

**ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ**

KAZIMIERZ GIERLOTKA

**UKŁADY STEROWANIA
NAPĘDÓW ELEKTRYCZNYCH
Z ELEMENTAMI SPRĘŻYSTYMI**



P 3347 / 92

ELEKTRYKA

**Z. 129
GLIWICE
1992**

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 1181

KAZIMIERZ GIERLOTKA



P. 3347 | 92

**UKŁADY STEROWANIA
NAPĘDÓW ELEKTRYCZNYCH
Z ELEMENTAMI SPRĘŻYSTYMI**

GLIWICE 1992

OPINIODAWCY

Prof. zw. dr hab. inż. Ryszard Kozioł
Dr hab. inż. Zbigniew Nowacki — prof. Pol. Łódzkiej

KOLEGIUM REDAKCYJNE

REDAKTOR NACZELNY — Prof. dr hab. inż. Jan Bandrowski
REDAKTOR DZIAŁU — Doc. dr inż. Zofia Cichowska
SEKRETARZ REDAKCJI — Mgr Elżbieta Leśko

REDAKCJA

Mgr Aleksandra Kłobuszowska

REDAKCJA TECHNICZNA

Alicja Nowacka

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0072-4688

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej
ul. Kujawska 3, 44-100 Gliwice

Nakł. 150+85 Ark. wyd. 7,75 Ark. druk. 9,125 Papler offsetowy kl.III, 70x100, 70g
Oddano do druku 21.07.92 Podpis. do druku 21.07.92 Druk ukończ. w sierpniu 1992
Zam 285/92 Cena zł 10.900,—

Fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

P201/92

SPIS TRESCI

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEN	13
1. WPROWADZENIE	19
1.1. Cel i zakres pracy	22
2. MODELE DYNAMICZNE UKŁADÓW Z POŁĄCZENIAMI SPRĘŻYSTYMI	24
2.1. Model układu z elementem sprężystym o parametrach rozłożonych	25
2.2. Uprozczone modele dynamiczne układów z elementami sprężystymi	26
2.2.1. Model Rayleigha układu z połączeniem sprężystym	27
2.2.2. Model z bezinercyjnym elementem sprężystym	29
2.3. Analiza porównawcza stosowanych modeli układu z elementem sprężystym	30
2.4. Wnioski	36
3. ANALIZA MOMENTU ELEKTROMAGNETYCZNEGO SILNIKA I MOMENTU OBCIĄŻENIA W UKŁADACH NAPEDOWYCH Z ELEMENTAMI SPRĘŻYSTYMI	38
3.1. Wpływ parametrów przebiegu czasowego momentu na właściwości napędów z połączeniami sprężystymi	38
3.1.1. Wymuszenie harmoniczne	38
3.1.2. Wymuszenie zmienne liniowo w czasie	40
3.2. Obwód regulacji momentu elektromagnetycznego silnika układów napędowych z połączeniami sprężystymi	41
3.3. Wpływ oscylacji momentu silnika na właściwości układów napędowych z połączeniami sprężystymi	42

4. UKŁAD NAPĘDOWY Z POŁĄCZENIEM SPRĘŻYSTYM Z DODATKOWĄ PĘTLĄ SPRĘŻENIA ZWROTNEGO OD PRĘDKOŚCI MECHANIZMU	44
4.1. Struktura układu sterowania	44
4.2. Analiza układu napędowego z proporcjonalnym regulatorem prędkości	48
4.3. Analiza układu napędowego z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości	55
4.4. Określenie parametrów układu sterowania dla napędu bez sprężenia zwrotnego od prędkości mechanizmu	60
4.4.1. Układ napędowy z proporcjonalnym regulatorem prędkości	62
4.4.2. Układ napędowy z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości	63
4.5. Określanie parametrów obwodu regulacji prędkości w układach napędowych o małej wartości pulsacji drgan własnych układu mechanicznego	65
4.5.1. Układ napędowy z proporcjonalnym regulatorem prędkości	66
4.5.2. Układ napędowy z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości	67
4.6. Wnioski	68
5. UKŁAD NAPĘDOWY Z OBWODEM REGULACJI KĄTA SKRĘCENIA ELEMENTU SPRĘŻYSTEGO	72
5.1. Struktura układu sterowania	72
5.2. Określanie parametrów obwodu regulacji kąta skrećenia dla regulatora proporcjonalno-różniczkującego	74
5.3. Określanie parametrów obwodu regulacji kąta skrećenia dla regulatora typu PID	81
5.4. Określanie parametrów regulatora kąta skrećenia w napędach o małej wartości pulsacji drgan własnych układu mechanicznego	87
5.4.1. Regulator kąta skrećenia typu PD	88
5.4.2. Regulator kąta skrećenia typu PID	89
5.5. Obwód regulacji prędkości układu napędowego z wewnętrznym obwodem regulacji kąta skrećenia	89
5.6 Wnioski	91

6. ZASTOSOWANIE OBSERWATORÓW W UKŁADACH NAPEDOWYCH Z POŁĄCZENIAMI SPREŻYSTYMI	92
6.1. Analiza obserwatora Luenbergera układu napedowego z połączeniem sprężystym przy niedostępnym momencie obciążenia	93
6.2. Zastosowanie obserwatora zredukowanego w układach sterowania napędów z połączeniem sprężystym	98
6.3. Wyznaczanie współczynników macierzy obserwatora zredukowanego w przypadku niedostępnego momentu obciążenia ..	102
6.3.1. Układ napedowy z dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od predkości mechanizmu	104
6.3.2. Układ napedowy z obwodem regulacji kąta skrelenia elementu sprężystego	107
6.4. Wnioski	110
7. PODSUMOWANIE I WNIOSKI Z PRACY	111
7.1. Weryfikacja wyników pracy	111
7.2. Rezultaty pracy	112
Aneks A1. WYBRANE WYNIKI BADAŃ MODELU LABORATORYJNEGO UKŁADU NAPEDOWEGO Z POŁĄCZENIEM SPREŻYSTYM	116
A1.1. Opis układu laboratoryjnego	116
A1.2. Wyniki badań układu laboratoryjnego	119
Aneks A2. WYBRANE WYNIKI BADAŃ SYMULACYJNYCH UKŁADÓW NAPEDOWYCH Z POŁĄCZENIAMI SPREŻYSTYMI	121
A2.1. Ogólne omówienie przeprowadzonych badań symulacyjnych	121
A2.2. Wyniki badań symulacyjnych	124
LITERATURA	133
STRESZCZENIA	141

