf}}{\pi}\cos\alpha$	$\frac{3}{\pi}X^*_s + R^*_D$	$2L^*_s$	1/Kropką u góry oznaczono parametry sprowadzone na stronę twornika maszyny synchronicznej.
3		2	0	$\frac{\sqrt{3}\,U^*_{sllf}}{2X^*_s}\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})$		$\frac{3}{\pi}X^*_s$		
4		3[4)]	$\frac{\sqrt{3}\,U^*_{sllf}}{2X^*_s}\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})$	$\frac{3\,U^*_{sllf}}{4X^*_s}$	$\frac{9\,U^*_{mf}}{2\pi}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}\sin\alpha}{\sqrt{3}(1-\sin\alpha)-\cos\alpha}$	$\frac{3\sqrt{3}}{\pi X^*_s}\frac{\sqrt{3}\cos\alpha-(1+\sin\alpha)}{\sqrt{3}(1-\sin\alpha)-\cos\alpha}$	0	2/E_g, R_g, L_g - parametry zastępcze wzbudnicy elektromaszynowej.
5		4	$\frac{3\,U^*_{sllf}}{4X^*_s}$	$\frac{U^*_{sllf}}{X^*_s}$	$\frac{9\,U^*_{sllf}}{2\pi}$	$\frac{9}{\pi}X^*_s$	$\frac{3}{2}L^*_s$	
6		5	$\frac{U^*_{sllf}}{X^*_s}$	$+\infty$	0	0	0	3/ R_D - rezystancja wsteczna prostownika.
7	$\frac{\pi}{6} \leq \alpha < \frac{2\pi}{3}$	6	$-\infty$	0	$\frac{3\sqrt{3}\,U^*_{sllf}}{\pi}\cos\alpha$	$\frac{3}{\pi}X^*_s + R^*_D$	$2L^*_s$	4/ L_s, X_s, U_{sllf} - zastępcza indukcyjność i reaktancja oraz amplituda napięcia fazowego sieci zasilającej prostownik.
8		7	0	$\frac{\sqrt{3}\,U^*_{sllf}}{2X^*_s}\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})$		$\frac{3}{\pi}X^*_s$		
9		8	$\frac{\sqrt{3}\,U^*_{sllf}}{2X^*_s}\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})$	$\frac{U^*_{sllf}}{2X^*_s}\left[1+\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})\right]$	$\frac{9U_{sllf}}{\pi}\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})$	$\frac{9}{\pi}X^*_s$	$\frac{3}{2}L^*_s$	5/ α - kąt opóźnienia zapłonu tyrystorów prostownika.
10		9	$\frac{U^*_{sllf}}{2X^*_s}\left[1+\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})\right]$	$+\infty$	0	0	0	6/ W obszarze i=3 charakterystykę zewnętrzną sproksymowano linią prostą.
11	$\frac{2\pi}{3} \leq \alpha \leq \pi$	10	$-\infty$	0	$\frac{3\sqrt{3}\,U^*_{sllf}}{\pi}\cos\alpha$	$\frac{3}{\pi}X^*_s + R^*_D$	$2L^*_s$	
12		11	0	$\frac{\sqrt{3}\,U^*_{sllf}}{2X^*_s}(1+\cos\alpha)$		$\frac{3}{\pi}X^*_s$		
13		12	$\frac{\sqrt{3}\,U^*_{sllf}}{2X^*_s}(1+\cos\alpha)$		0	0	0	

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}[I_D(t)]\\ [I_Q(t)]\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}[L_{Di}]^{-1}\,[U_{Di}(t)]\\ [L_Q]^{-1}\,[U_Q(t)]\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}[L_{Di}]^{-1}\,[R_{Di}] & \omega(t)[L_{Di}]^{-1}\,[K_Q][L_Q]\\ \omega(t)[L_Q]^{-1}\,[K_D][L_{Di}] & [L_Q]^{-1}\,[R_Q]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}[I_D(t)]\\ [I_Q(t)]\end{bmatrix} \tag{4.1a}$$

$$\frac{d}{dt}\,I_0(t)=\frac{1}{L_0}\,U_0(t)+\frac{R}{L_0}\,I_0(t) \tag{4.1b}$$

$$\frac{d}{dt}\,\omega(t)=\frac{p_b}{J}\left[M_m(t)-M_{em}(t)\right] \tag{4.1c}$$

$$\frac{d}{dt}\,\delta(t)=\omega(t)-\omega_1 \tag{4.1d}$$

$$M_{em}(t)=p_b\left[I_q(t)\psi_d(t)-I_d(t)\psi_q(t)\right], \tag{4.1e}$$

w których

$\omega(t)=p_b\omega_m(t)$ - prędkość kątowa elektryczna wirnika maszyny,

$\omega_1=2\pi f_1$ - pulsacja sieci trójfazowej, do której jest przyłączony twornik maszyny,

$\delta(t)=\frac{\pi}{2}-\left[\lambda_A-\vartheta_0(t)\right]$ - kąt mocy maszyny.

Zależności określające poszczególne macierze składowe figurujące w równaniach (4.1) zestawiono:

- w tablicy 4.2 dla zmodyfikowanego modelu matematycznego maszyny synchronicznej, wynikającego ze schematu zastępczego maszyny wg rys. 2.7,
- w tablicy 4.3 dla modelu matematycznego maszyny synchronicznej, wynikającego ze schematu zastępczego maszyny wg rys. 2.8,

przy czym uwzględniono przypadki pracy maszyny przy prowadzących (zamkniętych) bądź nieprzewodzących (rozwartych) obwodach uzwojenia wzbudzenia i uzwojenia twornika. W tablicach tych wprowadzono zastępcze parametry obwodów wirnika maszyny wynikające z relacji:

$$R'_{wi}=R'_w+R'_{z\alpha i};\qquad L'_{wi}=L'_{sw}+L'_{z\alpha i}+L'_{sMd}+L_{ad} \tag{4.2a,b}$$

$$L'_{kd}=L'_{skd}+L'_{sMd}+L_{ad};\qquad L'_{kq}=L'_{skq}+L'_{sMq}+L_{aq} \tag{4.2c,d}$$

$$L'_{Fd}=L'_{sFd}+L'_{sMd}+L_{ad};\qquad L'_{Fq}=L'_{sFq}+L'_{sMq}+L_{aq} \tag{4.2e,f}$$

$$L'_{Fhd}=L'_{sFhd}+L'_{sMd}+L_{ad};\qquad L'_{Fhq}=L'_{sFhq}+L'_{sMq}+L_{aq}. \tag{4.2g,h}$$

Jeśli zaś jako zmienne stanu przyjmie się strumienie sprzężone poszczególnych obwodów maszyny oraz prędkość kątową elektryczną i kąt mocy, to otrzymuje się następującą postać kanoniczną równań stanu elektrodynamicznego maszyny synchronicznej z rdzeniem litym w wirniku:

Tablica 4.2

Zestawienie zależności określających macierze składowe figurujące w równaniach stanu maszyny synchronicznej o prostownikowym układzie wzbudzenia wynikające ze zmodyfikowanych schematów zastępczych maszyny (rys. 2.7) i schematu zastępczego źródła wzbudzenia (rys. 4.1)

Macierz	Równania określające macierz dla maszyny pracującej: przy zamkniętych obwodach twornika i wzbudzenia (z = 1)	przy rozwartym obwodzie twornika $I_d(t) = I_q(t) = I_0(t) = 0$ (z = 2)	przy rozwartym obwodzie wzbudzenia $I^*_w(t) = 0$ (z = 3)	przy rozwartych obwodach twornika i wzbudzenia $I_d(t) = I_q(t) = I_0(t) = I^*_w(t) = 0$ (z = 4)
$[U_{D1}(t)]$	$[U_d(t) \mid \Sigma^*_{zod}(t) \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0]^T$	$[\Sigma^*_{zod}(t) \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0]^T$	$[U_d(t) \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0]^T$	$[0 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0]^T$
$[U_Q(t)]$	$[U_q(t) \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0]^T$	$[0 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0]^T$	$[U_q(t) \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0]^T$	$[0 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0]^T$
$[I_{D1}(t)]$	$[I_d(t) \mid I^*_w(t) \mid I^*_{kd}(t) \mid I_{Rad1}(t) \mid I_{Rad2}(t) \mid I_{Rad3}(t) \mid I_{Rad4}(t)]^T$	$[I^*_w(t) \mid I^*_{kd}(t) \mid I_{Rad1}(t) \mid I_{Rad2}(t) \mid I_{Rad3}(t) \mid I_{Rad4}(t)]^T$	$[I_d(t) \mid I^*_{kd}(t) \mid I_{Rad1}(t) \mid I_{Rad2}(t) \mid I_{Rad3}(t) \mid I_{Rad4}(t)]^T$	$[I^*_{kd}(t) \mid I_{Rad1}(t) \mid I_{Rad2}(t) \mid I_{Rad3}(t) \mid I_{Rad4}(t)]^T$
$[I_Q(t)]$	$[I_q(t) \mid I^*_{kq}(t) \mid I_{Raq1}(t) \mid I_{Raq2}(t) \mid I_{Raq3}(t) \mid I_{Raq4}(t)]^T$	$[I^*_{kq}(t) \mid I_{Raq1}(t) \mid I_{Raq2}(t) \mid I_{Raq3}(t) \mid I_{Raq4}(t)]^T$	$[I_q(t) \mid I^*_{kq}(t) \mid I_{Raq1}(t) \mid I_{Raq2}(t) \mid I_{Raq3}(t) \mid I_{Raq4}(t)]^T$	$[I^*_{kq}(t) \mid I_{Raq1}(t) \mid I_{Raq2}(t) \mid I_{Raq3}(t) \mid I_{Raq4}(t)]^T$
$[\Psi_D(t)]$	$[\Psi_d(t) \mid \Psi^*_w(t) \mid \Psi^*_{kd}(t) \mid \Psi_{ad1}(t) \mid \Psi_{ad2}(t) \mid \Psi_{ad3}(t) \mid \Psi_{ad4}(t)]^T$	$[\Psi^*_w(t) \mid \Psi^*_{kd}(t) \mid \Psi_{ad1}(t) \mid \Psi_{ad2}(t) \mid \Psi_{ad3}(t) \mid \Psi_{ad4}(t)]^T$	$[\Psi_d(t) \mid \Psi^*_{kd}(t) \mid \Psi_{ad1}(t) \mid \Psi_{ad2}(t) \mid \Psi_{ad3}(t) \mid \Psi_{ad4}(t)]^T$	$[\Psi^*_{kd}(t) \mid \Psi_{ad1}(t) \mid \Psi_{ad2}(t) \mid \Psi_{ad3}(t) \mid \Psi_{ad4}(t)]^T$
$[\Psi_Q(t)]$	$[\Psi_q(t) \mid \Psi^*_{kq}(t) \mid \Psi_{aq1}(t) \mid \Psi_{aq2}(t) \mid \Psi_{aq3}(t) \mid \Psi_{aq4}(t)]^T$	$[\Psi^*_{kq}(t) \mid \Psi_{aq1}(t) \mid \Psi_{aq2}(t) \mid \Psi_{aq3}(t) \mid \Psi_{aq4}(t)]$	$[\Psi_q(t) \mid \Psi^*_{kq}(t) \mid \Psi_{aq1}(t) \mid \Psi_{aq2}(t) \mid \Psi_{aq3}(t) \mid \Psi_{aq4}(t)]^T$	$[\Psi^*_{kq}(t) \mid \Psi_{aq1}(t) \mid \Psi_{aq2}(t) \mid \Psi_{aq3}(t) \mid \Psi_{aq4}(t)]^T$
$[L_{D1}]$	$\begin{bmatrix} -(L_s+L_{ad}) & L_{ad} & L_{ad} & -L_{ad1} & -L_{ad2} & -L_{ad3} & -L_{ad4} \\ -L_{ad} & L^*_{w1} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & -L_{ad1} & -L_{ad2} & -L_{ad3} & -L_{ad4} \\ -L_{ad} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & L^*_{kd} & -L_{ad1} & -L_{ad2} & -L_{ad3} & -L_{ad4} \\ -L_{ad1} & L_{ad1} & L_{ad1} & -L_{ad1} & 0 & 0 & 0 \\ -L_{ad2} & L_{ad2} & L_{ad2} & 0 & -L_{ad2} & 0 & 0 \\ -L_{ad3} & L_{ad3} & L_{ad3} & 0 & 0 & -L_{ad3} & 0 \\ -L_{ad4} & L_{ad4} & L_{ad4} & 0 & 0 & 0 & -L_{ad4} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} L^*_{w1} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & -L_{ad1} & -L_{ad2} & -L_{ad3} & -L_{ad4} \\ (L^*_{sMd}+L_{ad}) & L^*_{kd} & -L_{ad1} & -L_{ad2} & -L_{ad3} & -L_{ad4} \\ L_{ad1} & L_{ad1} & -L_{ad1} & 0 & 0 & 0 \\ L_{ad2} & L_{ad2} & 0 & -L_{ad2} & 0 & 0 \\ L_{ad3} & L_{ad3} & 0 & 0 & -L_{ad3} & 0 \\ L_{ad4} & L_{ad4} & 0 & 0 & 0 & -L_{ad4} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -(L_s+L_{ad}) & -L_{ad} & -L_{ad1} & -L_{ad2} & -L_{ad3} & -L_{ad4} \\ -L_{ad} & L^*_{kd} & -L_{ad1} & -L_{ad2} & -L_{ad3} & -L_{ad4} \\ -L_{ad1} & L_{ad1} & -L_{ad1} & 0 & 0 & 0 \\ -L_{ad2} & L_{ad2} & 0 & -L_{ad2} & 0 & 0 \\ -L_{ad3} & L_{ad3} & 0 & 0 & -L_{ad3} & 0 \\ -L_{ad4} & L_{ad4} & 0 & 0 & 0 & -L_{ad4} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} L^*_{kd} & -L_{ad1} & -L_{ad2} & -L_{ad3} & -L_{ad4} \\ L_{ad1} & -L_{ad1} & 0 & 0 & 0 \\ L_{ad2} & 0 & -L_{ad2} & 0 & 0 \\ L_{ad3} & 0 & 0 & -L_{ad3} & 0 \\ L_{ad4} & 0 & 0 & 0 & -L_{ad4} \end{bmatrix}$
$[L_Q]$	$\begin{bmatrix} -(L_s+L_{aq}) & L_{aq} & -L_{aq1} & -L_{aq2} & -L_{aq3} & -L_{aq4} \\ -L_{aq} & L^*_{kq} & -L_{aq1} & -L_{aq2} & -L_{aq3} & -L_{aq4} \\ -L_{aq1} & L_{aq1} & -L_{aq1} & 0 & 0 & 0 \\ -L_{aq2} & L_{aq2} & 0 & -L_{aq2} & 0 & 0 \\ -L_{aq3} & L_{aq3} & 0 & 0 & -L_{aq3} & 0 \\ -L_{aq4} & L_{aq4} & 0 & 0 & 0 & -L_{aq4} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} L^*_{kq} & -L_{aq1} & -L_{aq2} & -L_{aq3} & -L_{aq4} \\ L_{aq1} & -L_{aq1} & 0 & 0 & 0 \\ L_{aq2} & 0 & -L_{aq2} & 0 & 0 \\ L_{aq3} & 0 & 0 & -L_{aq3} & 0 \\ L_{aq4} & 0 & 0 & 0 & -L_{aq4} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -(L_s+L_{aq}) & L_{aq} & -L_{aq1} & -L_{aq2} & -L_{aq3} & -L_{aq4} \\ -L_{aq} & L^*_{kq} & -L_{aq1} & -L_{aq2} & -L_{aq3} & -L_{aq4} \\ -L_{aq1} & L_{aq1} & -L_{aq1} & 0 & 0 & 0 \\ -L_{aq2} & L_{aq2} & 0 & -L_{aq2} & 0 & 0 \\ -L_{aq3} & L_{aq3} & 0 & 0 & -L_{aq3} & 0 \\ -L_{aq4} & L_{aq4} & 0 & 0 & 0 & -L_{aq4} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} L^*_{kq} & -L_{aq1} & -L_{aq2} & -L_{aq3} & -L_{aq4} \\ L_{aq1} & -L_{aq1} & 0 & 0 & 0 \\ L_{aq2} & 0 & -L_{aq2} & 0 & 0 \\ L_{aq3} & 0 & 0 & -L_{aq3} & 0 \\ L_{aq4} & 0 & 0 & 0 & -L_{aq4} \end{bmatrix}$
$[R_{D1}]$	$\mathrm{diag}\{R, -R^*_{w1}, -R^*_{kd}, R_{ad1}, R_{ad2}, R_{ad3}, R_{ad4}\}$	$\mathrm{diag}\{-R^*_{w1}, -R^*_{kd}, R_{ad1}, R_{ad2}, R_{ad3}, R_{ad4}\}$	$\mathrm{diag}\{R, -R^*_{kd}, R_{ad1}, R_{ad2}, R_{ad3}, R_{ad4}\}$	$\mathrm{diag}\{-R^*_{kd}, R_{ad1}, R_{ad2}, R_{ad3}, R_{ad4}\}$
$[R_Q]$	$\mathrm{diag}\{R, -R^*_{kq}, R_{aq1}, R_{aq2}, R_{aq3}, R_{aq4}\}$	$\mathrm{diag}\{-R^*_{kq}, R_{aq1}, R_{aq2}, R_{aq3}, R_{aq4}\}$	$\mathrm{diag}\{R, -R^*_{kq}, R_{aq1}, R_{aq2}, R_{aq3}, R_{aq4}\}$	$\mathrm{diag}\{-R^*_{kq}, R_{aq1}, R_{aq2}, R_{aq3}, R_{aq4}\}$
$[K_D]$	$\mathrm{diag}\{-1, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$	$[0]_{6x6}$	$\mathrm{diag}\{-1, 0, 0, 0, 0, 0\}$	$[0]_{5x5}$
$[K_Q]$	$\mathrm{diag}\{1, 0, 0, 0, 0, 0\}$	$[0]_{5x5}$	$\mathrm{diag}\{1, 0, 0, 0, 0, 0\}$	$[0]_{5x5}$

Tablica 4.3

Zestawienie zależności określających macierze składowe figurujące w równaniach stanu maszyny synchronicznej o prostownikowym układzie wzbudzenia wynikające ze schematów zastępczych maszyny i źródła wzbudzenia przedstawionych na rys.2.8 i rys. 4.1

Macierz	Równanie określające macierz dla maszyny pracującej: przy zamkniętych obwodach twornika i wzbudzenia z=1	przy rozwartym obwodzie twornika z=2	przy rozwartym obwodzie wzbudzenia z = 3	przy rozwartych obwodach twornika i wzbudzenia z = 4
$[U_{Di}(t)]$	$[U_d(t) \mid U^*_{zwi}(t) \mid 0 \mid 0 \mid 0]^T$	$[U^*_{zwi}(t) \mid 0 \mid 0 \mid 0]^T$	$[U_d(t) \mid 0 \mid 0 \mid 0]^T$	$[0 \mid 0 \mid 0]^T$
$[U_Q(t)]$	$[U_q(t) \mid 0 \mid 0 \mid 0]^T$	$[0 \mid 0 \mid 0]^T$	$[U_q(t) \mid 0 \mid 0 \mid 0]^T$	$[0 \mid 0 \mid 0]^T$
$[I_D(t)]$	$[I_d(t) \mid I^*_w(t) \mid I^*_{Fd}(t) \mid I^*_{kd}(t) \mid I^*_{Fhd}(t)]^T$	$[I^*_w(t) \mid I^*_{Fd}(t) \mid I^*_{kd}(t) \mid I^*_{Fhd}(t)]^T$	$[I_d(t) \mid I^*_{Fd}(t) \mid I^*_{kd}(t) \mid I^*_{Fhd}(t)]^T$	$[I^*_{Fd}(t) \mid I^*_{kd}(t) \mid I^*_{Fhd}(t)]^T$
$[I_Q(t)]$	$[I_q(t) \mid I^*_{Fq}(t) \mid I^*_{kq}(t) \mid I^*_{Fhq}(t)]^T$	$[I^*_{Fq}(t) \mid I^*_{kq}(t) \mid I^*_{Fhq}(t)]^T$	$[I_q(t) \mid I^*_{Fq}(t) \mid I^*_{kq}(t) \mid I^*_{Fhq}(t)]^T$	$[I^*_{Fq}(t) \mid I^*_{kq}(t) \mid I^*_{Fhq}(t)]^T$
$[\Psi_D(t)]$	$[\Psi_d(t) \mid \Psi^*_w(t) \mid \Psi^*_{Fd}(t) \mid \Psi^*_{kd}(t) \mid \Psi^*_{Fhd}(t)]^T$	$[\Psi^*_w(t) \mid \Psi^*_{Fd}(t) \mid \Psi^*_{kd}(t) \mid \Psi^*_{Fhd}(t)]^T$	$[\Psi_d(t) \mid \Psi^*_{Fd}(t) \mid \Psi^*_{kd}(t) \mid \Psi^*_{Fhd}(t)]^T$	$[\Psi^*_{Fd}(t) \mid \Psi^*_{kd}(t) \mid \Psi^*_{Fhd}(t)]^T$
$[\Psi_Q(t)]$	$[\Psi_q(t) \mid \Psi^*_{Fq}(t) \mid \Psi^*_{kq}(t) \mid \Psi^*_{Fhq}(t)]^T$	$[\Psi^*_{Fq}(t) \mid \Psi^*_{kq}(t) \mid \Psi^*_{Fhq}(t)]^T$	$[\Psi_q(t) \mid \Psi^*_{Fq}(t) \mid \Psi^*_{kq}(t) \mid \Psi^*_{Fhq}(t)]^T$	$[\Psi^*_{Fq}(t) \mid \Psi^*_{kq}(t) \mid \Psi^*_{Fhq}(t)]^T$
$[L_{Di}]$	$\begin{bmatrix} -(L_s+L_{ad}) & L_{ad} & L_{ad} & L_{ad} & L_{ad} \\ -L_{ad} & L^*_{wi} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L_{ad}) \\ -L_{ad} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & L^*_{Fd} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L_{ad}) \\ -L_{ad} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & L^*_{kd} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) \\ -L_{ad} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & L^*_{Fhd} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} L^*_{wi} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L_{ad}) \\ (L^*_{sMd}+L_{ad}) & L^*_{Fd} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L_{ad}) \\ (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & L^*_{kd} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) \\ (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & L^*_{Fhd} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -(L_s+L_{ad}) & L_{ad} & L_{ad} & L_{ad} \\ -L_{ad} & L^*_{Fd} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L_{ad}) \\ -L_{ad} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & L^*_{kd} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) \\ -L_{ad} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & L^*_{Fhd} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} L^*_{Fd} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L^*_{ad}) \\ (L^*_{sMd}+L_{ad}) & L^*_{kd} & (L^*_{sMd}+L_{ad}) \\ (L^*_{sMd}+L_{ad}) & (L^*_{sMd}+L_{ad}) & L^*_{Fhd} \end{bmatrix}$
$[L_Q]$	$\begin{bmatrix} -(L_s+L_{aq}) & L_{aq} & L_{aq} & L_{aq} \\ -L_{aq} & L^*_{Fq} & (L^*_{sMq}+L_{aq}) & (L^*_{sMq}+L_{aq}) \\ -L_{aq} & (L^*_{sMq}+L_{aq}) & L^*_{kq} & (L^*_{sMq}+L_{aq}) \\ -L_{aq} & (L^*_{sMq}+L_{aq}) & (L^*_{sMq}+L_{aq}) & L^*_{Fhq} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} L^*_{Fq} & (L^*_{sMq}+L_{aq}) & (L^*_{sMq}+L_{aq}) \\ (L^*_{sMq}+L_{aq}) & L^*_{kq} & (L^*_{sMq}+L_{aq}) \\ (L^*_{sMq}+L_{aq}) & (L^*_{sMq}+L_{aq}) & L^*_{Fhq} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -(L_s+L_{aq}) & L_{aq} & L_{aq} & L_{aq} \\ -L_{aq} & L^*_{Fq} & (L^*_{sMq}+L_{aq}) & (L^*_{sMq}+L_{aq}) \\ -L_{aq} & (L^*_{sMq}+L_{aq}) & L^*_{kq} & (L^*_{sMq}+L_{aq}) \\ -L_{aq} & (L^*_{sMq}+L_{aq}) & (L^*_{sMq}+L_{aq}) & L^*_{Fhq} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} L^*_{Fq} & (L^*_{sMq}+L_{aq}) & (L^*_{sMq}+L_{aq}) \\ (L^*_{sMq}+L_{aq}) & L^*_{kq} & (L^*_{sMq}+L_{aq}) \\ (L^*_{sMq}+L_{aq}) & (L^*_{sMq}+L_{aq}) & L^*_{Fhq} \end{bmatrix}$
$[R_{Di}]$	$\mathrm{diag}\{R, -R^*_{wi}, -R^*_{Fd}, -R^*_{kd}, -R^*_{Fhd}\}$	$\mathrm{diag}\{-R^*_{wi}, -R^*_{Fd}, -R^*_{kd}, -R^*_{Fhd}\}$	$\mathrm{diag}\{R, -R^*_{Fd}, -R^*_{kd}, -R^*_{Fhd}\}$	$\mathrm{diag}\{-R^*_{Fd}, -R^*_{kd}, -R^*_{Fhd}\}$
$[R_Q]$	$\mathrm{diag}\{R, -R^*_{Fq}, -R^*_{kq}, -R^*_{Fhq}\}$	$\mathrm{diag}\{-R^*_{Fq}, R^*_{kq}, R^*_{Fhq}\}$	$\mathrm{diag}\{R, -R^*_{Fq}, -R^*_{kq}, -R^*_{Fhq}\}$	$\mathrm{diag}\{-R^*_{Fq}, -R^*_{kq}, -R^*_{Fhq}\}$
$[E_D]$	$\mathrm{diag}\{-1, 0, 0, 0, 0\}$	$[0]_{4x4}$	$\mathrm{diag}\{-1, 0, 0, 0\}$	$[0]_{3x3}$
$[E_Q]$	$\mathrm{diag}\{1, 0, 0, 0\}$	$[0]_{3x3}$	$\mathrm{diag}\{+1, 0, 0, 0\}$	$[0]_{3x3}$