CONTENTS

LIST OF SYMBOLS	13
1. INTRODUCTION	19
1.1. The aim and the range of the work	22
2. DYNAMIC MODELS OF SYSTEMS WITH ELASTIC JOINTS	24
2.1. Model of the system with elastic element of distributed parameters	25
2.2. Simplified dynamic models of elastic systems	
2.2.1. Rayleigh's model of the system with elastic element	26
2.2.2. Model with inertialess elastic element	29
2.3. Comparison analysis of used models of the system with elastic joint	30
2.4. Conclusions	36
3. ANALYSIS OF THE MOTOR TORQUE AND OF THE LOAD TORQUE IN THE DRIVES WITH ELASTIC JOINTS	38
3.1. Influence of transient parameters of the torque on properties of the drive with elastic joint	38
3.1.1. Harmonic forcing	38
3.1.2. Forcing linear-variable in time	40
3.2. Control circuit of the motor torque of the drives with elastic joints	41
3.3. Influence of the motor torque oscillations on drives properties with elastic joints	42

4. DRIVE SYSTEM WITH ELASTIC JOINT AND WITH ADDITIONAL FEEDBACK OF THE LOAD VELOCITY	44
4.1. Structure of the control system	44
4.2. Analysis of the drive with proportional speed controller	48
4.3. Analysis of the drive with speed controller of PI type	55
4.4. Parameters determination of the drive control system without additional feedback of load velocity	60
4.4.1. Drive system with speed controller of P type	62
4.4.2. Drive system with speed controller of PI type	63
4.5. Parameters determination of the speed control circuit in drives with small free vibrations frequency of mechanical system	65
4.5.1. Drive system with speed controller of P type	66
4.5.2. Drive system with speed controller of PI type	67
4.6. Conclusions	68
5. DRIVE SYSTEM WITH THE CONTROL CIRCUIT OF THE TORSION ANGLE OF ELASTIC ELEMENT	72
5.1. Structure of the control system	72
5.2. Parameters determination of the torsion angle control circuit for controller of PD type	74
5.3. Parameters determination of the torsion angle control circuit for controller of PID type	81
5.4. Parameters determination of the torsion angle controller for drives with small free vibrations frequency	87
5.4.1. Torsion angle controller of PD type	88
5.4.2. Torsion angle controller of PID type	89
5.5. Speed control circuit of the drive with inner control circuit of the torsion angle	89
5.6. Conclusions	91
6. OBSERVERS APPLICATION IN THE DRIVES WITH ELASTIC JOINTS	92
6.1. Analysis of Luenberger's observer of the drive with elastic joint at unmeasurable load torque	93
6.2. Application of reduced-order observer in control systems of the drives with elastic joints	98

6.3. Evaluation of observer matrix coefficients in case of unmeasurable load torque	102
6.3.1. Control system with additional feedback of the load velocity	104
6.3.2. Control system with torsion angle control circuit of the elastic element	107
6.4. Conclusions	110
7. SUMMARY AND CONCLUSIONS	111
7.1. Verification of the paper results	111
7.2. Conclusions	112
Appendix 1. SELECTED RESULTS OF LABORATORY INVESTIGATIONS OF THE DRIVE WITH ELASTIC JOINT	116
A1.1. Specification of the laboratory system	116
A1.2. Results of investigations of the laboratory system	119
Appendix 2. SELECTED RESULTS OF SIMULATIVE INVESTIGATIONS OF THE DRIVES WITH ELASTIC JOINT	121
A2.1. Description of the simulative investigations	121
A2.1. Results of the simulative investigations	124
REFERENCES	133
SUMMARIES	141

СОДЕРЖАНИЕ

СПИСОК ВАЖНЕЙШИХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	13
1. ВВЕДЕНИЕ	19
1.1. Цель и пределы работы	22
2. ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИСТЕМ С УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ	24
2.1. Модель системы с упругим элементом с распределенными параметрами	25
2.2. Упрощенные динамические модели систем с упругими связями ...	26
2.2.1. Модель Релея системы с упругой связью	27
2.2.2. Модель с невесомым упругим элементом	29
2.3. Сравнительный анализ применяемых моделей системы с упругой связью	30
2.4. Выводы	36
3. АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО МОМЕНТА ДВИГАТЕЛЯ И МОМЕНТА НАГРУЗКИ В ЭЛЕКТРОПРИВОДАХ С УПРУГИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ	38
3.1. Влияние параметров временного протекания момента на свойства электроприводов с упругими связями	38
3.1.1. Гармоническое воздействие	38
3.1.2. Воздействие линейно изменяющегося во времени	40
3.2. Контур регулирования момента двигателя электроприводов с упругими связями	41
3.3. Влияние осциллирующего момента двигателя на свойства электроприводов с упругими связями	42
4. ЭЛЕКТРОПРИВОД С УПРУГОЙ СВЯЗЬЮ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ КОНТУРОМ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ ПО СКОРОСТИ МЕХАНИЗМА	44
4.1. Структура системы управления	44

4.2.	Анализ электропривода с пропорциональным регулятором скорости	48
4.3.	Анализ электропривода с пропорционально-интегральным регулятором скорости	55
4.4.	Определение параметров системы управления привода без обратной связи по скорости механизма	60
4.4.1.	Электропривод с пропорциональным регулятором скорости	62
4.4.2.	Электропривод с пропорционально-интегральным регулятором скорости	63
4.5.	Определение параметров контура регулирования скорости в электроприводах малой частоты свободных колебаний механической системы	65
4.5.1.	Электропривод с пропорциональным регулятором скорости	66
4.5.2.	Электропривод с пропорционально-интегральным регулятором скорости	67
4.6.	Выводы	68
5.	ЭЛЕКТРОПРИВОД С КОНТУРОМ РЕГУЛИРОВАНИЯ УГЛА СКРУЧИВАНИЯ УПРУГОГО ЭЛЕМЕНТА	72
5.1.	Структура системы управления	72
5.2.	Определение параметров контура регулирования угла скручивания для пропорционально-дифференциального регулятора	74
5.3.	Определение параметров контура регулирования угла скручивания для регулятора типа ПИД	81
5.4.	Определение параметров регулятора угла скручивания в электроприводах малой частоты свободных колебаний механической системы	87
5.4.1.	Регулятор угла скручивания типа ПД	88
5.4.1.	Регулятор угла скручивания типа ПИД	89
5.5.	Контур регулирования скорости электропривода с внутренним контуром регулирования угла скручивания	89
5.6.	Выводы	91

6. ПРИМЕНЕНИЕ НАБЛЮДАТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ В ЭЛЕКТРОПРИВОДАХ С УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ	92
6.1. Анализ наблюдателя Луэнбергера электропривода с упругой связью для недоступного момента нагрузки	93
6.2. Применение редуцированного наблюдателя в системах управления приводах с упругой связью	98
6.3. Определение коэффициентов матрицы редуцированного наблюдателя в случае недоступности момента нагрузки	102
6.3.1. Электропривод с дополнительной обратной связью по скорости механизма	104
6.3.2. Электропривод с контуром регулирования угла скручивания упругого элемента	107
6.4. Выводы	110
7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ	111
7.1. Верификация результатов работы	111
7.2. Итоги работы	112
Добавление А1. ИЗБРАННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ЛАБОРАТОРНОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА С УПРУГОЙ СВЯЗЬЮ	116
А1.1. Описание лабораторной системы	116
А1.2. Результаты исследований лабораторной системы ..	119
Добавление А2. ИЗБРАННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ СИМУЛЯЦИОННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ С УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ	121
А2.1. Общее обсуждение сделанных симуляционных исследований	121
А2.2. Результаты симуляционных исследований	124
ЛИТЕРАТУРА	133
РЕЗЮМЕ	141

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEN

- a - predkość propagacji fali scinania;
- A_{0k}, A_{1k} - amplituda k-tej pulsacji drgań nietłumionych modelu układu sprężystego o parametrach rozłożonych dla $x=0$ oraz $x=1$;
- A_{0R}, A_{1R} - amplituda drgań nietłumionych modelu Rayleigha układu sprężystego dla $x=0$ oraz $x=1$;
- A_{0s}, A_{1s} - amplituda drgań nietłumionych modelu z bezinercyjnym elementem sprężystym dla $x=0$ oraz $x=1$;
- $A_{\varphi k}$ - amplituda k-tej pulsacji drgań nietłumionych kąta skrećenia modelu układu sprężystego o parametrach rozłożonych;
- $A_{\varphi R}, A_{\varphi s}$ - amplituda drgań nietłumionych kąta skrećenia modelu Rayleigha układu sprężystego i modelu z bezinercyjnym elementem sprężystym;
- A - macierz stanu;
- b - wartości własne drgań wału;
- B - macierz wymuszeń;
- c - współczynnik sprężystości (sztywności) wału;
- $e = \frac{\Omega_m}{\Omega_e}$ - względna pulsacja oscylacji momentu;
- f_i - częstotliwość impulsowania;
- f_s - częstotliwość napięcia sieci zasilającej;
- G - moduł sprężystości poprzecznej;
- I_0 - moment biegunowy przekroju wału;
- J - względny moment bezwładności (w stosunku do momentu bezwładności elementu sprężystego J_0);
- J - moment bezwładności;
- J_0 - moment bezwładności elementu sprężystego;
- J_1, J_1 - moment bezwładności i względny moment bezwładności silnika;

- J_2, J_2 - moment bezwładności i względny moment bezwładności mechanizmu;
- $J_{1k}, J_{12}, J_{2k}, J_{2z}, J_{sk}$ - momenty bezwładności wynikające z modelu Rayleigha układu sprężystego;
- $J_{1k}, J_{12}, J_{2k}, J_{2z}, J_{sk}$ - względe momenty bezwładności wynikające z modelu Rayleigha układu sprężystego;
- k - liczba naturalna;
- $k_2 = \frac{K_2}{K_1}$ - względne wzmocnienie układu pomiaru prędkości mechanizmu;
- k_φ, k_ω - wzmocnienie regulatora kąta skrećenia i regulatora prędkości;
- K_1, K_2 - wzmocnienie układu pomiaru prędkości silnika i prędkości mechanizmu;
- K_m - wzmocnienie zamkniętego obwodu regulacji momentu elektromagnetycznego silnika;
- l - długość elementu sprężystego;
- l_1 - długość fali pierwszej pulsacji drgan własnych układu sprężystego;
- $l_{11}, l_{12}, l_{21}, l_{22}$ - współczynniki zredukowanego obserwatora stanu napędu z połączeniem sprężystym;
- $l_w = \frac{l}{l_1}$ - względna długość elementu sprężystego;
- m, m_m, m_s - moment elektromagnetyczny silnika, moment obciążenia i moment w elemencie sprężystym w wartościach względnych;
- M_z, m_z - moment zadany i jego wartość względna;
- M, M_m, M_s - moment elektromagnetyczny silnika, moment obciążenia i moment w elemencie sprężystym;
- M_N - moment znamionowy silnika;
- p - operator Laplace'a w zmienionej skali czasu;
- $p_m = \frac{dH}{dt}$ - pochodna momentu względem czasu;
- q - liczba pulsów przekształtnika tyrystorowego;
- s - operator Laplace'a;
- t - czas;
- t_0 - czas narastania momentu do wartości ustalonej;
- t_{ex} - czas wystąpienia maksymalnej wartości kąta skrećenia elementu sprężystego;

- T_{1t}, T_{2t} - stałe czasowe tłumienia przebiegów układu sprężystego;
 T_c - stała czasowa elementu sprężystego;
 T_i - czas zdwojenia regulatora kąta skreślenia typu PID;
 T_{m1}, T_{m2}, T_{m0} - mechaniczne stałe czasowe silnika, mechanizmu i elementu sprężystego;
 $T_{m1k}, T_{m1z}, T_{m2k}, T_{m2z}, T_{msk}$ - mechaniczne stałe czasowe związane z momentami bezwładności $J_{1k}, J_{1z}, J_{2k}, J_{2z}, J_{sk}$;
 T_φ - stała czasowa różniczkowania regulatora kąta skreślenia;
 T_μ - stała czasowa zamkniętego obwodu regulacji momentu elektromagnetycznego silnika;
 T_ω - czas zdwojenia regulatora prędkości typu PI;
 X - pochodna momentu elektromagnetycznego silnika;
 α - przemieszczenie katowe;
 β - względny współczynnik tłumienia przebiegów w zamkniętym układzie regulacji napędu;
 $\Delta A_0 = A_{01} - A_{0R} = A_{01} - A_{0s}$ - błąd amplitudy drgań modeli uproszczonych układu sprężystego dla $x=0$;
 $\Delta A_1 = A_{11} - A_{1R} = A_{11} - A_{1s}$ - błąd amplitudy drgań modeli uproszczonych układu sprężystego dla $x=1$;
 $\Delta A_\varphi = A_{\varphi 1} - A_{\varphi R} = A_{\varphi 1} - A_{\varphi s}$ - błąd amplitudy drgań kąta skreślenia modeli uproszczonych układu sprężystego;
 $\Delta \Omega_{eR} = \Omega_{ei} - \Omega_{eR}$ - błąd pulsacji drgań modelu Rayleigha układu sprężystego;
 $\Delta \Omega_{es} = \Omega_{e1} - \Omega_{es}$ - błąd pulsacji drgań modelu z bezinercyjnym połączeniem sprężystym;
 $\Delta \omega_2 = \hat{\omega}_2 - \omega_2$ - błąd odtwarzania prędkości katowej mechanizmu;
 $\Delta \varphi = \hat{\varphi} - \varphi$ - błąd odtwarzania kąta skreślenia elementu sprężystego;
 $\Delta \varphi_w$ - względna wartość przeregulowania kąta skreślenia;
 ζ, ζ_w - współczynnik tłumienia wiskotycznego, względny współczynnik tłumienia wiskotycznego;
 ζ_o - względny współczynnik tłumienia przebiegów obserwatora stanu;
 μ - współczynnik tłumienia wewnętrznego elementu sprężystego;
 ν - współczynnik zwielokrotnienia amplitudy oscylacji;
 ξ - względny współczynnik tłumienia przebiegów w zamkniętym układzie regulacji napędu;
 ρ - masa właściwa;