$$\begin{bmatrix} [\psi_D(t)] \\ [\psi_Q(t)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [U_{Di}(t)] \\ [U_Q(t)] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [R_{Di}][L_{Di}]^{-1} & \omega(t)[K_Q] \\ \omega(t)[K_D] & [R_Q][L_Q]^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\psi_D(t)] \\ [\psi_Q(t)] \end{bmatrix} \tag{4.3a}$$

$$\frac{d}{dt}\psi_0(t) = U_0(t) + \frac{R}{L_0}\psi_0(t) \tag{4.3b}$$

$$\frac{d}{dt}\omega(t) = \frac{p_b}{J}\left[M_m(t) - M_{em}(t)\right] \tag{4.3c}$$

$$\frac{d}{dt}\delta(t) = \omega(t) - \omega_1 \tag{4.3d}$$

$$M_{em}(t) = p_b\left[I_q(t)\,\psi_d(t) - I_d(t)\,\psi_q(t)\right] \tag{4.3e}$$

ży czym zależności określające poszczególne macierze składowe są zesta-
ıne w tablicach 4.2 i 4.3.

4.3. Program rozwiązywania równań stanu elektrodynamicznego za pomocą maszyny cyfrowej

Za pomocą maszyny cyfrowej jest możliwe rozwiązanie równań (4.1) lub .3) stanu elektrodynamicznego maszyny synchronicznej dla różnych zakłó- i pracy ustalonej przy uwzględnieniu:
różnych sposobów reprezentacji oddziaływania twornika i prądów wirowych rdzenia litego wirnika zgodnie ze schematem zastępczym zmodyfikowanym z rys. 2.7 lub ze schematem zastępczym z rys. 2.8,
własności źródła wzbudzenia elektromaszynowego lub prostownikowego.

ólny algorytm rozwiązywania równań stanu elektrodynamicznego maszyny zy wyżej wymienionych warunkach można otrzymać przez odpowiednie ozna- enie macierzy składowych figurujących w równaniach (4.1) lub (4.3) za mocą dodatkowych indeksów literowych, z których każdy przyjmuje określo- wartości ze zbioru liczb naturalnych. Indeksy te można traktować jako mienne" sterujące pracą maszyny cyfrowej.

Opracowując model cyfrowy maszyny synchronicznej wprowadzono indeksy datkowe "n, w, i, p, z", które mają następujące znaczenie:

za pomocą indeksu "n" dokonuje się wyboru sposobu reprezentacji oddzia- ływania twornika i prądów wirowych rdzenia litego wirnika, przy czym:

- podstawienie w indeksie n=0 obowiązuje przy przyjęciu schematu zastęp- czego maszyny wg rys. 2.8,
- podstawienie w indeksie n = 1,2,3,4 obowiązuje przy przyjęciu zmody- fikowanego schematu zastępczego maszyny wg rys. 2.7 (wartości zmien-

nej n określają liczbę równoległych gałęzi typu R-L przyjmowanych w łańcuchu reprezentującym oddziaływanie twornika i prądów wirowych rdzenia litego wirnika),

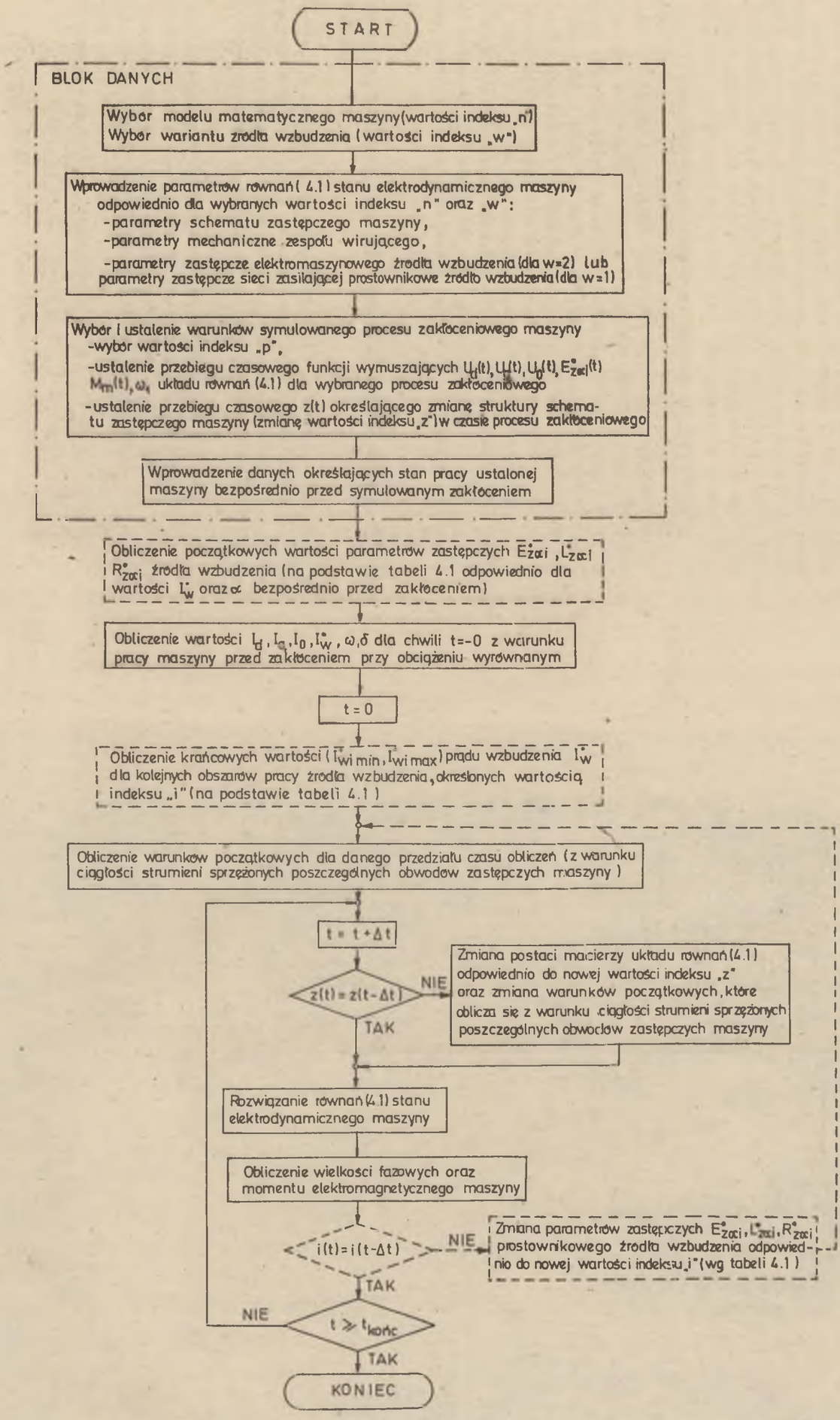
b) za pomocą indeksu "w" dokonuje się wyboru źródła wzbudzenia maszyny synchronicznej, przy czym:
   - podstawienie w indeksie w=1 obowiązuje przy stosowaniu prostownikowego źródła wzbudzenia,
   - podstawienie w indeksie w=2 obowiązuje przy stosowaniu elektromaszynowego źródła wzbudzenia,

c) za pomocą indeksu "i" ustala się obszar pracy źródła wzbudzenia zgodnie z tablicą 4.1; w czasie trwania stanu nieustalonego maszyny wartości indeksu "i" mogą ulegać zmianie w ślad za zmianami wartości chwilowej prądu wzbudzenia,

d) za pomocą indeksu "z" dokonuje się wyboru stanu pracy maszyny synchronicznej przy zamkniętych lub przy rozwartych obwodach twornika i wzbudzenia (tablica 4.2 i 4.3), przy czym:
   - podstawienie w indeksie z=0 obowiązuje dla maszyny o zamkniętych (przewodzących) obwodach twornika i wzbudzenia,
   - podstawienie w indeksie z=1 obowiązuje dla maszyny o zamkniętym obwodzie twornika i rozwartym (nieprzewodzącym) obwodzie wzbudzenia,
   - podstawienie w indeksie n=2 obowiązuje dla maszyny o rozwartym (nieprzewodzącym) obwodzie twornika i zamkniętym obwodzie wzbudzenia,
   - podstawienie w indeksie z=3 obowiązuje dla maszyny o rozwartych (nieprzewodzących) obwodach twornika i wzbudzenia,

e) za pomocą indeksu "p" dokonuje się wyboru rodzaju symulowanego stanu nieustalonego maszyny synchronicznej; indeksowi "p" są również przyporządkowane odpowiednie przebiegi czasowe funkcji wymuszających, występujących w równaniach stanu maszyny oraz postać równań więzów nałożonych na równania obwodu twornika bądź wzbudzenia maszyny, właściwych dla danego stanu nieustalonego określającego indeks "z".

W opracowanym algorytmie rozwiązywania równań stanu elektrodynamicznego maszyny:
- podstawienie w indeksie p=0 obowiązuje przy symulacji stanu zwarcia symetrycznego twornika prądnicy synchronicznej biegnącej jałowo,
- podstawienie w indeksie p=1 obowiązuje przy symulacji stanu niesynchronicznego przyłączenia maszyny synchronicznej do sieci trójfazowej (sztywnej),
- podstawienie w indeksie p=2 obowiązuje przy symulacji stanu zwarcia obwodu wzbudzenia w czasie pracy asynchronicznej maszyny,
- podstawienie w indeksie p=3 obowiązuje przy symulacji stanu rozwarcia obwodu wzbudzenia podczas pracy asynchronicznej maszyny,
- podstawienie w indeksie p=4 obowiązuje przy symulacji stanu zwarcia symetrycznego twornika prądnicy obciążonej,



Rys. 4.2. Uproszczony schemat rozwiązywania układu równań (4.1) stanu elektrodynamicznego maszyny synchronicznej za pomocą maszyny cyfrowej. (Fragment obliczeń obramowane linią przerywaną mogą być pominięte w przypadku wzbudzenia ze źródła elektromaszynowego - dla w = 2)

- podstawienie w indeksie p=5 obowiązuje przy symulacji stanu nieustalonego po zmianie momentu turbiny,
- podstawienie w indeksie p=6 obowiązuje przy symulacji stanu nieustalonego po zmianie kąta wysterowania prostownikowego źródła wzbudzenia,
- podstawienie w indeksie p=7 obowiązuje przy symulacji stanu forsowania wzbudzenia,
- podstawienie w indeksie p=8 obowiązuje przy symulacji stanu odbudowy napięcia twornika po odłączeniu zwarcia symetrycznego.

Uwzględniając przedstawione uwagi podano na rys. 4.2 uproszczony schemat blokowy programu komputerowego rozwiązywania równań (4.1) stanu elektrodynamicznego maszyny synchronicznej. Szczegółowy schemat blokowy programu obliczeń jest przedstawiony w pracy [98]. Na tej podstawie opracowano program "Obliczenia stanów elektrodynamicznych turbogeneratora" w języku FORTRAN rozwiązywania numerycznego (metodą Rungego-Kutty) układu równań (4.1) za pomocą komputera ODRA serii 1300. Tabulogram programu przedstawiono w pracy [98]. Opracowany program na maszynę cyfrową umożliwia obliczenie prądów i napięć (osiowych i fazowych) twornika, prądu i napięcia (sprowadzonego) wzbudzenia, momentu elektromagnetycznego, prędkości kątowej wirnika i kąta mocy maszyny w różnych stanach nieustalonych (określonych indeksem "p") przy uwzględnieniu elektromaszynowego lub prostownikowego źródła wzbudzenia oraz schematu zastępczego maszyny wg rys. 2.7 lub wg rys. 2.8. Dla każdego z procesów nieustalonych czas trwania obliczeń wynosi t_p, przy czym dla p=2,3,4 przewidziano kontynuowanie obliczeń w czasie od t_p do $t_p + \Delta t_p$ (po zmianie warunków początkowych w chwili t_p). W programie przyjęto całkowanie równań ze stałym krokiem. Długość kroku, czas trwania obliczeń t_p i czas kontynuowania obliczeń Δt_p ustala się (na wymaganej wartości) w zbiorze danych wejściowych programu komputerowego.

4.4. Rozwiązywanie równań stanu elektrodynamicznego za pomocą maszyny analogowej

Do rozwiązywania równań stanu elektrodynamicznego maszyny synchronicznej za pomocą maszyny analogowej jest wskazane wykorzystanie takiej postaci tych równań, w której występuje możliwie najmniejsza liczba macierzy odwrotnych. Dlatego do rozwiązywania metodą analogową przyjęto równania (4.3).

W celu opracowania ogólnego schematu analogowego rozwiązywania równań stanu elektrodynamicznego maszyny synchronicznej, przy uwzględnieniu:
- różnych sposobów aproksymacji oddziaływania twornika i prądów wirowych rdzenia litego wirnika, zgodnie ze schematem zastępczym wg rys. 2.7 lub wg rys. 2.8,
- własności źródła wzbudzenia elektromaszynowego lub prostownikowego,

- przypadków pracy maszyny z zamkniętymi lub z rozwartymi obwodami twornika i wzbudzenia

rozpisuje się równania (4.3) na układy równań obowiązujące dla poszczególnych obwodów zastępczych maszyny synchronicznej i źródła wzbudzenia oraz opisujących stan mechaniczny zespołu wirującego. W ten sposób otrzymuje się schematy analogowe przedstawione na rys. 4.3 i rys. 4.4 W schematach tych:

- klucze K1 i K2 są otwarte, jeśli maszyna pracuje przy rozwartym obwodzie uzwojenia wzbudzenia,
- klucze K3, K4,...,K8 są otwarte, jeśli maszyna pracuje przy rozwartym obwodzie uzwojenia twornika,
- prostownikowe źródło wzbudzenia zastąpiono układem przełączającym składającym się z komparatorów KP1 i KP2, które wysterowują przerywacze P1 i P2; uwzględniono jedynie dwa obszary pracy źródła prostownikowego (przy $I_w > 0$ i przy $I_w < 0$), przy czym przyjęto skończoną, ale możliwie największą wartość rezystancji prostownika pracującego zaporowo,
- przy wzbudzeniu ze źródła elektromaszynowego przerywacz P1 jest stale zamknięty, zaś przerywacz P2 jest stale otwarty.

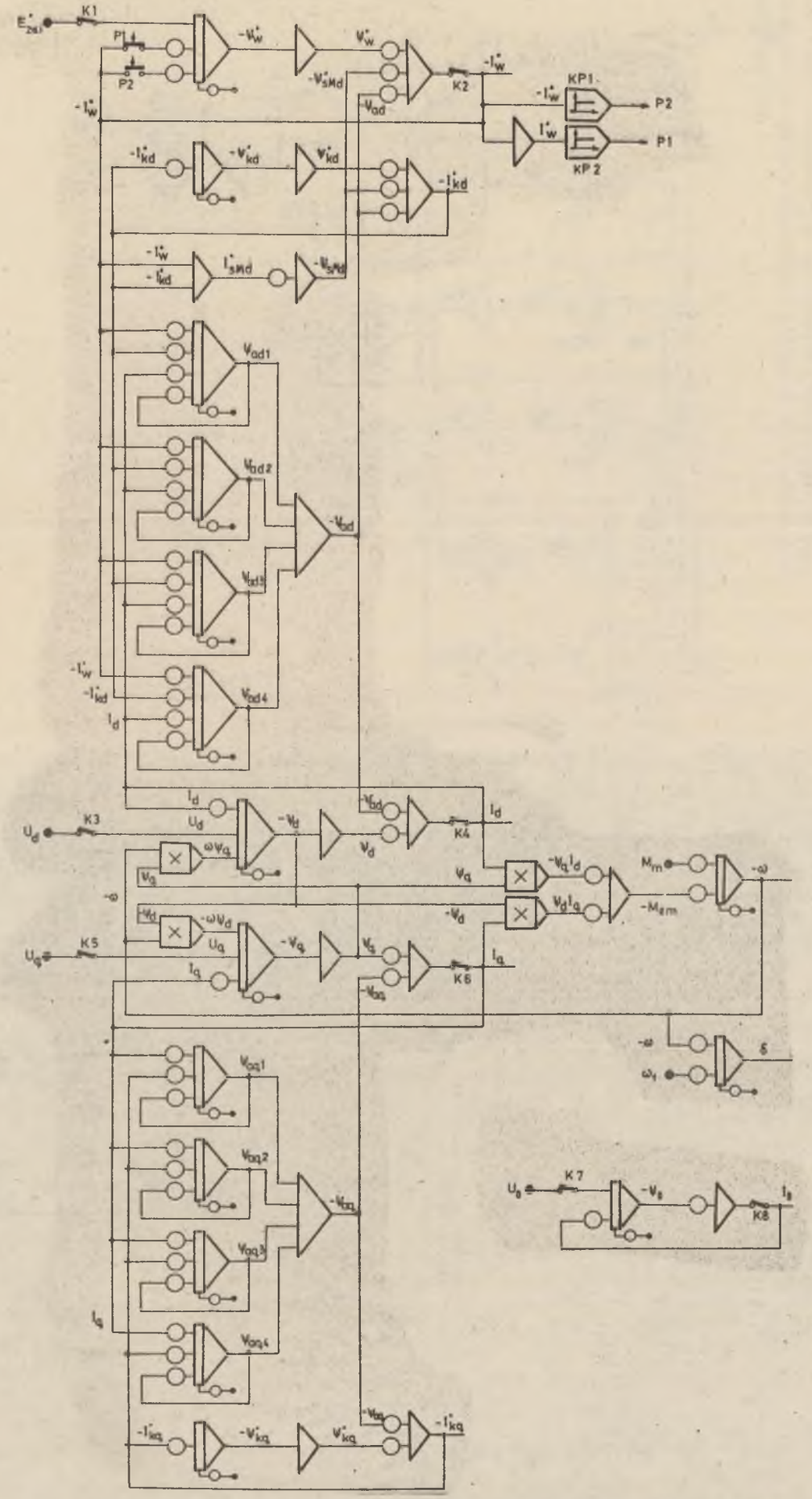
Kompletny model analogowy równań stanu elektrodynamicznego maszyny synchronicznej otrzymuje się po uzupełnieniu schematów przedstawionych na rys. 4.3 i rys. 4.4 o schematy analogowe odwzorowujące funkcje wymuszające $U_d(t)$, $U_q(t)$, $U_0(t)$, $E'_{\varepsilon\alpha i}(t)$, $M_m(t)$ oraz odwrotną transformację Parka wynikającą z równania (2.1).

Opracowując schemat roboczy na maszynę analogową uwzględnia się ogólnie znane zasady upraszczania schematów analogowych. W przypadku wystąpienia niestabilności rozwiązywania równań stanu na maszynie analogowej, wynikającej z występowania dużej ilości obwodów zamkniętych o małej inercji, można stosować bocznikowanie wybranych wzmacniaczy operacyjnych kondensatorami o niedużej pojemności.