- σ - względny współczynnik tłumienia przebiegów w zamkniętym obwodzie regulacji momentu elektromagnetycznego silnika;
- $\tau = t\omega_0$ - czas względny;
- $\tau_0 = t_0\Omega_e$ - względny czas narastania momentu do wartości ustalonej;
- τ_c - stała czasowa elementu sprężystego (wartość względna);
- τ_i - czas zdwojenia regulatora kąta skrelenia typu PID (wartość względna);
- τ_m - mechaniczna stała czasowa (wartość względna);
- $\tau_{m1}, \tau_{m2}, \tau_{m0}$ - względne wartości mechanicznych stałych czasowych silnika, mechanizmu i elementu sprężystego;
- $\tau_{m1k}, \tau_{m1z}, \tau_{m2k}, \tau_{m2z}, \tau_{msk}$ - względne wartości mechanicznych stałych czasowych związanych z momentami bezwładności $J_{1k}, J_{1z}, J_{2k}, J_{2z}, J_{sk}$;
- τ_ψ - stała czasowa różniczkowania regulatora kąta skrelenia (wartość względna);
- τ_μ - stała czasowa zamkniętego obwodu regulacji momentu elektromagnetycznego silnika (wartość względna);
- τ_ω - czas zdwojenia regulatora prędkości typu PI (wartość względna);
- ϕ, φ - kąt skrelenia i względny kąt skrelenia elementu sprężystego;
- $\hat{\phi}$ - odtwarzany kąt skrelenia elementu sprężystego;
- Ω_1, ω_1 - prędkość katowa i względna prędkość katowa silnika;
- Ω_2, ω_2 - prędkość katowa i względna prędkość katowa mechanizmu za elementem sprężystym;
- $\hat{\omega}_2$ - odtwarzana prędkość katowa mechanizmu;
- Ω_e, ω_e - pulsacja i pulsacja względna drgań własnych nietłumionych napędu (układu sprężystego);
- Ω_{ek} - pulsacja k-tej postaci drgań nietłumionych modelu układu sprężystego o parametrach rozłożonych;
- Ω_{eR}, Ω_{es} - pulsacja drgań nietłumionych modelu Rayleigha układu sprężystego i modelu z bezinercyjnym połączeniem sprężystym;
- Ω_{et}, ω_{et} - pulsacja i pulsacja względna drgań własnych tłumionych napędu (układu sprężystego);
- Ω_f, ω_f - pulsacja i pulsacja względna drgań własnych nietłumionych mechanizmu;
- Ω_g, ω_g - pulsacja i pulsacja względna drgań własnych nietłumionych silnika;

- Ω_m - pulsacja oscylacji momentu wymuszającego drgania;
- Ω_N - prędkość znamionowa silnika;
- Ω_s - pulsacja napięcia sieci zasilającej;

Indeksy

- 1 - dotyczy silnika;
- 2 - dotyczy mechanizmu;
- 0 - dotyczy elementu sprężystego;
- N - dotyczy wartości znamionowych;
- R - dotyczy modelu Rayleigha układu sprężystego;
- s - dotyczy modelu z bezinercyjnym połączeniem sprężystym;
- u - dotyczy wartości ustalonych;

1. WPROWADZENIE

Elementy mechaniczne w systemie przeniesienia momentu układów elektromechanicznych mają skończoną sztywność i pod wpływem działających sił podlegają odkształceniom sprężystym (lub plastycznym). W większości przypadków odkształcenia te są pomijalnie małe i sprężystość połączeń mechanicznych nie ma wpływu na przebiegi czasowe wielkości elektrycznych i mechanicznych układu napędowego. Istnieje jednak grupa napędów, w których skończona sztywność połączeń mechanicznych wywiera istotny wpływ na ich właściwości dynamiczne. Należą do niej napędy górniczych maszyn wyciągowych, tasmociągów, walcarek, robotów przemysłowych, napędy w przemyśle włókienniczym, papierniczym, tworzyw sztucznych itp.

Obecność elementów sprężystych może być przyczyną powstania w układzie napędowym przebiegów oscylacyjnych wielkości elektrycznych i mechanicznych, co z kolei powoduje pogorszenie przebiegu procesu technologicznego, wzrost naprężeń w elementach układu mechanicznego, skrócenie żywotności napędu, pogorszenie jego niezawodności itp.

Początkowo problem elastyczności połączeń mechanicznych uwytłumiał się w układach elektromechanicznych silnie oscylacyjnych, w których częstotliwości (pulsacje) drgań własnych układu mechanicznego są stosunkowo małe, a ich amplitudy duże, na przykład w napędach tasmociągów i górniczych maszyn wyciągowych [7, 20, 22, 24, 27, 28, 29, 50, 58, 67, 88-91, 105]. Wprowadzenie energoelektronicznych układów zasilania silników elektrycznych oraz zastosowanie w nich nowoczesnych układów sterowania pozwoliło uzyskać udoskonalone właściwości dynamiczne elektromechanicznych przetworników energii. W wyniku tego klasa układów elektromechanicznych, w których przy analizie napędu i syntezy jego układu sterowania niezbędne jest uwzględnianie elastyczności więzów mechanicznych, obejmuje napędy o coraz wyższych wartościach pulsacji drgań własnych układu mechanicznego, np. napędy hutnicze, roboty przemysłowe [17, 18, 19, 21, 43, 51, 53, 84, 85, 86, 97], napędy dźwignic [26], radioteleskopów [71] itp.

Minimalizację wpływu elastyczności połączeń mechanicznych na pracę układu napędowego można uzyskać przy wykorzystaniu następujących środków:

1) zastosowanie specjalnych rozwiązań konstrukcyjnych części mechanicznej układu napędowego zwiększających jego sztywność lub powodujących tłumienie oscylacji [46, 52],

2) zastosowanie sterowanych tłumików mechanicznych [49],

3) ograniczenie pochodnych czasowych wielkości sterujących (ograniczenie przyspieszenia i pochodnej czasowej przyspieszenia) [20],

4) realizacja sterowania, które nie wzbudza oscylacji oraz tłumi oscylacje istniejące w układzie (wywołane np. zmiennym momentem obciążenia napędu) [58, 70, 89, 91, 111, 112],

5) synteza specjalnych układów automatycznej regulacji, w których możliwe jest uzyskanie dużego tłumienia oscylacji [2, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 21, 27-31, 34-37, 45, 51, 55, 74, 75, 82, 97, 101, 106, 113].