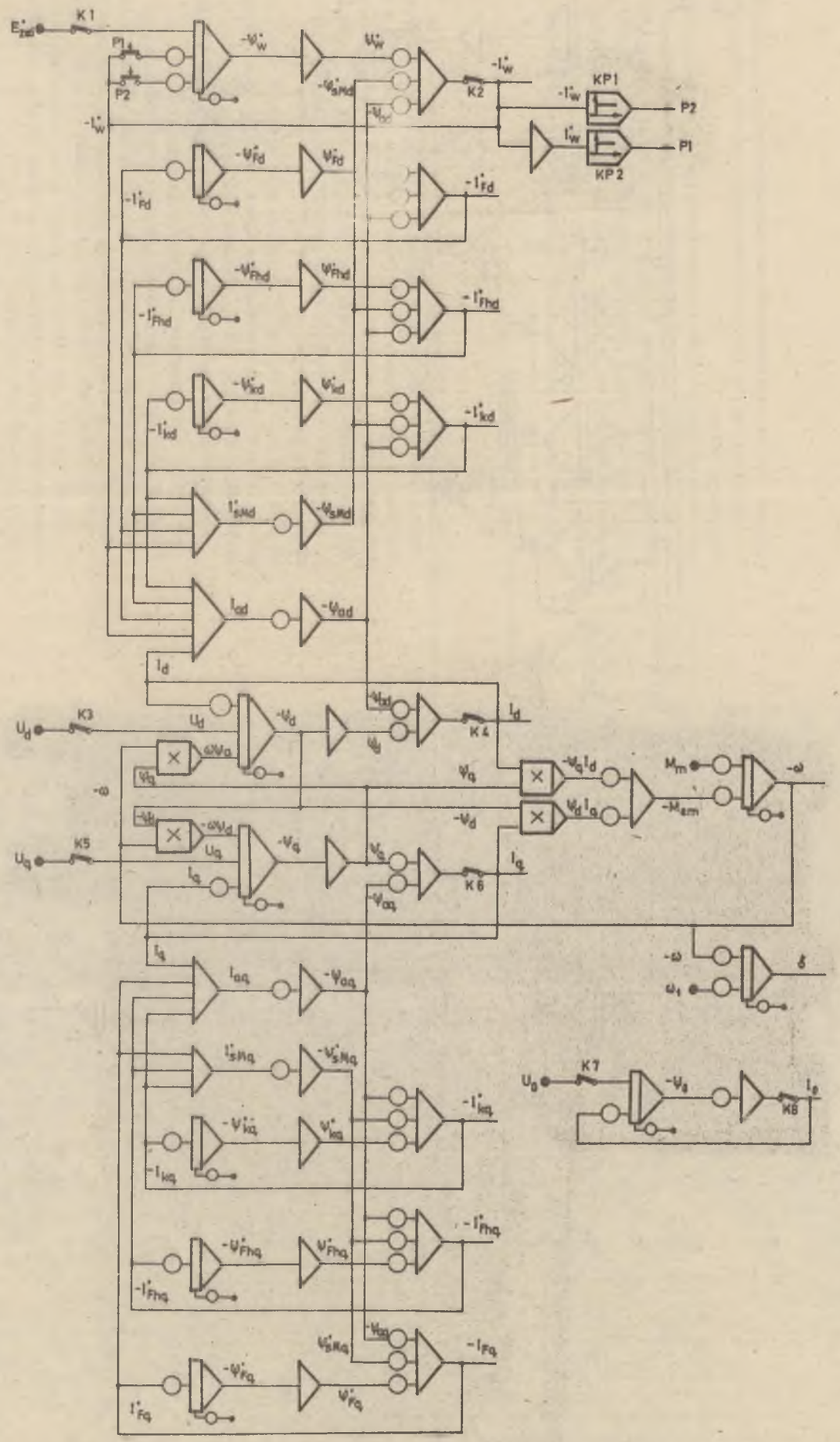
4.5. Uwagi końcowe

Przedstawione równania stanu elektrodynamicznego maszyny synchronicznej dowodzą, że możliwie dokładne uwzględnienie oddziaływania prądów wirowych rdzenia litego wirnika, własności (na ogół zmiennych) źródła wzbudzenia oraz zmienności prędkości kątowej zespołu wirującego prowadzi do znacznej rozbudowy modelu matematycznego maszyny. Dlatego pełne rozwiązanie równań stanu elektrodynamicznego maszyny synchronicznej jest w zasadzie możliwe jedynie przy wykorzystaniu maszyn matematycznych cyfrowych bądź analogowych.

Opracowane modele (cyfrowe i analogowy) maszyny synchronicznej w prostownikowym lub elektromaszynowym źródłem wzbudzenia umożliwiają dokona-



Rys. 4.3. Schemat analogowy rozwiązywania układu równań (4.3) stanu elektrodynamicznego maszyny synchronicznej przy uwzględnieniu modelu matematycznego wynikającego z rys. 2.7 i rys. 4.1b



Rys. 4.4. Schemat analogowy rozwiązywania układu równań (4.3) stanu elektrodynamicznego maszyny synchronicznej przy uwzględnieniu modelu matematycznego wynikającego z rys. 2.8 i rys. 4.1b

nie badań symulacyjnych różnych stanów elektrodynamicznych nieustalonych. Po wprowadzeniu niewielkich zmian opracowane modele - cyfrowe i analogowe - mogą być również wykorzystane do prowadzenia badań porównawczych własności maszyny synchronicznej przy uwzględnieniu różnych sposobów aproksymacji własności źródła wzbudzenia i oddziaływania prądów wirowych rdzenia litego wirnika.

Zastosowanie techniki cyfrowej bądź analogowej do analizy własności elektrodynamicznych maszyny synchronicznej jest również uzasadnione tym, że dzięki symulacji stanów nieustalonych na elektronicznych maszynach liczących można ograniczyć do minimum kosztowne i trudne do realizacji badania na rzeczywistym obiekcie.

5. BADANIA I POMIARY STANÓW NIEUSTALONYCH MASZYNY SYNCHRONICZNEJ

5.1. Uwagi wstępne

W celu sprawdzenia przedstawionych metod analizy własności elektromagnetycznych i elektrodynamicznych maszyny synchronicznej wykonano badania symulacyjne za pomocą maszyn matematycznych cyfrowych i analogowych oraz pomiary oscylograficzne na rzeczywistych obiektach. Badaniom symulacyjnym i pomiarom poddano między innymi następujące maszyny synchroniczne o znacznie różniących się mocach znamionowych:

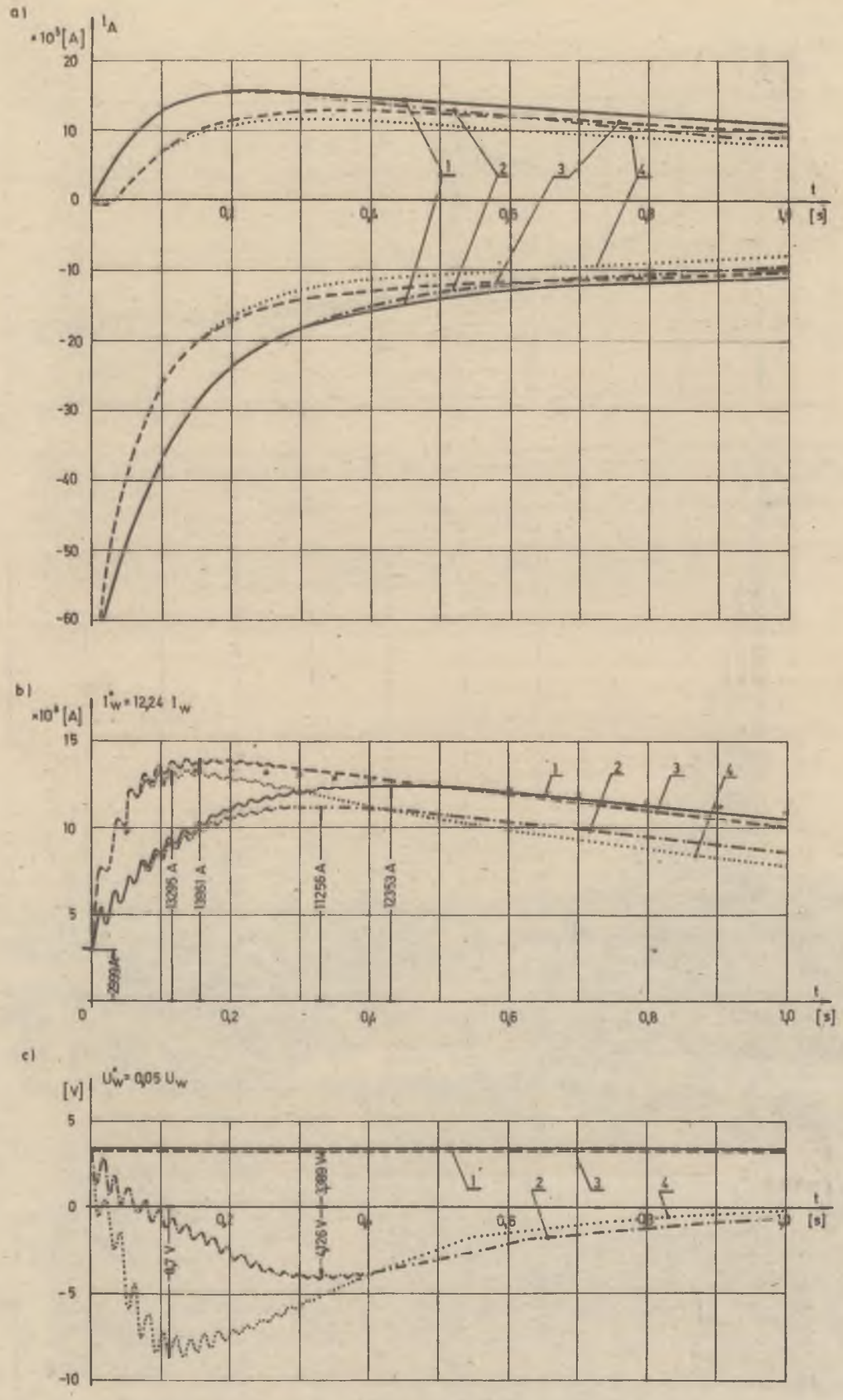
- maszynę typu G4a16a (produkcji krajowej): 15kVA; 15kW; 380V⅄; 50Hz; 1000 obr./min; wzbudzenie: 20V/21A - zainstalowaną w laboratorium Instytutu Maszyn i Urządzeń Elektrycznych Politechniki Śląskiej,
- maszynę typu T-50-2 (produkcji ELEKTROSIŁA - ZSRR): 62,5 MVA; 50 MW; 10,5 kV⅄; 50 Hz; 3000 obr./min; wzbudzenie: 224V/640A - zainstalowaną w Elektrowni JAWORZNO,
- maszynę typu TW-2-100-2 (produkcji ELEKTROSIŁA - ZSRR): 125 MVA; 100 MW; 100 MW; 13,85 kV⅄; 50 Hz; 3000 obr./min; wzbudzenie: 400 V/750A - zainstalowaną w Elektrowni SKAWINA.

Program badań i pomiarów tak ustalono, by możliwe było wyciągnięcie wniosków o przydatności różnych metod aproksymacji oddziaływania twornika i prądów wirowych rdzenia litego wirnika oraz o wpływie źródła wzbudzenia na elektromagnetyczne i elektrodynamiczne stany nieustalone maszyny synchronicznej.

W kolejnych punktach niniejszego rozdziału przedstawiono jedynie wybrane wyniki badań i pomiarów podstawowych stanów nieustalonych przy zakłóceniach symetrycznych dla maszyn synchronicznych wzbudzanych ze źródeł elektromaszynowych i prostownikowych (tyrystorowych). Odnośnie do badań i pomiarów generatora 15 kW ograniczono się jedynie do przedstawienia oscylogramów oraz skróconych wniosków, bowiem szczegółowe rezultaty są przedstawione między innymi w pracach [60], [61], [62], [63], [94].

5.2. Nieustalone zwarcie symetryczne zacisków twornika maszyny synchronicznej

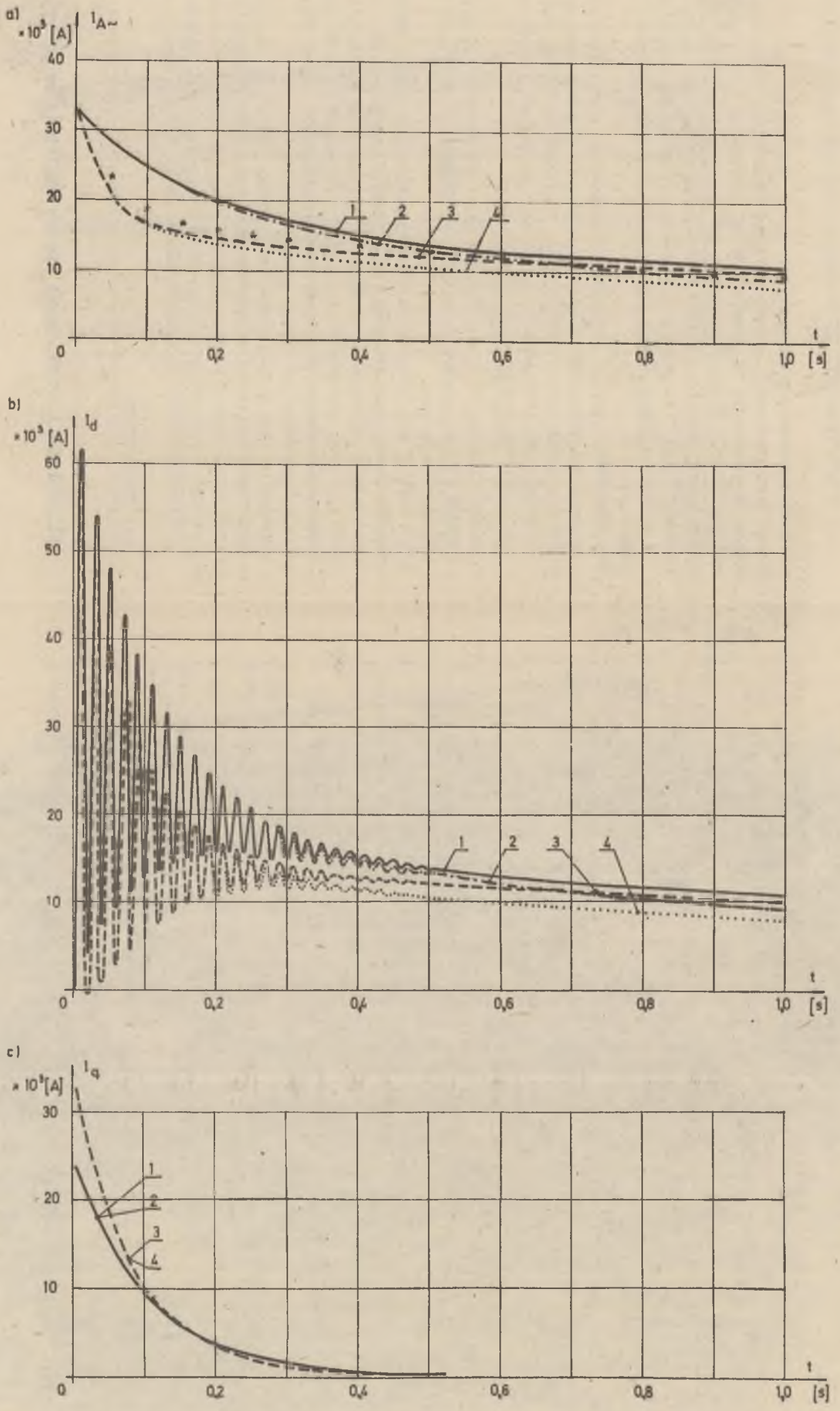
Na rys. 5.1 przedstawiono oscylogram nieustalonego zwarcia symetrycznego po biegu jałowym maszyny synchronicznej o mocy 15 kW, wzbudzanej ze źródła prostownikowego (pełnosterowanego trójfazowego mostka prostowniczego). Bezpośrednio przed chwilą zwarcia maszyna pracowała na biegu jałowym



Rys. 5.2. Wyniki symulacji cyfrowej i pomiarów nieustalonego zwarcia symetrycznego po biegu jałowym turbogeneratora typu T-50-2, wzbudzonego w stanie jałowym prądem I_{wj} = 245A do napięcia znamionowego, przy znamionowej prędkości obrotowej:

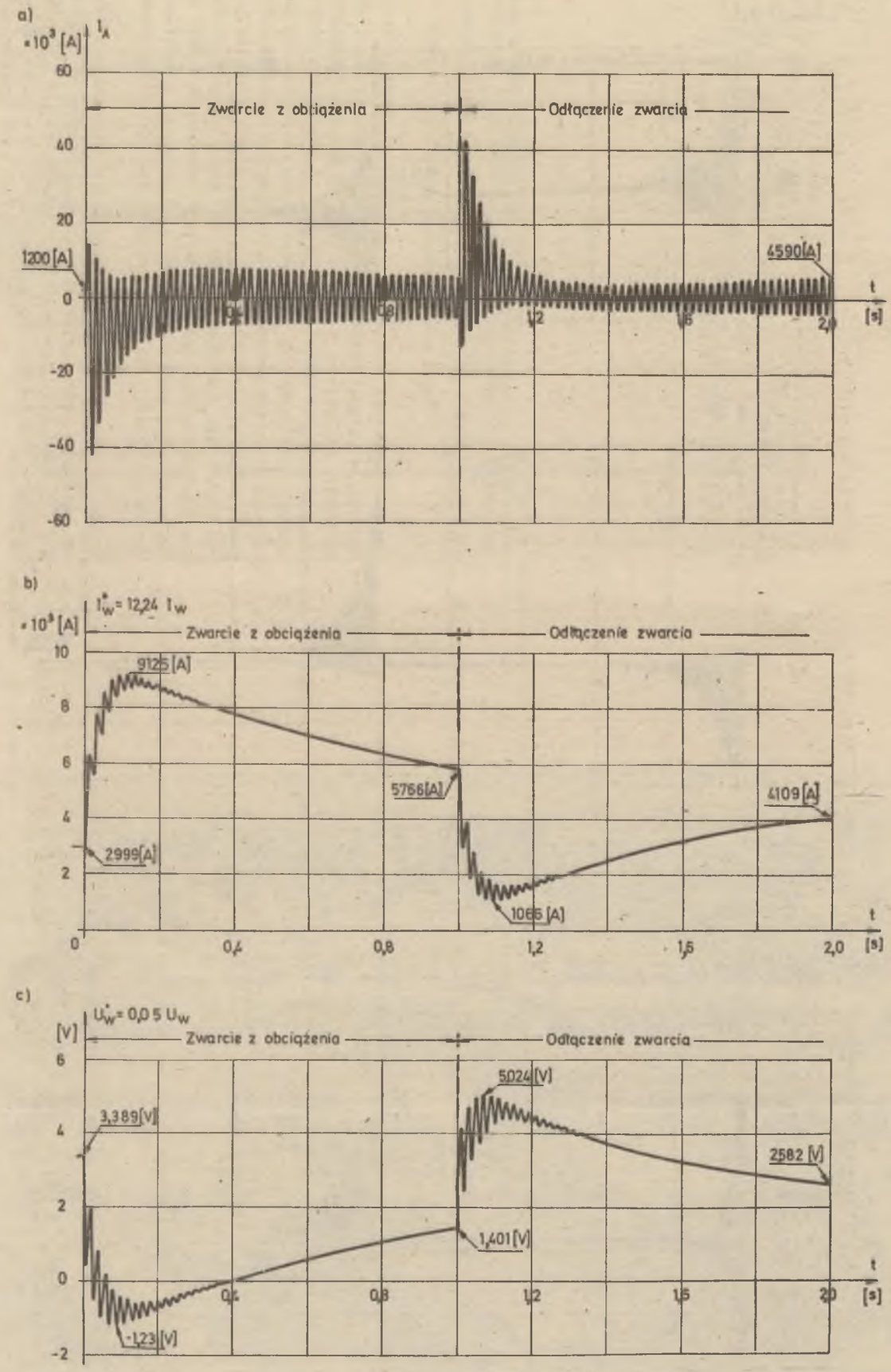
a) obwiednia przebiegu czasowego prądu twornika; b) przebieg czasowy prądu wzbudzenia ("gwiazdkami" zaznaczono wyniki pomiarów maszyny o wzbudzeniu elektromaszynowym); c) przebieg czasowy napięcia wzbudzenia

1 - wzbudzenie elektromaszynowe (U_w^* = 3,389 V = const), model matematyczny wynikający z rys. 2.8, 2 - wzbudzenie tyrystorowe (U_{sMf}^* = 8,9815 V; X_B^* = 0,000756Ω; α = 1,1876 rad = const), model matematyczny wynikający z rys. 2.8 i rys. 4.1b; 3 - wzbudzenie elektromaszynowe (U_w^* = 3,389V = const), model matematyczny wynikający z rys. 2.7; 4 - wzbudzenie tyrystorowe (U_{sMf}^* = 8,9815 V; X_B^* = 0,000756Ω; α = 1,1876 rad = const), model matematyczny wynikający z rys. 2.7 i rys. 4.1b



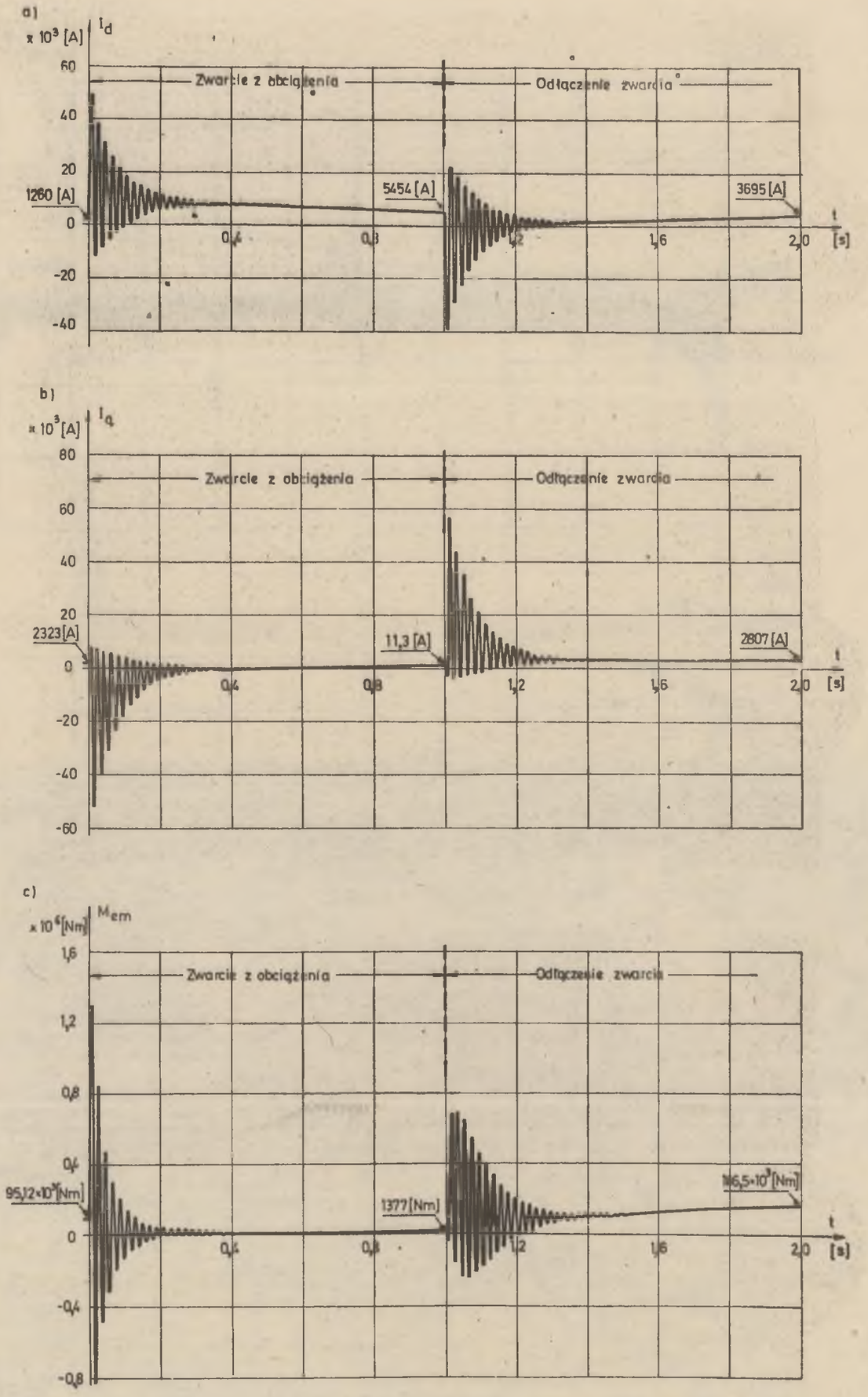
Rys. 5.3. Wyniki symulacji cyfrowej i pomiarów nieustalonego zwarcia symetrycznego po biegu jałowym turbogeneratora typu T-50-2, wzbudzonego w stanie jałowym prądem I_{wj} = = 245A do napięcia znamionowego, przy znamionowej prędkości obrotowej:

a) obwiednia składowej periodycznej prądu twornika ("gwiazdkami" zaznaczono wyniki pomiarów maszyny o wzbudzeniu elektromaszynowym); b) przebieg czasowy składowej wzdłużnej prądu twornika; c) przebieg czasowy składowej poprzecznej prądu twornika (1, 2, 3, 4 - jak na rys. 5.2)



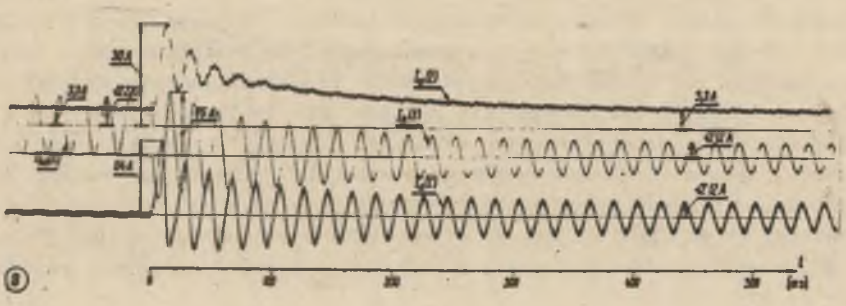
Rys. 5.4. Rezultaty symulacji cyfrowej stanu nieustalonego po krótkotrwałym zwarciu z obciążenia i powrocie napięcia twornika turbogeneratora typu T-50-2 o wzbudzeniu tyrystorowym (U^*_{aMf} = 8,9815V; X^*_s = 0,000756Ω; α = 1,1876 rad = const), przy znamionowej prędkości obrotowej, otrzymane na podstawie modelu matematycznego wynikającego z rys. 2.8 i rys. 4.1b:

a) przebieg czasowy prądu twornika; b) przebieg czasowy prądu wzbudzenia; c) przebieg czasowy napięcia wzbudzenia, (warunki pracy w stanie obciążenia: U=10,5kV; I = 1869A; P = 29,8822MW; $\cos\varphi$ = 0,879p; I_w = 245A; δ = 1 rad)



Rys. 5.5. Rezultaty symulacji cyfrowej stanu nieustalonego po krótkotrwałym zwarciu z obciążenia i powrocie napięcia twornika turbogeneratora typu T-50-2 o wzbudzeniu tyrystorowym (U^*_{sMf} = 8,9815V; X^*_d = 0,000756Ω; α = 1,1876 rad = const), przy znamionowej prędkości obrotowej, otrzymane na podstawie modelu matematycznego wynikającego z rys. 2.8 i rys. 4.1b;

a) przebieg czasowy składowej wzdłużnej prądu twornika; b) przebieg czasowy składowej poprzecznej prądu twornika; c) przebieg czasowy momentu elektromagnetycznego. (Warunki pracy w stanie obciążenia: U = 10,5V; I = 1869A; P = 29,8822 MW; cosφ = 0,879p; I_w = 245A; δ = 1 rad)



Rys. 5.1. Oscylogram nieustalonego zwarcia symetrycznego po biegu jałowym prądnicy synchronicznej typu G4a-16a o wzbudzeniu tyrystorowym, wzbudzonej w stanie jałowym prądem I_{wj} = 5,3A do napięcia $\frac{U_n}{\sqrt{3}}$ = 220V, przy znamionowej prędkości obrotowej i α = const

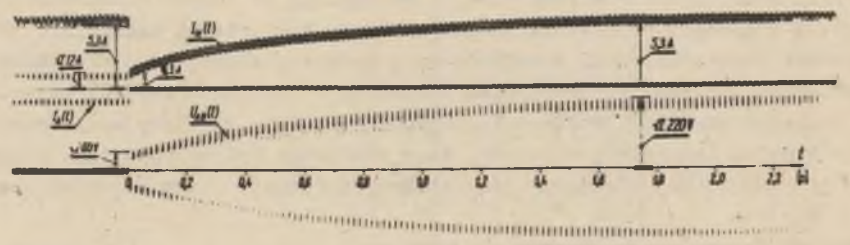
wzbudzona do napięcia 220V przy znamionowej prędkości obrotowej. Zarejestrowany przebieg prądu wzbudzenia $I_w(t)$ ma charakter ciągły, co stanowi potwierdzenie słuszności założeń przyjętych w p. 4 przy opisie własności prostownikowego źródła wzbudzenia. Identyczny charakter mają przebiegi czasowe przy zwarciu nieustalonym maszyny wzbudzanej ze źródła elektromaszynowego. W przypadku wzbudzenia prostownikowego stwierdzono niewielkie powiększenie stałej czasowej przejściowej i podprzejściowej oraz powiększenie składowej podprzejściowej prądu twornika, co wynika z wpływu parametrów zastępczych źródła wzbudzenia. Wykonane badania symulacyjne na maszynie cyfrowej i analogowej wykazały, że w przypadku badanej maszyny o małej mocy znamionowej adekwatny jest schemat zastępczy przedstawiony na rys. 2.8.

Podobny charakter przebiegów nieustalonych (jak na rys. 5.1) zarejestrowano przy zwarciu symetrycznym po biegu jałowym maszyn synchronicznych o mocy 50 MW i 100 MW, wzbudzanych ze źródeł elektromaszynowych. Dla tych maszyn wykonano pełne badania symulacyjne (na maszynach matematycznych) zwarcia nieustalonego przy uwzględnieniu:

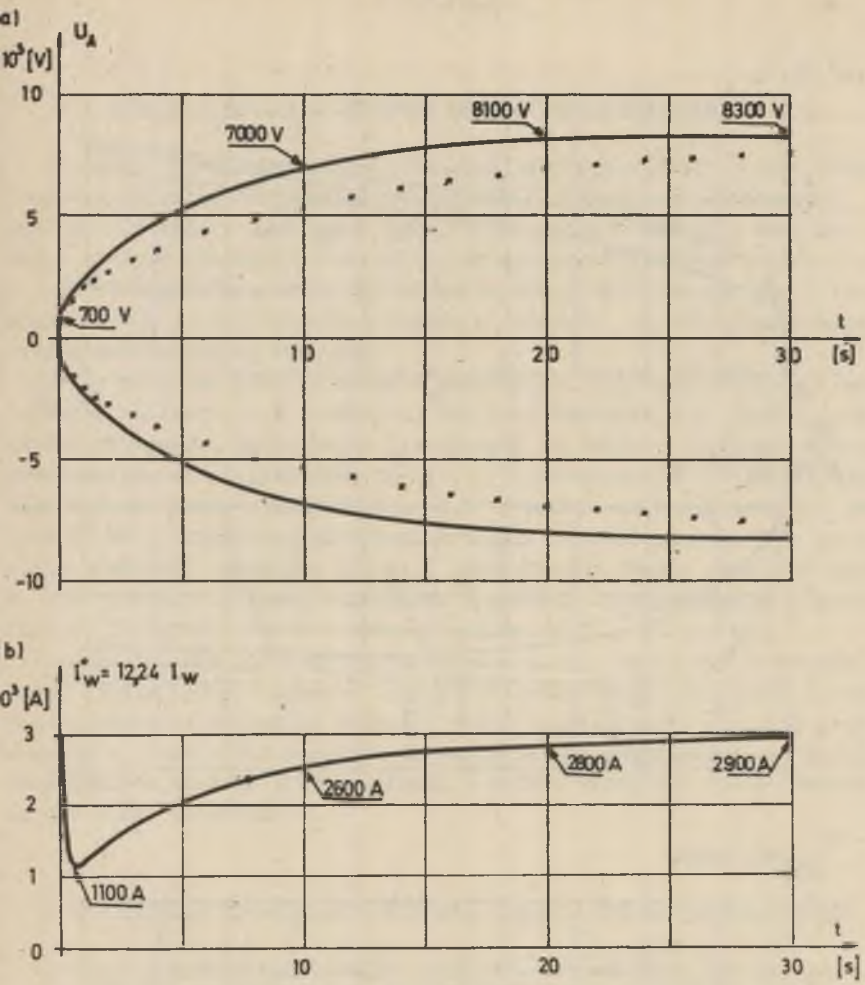
- dwóch sposobów reprezentacji oddziaływania twornika i prądów wirowych rdzenia litego wirnika (zgodnie z rys. 2.7 oraz z rys. 2.8),
- własności elektromaszynowego lub prostownikowego źródła wzbudzenia.

W wyniku badań symulacyjnych stwierdzono istotne różnice przebiegów w początkowym czasie trwania stanu nieustalonego, otrzymywanych dla różnych modeli matematycznych maszyny synchronicznej i źródła wzbudzenia. Przykładowo, na rys. 5.2 i rys. 5.3 przedstawiono przebiegi czasowe wynikające z obliczeń, wykonywanych na maszynie cyfrowej dla turbogeneratora 50 MW. Wyniki pomiarów oscylograficznych, otrzymane dla tego generatora przy wzbudzeniu ze źródła elektromaszynowego, zaznaczono "gwiazdkami" na rys. 5.2b i rys. 5.3a. Z porównania rezultatów badań symulacyjnych i pomiarów oscylograficznych wynika wniosek, że w przypadku turbogeneratora dużej mocy (50 MW) bardziej adekwatny jest zmodyfikowany schemat zastępczy przedstawiony na rys. 2.7.

Wykonano ponadto badania symulacyjne przy powrocie napięcia twornika po krótkotrwałym zwarciu nieustalonym z obciążenia turbogeneratora pracującego przy ω= const oraz przy ω= var. Wyniki takich badań stanowią podstawę do oceny stabilności dynamicznej gurbogeneratora przy krótkotrwałych zwarciach zacisków twornika. Przykładowo, na rys. 5.4 i rys. 5.5 przedstawiono przebiegi wyznaczone za pomocą maszyny cyfrowej dla turbogeneratora 50 MW, wzbudzanego ze źródła prostownikowego pracującego przy ω= const, które wynikają z uwzględnienia schematu zastępczego maszyny wg rys. 2.8.

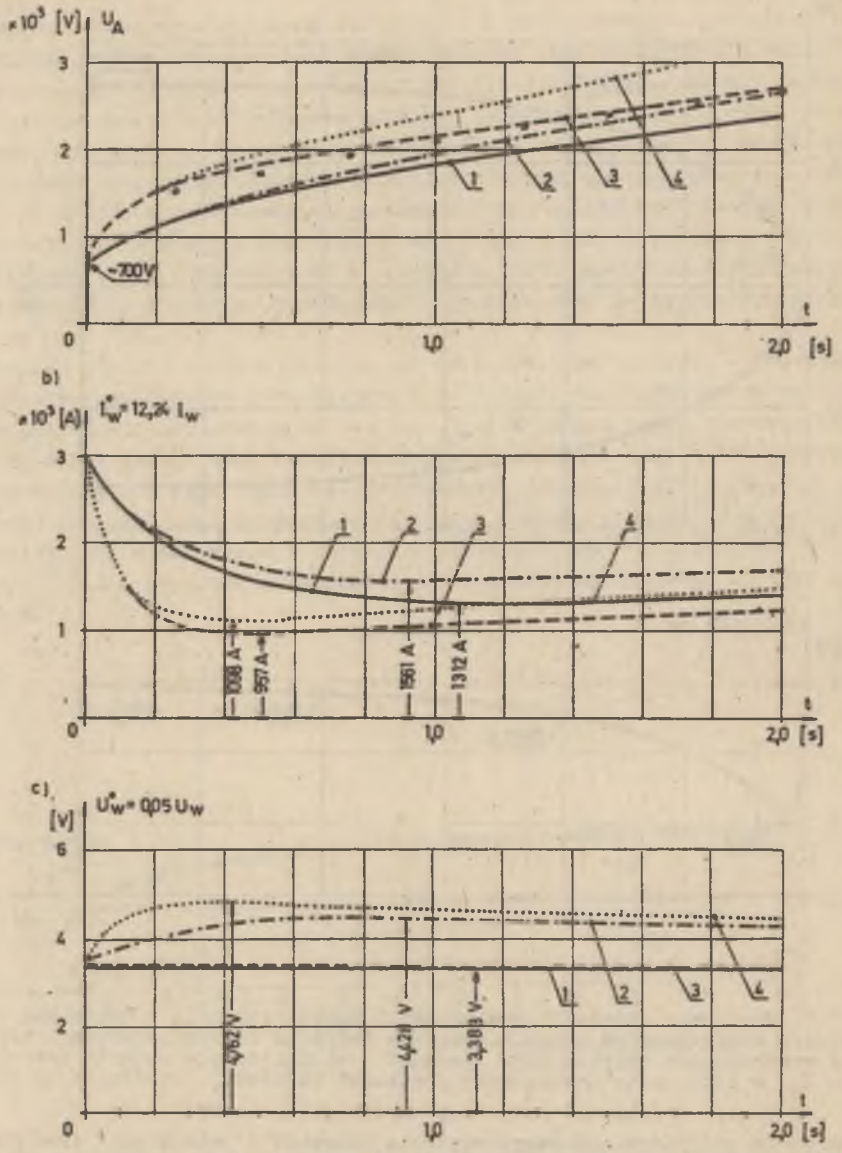


Rys. 5.6. Oscylogram odbudowy napięcia twornika po odłączeniu symetrycznego zwarcia zacisków twornika maszyny synchronicznej typu G4a-16a o wzbudzeniu tyrystorowym (α=const), wzbudzonej w stanie zwarcia prądem I_{wj} = 5,3A, przy znamionowej prędkości obrotowej



. 5.7. Rezultaty symulacji analogowej odbudowy napięcia twornika po ączeniu symetrycznego zwarcia zacisków twornika turbogeneratora typu 0-2 o wzbudzeniu tyrystorowym (α=const), wzbudzanego w stanie zwarcia dem I_{wj} = 245A, przy znamionowej prędkości obrotowej, otrzymane na podstawie modelu matematycznego wynikającego z rys. 4.3:

obwiednia przebiegu czasowego napięcia twornika ("gwiazdkami" zaznaczowyniki pomiarów maszyny o wzbudzeniu elektromaszynowym); b) przebieg czasowy prądu wzbudzenia



Rys. 5.8. Wyniki symulacji cyfrowej i pomiarów odbudowy napięcia twornika po odłączeniu symetrycznego zwarcia zacisków twornika turbogeneratora typu T-50-2, wzbudzonego w stanie zwarcia prądem I_{wj} = 245A, przy znamionowej prędkości obrotowej:

a) obwiednia narastania amplitudy napięcia fazowego ("gwiazdkami" zaznaczono wyniki pomiarów maszyny o wzbudzeniu elektromaszynowym);b) przebieg czasowy prądu wzbudzenia; c) przebieg czasowy napięcia wzbudzenia (1, 2, 3, 4 - jak na rys. 5.2)

5.3. Odbudowa napięcia twornika maszyny synchronicznej

Przebiegi nieustalone zarejestrowane oscylograficznie przy odbudowie napięcia twornika maszyn synchronicznych o różnej mocy znamionowej mają podobny charakter, przy czym występują różnice w zakresie wartości amplitud i stałych czasowych oraz liczby składowych przebiegów wykładniczych. Na rys. 5.6 przedstawiono oscylogram odbudowy napięcia maszyny synchronicznej 15kW o tyrystorowym układzie wzbudzenia, po wyłączeniu zwarcia symetrycznego zacisków twornika.

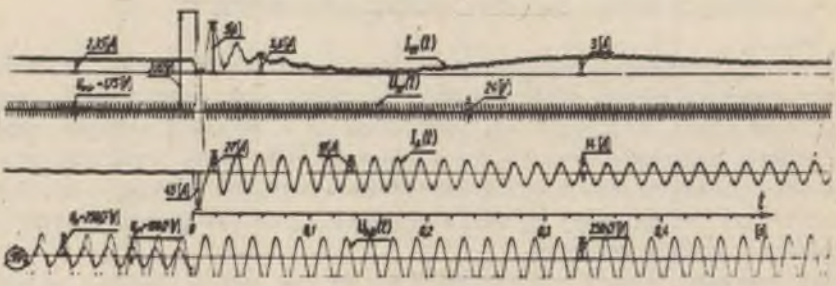
Przeprowadzono również badania symulacyjne (za pomocą maszyn matematycznych analogowych i cyfrowych) odbudowy napięcia dla turbogeneratorów o różnych mocach znamionowych wzbudzanych ze źródeł elektromaszynowych i prostownikowych. Przykładowo na rys. 5.7 przedstawiono przebiegi nieustalone wyznaczone metodą analogową przy odbudowie napięcia twornika generatora 50 MW o wzbudzeniu elektromaszynowym. Z kolei na rys. 5.8 przedstawiono przebiegi otrzymane dla tego generatora w wyniku symulacji cyfrowej. Na rys. 5.8 "gwiazdkami" zaznaczono przebiegi zarejestrowane oscylograficznie dla generatora o elektromaszynowym źródle wzbudzenia.

Rezultaty pomiarów oscylograficznych na rzeczywistych obiektach oraz badań symulacyjnych za pomocą maszyn matematycznych, dotyczące stanu odbudowy napięcia twornika, stanowią pełne potwierdzenie wniosków przedstawionych w punkcie 5.2 odnośnie do adekwatności rozpatrywanych modeli matamatycznych maszyny synchronicznej i wpływu własności źródła wzbudzenia na przebiegi nieustalone.

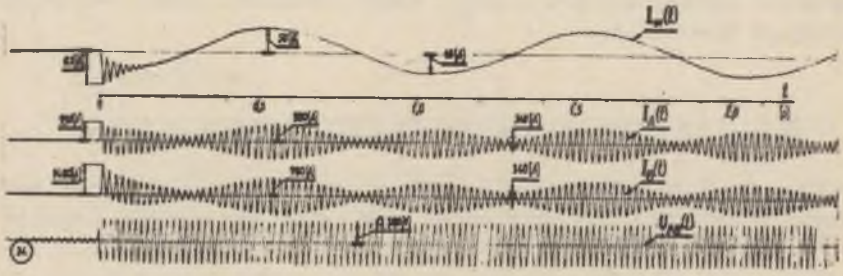
5.4. Niesynchroniczne przyłączenie maszyny synchronicznej do osi

Badania stanów nieustalonych przy niesynchronicznym przyłączeniu maszyny synchronicznej do sieci trójfazowej umożliwiają wyznaczenie przepięć i przetężeń występujących w obwodzie uzwojenia wzbudzenia, co jest szczególnie istotne przy właściwym doborze parametrów prostownikowego źródła wzbudzenia. Dlatego przeprowadzono komplet pomiarów oscylograficznych i badań symulacyjnych przy niesynchronicznym przyłączeniu do sieci i przy pracy asynchronicznej maszyn synchronicznych o różnych mocach znamionowych, wzbudzanych ze źródeł elektromaszynowych i prostownikowych oraz maszyn pracujących przy zwartym i rozwartym obwodzie uzwojenia wzbudzenia.

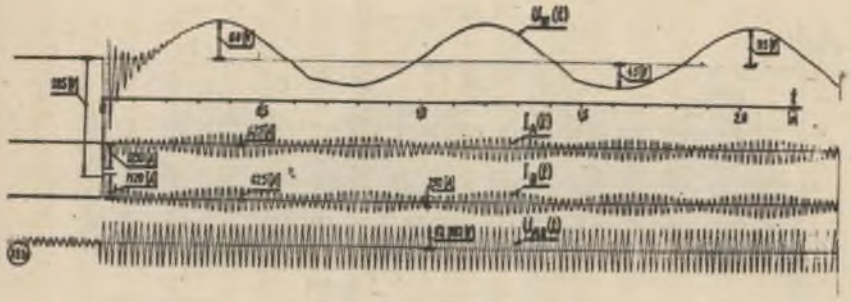
Wyniki badań i pomiarów maszyny synchronicznej małej mocy (15 kW) o wzbudzeniu prostownikowym przy niesynchronicznym przyłączeniu do sieci są przedstawione w pracach [61], [63] i [94]. Przykładowo, na rys. 5.9 przedstawiono przebiegi zarejestrowane oscylograficznie. Wnioski wynikające z tych badań wykorzystano ustalając program pomiarów i badań symulacyjnych maszyn synchronicznych o większych mocach znamionowych.