W praktyce największa rola odgrywają dwie ostatnie metody ograniczania wpływu sprężystości na właściwości dynamiczne układu napędowego i im poświęcono najwięcej uwagi w literaturze.

Do syntezy układów sterowania napędów z połączeniami sprężystymi wykorzystuje się najczęściej dwie metody:

1) teorii sterowania optymalnego, w której poszukuje się sterowania minimalizującego założony (na ogół kwadratowy) wskaźnik jakości [28, 45, 70],

2) teorii sterowania modalnego, w której dobiera się strukturę układu sterowania oraz parametry regulatorów tak, aby równanie charakterystyczne zamkniętego obwodu regulacji przyjęło znormalizowaną, założoną jako optymalną postać [9, 16, 54, 82].

W układach napędowych z elementami sprężystymi jako kryterium doboru parametrów obwodów regulacji przyjmuje się najczęściej uzyskanie dużego tłumienia oscylacji spowodowanych elastycznością więzów mechanicznych, a także ograniczenie przeregulowań i naprężeń mechanicznych w układzie elektromechanicznym oraz minimalizację czasu trwania stanów nieustalonych. Skuteczność tłumienia oscylacji spowodowanych obecnością elementu sprężystego w układzie napędowym w dużej mierze zależy od informacji o stanie obiektu regulacji. W napędach z połączeniami sprężystymi w wielu przypadkach nie są pomiarowo dostępne wszystkie zmienne stanu układu (na przykład prędkość mechanizmu za połączeniem sprężystym), stąd czynione są próby stosowania obserwatorów stanu do ich odtworzenia [12, 25, 33, 57, 96, 99].

W przypadku syntezy układu regulacji napędu z połączeniem sprężystym wg metody sterowania modalnego, przy braku dostępu do wszystkich zmiennych stanu, parametry zamkniętego obwodu regulacji momentu elektromagnetycznego silnika wywierają nie w pełni kontrolowany wpływ na przebiegi w nadrzędnym obwodzie regulacji i narzucają ograniczenia parametrów obiektu i nadrzędnego obwodu regulacji, na zewnątrz których właściwości napędu odbiegają od przyjętych do syntezy układu regulacji [34, 36, 82]. Obszar objęty ograniczeniami można rozszerzyć, jeżeli jako obieralny parametr zostanie przyjęty współczynnik tłumienia przebiegów w zamkniętym obwodzie regulacji momentu silnika [37] lub stała czasowa zamkniętego obwodu regulacji prądu (momentu) silnika obcowzbudnego prądu stałego [113].

Odrębnym zagadnieniem w analizie napędów z połączeniami sprężystymi i syntezie ich układów sterowania jest model dynamiczny i związany z nim opis matematyczny układu mechanicznego. Rzeczywiste elementy sprężyste są układami o parametrach rozłożonych, których drgania opisane są równaniem falowym. W syntezie układów sterowania stosuje się z reguły modele uproszczone układu sprężystego, najczęściej pomijające całkowicie zjawiska przestrzenne w elemencie sprężystym [9, 16, 40, 51, 55, 69, 85, 97]. Otrzymane na ich podstawie zależności na dobór parametrów układu sterowania przydatne są do ograniczonej klasy napędów, w których moment bezwładności elementu sprężystego jest mały w porównaniu z momentami bezwładności mas skupionych na jego końcach. Powstaje stąd zagadnienie poszukiwania i stosowania modeli, które z jednej strony opisywałyby z odpowiednią dokładnością właściwości dynamiczne szerszej klasy układów z elementami sprężystymi, a z drugiej umożliwiały rozwiązanie określonego problemu.

Jak już stwierdzono, stosowanie przekształtników energoelektronicznych do zasilania silników elektrycznych umożliwia uzyskanie bardzo dobrych właściwości dynamicznych układów napędowych (krótki czas narastania momentu elektromagnetycznego silnika). Inną cechą charakterystyczną tych układów napędowych są tętnienia momentu elektromagnetycznego silnika. Obydwa te czynniki wpływają na przebiegi przejściowe w napędach z połączeniami sprężystymi i należy je uwzględnić przy analizie tych układów.

1.1. Cel i zakres pracy

Praca niniejsza stanowi studium, którego celem jest poszukiwanie struktur układu sterowania i metod obliczania parametrów obwodów regulacji układów napędowych z połączeniami sprężystymi, zapewniających duże tłumienie oscylacji spowodowanych elastycznością wież mechanicznych. W pracy rozważa się układy z elementami sprężystymi, dla których charakterystyczne są drgania skrętne lub drgania wzdłużne. Nie wchodzi w zakres pracy układy, dla których charakterystyczne są drgania poprzeczne. Ich analizie czytelnik może znaleźć w literaturze, np. [1, 5, 6, 47].

Praca obejmuje następujące zagadnienia:

- określenie granic stosowalności modeli matematycznych układu mechanicznego z elementem sprężystym używanych w analizie i syntezie układów sterowania napędów z połączeniami sprężystymi,
- opracowanie metod syntezy układów sterowania i obliczania parametrów obwodów regulacji zapewniających maksymalne, dla danej struktury układu sterowania i parametrów obiektu regulacji, lub optymalne tłumienie oscylacji układu napędowego,
- analizę wpływu wartości współczynnika tłumienia i stałej czasowej wewnętrznej obwodu regulacji momentu elektromagnetycznego silnika na obliczenia parametrów nadrzednego obwodu regulacji oraz na właściwości dynamiczne układów napędowych z połączeniami sprężystymi,
- synteze obserwatora stanu układu napędowego z połączeniem sprężystym oraz opracowanie metody doboru jego parametrów.

Praca składa się z siedmiu rozdziałów. Rozdział pierwszy stanowi wprowadzenie. W rozdziale drugim przeprowadzono analizę porównawczą stosowanych modeli i opisów matematycznych układów mechanicznych z połączeniami sprężystymi. W wyniku tego przeglądu do analizy napędu z połączeniem sprężystym i syntezy jego układu regulacji, prowadzonych w następnych rozdziałach pracy, przyjęto model uwzględniający w sposób uproszczony zjawiska przestrzenne w elemencie sprężystym, tzw. model Rayleigha. Rozdział trzeci poświęcono omówieniu zależności między parametrami układu mechanicznego z elementem sprężystym a wielkościami charakteryzującymi przebieg momentu elektromagnetycznego silnika. Sformułowano w nim kryteria określające, kiedy w analizie układu