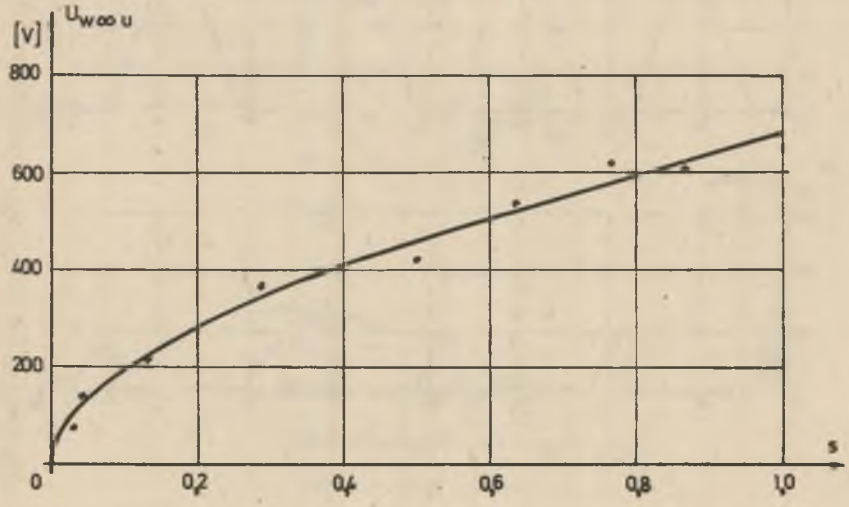
Rys. 5.9. Oscylogram przebiegów nieustalonych po niesynchronicznym przyłączeniu do sieci trójfazowej ($250\sqrt{3}$ V; f_1 = 50 Hz) maszyny synchronicznej typu G4a-16a o wzbudzeniu tyrystorowym (α=const) wzbudzonej w stanie jałowym prądem I_w = 2,35A do napięcia $100\sqrt{3}$ V przy znamionowej prędkości obrotowej. (W chwili przyłączenia kąt mocy $\delta_0 = \frac{\pi}{4}$ rad)



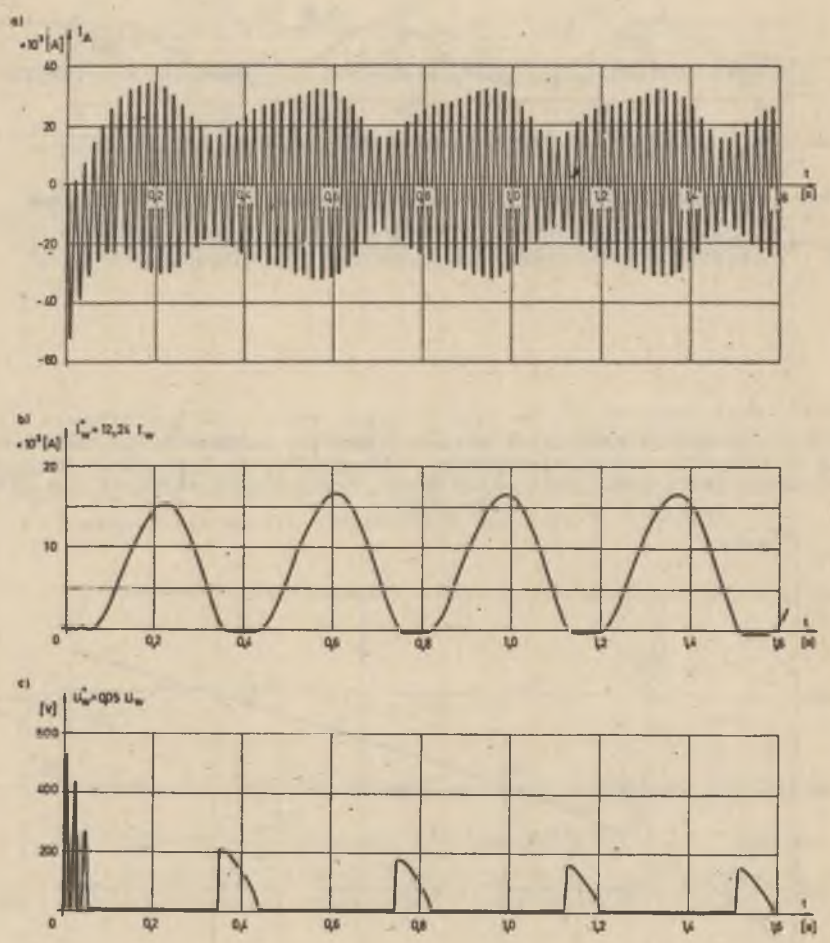
Rys. 5.10. Oscylogram przebiegów nieustalonych po załączeniu do sieci trójfazowej (380V; 50Hz - sieć elastyczna) turbogeneratora typu TW-2-100-2 ze zwartym uzwojeniem wzbudzenia, wirującego z prędkością obrotową n=2940 obr./min



Rys. 5.11. Oscylogram przebiegów nieustalonych po załączeniu do sieci trójfazowej (380V; 50Hz - sieć elastyczna) turbogeneratora typu TW-2-100-2 o rozwartym uzwojeniu wzbudzenia, wirującego z prędkością obrotową n = 2910 obr./min

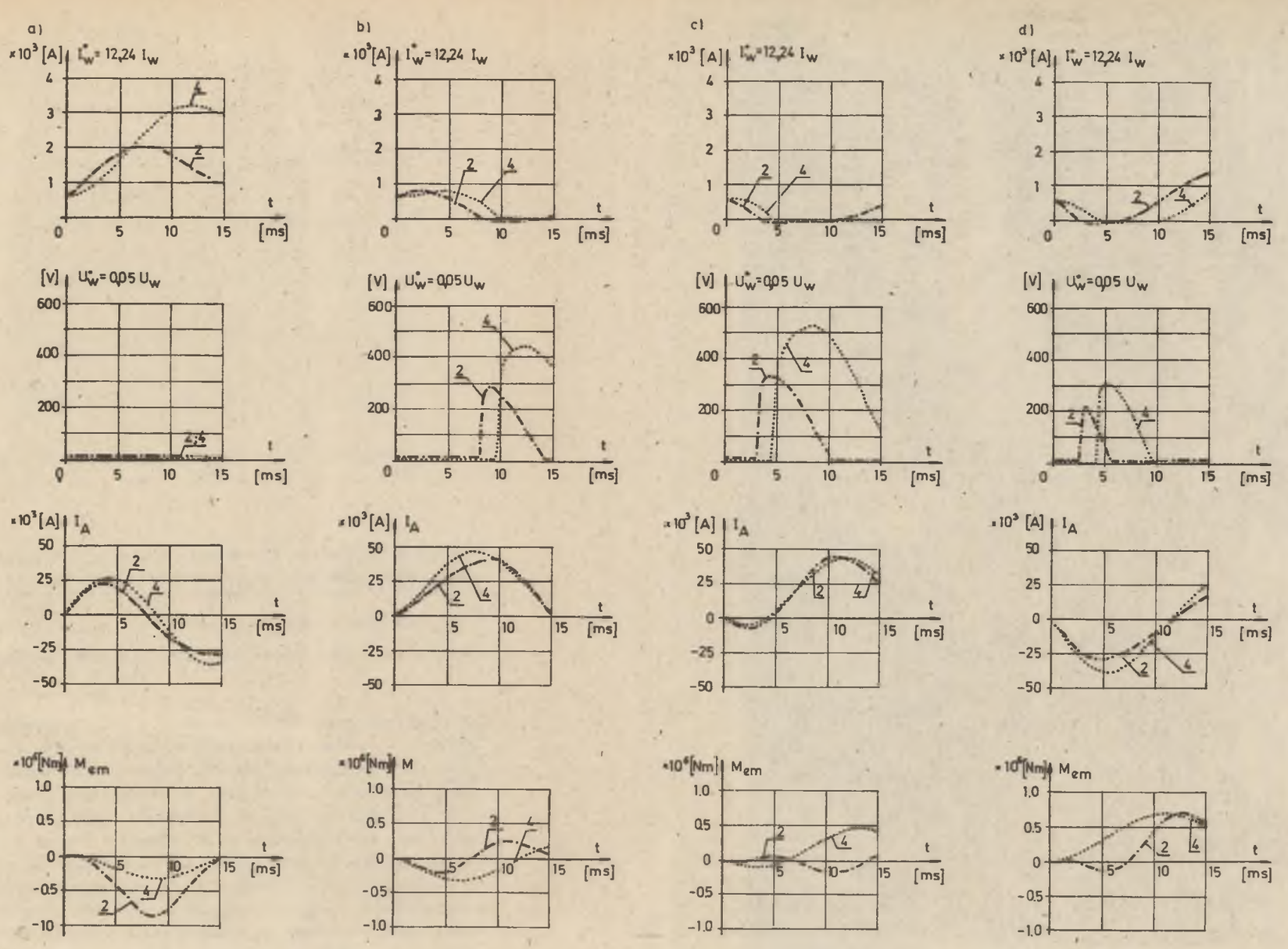


Rys. 5.12. Zależność napięcia $U_{w\infty u}$ ujawniającego się w stanie ustalonym na zaciskach rozwartego uzwojenia wzbudzenia od poślizgu s($s=\frac{\omega_1-\omega}{\omega_1}$), wyznaczona pomiarowo dla turbogeneratora typu TW-2-100-2, przyłączonego do sieci trójfazowej 360V; 50 Hz ("gwiazdkami" zaznaczono punkty wyznaczone z oscylogramów)



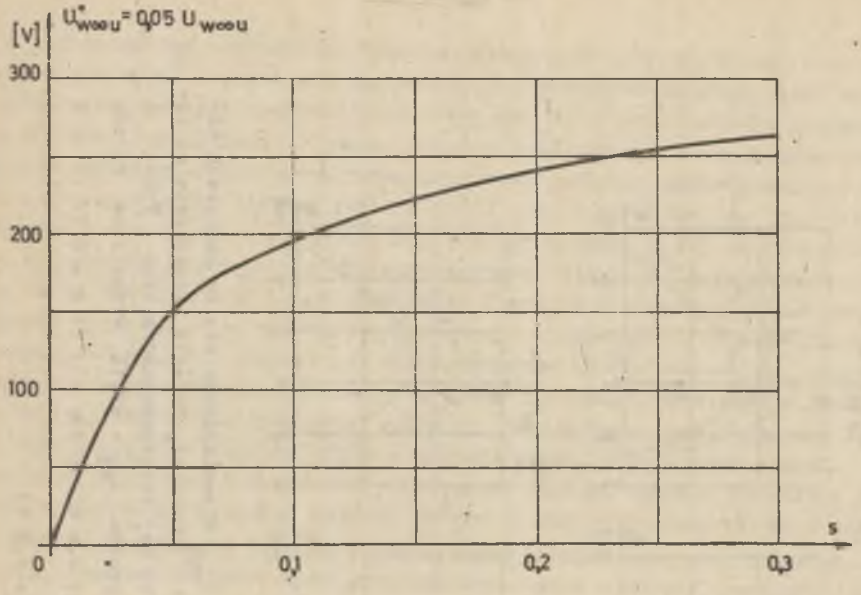
Rys. 5.13. Rezultaty symulacji analogowej stanu nieustalonego po niesynchronicznym przyłączeniu do sieci trójfazowej (10,5 kV; 50 Hz) turbogeneratora typu T-50-2 o wzbudzeniu tyrystorowym (α=cost), wzbudzonego w stanie jałowym prądem I_{wj} = 49,1A do napięcia 0,19 U_n, przy poślizgu s≈0,05= = const ($s = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1}$), otrzymane na podstawie modelu matematycznego wynikającego z rys. 4.3:

a) przebieg czasowy prądu twornika; b) przebieg czasowy prądu wzbudzenia; c) przebieg czasowy napięcia wzbudzenia. (W chwili przyłączenia kąt mocy δ_0 = 0 rad)



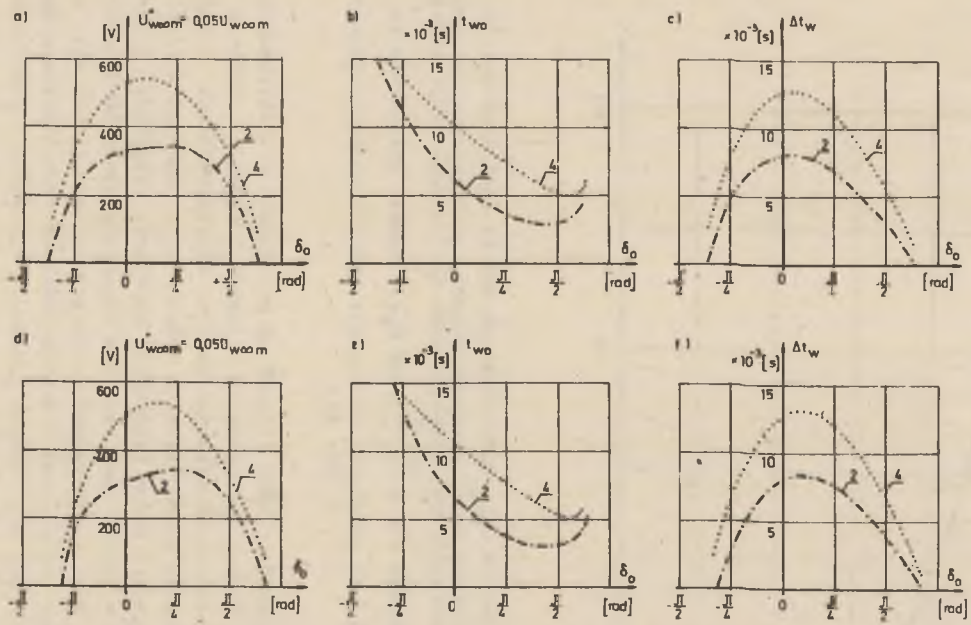
Rys. 5.15. Wyniki symulacji cyfrowej stanu nieustalonego po niesynchronicznym przyłączeniu do sieci trójfazowej (10,5 kV; 50 Hz) turbogeneratora typu T-50-2 o wzbudzeniu tyrystorowym, wzbudzonego w stanie jałowym prądem I_{wj} = 49,1A, przy poślizgu s = 0,05 = const ($s = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1}$) dla różnych wartości kąta mocy w chwili przyłączenia δ_0 = const:

a) $\delta_0 = -\frac{\pi}{2}$ rad; b) $\delta_0 = -\frac{\pi}{6}$ rad; c) $\delta_0 = +\frac{\pi}{6}$ rad; d) $\delta_0 = +\frac{\pi}{2}$ rad. (2 i 4 jak na rys. 5.2 lecz przy U_{nstr} = 1,8V)



Rys. 5.14. Zależność napięcia U_{wou} ujawniającego się na zaciskach uzwojenia wzbudzenia przy ustalonej pracy asynchronicznej turbogeneratora typu T-50-2 o wzbudzeniu prostownikowym, przyłączonego do sieci trójfazowej (10,5 kV; 50 Hz) od poślizgu s_o ($s = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1}$) przy I_{wj} = const, wyznaczona metodą symulacji analogowej na podstawie modelu matematycznego wynikającego z rys. 4.3

Badane maszyny synchroniczne 50MW i 100MW są wyposażone w elektromaszynowe źródło wzbudzenia. W celu wyciągnięcia wniosków o wartości przepięć i przetężeń w obwodzie wzbudzenia wykonano pomiary oscylograficzne przy przyłączeniu do sieci maszyn pracujących ze zwartym oraz rozwartym obwodem wzbudzenia i wirujących z różną prędkością obrotową. Przykłady przebiegów zarejestrowanych w takich warunkach dla turbogeneratora 100MW przedstawiono na rys. 5.10 i rys. 5.11. Wartości przepięć ujawniających się w obwodzie wzbudzenia, które wyznaczono z takich pomiarów przy obniżonym napięciu sieci trójfazowej 400V dla różnych prędkości wirowania turbogeneratora 100MW, przedstawiono na rys. 5.12. Z uwagi na fakt, że przy pomiarach chwila przyłączenia twornika do sieci jest przypadkowa, przepięcia wynikające z rys. 5.12 nie są ekstremalne. Ta przypadkowość powoduje, że pomiarowe wyznaczenie ekstremalnych przepięć jest bardzo uciążliwe. Dlatego wskazane jest wykonywanie odpowiednich badań symulacyjnych za pomocą maszyn matematycznych.



Rys. 5.16. Zależność ekstremalnej wartości napięcia $U^*_{wam} = 0{,}05\ U_{wam}$ ujawniającego się na zaciskach uzwojenia wzbudzenia, chwili t_{w0} "rozpoczyna się" przepięcia oraz czasu Δt_w trwania przepięcia od kąta mocy δ_0 w chwili przyłączenia do sieci trójfazowej (10,5 kV; 50 Hz) turbogeneratora typu T-50-2 o wzbudzeniu tyrystorowym (α=const), wzbudzonego w stanie jałowym prądem I_{wj} = 49,1A, wyznaczona metodą symulacji cyfrowej przy poślizgu s = const ($s = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1}$): a), b), c) s = 0,05; d), e), f) s = 0,1. (2 i 4 jak na rys. 5.2 lecz przy U^*_{sMf} = 1,8 V)

Przeprowadzono szczegółowe badania symulacyjne (na maszynach analogowych i cyfrowych) stanów nieustalonych przy niesynchronicznym przyłączeniu do sieci maszyny synchronicznej. Na rys. 5.13 przedstawiono przykładowe przebiegi wyznaczone za pomocą maszyny analogowej dla turbogeneratora 50 MW o wzbudzeniu prostownikowym, przy uwzględnieniu zmodyfikowanego modelu matematycznego maszyny (rys. 2.7). Z rys. 5.13 widać, że największe przepięcie występuje w chwili, kiedy prąd wzbudzenia $I_w(t)$ po raz pierwszy przechodzi przez zero w kierunku wartości ujemnych, przy czym przepięcia te są krótkotrwałe i szybkozmienne. W wyniku analogowych badań symulacyjnych wyznaczono przepięcia i przetężenia ujawniające się w obwodzie wzbudzenia maszyny synchronicznej o prostownikowym źródle wzbudzenia przy ustalonej pracy asynchronicznej (rys. 5.14). Natomiast ekstremalne przepięcia wyznaczono metodą symulacji cyfrowej, bowiem przy symulacji analogowej występują dość znaczne błędy w zapisie przebiegów szybkozmiennych za pomocą rejestratora X-Y. Na rys. 5.15 przedstawiono wybrane przebiegi czasowe, wyznaczone za pomocą maszyny cyfrowej, dla generatora 50 MW o wzbudzenia prostownikowym przy symulacji niesynchronicznego przyłączenia do sieci. Z cyfrowych badań symulacyjnych wyznaczono wykresy przedstawione na rys. 5.16.

Na podstawie obliczeń za pomocą maszyn matematycznych przebiegów nieustalonych przy przyłączeniu do sieci turbogeneratorów dużej mocy o zwartym i rozwartym obwodzie wzbudzenia stwierdzono, że wyniki obliczeń niewiele odbiegają od wyników pomiarów (rys. 5.10 i rys. 5.11), jeśli w obliczeniach uwzględnia się zmodyfikowany schemat zastępczy maszyny przedstawiony na rys. 2.7.

5.5. Uwagi końcowe

W wyniku przeprowadzonych pomiarów na rzeczywistych obiektach i badań symulacyjnych za pomocą maszyn analogowych i cyfrowych stwierdzono, że:

- w przypadku maszyn synchronicznych małej mocy (15 KW) obowiązuje model matematyczny wynikający ze schematu zastępczego przedstawionego na rys. 2.8,
- w przypadku maszyn synchronicznych dużej mocy (50 MW, 100 MW) bardziej adekwatny jest zmodyfikowany model matematyczny wynikający ze schematu zastępczego przedstawionego na rys. 2.7.

Ponadto stwierdzono dużą przydatność i wzajemne uzupełnienie się obydwu technik symulacyjnych (cyfrowej i analogowej).

Przedstawiając w punktach 5.2, 5.3 i 5.4 wybrane pomiary i badania symulacyjne stanów nieustalonych maszyn synchronicznych ograniczono się jedynie do przedstawienia odpowiednich wyników. Szczegółowe przedyskutowanie wszystkich badań i pomiarów prowadziłoby do powiększenia objętości niniejszej pracy i dlatego będzie tematem innych opracowań.

6. ZAKOŃCZENIE

6.1. Podsumowanie

W pracy przedstawiono nowoczesne modele matematyczne maszyny synchronicznej, w których uwzględniono wpływ prądów wirowych rdzenia litego wirnika (przy niestatycznych warunkach początkowych) i wpływ własności źródła wzbudzenia (elektromaszynowego lub prostownikowego). Podane równania operatorowe (punkt 3) mogą być bezpośrednio wykorzystane do wyznaczenia własności elektromagnetycznych maszyny synchronicznej przy różnych zakłóceniach pracy ustalonej. Natomiast równania stanu i algorytmy obliczeń przedstawione w punkcie 4 umożliwiają wyznaczenie własności elektrodynamicznych maszyny, przy czym mogą być również wykorzystane do prowadzenia symulacyjnych badań porównawczych przy uwzględnieniu różnych modeli matematycznych samej maszyny i źródła wzbudzenia.

Stwierdzono dobrą zbieżność rezultatów obliczeń wykonanych na podstawie przedstawionych równań z rezultatami pomiarów przebiegów nieustalonych maszyn synchronicznych o różnych mocach znamionowych. Uzasadnia to możliwość praktycznego wykorzystania niniejszej pracy, głównie przy doborze i nastawie zabezpieczeń maszyn synchronicznych oraz przy doborze parametrów źródła wzbudzenia, w szczególności źródła prostownikowego.

6.2. Uwagi końcowe i wnioski ogólne

Szczegółowe wnioski i uwagi zostały przedstawione w kolejnych rozdziałach pracy. Jednak wydaje się, że na podkreślenie zasługują następujące wnioski ogólne, wynikające z porównania rezultatów obliczeń z rezultatami pomiarów symetrycznych stanów nieustalonych maszyn synchronicznych o różnych mocach znamionowych:

- do opisu własności elektrodynamicznych i elektromagnetycznych maszyn synchronicznych małej mocy (rzędu kW) jest przydatny model matematyczny maszyny wynikający ze schematu zastępczego przedstawionego na rys. 2.8,
- w przypadku maszyn synchronicznych większej mocy (50 MW, 100 MW) bardziej adekwatny jest zmodyfikowany model matematyczny maszyny i schematy zastępcze przedstawione na rys. 2.7,
- należy spodziewać się, że w przypadku największych maszyn synchronicznych wystarczającą dokładność obliczeń otrzyma się na podstawie modelu

matematycznego maszyny, w którym oddziaływanie elektromagnetyczne twornika i prądów wirowych rdzenia litego wirnika jest reprezentowane za pomocą obwodu o impedancji operatorowej typu $\frac{pL}{1+\sqrt{pT}}$ (rys. 2.4),

- istotny wpływ na charakter przebiegów nieustalonych ma źródło wzbudzenia; w przypadku źródła prostownikowego mogą wystąpić (przy szczególnych zakłóceniach) znaczne przepięcia w obwodzie wzbudzenia,
- w przypadku prostownikowego źródła wzbudzenia ekstremalne przepięcia w obwodzie wzbudzenia występują przy niesynchronicznym przyłączeniu maszyny do sieci w początkowym czasie stanu nieustalonego; przepięcia te są krótkotrwałe (rzędu ms),
- badania symulacyjne (metodami ETO) umożliwiają wyznaczenie przebiegów nieustalonych maszyny synchronicznej przy różnych zakłóceniach, dzięki czemu można ograniczyć i nawet wyeliminować konieczność przeprowadzania kłopotliwych i kosztownych pomiarów rzeczywistego obiektu,
- przedstawione równania i metodyka obliczeń własności elektromagnetycznych i elektrodynamicznych mogą być wykorzystane przy określeniu przebiegów nieustalonych w maszynach synchronicznych o różnych mocach znamionowych.

Z przedstawionych uwag i wniosków wynika, że cel pracy sprecyzowany w punkcie 1 został w pełni zrealizowany, przy czym zaproponowana analiza została zweryfikowana pomiarowo.

6.3. Kierunki dalszych prac

Przedstawiona praca nie obejmuje wszystkich zagadnień istotnych przy wyznaczaniu własności elektromagnetycznych i elektrodynamicznych maszyny synchronicznej. Dlatego prowadzenie dalszych prac w zakresie analizy, badań symulacyjnych i pomiarów stanów nieustalonych jest uzasadnione. Zdaniem autora dalsze prace powinny między innymi obejmować:

a) w zakresie analizy: poszukiwanie bardziej dokładnych modeli matematycznych maszyny synchronicznej przez:
   - uwzględnienie wpływu rdzenia litego wirnika na indukcyjności rozproszenia poszczególnych obwodów maszyny,
   - wyznaczenie parametrów zastępczych obwodów, możliwie dokładnie reprezentujących oddziaływanie elektromagnetyczne prądów wirowych litego wirnika; jest to możliwe przez ograniczenie założeń upraszczających przyjmowanych przy rozwiązywaniu równań (2.11) z uwzględnieniem niestatycznych warunków początkowych,
   - analizę zakłóceń specjalnych przydatnych w identyfikacji parametrów maszyny przy uwzględnieniu litego wirnika i własności źródła wzbudzenia,

b) w zakresie badań symulacyjnych: udoskonalenie i pełne wykorzystanie możliwości symulacji metodami ETO różnych stanów nieustalonych maszyny synchronicznej przez:
- skorygowanie algorytmu obliczeń w celu skrócenia czasu trwania obliczeń na EMC i w celu uwzględnienia bardziej dokładnych modeli matematycznych maszyny synchronicznej i źródła wzbudzenia,
- wykorzystanie programu obliczeń do badań porównawczych różnych modeli maszyny synchronicznej,
- przeprowadzenie pełnego zakresu badań symulacyjnych umożliwiających wyznaczenie przetężeń i przepięć ujawniających się przy różnych zakłóceniach pracy ustalonej maszyny o prostownikowym źródle wzbudzenia,

c) w zakresie pomiarów: identyfikację parametrów elektromagnetycznych oraz przebiegów nieustalonych przy różnych zakłóceniach pracy ustalonej maszyn synchronicznych dużej mocy (360 MW, 500 MW,...) przez:
- opracowanie bardziej dokładnych metod umożliwiających pomiarowe wyznaczenie parametrów zastępczych maszyny,
- wykonanie pełnego zakresu pomiarów specjalnych dla dużych maszyn synchronicznych o wzbudzeniu ze źródła elektromaszynowego i prostownikowego,
- opracowanie algorytmu obliczeń za pomocą EMC, umożliwiającego pełne wykorzystanie rezultatów pomiarów przeprowadzonych na rzeczywistych obiektach.

LITERATURA

] Adkins B., Harley R.G.: The general theory of alternating current machines. Chapman and Hall, London 1975.

] Agarwal P.D.: Eddy-current losses in solid and laminated iron. AIEE Trans., V. 78, 1959, ss. 169-181.

] Angot A.: Matiematika dla elektro- i radioinżienierow. Izd. Nauka, Moskwa 1967,(tłum. z jęz. francuskiego).

] Andriejewa T.A., Bieriezowskij A.A.: Primienienije riadow k issledowaniju płoskoj elektromagnitnoj wołny w fierromagnitnom połuprostranstwie. Krajewyje zadaczi matiematiczieskoj fiziki, A.N. USSR, Kijew 1975, ss. 5-14.

] Asanbajew W.N., Saratow W.A.: Schiemy zamieszczenija i paramietry massiwnogo rotora s pazami i prowodiaszczimi klinami.Problemy Tiechniczieskoj Elektrodinamiki, Nr 63, 1977, ss. 1-23.

] Basta I.: A complex solution of conditions in a machine with salient massive poles. Acta Technica, CSVA. Nr 5, 1967.

] Bharali P., Adkins B.: Operational impedances of turbogenerators with solid rotors. Proc. IEE, V. 110, Nr 12, 1963, ss. 2185-2199.

] Brynskij J.A., Danilewicz J.B., Jakowlew W.I.: Elektromagnitnyje pola w elektriczieskich maszinach. Izd. Energija, Leningrad 1979.

] Bühler H.: Einführung in die Theorie Geregelter Gleichstromantriebe. Birkhäuser Verlag Basel, Stuttgart 1962.

] Canay M.: Causes of discrepansis on calculation of rotor quantities and exact equivalent diagrams of the synchronous machine.IEEE Trans., V. -PAS-88, Nr 7, 1969, ss. 1114-1120.

] Canay M.: Asynchronous starting of synchronous machines with or without rectifiers in the field circuit. Proc. IEE, V. 119, Nr 12, 1972, ss. 1701-1708 and V. 120, Nr 11, 1973, ss. 1414-1416.

] Canay M.: Überspannungen im Feldkreis von Synchronmaschinen mit Gleichrichtererregung. Brown Boveri Mitteilungen. Nr 5, 1974, ss. 217-227.

] Concordia C.: Synchronous machine with solid cylindrical rotor. AIEE Trans., V. 78, 1960, s. 1650.

] Dąbrowski M.: Pole elektromagnetyczne w anizotropowym pręcie o przekroju prostokątnym. Rozprawy Elektrotechniczne, t. XI, Nr 2, 1965, ss. 301-318.

] Dąbrowski M.: Pola i obwody magnetyczne maszyn elektrycznych. WNT, Warszawa 1971.

] Dębowski J., Grabowski A., Kulik R., Mściwojewski E., Sauk M.: Tyrystorowy układ wzbudzenia i regulacji napięcia generatorów o mocy 200 MW w Elektrowni Turów. Energetyka, Nr 6 (281), 1977, ss.268-271.

] Dudler A.: Spannungsregelung von Synchrongeneratoren mit Unitrol - Reglern. Brown Boveri Mitteilungen, Nr 1, 1970, ss. 41-48.

] Finney D.: Thyristor excitation of large generators.Electr. Times, V. 155, Nr 15, 1969.

] Gieras J.: Parametry zastępcze pręta ferromagnetycznego o skończonych wymiarach w liniowo przemieszczającym się polu magnetycznym. Rozprawy Elektrotechniczne, t. XX, Nr 3, 1974, ss. 503-521.

[20] Gieras J.: Analiza pola elektromagnetycznego w środowisku ferromagnetycznym z uwzględnieniem ziemnej przenikalności i strat mocy na przemagnesowywanie. Archiwum Elektrotechniki, t. XXV, Nr 4, 1976, ss. 1035-1050.

[21] Glebow I.A.: Sistiemy wozbuździenija sinchronnych gienieratorow s uprawliajemymi prieobrazowatielami. Izd. A.N. SSSR, Moskwa, 1960.

[22] Glebow I.A.: Sistiemy wozbuździenija moszcznych sinchronnych maszin. Izd. Nauka, Leningrad 1979.

[23] Goto M., Isono A., Okuda K.: Transient behavior of synchronous machine with shunt - connected thyristor exciter under system faults. IEEE Trans., V. -PAS- 90, Nr 5, 1971, ss. 2218-2227.

[24] Inkin A.I.: Analiticzieskoje rieszienije urawnienij magnitnogo pola w diskrietnych strukturach jawnopolusnych elektriczieskich maszin. Elektriczieństwo, Nr 8, 1979, ss. 18-21.

[25] Iwanow-Smolenskij A.W.: Elektromagnitnyje pola i prociessy w elektriczieskich maszinach i ich fiziczieskoje modielirowanije. Izd. Energija, Moskwa 1969.

[26] Jackson W.B., Winchester R.L.: Direct- and quadrature - axis equivalent circuits for solid-rotor turbine generators. IEEE Trans., V. -PAS- 88, Nr 7, 1969, ss. 1121-1136.

[27] Jamieson R.A.: Eddy-current effects in solid unslotted iron rotors. Proc. IEE, V. 115, Nr 6, 1968, ss. 813-820.

[28] Jamieson R.A.: Effects of slots on eddy-currents in solid iron rotors. Proc. IEE, V. 115, Nr 6, 1968, ss. 821-827.

[29] Karacuba A.S., Karacuba A.A.: Elektromagnitnoje pole i potieri w anizotropnoj prowodiaszcziej sriedie dla razlicznych słuczajew tienzorow magnitnoj pronikajemosti. Problemy Tiechniczieskoj Elektrodinamiki, Nr 44, 1973, ss. 70-76.

[30] Kaszarskij E.G., Ziemodanowa N.B., Szapiro A.S.: Potieri i nagriew w massiwnych rotorach sinchronnych maszin. Izd. Nauka, Leningrad 1969.

[31] Kazowskij J.J.: Pieriechodnyje prociessy w elektriczieskich maszinach pieriemiennogo toka. Izd. A.N. SSSR, Moskwa-Leningrad 1962.

[32] Kazowskij J.J., Danilewicz J.B., Kaszarskij E.G., Rubisow G.W.: Anormalnyje rieżimy raboty krupnych sinchronnych maszin. Izd. Nauka, Leningrad 1969.

[33] Kolesnikow E.W.: Pieriechodnyje rieżimy magnitoprowodow. Izwiestija Wysszich Ucziebnych Zawiedienij "Elektromiechanika", cz. I; Nr 6, 1967, ss. 625-647, cz. II: Nr 7, 1967, ss. 767-783.

[34] Kolesnikow E.W.: Pieriechodnyje rieżimy nieliniejnych magnitoprowodow. Izwiestija Wysszich Ucziebnych Zawiedienij "Elektromiechanika", Nr 11, 1967, ss. 1198-1221.

[35] Kopyłow I.P.: Elektromechaniczne przetworniki energii, PWN, Warszawa 1978, (tłum. z jęz. rosyjskiego).

[36] Kosiek J., Kulik R., Orłowski J., Raczunos W.: Tyrystorowy układ wzbudzenia i regulacji napięcia typu WGSY-2 dla generatorów małej i średniej mocy. Energetyka, Nr 2 (288), 1978, ss. 55-58.

[37] Kovacs K.P., Racz I.: Pieriechodnyje prociessy w maszinach pieriemiennogo toka. Goseniergoizdat, Moskwa-Leningrad 1963, (tłum. z jęz. niemieckiego).

[38] Läge K., Lambrecht D.: Die Auswirkung dreipoliger Netzkurzschlüsse mit Kurzschuzfortschaltung auf die mechanische Beanspruchung von Turbosätzen. ETZ-A, Nr 10 (95), ss. 508-514.

[39] Latek W.: Turbogeneratory. WNT, Warszawa 1973.

[40] Latek W.: Badanie maszyn elektrycznych w przemyśle. Wyd. 2, WNT, Warszawa 1978.

[41] Łaniecki W.: Komputerowa analiza pracy trójfazowego mostka tyrystorowego. Materiały VI Sympozjum "Zjawiska elektromagnetyczne w obwodach nieliniowych. Obwody z zaworami półprzewodnikowymi". Poznań-Kołobrzeg, październik 1979, ss. 67-72.

[42] Łarin A.M., Rogozin G.G.: Sintiez paramietrow ekwiwalentnoj schiemy zamieszczienija massiwnogo rotora turbogienieratora gradientnym mietodom. Elektriczieństwo, Nr 11, 1976, ss. 10-13.

[43] Łukownikow W.I.: Obobszczienna ja elektriczieskaja maszina i jejo schiema zamieszczienija. Elektriczieństwo, Nr 7, 1979, ss.68-71.

[44] Meisel J.: Zasady elektromechanicznego przetwarzania energii. WNT, Warszawa 1970, (tłum. z jęz. angielskiego).

[45] Müller G.: Elektrische Maschinen. Theorie rotierender elektrischer Maschinen. VEB Verlag Technik, Berlin 1974.

[46] Moskwitin A.I., Łutidze S.I., Magłapieridze O.K. i inni: Tiristornaja sistiema samowzbużdienija turbogienieratora na Tkwarczielskoj GRES. Elektriczieskije stancji, Nr 7, 1970, ss. 22-25.

[47] Mustafa G.M., Szaranow I.M.: Matiematiczieskoje modielirowanije tiristornych priebrazowatielej. Elektriczieństwo, Nr 1, 1978, ss. 40-45.

[48] Nadolski R.: Wyznaczanie rezystancji i reaktancji reprezentującej tłumienie w litym rdzeniu wirnika turbogeneratora dużej mocy. Archiwum Elektrotechniki, t. XXV, Nr 3, 1976, ss. 553-568.

[49] Oberret I.K.: Eddy current losses in solid pole shoes o synchronous machines at no-load and on load. IEEE Trans. Power Apper and Systems V. -PAS-91, Nr 1, 1972, ss. 152-159.

[50] Park R.H.: Two reaction theory of synchronous machines. p. I AIEE Trans., V. 48, 1929, p. II AIEE Trans., V 52, 1933.

[51] Paszek W.: Podstawowe parametry elektromagnetyczne maszyny synchronicznej. Archiwum Elektrotechniki, t. XI, Nr 3, 1962, ss. 503-547.

[52] Paszek W.: Układy wzbudzenia i regulacji napięcia turbogeneratorów dużej mocy. Przegląd Elektrotechniczny, Nr 5, 1964, ss. 239-243.

[53] Paszek W.: Perspektywy rozwojowe regulacji wzbudzenia generatorów synchronicznych. Przegląd Elektrotechniczny, Nr 10, 1967, ss.432-436.

[54] Paszek W.: Wzmacniacze elektromaszynowe i transduktorowe w przemyśle ciężkim. Śląsk, Katowice 1971.

[55] Paszek W.: Beitrag zur analytischen Erfassung der Ausgleichsvorgänge von Turbogeneratoren mit massiven Läufer. Archiv für Elektrotechnik Heft 61, 1979, ss. 309-325.

[56] Paszek W., Janson Z., Rozewicz Z.: Metoda wyznaczania parametrów elektromagnetycznych maszyny synchronicznej z litym blokiem magneśnicy. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. "Elektryka", Nr 47,1975, ss. 9-27.

[57] Paszek W., Janson Z., Rozewicz Z.: Transmitancje i funkcje przejścia turbogeneratora z litym wirnikiem. Archiwum Elektrotechniki, t. XXV, Nr 4, 1976, ss. 813-839.

[58] Paszek W., Janson Z., Rozewicz Z.: Podstawowe stany nieustalone turbogeneratora z litym wirnikiem. Archiwum Elektrotechniki, t. XXV, Nr 4, 1976, ss. 841-862.

[59] Paszek W., Janson Z., Rozewicz Z.: Pomiarowe wyznaczenie parametrów elektromagnetycznych turbogeneratora z litym wirnikiem. Archiwum Elektrotechniki, t. XXVI, Nr 1, 1977, ss. 31-40.

[60] Paszek W., Żywiec A.: Identyfikacja niektórych przebiegów przejściowych w prostownikowym obwodzie wzbudzenia maszyn synchronicznych.Prace V Krajowej Konferencji Automatyki, Sekcja 6, Gdańsk, 1971, ss.23-31.

[61] Paszek W., Żywiec A.: Przepięcia i przetężenia w obwodzie wzbudzenia maszyn synchronicznych z tyrystorowym źródłem wzbudzenia. Archiwum Elektrotechniki, t. XXI, Nr 4, 1972, ss. 689-707.

[62] Paszek W., Żywiec A.: Analiza własności dynamicznych maszyny synchronicznej o tyrystorowym źródle wzbudzenia przy zakłóceniach symetrycznych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. "Elektryka", Nr 38, 1973, ss. 7-20.

[63] Paszek W., Żywiec A.: Badania własności dynamicznych maszyn synchronicznej o tyrystorowym źródle wzbudzenia przy zakłóceniach symetrycznych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka", Nr 38,1973, ss. 21-34.

[64] Paszek W., Żywiec A.: Metody analizy własności dynamicznych maszyny synchronicznej o tyrystorowym źródle wzbudzenia. Prace I Krajowej Konferencji "Eksploatacja generatorów dużej mocy". Poznań 1976, ss. 23-39.

[65] Paszek W., Żywiec A.: Własności statyczne prostownika trójfazowego o mostkowym układzie tyrystorów przy sterowaniu dwuimpulsowym bądź multipulsowym. Materiały VI Sympozjum "Zjawiska elektromagnetyczne w obwodach nieliniowych. Obwody z zaworami półprzewodnikowymi", Poznań-Kołobrzeg, październik 1979, ss. 19-28.

[66] Pawluk K.: Pomiar reaktancji operatorowych maszyny synchronicznej przy nieruchomym wirniku. Przegląd Elektrotechniczny, Nr 1, 1962, ss. 20-25.

[67] Pawluk K., Bednarek S.: Rozruch i stany asynchroniczne silników synchronicznych, WNT, Warszawa 1968.

[68] Postnikow I.M.: Obobszczienaja tieorija i pieriechodnyje prociessy elektriczieskich maszin. Izd. Wysszaja Szkoła, Moskwa 1975.

[69] Postnikow I.M.; Asanbajew W.N., Saratow W.A.: Schiemy zamieszczienija i parametry elektriczieskoj masziny pieriemiennogo toka s massiwnym obmotannym rotorem. Elektriczieństwo, Nr 9, 1973, ss. 17-20.

[70] Postnikow I.M., Asanbajew W.N., Saratow W.A.: Schiemy zamieszczenija i parametry massiwnogo rotora s bieliczej kletkoj. Problemy Tiechniczieskoj Elektrodinamiki, Nr 46, 1974, ss. 3-7.

[71] Postnikow I.M., Asanbajew W.N., Saratow W.A.: Mietodika rasczota raboczich charaktieristik elektriczieskich maszin s massiwnym rotorom i bieliczej kletkoj. Problemy Tiechniczieskoj Elektrodinamiki,Nr 58, 1976, ss. 3-8.

[72] Postnikow I.M., Kaszkinbajew B., Postnikow W.I., Biezugłyj G.B.: Priblizżiennyj mietod rasczota elektromagnitnogo pola w anizotropnoj prowodiaszcziej sriedie massiwnogo rotora turbogienieratora. Problemy Tiechniczieskoj Elektrodinamiki, Nr 71, 1979, ss. 64-71.

[73] Postnikow W.I., Biezugłyj G.B.: Issledowanije raspriedielenija wichriewych tokow po dlinie massiwnogo rotora s pomoszczju ciepnych schiem. Problemy Tiechniczieskoj Elektrodinamiki, Nr 58, 1976, ss. 9-12.

[74] Puchała A.: Dynamika maszyn i układów elektromechanicznych.PWN, Warszawa 1977.

[75] Rahman M.A.: Reaction effect of eddy currents on open circuit tooth ripple loss in smooth laminated poles. IEEE Trans. Power Appar. and Systems, V.-PAS-93, Nr 5, 1974, ss 1478-1486.

[76] Rogozin G.G., Łarin A.M.: Rasczot paramietrow ekwiwalentnych rotornych konturow sinchronnych maszin po ich ekspierimientalnym czastotnym charaktieristikam. Elektriczieństwo, Nr 6, 1974, ss. 63-65.

[77] Rozewicz Z.: Analiza wpływu bloku litego magneśnicy na pośpieszne od wzbudzenie turbogeneratorów. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1974.

[78] Schulz R.P., Jones W.D., Ewart D.W.: Dynamic models of turbine generators derived from solid rotor equivalent circuits. IEEE Trans. Power Appar. and Systems, V.-PAS-93, Nr 3, 1973, ss. 926-931.

[79] Sikora R.: Teoria pola elektromagnetycznego. WNT, Warszawa 1977.

[80] Sikora R., Lipiński W.: Stała czasowa pola magnetycznego prądów wirowych. Archiwum Elektrotechniki, t. XXV, Nr 4, 1976, ss. 909-914.

[81] Smołuch W.: Cyfrowe modelowanie układów przekształtnikowych. Rozprawy Elektrotechniczne, t. XXIII, Nr 1, 1977, ss. 147-160.

[82] Sochocki B.: Wstęp do teorii elektromechanicznego przetwarzania energii. WPW, Warszawa 1975.

[83] Späth H.: Elektrische Maschinen. Eine Eiführung in die Theorie des Betriebsverhaltens. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1973.

[84] Tunia H., Winiarski B.: Podstawy energoelektroniki. WNT Warszawa 1975.

[85] Turowski J.: Elektrodynamika techniczna. WNT, Warszawa 1968.

[86] Turowski J., Zakrzewski K.: Problemy budowy dużych maszyn elektrycznych i transformatorów. Przegląd Elektrotechniczny, Nr 3, 1978, ss. 95-100.

[87] Ważnow A.I.: Osnowy tieorii pieriechodnych prociessow sinchronnych maszin. Gosenergoizdat, Moskwa-Leningrad 1960.

[88] Ważnow A.I., Suchanow W.W.: Ekwiwalentnyje tangiencialnyje paramietry rotora turbogienieratora. Izwiestija Wysszich Uczebnych Zawiedienij "Elektromiechanika", Nr 7, 1978, ss. 776-784.

[89] Węgrzyn S.: Rachunek operatorowy. PWN Warszawa 1960.

[90] White D.C., Woodson H.H.: Electromechanical energy conversion. John Wiley and Sons, Inc., New York 1959.

[91] Wienikow W.A.: Pieriechodnyje elektromiechaniczieskije prociessy w elektriczieskich sistiemach. Izd. Wysszaja Szkoła, Moskwa 1978.

[92] Zakrzewski K.: Modelowanie matematyczne pola elektromagnetycznego w masywnym żelazie. Rozprawy elektrotechniczne. t. XVI, Nr 1-2, 1970, ss. 27-43.

[93] Żimierin D.G., Nikitin P.Z., Kildisziew W.S., Kowalkow G.A.: Mnogofaznyj biesszczietocznyj wozbuditiel moszcznogo turbogienieratora. Elektriczieństwo, Nr 8,1977, ss. 29-34.

[94] Żywiec A.: Własności dynamiczne generatorów synchronicznych z tyrystorowym układem wzbudzenia. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1970.

[95] Żywiec A.: Identyfikacja własności elektromagnetycznych turbogeneratora przy uwzględnieniu wpływu bloku litego magneśnicy. Materiały III Międzynarodowej Konferencji Naukowej "Aktualne problemy automatyki w energetyce", t. III, Gliwice, czerwiec 1979, ss. 147-167.

[96] Żywiec A.: Własności elektromagnetyczne maszyny synchronicznej z blokiem litym w magneśnicy przy prostownikowym układzie wzbudzenia. Materiały VI Sympozjum "Zjawiska elektromagnetyczne w obwodach nieliniowych. Obwody z zaworami półprzewodnikowymi", Poznań-Kołobrzeg, październik 1979, ss. 152-161.

[97] Żywiec A.: Wpływ bloku litego wirnika na przebiegi zakłóceniowe w maszynie synchronicznej o wzbudzeniu tyrystorowym. Przegląd Elektrotechniczny, Nr 8-9, 1980, ss. 359-364.

[98] Żywiec A., Kudła J., Pawelec Z., Jakubczyk K.: Analiza szczególnych przypadków pracy generatorów 500 MW - część III (praca nie publikowana). Zakład Maszyn Elektrycznych Politechniki Śląskiej, Gliwice 1979.

[99] Żywiec A., Ryczko Z., Kudła J., Pawelec Z.: Symulacja nieustalonych procesów elektrodynamicznych turbogeneratora z prostownikowym układem wzbudzenia. Prace I Sympozjum SPD-1. "Symulacja procesów dynamicznych". Warszawa-Zakopane, czerwiec 1980, ss. 179-188.

[100] Żywiec A., Ryczko Z., Kudła J., Pawelec Z.: Sposoby uwzględnienia oddziaływania prądów wirowych litego wirnika w modelu matematycznym turbogeneratora. Materiały IX Ogólnopolskiego Sympozjum MME-9 "Metody matematyczne w elektrotechnice". Opole-Pokrzywna, maj 1980. (przewidywane do druku w Zeszytach Naukowych WSI Opole s. "Elektryka").

WPŁYW LITEGO WIRNIKA NA WŁASNOŚCI ELEKTRODYNAMICZNE MASZYNY SYNCHRONICZNEJ WZBUDZANEJ ZE ŹRÓDŁA ELEKTROMASZYNOWEGO LUB PROSTOWNIKOWEGO

S t r e s z c z e n i e

Praca zawiera sformułowanie różnych modeli matematycznych maszyny syn-
chronicznej o wzbudzeniu elektromaszynowym lub prostownikowym, rozwiąza-
nie równań obowiązujących dla tych modeli metodą analityczną i metodą ETO
oraz wybrane rezultaty badań i pomiarów stanów nieustalonych.

Wyprowadzono równania opisujące zjawiska elektromagnetyczne w litym
dzeniu wirnika, przy uwzględnieniu warunków brzegowych i niestatycznych
arunków początkowych. Wyprowadzono - we współrzędnych Parka - uogólnione
równania operatorowe, w których oddziaływanie twornika i prądów wirowych
litego wirnika uwzględniono za pomocą operatorowych indukcyjności oddzia-
ywania maszyny, w postaci szeregu nieskończonego funkcji hiperbolicznych
argumencie będącym funkcją pierwiastka kwadratowego z operatora różnicz-
owania ($\sqrt{p}$). Podano trzy warianty równań uproszczonych maszyny i odpo-
iednie schematy zastępcze uproszczone.