elektromechanicznego i syntezie jego układu sterowania można pominąć elastyczność połączeń mechanicznych i przyjąć model "sztywny" układu mechanicznego. Rozdział czwarty zawiera opracowaną przez autora metodę obliczania parametrów układu automatycznej regulacji napędu z połączeniem sprężystym zawierającego dodatkową pętlę sprzężenia zwrotnego od predkości mechanizmu za połączeniem sprężystym. Następnie metodę tę adaptowano do układu, w którym sprzężenie zwrotne od predkości mechanizmu nie występuje. Rozdział piąty dotyczy syntezy układu napędowego z połączeniem sprężystym z obwodem regulacji kąta skreślenia elementu sprężystego. W rozdziale szóstym przeprowadzono syntezę obserwatora stanu układu napędowego z elementem sprężystym. Podano metody wyznaczania jego współczynników w zastosowaniu do omówionych w rozdziałach czwartym i piątym układów regulacji, w przypadku niemierzalności momentu obciążenia układu napędowego. Ostatni rozdział, siódmy, zawiera podsumowanie najważniejszych wyników pracy oraz precyzuje wnioski końcowe. Pracę uzupełniono aneksem, w którym przedstawiono wyniki badań modelu fizycznego oraz badań symulacyjnych napędów pracujących w omawianych w pracy strukturach układu napędowego.

2. MODELE DYNAMICZNE UKŁADÓW Z POŁĄCZENIAMI SPRĘŻYSTYMI

W analizie układów elektromechanicznych z połączeniami sprężystymi oraz w syntezie ich obwodów regulacji ważnym zagadnieniem jest właściwy wybór modelu dynamicznego układu elektromechanicznego i związanego z tym modelu matematycznego. Należy tu szukać kompromisu między wymaganiami dokładności obliczeń a możliwością rozwiązania problemu przy zastosowaniu określonego modelu układu napędowego [41].

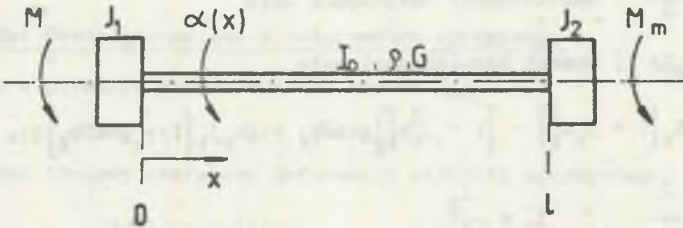
Poszczególne elementy układu elektromechanicznego mogą wykonywać ruch obrotowy lub liniowy i w związku z tym drgania skrotne (wały) lub drgania wzdluzne (prety, liny). Przy uwzględnieniu, że element sprężysty jest układem o stałych rozłożonych, drgania układu opisane są równaniem różniczkowym cząstkowym (równaniem falowym) [24, 42, 65, 93]. Modele matematyczne uwzględniające zjawiska przestrzenne w elementach sprężystych są na ogół stosowane do analizy zjawisk w układzie mechanicznym. Są również czasami stosowane do analizy układów elektromechanicznych [93, 94, 95], jak również do wyznaczania wielkości sterującej (wyznaczania sterowania) w celu uzyskania odpowiedniej trajektorii organu wykonawczego układu napędowego (np. ramienia robota przy rozważaniu drgań poprzecznych [5]). Natomiast ich przydatność do syntezy obwodów regulacji układów napędowych z połączeniami sprężystymi jest niewielka ze względu na dużą złożoność i uciążliwość obliczeń [95]. Do tych celów stosuje się powszechnie modele uproszczone układów z elementami sprężystymi, pomijające lub upraszczające zjawiska przestrzenne [10, 20, 50, 51, 55, 85, 97].

Poniżej porównano najczęściej stosowane modele dynamiczne układów sprężystych, określono ograniczenia zakresu stosowania tych modeli oraz oceniono ich przydatność do syntezy układów sterowania napędów z połączeniami sprężystymi. Ze względu na to, że zarówno drgania wzdluzne, jak i skrotne opisane są identycznymi równaniami różniczkowymi, opis i analiza zostały ograniczone do drgań skrotnych. Ponadto zostały przyjęte następujące założenia dotyczące układu mechanicznego:

- 1) w układzie mechanicznym występuje tylko jeden element sprężysty; pozostałe elementy układu uważa się za idealnie sztywne,
- 2) element sprężysty jest jednorodny i liniowy (podlega prawu Hooke'a),
- 3) element sprężysty rozważa się jako układ jednowymiarowy,
- 4) parametry układu mechanicznego są stałe w czasie.

2.1. Model układu z elementem sprężystym o parametrach rozłożonych

Analizowany układ składa się ze skupionych mas o momentach bezwładności względem osi obrotu J_1 i J_2 połączonych sprężystym wałem o równomiernie rozłożonych parametrach wzdłuż osi x (rys.2.1).



Rys.2.1. Model układu z elementem sprężystym o parametrach rozłożonych

Fig.2.1. Model of the system with distributed-constant elastic element

Przy pominięciu tłumienia wewnętrznego elementu sprężystego drgania układu opisane są równaniem falowym [24, 42]:

$$\frac{\partial^2 \alpha(x, t)}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 \alpha(x, t)}{\partial x^2} = 0, \quad (2.1)$$

w którym prędkość propagacji fali scinania a jest równa:

$$a = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \quad (2.2)$$

Dla zerowych warunków początkowych:

$$\alpha(x, 0) = 0, \quad \frac{d\alpha(x, 0)}{dt} = 0, \quad (2.3)$$

oraz określając dla układu z rys.2.1 warunki brzegowe:

$$J_1 \frac{\partial^2 \alpha(0, t)}{\partial t^2} - GI_0 \frac{\partial \alpha(0, t)}{\partial x} - M(t) = 0, \quad (2.4)$$

$$J_2 \frac{\partial^2 \alpha(l, t)}{\partial t^2} - GI_0 \frac{\partial \alpha(l, t)}{\partial x} + M_m(t) = 0 \quad (2.5)$$

otrzymuje się dla skokowej zmiany momentu $M(t) = M1(t)$ oraz $M_m(t) = 0$ rozwiązanie równania (2.1) dla składowej oscylacyjnej w postaci sumy rozwiązań szczególnych [24]:

$$\alpha(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4M}{cH_k b_k} \left(1 - \cos \frac{b_k a}{i} t \right) \left(\cos \frac{b_k}{l} x - j_1 b_k \sin \frac{b_k}{l} x \right) = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k(x, t) \quad (2.6)$$

w którym oznaczono:

$$c = \frac{GI_0}{l} \quad ; \text{współczynnik sztywności wału,}$$

$$J_0 = I_0 \rho \quad ; \text{moment bezwładności wału,}$$

$$H_k = 2b_k \left(1 + j_1 b_k^2 \right) - \left(1 - j_1^2 b_k^2 \right) \sin 2b_k + 2b_k j_1 \left(1 - \cos 2b_k \right) \quad ,$$

$$j_1 = \frac{J_1}{J_0} \quad , \quad j_2 = \frac{J_2}{J_0}$$

Wartości własne b_k drgań wału są pierwiastkami równania częstości [24]:

$$\operatorname{tg} b = \frac{b(j_1 + j_2)}{j_1 j_2 b^2 - 1} \quad (2.7)$$

k-ta wartość własna b_k określa k-tą pulsację drgań własnych układu Ω_{ek} :

$$\Omega_{ek} = b_k \frac{a}{l} = b_k \sqrt{\frac{c}{J_0}} \quad (2.8)$$

2.2. Uprozczone modele dynamiczne układów z elementami sprężystymi

Opisany w punkcie 2.1 model układu sprężystego uwzględniający zjawiska przestrzenne w elemencie sprężystym cechuje się nieskończoną liczbą stopni swobody oraz pulsacji i postaci drgań własnych, a równanie drgań jest równaniem różniczkowym cząstkowym. Taka jego postać nie jest dogodna do syntezy układów sterowania napędów z połączeniami sprężystymi [95] i dlatego

powszechnie stosowane są modele uproszczone, mimo gorszego w wielu przypadkach odwzorowania układu rzeczywistego.

Stosowane są najczęściej dwa stopnie uproszczenia:

1) uwzględnia się ciągły rozkład masy, lecz zakłada z góry rozkład naprężeń (odkształceń) wzdłuż długości elementu sprężystego (najczęściej rozkład liniowy); w publikacjach model ten nosi nazwę modelu Rayleigha [20]),

2) moment bezwładności (masę) elementu sprężystego uwzględnia się w masach skupionych na jego końcach lub pomija się je całkowicie. Połączenie sprężyste traktuje się jako bezinercyjną sprężynę i ewentualnie uwzględnia się tłumienie wewnętrzne. W dalszym ciągu pracy model ten nazywany jest modelem z bezinercyjnym elementem sprężystym.

2.2.1. Model Rayleigha układu z połączeniem sprężystym

Oznaczając w układzie przedstawionym na rys.2.1:

$$\alpha(0,t) = \alpha_1(t) , \quad \alpha(1,t) = \alpha_2(t) ,$$

oraz zakładając liniowy charakter deformacji elementu sprężystego:

$$\alpha(x,t) = \alpha_1(t) + \frac{\alpha_2(t) - \alpha_1(t)}{1} x \quad (2.9)$$

a także uwzględniając tłumienie wewnętrzne otrzymuje się równanie stanu:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_R \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_R \mathbf{u}(t) \quad (2.10)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.10a)$$

w którym oznaczono:

$$\mathbf{x}(t) = \left[\alpha_1(t) \quad \Omega_1(t) \quad \alpha_2(t) \quad \Omega_2(t) \right]^T , \quad \mathbf{u}(t) = \left[M(t) \quad M_m(t) \right]^T \quad (2.11)$$

$$\mathbf{A}_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-c}{J_{1z}} & \frac{-\mu}{J_{1z}} & \frac{c}{J_{1z}} & \frac{\mu}{J_{1z}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c}{J_{2z}} & \frac{\mu}{J_{2z}} & \frac{-c}{J_{2z}} & \frac{-\mu}{J_{2z}} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$B_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{1k}} & \frac{1}{J_{sk}} \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{J_{sk}} & \frac{1}{J_{2k}} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$J_{1z} = \frac{\left(J_1 + \frac{J_0}{3}\right)\left(J_2 + \frac{J_0}{3}\right) - \frac{J_0^2}{36}}{J_2 + \frac{J_0}{2}} = J_0 \frac{\left(J_1 + \frac{1}{3}\right)\left(J_2 + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{36}}{J_2 + \frac{1}{2}} \quad (2.14)$$

$$J_{2z} = \frac{\left(J_1 + \frac{J_0}{3}\right)\left(J_2 + \frac{J_0}{3}\right) - \frac{J_0^2}{36}}{J_1 + \frac{J_0}{2}} = J_0 \frac{\left(J_1 + \frac{1}{3}\right)\left(J_2 + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{36}}{J_1 + \frac{1}{2}} \quad (2.15)$$

$$J_{1k} = \frac{\left(J_1 + \frac{J_0}{3}\right)\left(J_2 + \frac{J_0}{3}\right) - \frac{J_0^2}{36}}{J_2 + \frac{J_0}{3}} = J_0 \frac{\left(J_1 + \frac{1}{3}\right)\left(J_2 + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{36}}{J_2 + \frac{1}{3}} \quad (2.16)$$

$$J_{2k} = \frac{\left(J_1 + \frac{J_0}{3}\right)\left(J_2 + \frac{J_0}{3}\right) - \frac{J_0^2}{36}}{J_1 + \frac{J_0}{3}} = J_0 \frac{\left(J_1 + \frac{1}{3}\right)\left(J_2 + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{36}}{J_1 + \frac{1}{3}} \quad (2.17)$$

$$J_{sk} = \frac{6 \left[\left(J_1 + \frac{J_0}{3}\right)\left(J_2 + \frac{J_0}{3}\right) - \frac{J_0^2}{36} \right]}{J_0} = J_0 \left[\left(j_1 + \frac{1}{3}\right)\left(j_2 + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{36} \right] \quad (2.18)$$

μ - współczynnik tłumienia wewnętrznego elementu sprężystego.

Dla skokowej zmiany momentu $M(t) = M_1(t)$ oraz $M_m = 0$ przebiegi drogi końców wału opisane są równaniami:

$$\alpha_1(t) = \frac{M}{J_1 + J_2 + J_0} \left\{ \frac{t^2}{2} + \frac{J_2 + 0.5J_0}{J_{1z} \Omega_e^2} \left[1 - e^{-\zeta t} \left(\cos \Omega_{et} t + \frac{\zeta}{\Omega_{et}} \sin \Omega_{et} t \right) \right] \right\} \quad (2.19)$$

$$\alpha_2(t) = \frac{M}{J_1 + J_2 + J_0} \left\{ \frac{t^2}{2} - \frac{J_1 + 0.5J_0}{J_{12}\Omega_e^2} \left[1 - e^{-\zeta t} \left(\cos\Omega_{et} + \frac{\zeta}{\Omega_{et}} \sin\Omega_{et} \right) \right] \right\} \quad (2.20)$$

w których oznaczono:

$$\Omega_e = \sqrt{c \left(\frac{1}{J_{1z}} + \frac{1}{J_{2z}} \right)} = \sqrt{\frac{c}{J_0}} \sqrt{\frac{J_1 + J_2 + 1}{J_1 J_2 + \frac{1}{3} (J_1 + J_2 + \frac{1}{4})}} \quad (2.21)$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{1}{J_{1z}} + \frac{1}{J_{2z}} \right) = \frac{\mu}{2J_0} \frac{J_1 + J_2 + 1}{J_1 J_2 + \frac{1}{3} (J_1 + J_2 + \frac{1}{4})} \quad (2.22)$$

$$\Omega_{et} = \sqrt{\Omega_e^2 - \zeta^2} = \Omega_{ev} \sqrt{1 - \zeta_w^2} \quad (2.23)$$

$$\zeta_w = \frac{\zeta}{\Omega_e} \quad (2.24)$$

2.2.2. Model z bezinercyjnym elementem sprężystym

Jeżeli moment bezwładności elementu sprężystego układu przedstawionego na rys.2.1 zostanie dołączony do momentów bezwładności J_1 i J_2 mas skupionych na jego końcach, otrzymuje się przedstawiony na rys.2.2 model układu z bezinercyjnym połączeniem sprężystym.