Bazując na wyprowadzonych równaniach operatorowych wyznaczono przebie-
i elektromagnetyczne maszyny wirującej ze stałą prędkością obrotową. Dla
rzypadku zmiennej prędkości obrotowej przedstawiono równania stanu elek-
rodynamicznego maszyny i ich rozwiązanie metodą cyfrową i analogową. W
en sposób uzyskano możliwość wykonywania badań symulacyjnych różnych sta-
ów nieustalonych maszyny. Istotną sprawą jest przy tym uwzględnienie
wóch możliwych stanów obwodów uzwojenia twornika i wzbudzenia (otwarty
ądź zamknięty) oraz własności źródła wzbudzenia elektromaszynowego lub
rostownikowego.

Przedstawiono wybrane wyniki badań symulacyjnych oraz rezultaty pomia-
ów stanów nieustalonych maszyn synchronicznych o znacznie różniących się
ocach znamionowych.

ВЛИЯНИЕ МАССИВНОГО РОТОРА НА ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СИНХРОННОЙ МАШИНЫ ВОЗБУЖДЁННОЙ ЭЛЕКТРОМАШИННЫМ ИЛИ ВЫПРЯМИТЕЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ

Р е з ю м е

В работе представлено формулировку разных математических моделей синхронной машины возбуждённой электромашинным или выпрямительным источником, решение присущих этим модели уравнений аналитическим методом и методами вычислительной техники, а также избранные результаты исследований и измерений переходных процессов.

Выведено уравнения описывающие электромагнитные явления в массивным роторе, учитывая краевые условия и нестатические начальные условия. Используя трансформацию Парка, выведено обобщённые операторные уравнения, в которых реакцию якоря и вихревых токов массивного ротора представлено при помощи операторных индуктивностей реакции машины, в виде бесконечного ряда гиперболических функции с аргументом являющимся функцией корня второй степени от оператора дифференцирования ($\sqrt{p}$). Приведено три варианты упрощённых уравнений машины и соответствующие упрощённые схемы замещения.

Базируя на выведённых операторных уравнениях определено электромагнитные процессы для машины работающей с постоянной скоростью вращения. Для случая переменной скорости вращения представлено уравнения электродинамического состояния синхронной машины, а также решение этих уравнений при помощи аналогивых и цифровых вычислительных машин с учётом двух вариантов упрощённого представления свойств массивного ротора. Этим способом получено возможность проведения симуляционных исследований разных переходных процессов синхронной машины. Основной проблемой является при этом учитывание двух возможных состояний цепи обмотки якоря и возбуждения (разомкнутая или замкнутая), а также свойства электромашинного или выпрямительного источника возбуждения.

Представлено избранные результаты симуляционных исследований и результаты измерений переходных процессов синхронных машин со значительно отличающимися номинальными мощностями.

INFLUENCE OF THE SOLID ROTOR ON ELECTRODYNAMIC PROPERTIES
OF THE SYNCHRONOUS MACHINE EXCITED BY
DC GENERATOR OR BY RECTIFIER

S u m m a r y

The paper presents the formulation of various methematical models of ıe synchronous machine, the solution of basic equations suitable for the- models using analytical approach as well as computer methods, and fi- ılly some results of investigated and tested transients.

There were solved equations describing the electromagnetic phenomena ı the solid rotor under consideration of boundary and non-static initial onditions. Using Park's transformation, there were introduced the genera- ızed operational equations. The armature reaction and eddy-currents in- luence is represented by the operational inductances of machine, in form f infinite series of hiperbolic functions their argument being the func- ion of square root of the differential operator ($\sqrt{p}$). Theree variants of lmplifield machine equations were derived and suitable simplifield equi- ılent circuits are shown as well.

The electromagnetic transients were analysed for the special case of onstant rotational speed. The electrodynamic transients at variable speed ere derived with two different approximative methods of eddy-current re- resentation. The transients were calculated with use of a analog and igital computer. The derived method enables the investigation of diffe- ent simulated transients. The essential problem consist hereby in the onsideration of two possible circuit states of the armature and exciting inding (opened or closed), as well as specific properties of a DC exci- er machine or a thyristor rectifier exciter.

The results of simulated transients and the recorded transients at di- ferent power ratings of the synchronous machines were given.

DODATKI

D.1. ROZWIĄZANIE RÓWNAŃ RÓŻNICZKOWYCH POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO W PROSTOPADŁOŚCIENNYM RDZENIU LITYM PRZY UWZGLĘDNIENIU NIESTATYCZNYCH WARUNKÓW POCZĄTKOWYCH

Zjawiska elektromagnetyczne zachodzące w rdzeniu litym są opisane za pomocą dwu równań różniczkowych cząstkowych (2.13a,b) lub (2.14a,b), określających odpowiednie składowe wektora natężenia pola magnetycznego $\vec{H}$. Równanie (2.13a) lub (2.14a), obowiązujące dla składowej wzdłużnej (w osi wzdłużnej maszyny), jest pod względem struktury identyczne do równania (2.13b) lub (2.14b) obowiązującego dla składowej poprzecznej (w osi poprzecznej maszyny). Z tego powodu zostanie przedstawione rozwiązanie tylko jednego z tych równań różniczkowych.

Rozwiązując równanie (2.14a), obowiązujące dla składowej wzdłużnej wektora natężenia pola magnetycznego w rdzeniu litym, założono, że całką szczególną jest funkcja [9]

$$H_{adk}(x,y,p) = f_{1k}(x,p)\cos\left(k\frac{\pi}{a_q}y\right) + f_{2k}(y,p)\cos\left(k\frac{\pi}{l_m}x\right), \qquad \text{(D1.1a)}$$

która spełnia warunek początkowy

$$H_{adk}(x,y,t=+0) = \lim_{p\to\infty} H_{dk}(x,y,p) = f_{3k}(x)\cos\left(k\frac{\pi}{a_q}y\right) + f_{4k}(y)\cos\left(k\frac{\pi}{l_m}x\right). \qquad \text{(D1.1b)}$$

Z równań (D1.1a,b) wynikają następujące związki zachodzące między funkcjami $f_{1k}(x,p)$ i $f_{3k}(x)$ oraz $f_{2k}(y,p)$ i $f_{4k}(y)$:

$$f_{3k}(x) = \lim_{p\to\infty} f_{1k}(x,p) \qquad \text{(D1.2a)}$$

$$f_{4k}(y) = \lim_{p\to\infty} f_{2k}(y,p). \qquad \text{(D1.2b)}$$

Po zróżniczkowaniu przyjętej całki szczególnej względem zmiennych x i y otrzymuje się

$$\frac{\partial^2 H_{adk}(x,y,p)}{\partial x^2} = \frac{d^2 f_{1k}(x,p)}{dx^2}\cos(k\frac{\pi}{a_q}y) - (k\frac{\pi}{L_m})^2 f_{2k}(y,p)\cos(k\frac{\pi}{L_m}x) \quad \text{(D1.3a)}$$

$$\frac{\partial^2 H_{adk}(x,y,p)}{\partial y^2} = -(k\frac{\pi}{a_q})^2 f_{1k}(x,p)\cos(k\frac{\pi}{a_q}y) + \frac{d^2 f_{2k}(y,p)}{dy^2}\cos(k\frac{\pi}{L_m}x). \quad \text{(D1.3b)}$$

Równanie różniczkowe (2.14a) musi być spełnione dla przyjętej całki szczególnej. Na tej podstawie - po wprowadzeniu zależności (D1.3a,b) do równania (2.14a) - otrzymuje się

$$\left\{\frac{d^2 f_{1k}(x,p)}{dx^2} - \left[\frac{p}{\alpha^2} + (k\frac{\pi}{a_q})^2\right] f_{1k}(x,p) + \frac{p}{\alpha^2} f_{3k}(x)\right\}\cos(k\frac{\pi}{a_q}y) +$$

$$+\left\{\frac{d^2 f_{2k}(y,p)}{dy^2} - \left[\frac{p}{\alpha^2} + (k\frac{\pi}{L_m})^2\right] f_{2k}(y,p) + \frac{p}{\alpha^2} f_{4k}(y)\right\}\cos(k\frac{\pi}{L_m}x) = 0.$$

Powyższa równość będzie spełniona, jeśli spełnione będą następujące dwa równania różniczkowe zwyczajne:

$$\frac{d^2 f_{1k}(x,p)}{dx^2} - \left[\frac{p}{\alpha^2} + (k\frac{\pi}{a_q})^2\right] f_{1k}(x,p) = -\frac{p}{\alpha^2} f_{3k}(x) \quad \text{(D1.4a)}$$

$$\frac{d^2 f_{2k}(y,p)}{dy^2} - \left[\frac{p}{\alpha^2} + (k\frac{\pi}{L_m})^2\right] f_{2k}(y,p) = -\frac{p}{\alpha^2} f_{4k}(y). \quad \text{(D1.4b)}$$

Rozwiązując te równania (metodą wariacji stałej), przy uwzględnieniu, że dla przyjętego układu współrzędnych (rys. 2.2) funkcje $f_{1k}(x,p)$ oraz $f_{2k}(y,p)$ muszą być funkcjami parzystymi zmiennych x oraz y, wyznacza się następujące funkcje własne całki szczególnej równania różniczkowego cząstkowego (2.14a):

$$f_{1k}(x,p) = A_{1k}\frac{\mathrm{ch}(x\sqrt{\xi})}{\sqrt{\xi}} + \frac{p}{\alpha^2\sqrt{\xi}} F_{1k}(x,\xi) \quad \text{(D1.5a)}$$

$$f_{1k}(y,p) = A_{2k}\frac{\mathrm{ch}(y\sqrt{\eta})}{\sqrt{\eta}} + \frac{p}{\alpha^2\sqrt{\eta}} F_{2k}(y,\eta) \quad \text{(D1.5b)}$$

w których:

A_{1k}, A_{2k} - stałe całkowania niezależne od zmiennych x i y,

- współczynniki określone zależnościami:

$$\xi = \frac{p}{\alpha^2} + \left(k\frac{\pi}{a_q}\right)^2 \tag{D1.6a}$$

$$\eta = \frac{p}{\alpha^2} + \left(k\frac{\pi}{l_m}\right)^2 \tag{D1.6b}$$

$F_{1k}(x,\xi)$, $F_{2k}(y,\eta)$ - funkcje pomocnicze określone zależnościami:

$$F_{1k}(x,\xi) = \frac{1}{2}\left[e^{-x\sqrt{\xi}}\int f_{3k}(x)e^{x\sqrt{\xi}}\,dx - e^{x\sqrt{\xi}}\int f_{3k}(x)e^{-x\sqrt{\xi}}\,dx\right] \tag{D1.7a}$$

$$F_{2k}(y,\eta) = \frac{1}{2}\left[e^{-y\sqrt{\eta}}\int f_{4k}(y)e^{y\sqrt{\eta}}\,dy - e^{y\sqrt{\eta}}\int f_{4k}(y)e^{-y\sqrt{\eta}}\,dy\right]. \tag{D1.7b}$$

Całka ogólna równania różniczkowego (2.14a) jest sumą całek szczególnych, a zatem

$$H_{ad}(x,y,p) = \sum_{k=1}^{\infty} H_{adk}(x,y,p). \tag{D1.8}$$

Po wprowadzeniu zależności (D1.5) do wyrażenia (D1.8) otrzymuje się następującą postać całki ogólnej:

$$H_{ad}(x,y,p) = \sum_{k=1}^{\infty}\left\{\left[A_{1k}\frac{ch(x\sqrt{\xi})}{\sqrt{\xi}} + \frac{p}{\alpha^2\sqrt{\xi}}F_{1k}(x,\xi)\right]\cos\left(k\frac{\pi}{a_q}y\right) + \right.$$

$$\left. + \left[A_{2k}\frac{ch(y\sqrt{\eta})}{\sqrt{\eta}} + \frac{p}{\alpha^2\sqrt{\eta}}F_{2k}(y,\eta)\right]\cos\left(k\frac{\pi}{l_m}x\right)\right\} \tag{D1.9}$$

Wartości własne A_{1k}, A_{2k} wyznacza się na podstawie warunków brzegowych, które musi spełniać funkcja $H_{ad}(x,y,p)$ na płaszczyznach zewnętrznych rdzenia litego równoległych do osi wzdłużnej "d" maszyny synchronicznej:

- <u>Dla $x = \pm\frac{l_m}{2}$</u> otrzymuje się na podstawie zależności (D1.9)

$$H_{ad}\left(x = \pm\frac{l_m}{2}, y, p\right) = \sum_{k=1}^{\infty}\left\{\left[A_{1k}\frac{ch\left(\frac{l_m}{2}\sqrt{\xi}\right)}{\sqrt{\xi}} + \frac{p}{\alpha^2\sqrt{\xi}}F_{1k}\left(x = \pm\frac{l_m}{2}, \xi\right)\right]\cos\left(k\frac{\pi}{a_q}y\right)\right. . \tag{D1.10}$$

Ale przy założeniach przyjętych w punkcie 2.2 składowa wzdłużna natężenia pola magnetycznego na płaszczyźnie zewnętrznej rdzenia litego ma wartość $H_{ado}(p)$ wynikającą z zależności (2.8a). Zatem rozkład natężenia pola magnetycznego $H_{ad}(x = \pm \frac{l_m}{2}, y, p)$ jest prostokątny o amplitudzie $H_{ado}(p)$, przy czym rozkład ten można przedstawić w postaci szeregu Fouriera

$$H_{ad}(x = \pm \frac{l_m}{2}, y, p) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[H_{ado}(p) \frac{4 \sin(k \frac{\pi}{2})}{k\pi} \cos\left(k \frac{\pi}{a_q} y\right) \right] \qquad (D1.11)$$

Porównując zależności (D1.10) i (D1.11) otrzymuje się

$$A_{1k} = H_{ado} p \frac{\sqrt{\xi}}{ch(\frac{l_m}{2}\sqrt{\xi})} \cdot \frac{4 \sin(k \frac{\pi}{2})}{k\pi} - \frac{p}{\alpha^2 ch(\frac{l_m}{2}\sqrt{\xi})} F_{1k}(x = \pm \frac{l_m}{2}, \xi) \qquad (D1.12)$$

- <u>Dla $y = \pm \frac{a_q}{2}$</u> otrzymuje się na podstawie zależności (D1.9)

$$H_{ad}(x, y = \pm \frac{a_q}{2}, p) = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[A_{2k} \frac{ch(\frac{a_q}{2}\sqrt{\eta})}{\sqrt{\eta}} + \frac{p}{\alpha^2\sqrt{\eta}} F_{2k}(y = \pm \frac{a_q}{2}, \eta) \right] \cos\left(k \frac{\pi}{l_m} x\right) \right\} \qquad (D1.13)$$

Ale, zgodnie z uwagami podanymi wyżej, rozkład natężenia pola magnetycznego $H_{ad}(x, y = \pm \frac{a_q}{2}, p)$ jest prostokątny o amplitudzie $H_{ado}(p)$, który można przedstawić w postaci szeregu Fouriera

$$H_{ad}(x, y = \pm \frac{a_q}{2}, p) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[H_{ado}(p) \frac{4 \sin(k \frac{\pi}{2})}{k\pi} \cos\left(k \frac{\pi}{l_m} x\right) \right] \qquad (D1.14)$$

Porównując zależności (D1.13) i (D1.14) otrzymuje się

$$A_{2k} = H_{ado}(p) \frac{\sqrt{\eta}}{ch(\frac{a_q}{2}\sqrt{\eta})} \cdot \frac{4 \sin(k \frac{\pi}{2})}{k\pi} - \frac{p}{\alpha^2 ch(\frac{a_q}{2}\sqrt{\eta})} F_{2k}(y = \pm \frac{a_q}{2}, \eta) \qquad (D1.15)$$

Wprowadzając obliczone wartości własne A_{1k} i A_{2k}, określone zależnościami (D1.12) i (D1.15), do równań (D1.5) otrzymuje się następującą postać funkcji własnych całki szczególnej równania (2.14a):

$$f_{1k}(x,p) = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi} H_{ado}(p) \frac{ch(x\sqrt{\xi})}{ch(\frac{1}{2}m\sqrt{\xi})} +$$

$$+ \frac{p}{\alpha^2\sqrt{\xi}} \left[F_{1k}(x,\xi) - \frac{ch(x\sqrt{\xi})}{ch(\frac{1}{2}m\sqrt{\xi})} F_{1k}(x = \pm \frac{1}{2}m\xi) \right] \qquad \text{(D1.16a)}$$

$$f_{2k}(y,p) = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi} H_{ado}(p) \frac{ch(y\sqrt{\eta})}{ch(\frac{a}{2}q\sqrt{\eta})} +$$

$$+ \frac{p}{\alpha^2\sqrt{\eta}} \left[F_{2k}(y,\eta) - \frac{ch(y\sqrt{\eta})}{ch(\frac{a}{2}q\sqrt{\eta})} F_{2k}(y = \pm \frac{a}{2}q, \eta) \right] \qquad \text{(D1.16b)}$$

Końcową postać funkcji własnych otrzymuje się po określeniu funkcji pomocniczych $F_{1k}(x,\xi)$ i $F_{1k}(x = \pm \frac{1}{2}m, \xi)$ oraz $F_{2k}(y,\eta)$ i $F_{2k}(y = \pm \frac{a}{2}q, \eta)$, reprezentujących wpływ niezerowych warunków początkowych. Z zależności (D1.7) widać, że w tym celu trzeba najpierw wyznaczyć funkcje $f_{3k}(x)$ oraz $f_{4k}(y)$ spełniające warunki (D1.2).

Wyznaczenie funkcji $f_{3k}(x)$ oraz $f_{4k}(y)$, przy uwzględnieniu niestatycznych warunków początkowych, jest utrudnione. Proponuje się zastosować metodę wynikającą z podziału obliczeń na kolejne przedziały czasowe (etapy). Metoda ta zostanie przedstawiona dla przypadku wyznaczenia funkcji $f_{3k}(x)$. Odpowiednie wielkości występujące w kolejnych etapach obliczeń oznaczono dodatkowymi indeksami w postaci cyfr rzymskich.

<u>Pierwszy etap obliczeń</u> rozpoczyna się od zerowych warunków początkowych, czyli dla

$$f_{3k}(x) = f^{I}_{3k}(x) = 0. \qquad \text{(D1.17)}$$

Wówczas zgodnie z zależnością (D1.16a)

$$f^{I}_{1k}(x,p) = \left[f_{1k}(x,p) \right]_{\text{dla } f_{3k}(x)=0} = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi} H^{I}_{ado}(p) K_{1k}(x,p), \qquad \text{(D1.18a)}$$

przy czym

$$K_{1k}(x,p) = \frac{ch(x\sqrt{\xi})}{ch(\frac{1}{2}m\sqrt{\xi})} \qquad \text{(D1.18b)}$$

Wykorzystując uogólniony wzór Heaviside'a ([3]) można wyznaczyć funkcje czasowe $H^{I}_{ado}(t)$ oraz $K_{1k}(x,t)$, odpowiadające funkcjom operatorowym odpowiednio $H^{I}_{ado}(p)$ oraz $K_{1k}(x,p)$, przy czym po przekształceniach otrzymuje się:

$$K_{1k}(x,t) = \frac{ch(k\frac{\pi}{a_q}x)}{ch(k\frac{\pi}{a_q}\frac{l_m}{2})} - \sum_{i=1}^{\infty}\left[\Delta K_{1i}\cos(i\frac{\pi}{l_m}x)\,e^{p_{1i}t}\right], \tag{D1.19a}$$

gdzie:

$$\Delta K_{1i} = \frac{8\pi}{l_m^2}\cdot\frac{i\sin(i\frac{\pi}{2})}{(k\frac{\pi}{a_q})^2 + (i\frac{\pi}{l_m})^2} \tag{D1.19b}$$

$$p_{1i} = -a^2\left[(k\frac{\pi}{a_q})^2 + (i\frac{\pi}{l_m})^2\right], \tag{D1.19c}$$

Funkcję czasową $f^{I}_{1k}(x,t)$, odpowiadającą funkcji operatorowej $f^{I}_{1k}(x,p)$, określonej zależnością (D1.18a), można wyrazić za pomocą splotu dwóch funkcji ([3], [89])

$$f^{I}_{1k}(x,t) = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi}\cdot\frac{d\left\{H^{I}_{ado}(t) * K_{1k}(x,t)\right\}}{dt} =$$

$$= \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi}\left\{H^{I}_{ado}(t)K_{1k}(x,t=0) + \int_{\tau=0}^{\tau=t} H^{I}_{ado}(\tau)\left[\frac{d\left\{K_{1k}(x,t)\right\}}{dt}\right]_{t=(t-\tau)} d\tau\right\}.$$

Stąd po wprowadzeniu zależności (D1.19a) otrzymuje się:

$$f^{I}_{1k}(x,t) = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi}\left\{H^{I}_{ado}(t)\frac{ch(k\frac{\pi}{a_q}x)}{ch(k\frac{\pi}{a_q}\frac{l_m}{2})} - \sum_{i=1}^{\infty}\Delta K_{1i}\left[H^{I}_{ado}(t) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + p_{1i}\int_{\tau=0}^{\tau=t} H^{I}_{ado}(\tau)\,e^{p_{1i}(t-\tau)}d\tau\right]\cos(i\frac{\pi}{l_m}x)\right\}. \tag{D1.20}$$

<u>W drugim etapie obliczeń</u> przyjmuje się niestatyczny warunek początkowy $f_{3k}(x) = f^{II}_{3k}(x) \neq 0$, obliczony z zależności (D1.20) dla wybranej chwili $t=t_I$ przyjętej dla tego etapu jako początek liczenia czasu

$$f_{3k}^{II}(x) = \left[f_{1k}^{I}(x,t)\right]_{\text{dla } t=t_I}$$

rtóry można zapisać w postaci

$$F_{3k}^{II}(x) = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi} H_{ado}^{II}(t=-0)\left\{\frac{ch(k\frac{\pi}{a_q}x)}{ch(k\frac{\pi}{a_q}\frac{l_m}{2})} + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^{\infty}\left[\Delta K_{1i} - iC_{1ki}^{II}(t=-0)\sin(i\frac{\pi}{2})\right]\cos(i\frac{\pi}{l_m}x)\right\} \qquad \text{(D1.21a)}$$

rzy czym $H_{ado}^{II}(t=-0)$ oznacza wartość składowej wzdłużnej natężenia pola agnetycznego na płaszczyznach zewnętrznych rdzenia litego w chwili bezośrednio poprzedzającej drugi etap obliczeń (t=-0), natomiast współczynik stały $C_{1ki}^{II}(t=-0)$ jest określony następującą zależnością:

$$C_{1ki}^{II}(t=-0) = \frac{8\pi\alpha^2}{l_m^2}\cdot\frac{e^{p_{1i}t_I}}{H_{ado}^{II}(t=-0)}\int_{\tau=0}^{\tau=t_I}\left[H_{ado}^{I}(\tau)\,e^{-p_{1i}\tau}\right]d\tau. \qquad \text{(D1.21b)}$$

eżna więc - na podstawie równania (D1.7a) - wyznaczyć dla drugiego etapu bliczeń funkcję pomocniczą $F_{1k}^{II}(x,\xi)$, przy czym po przekształceniach otrzymuje się:

$$F_{1k}^{II}(x,\xi) = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi} H_{ado}^{II}(t=-0)\left\{\frac{ch(x\sqrt{\xi})}{ch(\frac{l_m}{2}\sqrt{\xi})}\frac{\alpha^2\sqrt{\xi}}{p} + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^{\infty}\left[iC_{1ki}^{II}(t=-0)\sin(i\frac{\pi}{2})\frac{\sqrt{\xi}}{\xi+(i\frac{\pi}{l_m})^2}\cos(i\frac{\pi}{l_m}x)\right]\right\}$$

kolei, po wprowadzeniu powyższej funkcji pomocniczej do równania D1.16a) i uwzględnieniu zależności (D1.18c), oblicza się funkcję własną $_{1k}^{II}(x,p)$ dla drugiego etapu obliczeń

$$f_{1k}^{II}(x,p) = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi}\left\{H_{ado}^{II}(p)\,\frac{ch(x\sqrt{\xi})}{ch(\frac{l_m}{2}\sqrt{\xi})} + \right.$$

$$\left. + H_{ado}^{II}(t=+0)\sum_{i=1}^{\infty}\left[iC_{1ki}^{II}(t=-0)\sin(i\frac{\pi}{2})\,\frac{p}{p-p_{1i}}\cos(i\frac{\pi}{l_m}x)\right]\right\}$$

Na podstawie uogólnionego wzoru Heaviside'a - postępując podobnie jak w pierwszym etapie obliczeń - otrzymuje się następującą postać czasową $f_{1k}^{II}(x,t)$ odpowiadającą funkcji operatorowej $f_{1k}^{II}(x,p)$

$$f_{1k}^{II}(x,t) = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi}\left\{H_{ado}^{II}(t)\,\frac{ch(k\frac{\pi}{a_q}x)}{ch(k\frac{\pi}{a_q}\frac{l_m}{2})} - \sum_{i=1}^{\infty}\Delta K_{1i}\left\{H_{ado}^{II}(t) + \right.\right.$$

$$\left.\left. +p_{1i}\,e^{p_{1i}t}\left[\int_{\tau=0}^{\tau=t} H_{ado}^{II}(\tau)e^{-p_{1i}\tau}d\tau + e^{p_{1i}t_I}\int_{\tau=0}^{\tau=t_I} H_{ado}^{I}(\tau)e^{-p_{1i}\tau}d\tau\right]\right\}\cos(i\frac{\pi}{l_m}x)\right\} \tag{D1.22}$$

<u>W trzecim etapie obliczeń</u> przyjmuje się niestatyczny warunek początkowy $f_{3k}(x) = f_{3k}^{III}(x) \neq 0$, obliczony z zależności (D1.22) dla wybranej chwili $t=t_{II}$ przyjętej dla tego etapu jako początek liczenia czasu

$$f_{3k}^{III}(x) = \left[f_{1k}^{II}(x,t)\right]_{dla\ \ t=t_{II}},$$

który można zapisać w postaci

$$f_{3k}^{III}(x) = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi}\,H_{ado}^{III}(t=-0)\left\{\frac{ch(k\frac{\pi}{a_q}x)}{ch(k\frac{\pi}{a_q}\frac{l_m}{2})} - \sum_{i=1}^{\infty}\left[\Delta K_{1i} + \right.\right.$$

$$\left.\left. - iC_{1ki}^{III}(t=-0)\sin(i\frac{\pi}{2})\right]\cos(i\frac{\pi}{l_m}x)\right\}, \tag{D1.23a}$$

przy czym $H_{ado}^{III}(t=-0)$ oznacza wartość składowej wzdłużnej natężenia pola magnetycznego na płaszczyznach zewnętrznych rdzenia litego w chwili bezpośrednio poprzedzającej trzeci etap obliczeń ($t=-0$), natomiast współczynnik stały $C_{1ki}^{III}(t=-0)$ jest określony następującą zależnością:

$$C_{1ki}^{III}(t=-0) = \frac{8\pi a^2}{l_m^2} \cdot \frac{e^{p_{1i}t_{II}}}{H_{ado}^{III}(t=-0)} \left\{ \int_{\tau=0}^{\tau=t_{II}} \left[H_{ado}^{II}(\tau) e^{-p_{1i}\tau} \right] d\tau + \right.$$

$$\left. + e^{p_{1i}t_I} \int_{\tau=0}^{\tau=t_I} \left[H_{ado}^{I}(\tau) e^{-p_{1i}\tau} \right] d\tau \right\} \qquad \text{(D1.23b)}$$

Postępując analogicznie jak w drugim etapie obliczeń, wyznaczono - na podstawie równań (D1.7a) i (D1.16a) - postać operatorową $f_{1k}^{III}(x,p)$ oraz odpowiadającą jej postać czasową $f_{1k}^{III}(x,t)$ funkcji własnej dla trzeciego etapu obliczeń

$$f_{1k}^{III}(x,t) = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi} \left\{ H_{ado}^{III}(t) \frac{ch(k\frac{\pi}{a_q}x)}{ch(k\frac{\pi}{a_q}\frac{l_m}{2})} - \sum_{i=1}^{\infty} \Delta K_{1i} \left\{ H_{ado}^{III}(t) + \right.\right.$$

$$+ p_{1i} e^{p_{1i}t} \left[\int_{\tau=0}^{\tau=t} H_{ado}^{III}(\tau) e^{-p_{1i}\tau} d\tau + e^{p_{1i}t_{II}} \int_{\tau=0}^{\tau=t_{II}} H_{ado}^{II}(\tau) e^{-p_{1i}\tau} d\tau + \right.$$

$$\left.\left.\left. + e^{p_{1i}(t_{II}+t_I)} \int_{\tau=0}^{\tau=t_I} H_{ado}^{I}(\tau) e^{-p_{1i}\tau} d\tau \right] \right\} \cos(i\frac{\pi}{l_m}x) \right\} \qquad \text{(D1.24)}$$

Przyjmując chwilę $t=t_{III}$ jako początek liczenia czasu dla czwartego etapu obliczeń, wyznacza się na podstawie równania (D1.24) niestatyczny warunek początkowy $f_{wk}^{IV}(x)$, który można zapisać w postaci:

$$f_{3k}^{IV}(x) = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi} H_{ado}^{IV}(t=-0) \left\{ \frac{ch(k\frac{\pi}{a_q}x)}{ch(k\frac{\pi}{a_q}\frac{l_m}{2})} - \sum_{i=1}^{\infty} \left[\Delta K_{1i} + \right.\right.$$

$$\left.\left. -iC_{1ki}^{IV}(t=-0)\sin(i\frac{\pi}{2}) \right] \cos(i\frac{\pi}{l_m}x) \right\}, \qquad \text{(D1.25a)}$$

przy czym $H_{ado}^{IV}(t=-0)$ oznacza wartość składowej wzdłużnej natężenia pola magnetycznego na płaszczyznach zewnętrznych rdzenia litego w chwili bezpośrednio poprzedzającej czwarty etap obliczeń ($t=-0$), natomiast współczynnik stały $C_{1ki}^{IV}(t=-0)$ jest określony następującą zależnością:

$$C^{IV}_{1ki}(t=-0) = \frac{8\pi\alpha^2}{l_m^2} \cdot \frac{e^{p_{1i}t_{III}}}{H^{IV}_{ado}(t=-0)} \left\{ \int_{\tau=0}^{\tau=t_{III}} \left[H^{III}_{ado}(\tau) e^{-p_{1i}\tau} \right] d\tau + \right.$$

$$\left. + e^{p_{1i}t_{II}} \int_{\tau=0}^{\tau=t_{II}} \left[H^{II}_{ado}(\tau) e^{-p_{1i}\tau} \right] d\tau + e^{p_{1i}(t_I+t_{II})} \int_{\tau=0}^{\tau=t_I} \left[H^{I}_{ado}(\tau) e^{-p_{1i}\tau} \right] d\tau \right\}$$

(D1.25b)

Podobnie wykonano obliczenia dla kolejnych etapów, przy czym dla każdego etapu obliczeń wyznaczono funkcje własne $f_{3k}(x)$ o postaci analogicznej do zależności (D1.21a), D1.23a) i (D1.25a). W wyniku takiego postępowania stwierdzono, że funkcje $f_{3k}(x)$ oraz $f_{4k}(x)$, reprezentujące niestatyczne warunki początkowe, można zapisać następującymi równaniami ogólnymi:

$$f_{3k}(x) = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi} H_{ado}(t=-0) \left\{ \frac{ch(k\frac{\pi}{a_q}x)}{ch(k\frac{\pi}{a_q}\frac{l_m}{2})} - \sum_{i=1}^{\infty} \left[\Delta K_{1i} - C_{1ki}(t=-0)\sin(i\frac{\pi}{2}) \right] \cos(i\frac{\pi}{l_m}x) \right\}$$

(D1.26a)

$$f_{4k}(y) = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi} H_{ado}(t=-0) \left\{ \frac{ch(k\frac{\pi}{l_m}y)}{ch(k\frac{\pi}{l_m}\frac{a_q}{2})} - \sum_{i=1}^{\infty} \left[\Delta K_{2i} - iC_{2ki}(t=-0)\sin(i\frac{\pi}{2}) \right] \cos(i\frac{\pi}{a_q}y) \right\}$$

(D1.26b)

w których $H_{ado}(t=-0)$ oznacza wartość składowej wzdłużnej natężenia pola magnetycznego na płaszczyznach zewnętrznych rdzenia litego w chwili bezpośrednio poprzedzającej zakłócenie (przyjętej jako t=0), natomiast współczynniki stałe $C_{1ki}(t=-0)$ oraz $C_{2ki}(t=-0)$ zależą od chwili wystąpienia zakłócenia oraz od wymiarów i stałej materiałowej α rdzenia litego. Zasada obliczenia tych współczynników wynika z równań (D1.21b), (D1.23b) i (D1.25b), odpowiadających kolejnym etapom obliczania przebiegów nieustalonych. Współczynnik ΔK_{2i}, figurujący w równaniu (D1.26b), wyznacza się analogicznie jak współczynnik ΔK_{1i} i jest określony zastępującą zależnością

$$\Delta K_{2i} = \frac{8\pi}{a_q^2} \cdot \frac{i \sin(i\frac{\pi}{2})}{(k\frac{\pi}{l_m})^2 + (i\frac{\pi}{a_q})^2} \qquad \text{(D1.27)}$$

Przyjmując niestatyczne warunki początkowe $f_{3k}(x)$ oraz $f_{4k}(y)$ w postaci zależności (D1.26) oblicza się na podstawie równań (D1.7) funkcje pomocnicze

$$F_{1k}(x,\xi) = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi} H_{ado}(t=-0)\left\{\frac{\alpha^2\sqrt{\xi}}{p}\cdot\frac{ch(x\sqrt{\xi})}{ch(\frac{l_m}{2}\sqrt{\xi})} + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^{\infty}\left[iC_{1ki}(t=-0)\sin(i\frac{\pi}{2})\frac{\sqrt{\xi}}{\xi+(i\frac{\pi}{l_m})^2}\cos(i\frac{\pi}{l_m}x)\right]\right\}$$

$$F_{2k}(y,\eta) = \frac{4\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi} H_{ado}(t=-0)\left\{\frac{\alpha^2\sqrt{\eta}}{p}\frac{ch(y\sqrt{\eta})}{ch(\frac{a_q}{2}\sqrt{\eta})} + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^{\infty}\left[iC_{2ki}(t=-0)\sin(i\frac{\pi}{2})\frac{\sqrt{\eta}}{\eta+(i\frac{\pi}{a_q})^2}\cos(i\frac{\pi}{a_q}y)\right]\right\}.$$

Z kolei po podstawieniu powyższych funkcji pomocniczych do zależności (D1.16) wyznacza się funkcje własne $f_{1k}(x,p)$ oraz $f_{2k}(y,p)$. Następnie na podstawie zależności (D1.1a) i (D1.8) otrzymuje się całkę ogólną równania różniczkowego (2.14a) w postaci następującego szeregu nieskończonego:

$$H_{ad}(x,y,p) = \frac{4}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin(k\frac{\pi}{2})}{k}\left\{H_{ado}(p)\left[\frac{ch(x\sqrt{\xi})}{ch(\frac{l_m}{2}\sqrt{\xi})}\cos(k\frac{\pi}{a_q}y) + \frac{ch(y\sqrt{\eta})}{ch(\frac{a_q}{2}\sqrt{\eta})}\cos(k\frac{\pi}{l_m}x)\right] + \right.$$

$$+ \frac{p}{\alpha^2}H_{ado}(t=-0)\sum_{i=1}^{\infty} i\sin(i\frac{\pi}{2})\left[C_{1ki}(t=-0)\frac{\cos(i\frac{\pi}{l_m}x)}{\xi+(i\frac{\pi}{l_m})^2}\cos(k\frac{\pi}{a_q}y) + \right.$$

$$\left.\left. + C_{2ki}(t=-0)\frac{\cos(i\frac{\pi}{a_q}y)}{\eta+(i\frac{\pi}{a_q})^2}\cos(k\frac{\pi}{l_m}x)\right]\right\} \qquad \text{(D1.28a)}$$

Analogiczną metodą wyznaczono funkcję $H_{aq}(x,z,p)$, będącą rozwiązaniem równania różniczkowego (2.14b), która określa rozkład przestrzenno-czasowy składowej poprzecznej (w osi poprzecznej "q" maszyny) natężenia pola magnetycznego w rdzeniu litym wirnika przy uwzględnieniu niestatycznych warunków początkowych. Otrzymano następującą zależność:

$$H_{aq}(x,z,p)=\frac{4}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin(k\frac{\pi}{2})}{k}\left\{H_{aqo}(p)\left[\frac{ch(x\sqrt{\varkappa})}{ch(\frac{l_m}{2}\sqrt{\varkappa})}\cos(k\frac{\pi}{a_d}z)+\frac{ch(z\sqrt{\eta})}{ch(\frac{a_d}{2}\sqrt{\eta})}\cos(k\frac{\pi}{l_m}x)\right]+\right.$$

$$+\frac{p}{\alpha^2}H_{aqo}(t=-0)\sum_{i=1}^{\infty}i\sin(i\frac{\pi}{2})\left[C_{3ki}(t=-0)\frac{\cos(i\frac{\pi}{l_m}x)}{\varkappa+(i\frac{\pi}{l_m})^2}\cos(k\frac{\pi}{a_d}z)+\right.$$

$$\left.\left.+C_{4ki}(t=-0)\frac{\cos(i\frac{\pi}{a_d}z)}{\eta+(i\frac{\pi}{a_d})^2}\cos(k\frac{\pi}{l_m}x)\right]\right\}, \qquad (D1.28b)$$

w której $H_{aqo}(p)$ określa przebieg czasowy składowej poprzecznej natężenia pola magnetycznego na płaszczyznach zewnętrznych rdzenia litego, natomiast $H_{aqo}(t=-0)$ oznacza wartość tej składowej w chwili bezpośrednio poprzedzającej wystąpienie zakłócenia (przyjętej jako t=0). Współczynnik $\varkappa$ figurujący w równaniu (D1.28b) jest określony następującą zależnością:

$$\varkappa=\frac{p}{\alpha^2}+(k\frac{\pi}{a_d})^2, \qquad (D1.29)$$

zaś współczynniki stałe $C_{3ki}(t=-0)$ i $C_{4ki}(t=-0)$ zależą od chwili wystąpienia zakłócenia oraz od wymiarów i stałej materiałowej rdzenia litego wirnika, przy czym można je wyznaczyć przedstawioną wyżej metodą podziału obliczeń na kolejne przedziały czasowe.

Znacznie łatwiej jest wyznaczyć rozwiązanie równań różniczkowych (2.14) przy założeniu, że warunki początkowe mają charakter statyczny, czyli, że wynikają one z pracy maszyny w stanie ustalonym. Odpowiednie zależności można wyznaczyć zaproponowaną metodą podziału obliczeń na kolejne przedziały czasowe uwzględniające, że czas trwania poszczególnych przedziałów jest nieskończenie długi (tzn. przyjmując $t_I=\infty$, $t_{II}=\infty$, $t_{III}=\infty$ ... itd.). Wówczas otrzymuje się rozwiązanie również w postaci równań (D1.28), przy czym współczynniki stałe $C_{1ki}(t=-0),\ldots,C_{4ki}(t=-0)$ są określone następującymi zależnościami:

$$C_{1ki}(t=-0)=\frac{8\pi}{l_m^2}\cdot\frac{1}{(k\frac{\pi}{a_q})^2+(i\frac{\pi}{l_m})^2} \qquad (D1.30a)$$

$$C_{2ki}(t=-0)=\frac{8\pi}{a_q^2}\cdot\frac{1}{(k\frac{\pi}{l_m})^2+(i\frac{\pi}{a_q})^2}, \qquad (D1.30b)$$

$$C_{3ki}(t=-0) = \frac{8\pi}{l_m^2} \cdot \frac{1}{(k\frac{\pi}{a_d})^2 + (i\frac{\pi}{l_m})^2}, \qquad \text{(D1.30c)}$$

$$C_{4ki}(t=-0) = \frac{8\pi}{a_d^2} \cdot \frac{1}{(k\frac{\pi}{l_m})^2 + (i\frac{\pi}{a_d})^2}. \qquad \text{(D1.30d)}$$

Z powyższych zależności wynika, że jeśli warunki początkowe mają charakter statyczny, to współczynniki $C_{1ki}(t=-0),\ldots,C_{4ki}(t=-0)$ mają wartość stałą, niezależną od przebiegu natężenia pola magnetycznego przed chwilą wystąpienia zakłócenia (przyjętą jako t=0).

D.2. RÓWNANIA DEFINIUJĄCE WSPOŁCZYNNIKI ROZPROSZENIA, REAKTANCJE I STAŁE CZASOWE MASZYNY SYNCHRONICZNEJ

Współczynniki rozproszenia twornika:

$$\sigma_{sd} = \frac{L_s}{L_s + L_{ad}}; \quad \sigma_{sq} = \frac{L_s}{L_s + L_{aq}}. \qquad \text{(D2.1a,b)}$$

Reaktancje oddziaływania:

$$X_{ad} = \omega_n L_{ad}; \quad X_{aq} = \omega_n L_{aq}. \qquad \text{(D2.2a,b)}$$

Reaktancje synchroniczne:

$$X_d = \omega_n(L_s + L_{ad}); \quad X_q = \omega_n(L_s + L_{aq}). \qquad \text{(D2.3a,b)}$$

Stałe czasowe obwodu wzbudzenia:

$$T_{sw} = \frac{L'_{sw}}{R'_w}; \quad T^*_{sw} = \frac{L'_{sw} + L'_{sMd}}{R'_w} \qquad \text{(D2.4a,b)}$$

$$T'_{w0} = \frac{L'_{sw} + L'_{sMd} + L_{ad}}{R'_w}; \quad T'_w = \frac{L'_{sw} + L'_{sMd} + \sigma_{sd} L_{ad}}{R'_w} \qquad \text{(D2.4c,d)}$$

Stałe czasowe obwodu uzwojenia tłumiącego w osi wzdłużnej "d":

$$T_{skd} = \frac{L'_{skd}}{R'_{kd}}; \quad T^*_{skd} = \frac{L'_{skd} + L'_{sMd}}{R'_{kd}}; \quad T^{**}_{skd} = \frac{L'_{skd} + \frac{L'_{sw} L'_{sMd}}{L'_{sw} + L'_{sMd}}}{R'_{kd}}, \qquad \text{(D2.5a,b,c)}$$

$$T'_{kd0} = \frac{L'_{skd}+L'_{sMd}+L_{ad}}{R'_{kd}}; \quad T''_{kd0} = \frac{L'_{skd}+\dfrac{L'_{sw}(L'_{sMd}+L_{ad})}{L'_{sw}+L'_{sMd}+L_{ad}}}{R'_{kd}}, \tag{D2.5d,e}$$

$$T'_{kd} = \frac{L'_{skd}+L'_{sMd}+\sigma_{ad}\,L_{ad}}{R'_{kd}}; \quad T''_{kd} = \frac{L'_{skd}+\dfrac{L'_{sw}(L'_{sMd}+\sigma_{ad}\,L_{ad})}{L'_{sw}+L'_{sMd}+\sigma_{ad}\,L_{ad}}}{R'_{kd}} \tag{D2.5f,g}$$

Stałe czasowe obwodu uzwojenia tłumiącego w osi poprzecznej "q":

$$T_{skq} = \frac{L'_{skq}}{R'_{kq}}; \quad T^{*}_{skq} = \frac{L'_{skq}+L'_{sMq}}{R'_{kq}}; \quad T'_{kq0} = \frac{L'_{skq}+L'_{sMq}+L_{aq}}{R'_{kq}};$$

$$T'_{kq} = \frac{L'_{skq}+L'_{sMq}+\sigma_{aq}\,L_{aq}}{R'_{kq}}. \tag{D2.6a,b,c,d}$$

Stałe czasowe obwodów reprezentujących oddziaływanie twornika i prądów wirowych rdzenia litego wirnika (rys. 2.7):

$$T_{adi} = \frac{L_{adi}}{R_{adi}} = B_i\,T_{ed} \quad \text{dla } i = 1,2,3,4 \tag{D2.7a}$$

$$T_{aqi} = \frac{L_{aqi}}{R_{aqi}} = B_i\,T_{eq} \quad \text{dla } i = 1,2,3,4, \tag{D2.7b}$$

przy czym

T_{ed}, T_{eq} - syntetyczne stałe czasowe litego wirnika zdefiniowane równaniami (2.56),

B_i - współczynniki stałe o wartościach określonych zależnościami (2.59c).

WYDAWNICTWA NAUKOWE I DYDAKTYCZNE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ MOŻNA NABYĆ W NASTĘPUJĄCYCH PLACÓWKACH:

44-100 Gliwice — Księgarnia nr 096, ul. Konstytucji 14 b
44-100 Gliwice — Spółdzielnia Studencka, ul. Wrocławska 4 a
40-950 Katowice — Księgarnia nr 015, ul. Żwirki i Wigury 33
40-098 Katowice — Księgarnia nr 005, ul. 3 Maja 12
41-900 Bytom — Księgarnia nr 048, Pl. Kościuszki 10
41-500 Chorzów — Księgarnia nr 063, ul. Wolności 22
41-300 Dąbrowa Górnicza — Księgarnia nr 081, ul. ZBoWiD-u 2
47-400 Racibórz — Księgarnia nr 148, ul. Odrzańska 1
44-200 Rybnik — Księgarnia nr 162, Rynek 1
41-200 Sosnowiec — Księgarnia nr 181, ul. Zwycięstwa 7
41-800 Zabrze — Księgarnia nr 230, ul. Wolności 288
00-901 Warszawa — Ośrodek Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN — Pałac Kultury i Nauki

Wszystkie wydawnictwa naukowe i dydaktyczne zamawiać można poprzez Składnicę Księgarską w Warszawie, ul. Mazowiecka 9.