Model ten opisany jest równaniem stanu:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \alpha_1(t) \\ \Omega_1(t) \\ \alpha_2(t) \\ \Omega_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-c}{J_{10}} & \frac{-\mu}{J_{20}} & \frac{c}{J_{10}} & \frac{\mu}{J_{20}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c}{J_{20}} & \frac{\mu}{J_{20}} & \frac{-c}{J_{20}} & \frac{-\mu}{J_{20}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1(t) \\ \Omega_1(t) \\ \alpha_2(t) \\ \Omega_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{10}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{J_{20}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M(t) \\ M_m(t) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

w którym oznaczono:

$$J_{10} = J_1 + 0.5J_0, \quad J_{20} = J_2 + 0.5J_0$$

Przebieg drogi katowej początku i końca wału przy zerowych warunkach początkowych i skokowej zmianie momentu $M(t) = M_1(t)$ opisany jest zależnościami:

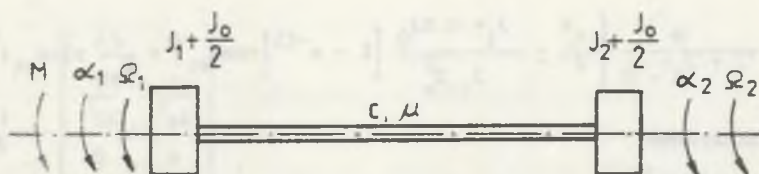


Рис.2.2. Model układu z bezinercyjnym połączeniem sprężystym

Fig.2.2. Model of the system with inertialess elastic element

$$\alpha_1(t) = \frac{M}{J_1 + J_2 + J_0} \left\{ \frac{t^2}{2} + \frac{J_{20}}{J_{10} \Omega_e^2} \left[1 - e^{-\zeta t} \left(\cos \Omega_{et} t + \frac{\zeta}{\Omega_{et}} \sin \Omega_{et} t \right) \right] \right\} \quad (2.26)$$

$$\alpha_2(t) = \frac{M}{J_1 + J_2 + J_0} \left\{ \frac{t^2}{2} - \frac{1}{\Omega_e^2} \left[1 - e^{-\zeta t} \left(\cos \Omega_{et} t + \frac{\zeta}{\Omega_{et}} \sin \Omega_{et} t \right) \right] \right\} \quad (2.27)$$

w których oznaczono:

$$\Omega_e = \sqrt{c \left(\frac{1}{J_{10}} + \frac{1}{J_{20}} \right)} = \sqrt{\frac{c}{J_0}} \sqrt{\frac{J_1 + J_2 + 1}{\left(J_1 + \frac{1}{2} \right) \left(J_2 + \frac{1}{2} \right)}} \quad (2.28)$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{1}{J_{10}} + \frac{1}{J_{20}} \right) = \frac{\mu}{2J_0} \frac{J_1 + J_2 + 1}{\left(J_1 + \frac{1}{2} \right) \left(J_2 + \frac{1}{2} \right)} \quad (2.29)$$

2.3. Analiza porównawcza stosowanych modeli układu z elementem sprężystym

Przyjmując model układu napędowego z połączeniem sprężystym opisany równaniem falowym jako wzorcowy, należy przy ocenie dokładności modeli uproszczonych brać pod uwagę następujące czynniki:

- modele uproszczone dla dwóch stopni swobody uwzględniają tylko pierwszą pulsację drgan własnych układu; należy więc ocenić, w jakich przypadkach pominięcie wyższych pulsacji drgan własnych jest dopuszczalne,
- jako miarę dokładności modeli uproszczonych układu z elementem sprężystym przyjęto błąd amplitudy i pulsacji drgan własnych tych modeli w stosunku do amplitudy i pulsacji pierwszej postaci drgan własnych modelu opisanego równaniem falowym.

Wyrażenia określające amplitudy drgan przy wymuszeniu skokiem jednostkowym momentu, oraz pulsacje drgan własnych analizowanych modeli zestawiono w tabeli 2.1.

Tabela 2.1

Wartosci amplitudy i pulsacji drgan nietłumionych analizowanych modeli układu sprężystego

Model układu sprężystego	Model opisany równaniem falowym	Model Rayleigha	Model z beziner-cyjnym połączeniem sprężystym
Pulsacja drgan nietłumionych Ω_e	$\Omega_{ek} = \sqrt{\frac{c}{J_0}} b_k$	$\Omega_{eR} = \sqrt{\frac{c}{J_0}} \cdot \sqrt{\frac{J_1+J_2+1}{J_1J_2+(J_1+J_2+0,25)/3}}$	$\Omega_{es} = \sqrt{\frac{c}{J_0}} \cdot \sqrt{\frac{J_1+J_2+1}{(J_1+0,5)(J_2+0,5)}}$
Amplituda drgan nietłumionych dla $x=0$	$A_{Ok} = \frac{M}{c} \frac{4}{H_k b_k}$	$A_{OR} = A_{Os} = \frac{M}{c} \left(\frac{J_2+0,5}{J_1+J_2+1} \right)^2$	
Amplituda drgan nietłumionych dla $x=1$	$A_{lk} = \frac{M}{c} \frac{4}{H_k b_k} \cdot \left(\cos b_k - J_1 b_k \sin b_k \right)$	$A_{lR} = A_{lS} = \frac{M}{c} \frac{(J_1+0,5)(J_2+0,5)}{(J_1+J_2+1)^2}$	
Amplituda drgan nietłumionych kąta skrećenia	$A_{\phi k} = \frac{M}{c} \frac{4}{H_k b_k} \cdot \left(1 - \cos b_k + J_1 b_k \sin b_k \right)$	$A_{\phi R} = A_{\phi S} = \frac{M}{c} \frac{J_2+0,5}{J_1+J_2+1}$	

Z zależności (2.8) otrzymuje się związek między względną długością l_w elementu sprężystego odniesiona do długości fali pierwszej pulsacji drgan własnych, a pierwiastkiem b_1 równania (2.7) dla pierwszej pulsacji drgan:

$$l_w = \frac{1}{l_1} = \frac{b_1}{2\pi} \quad (2.30)$$

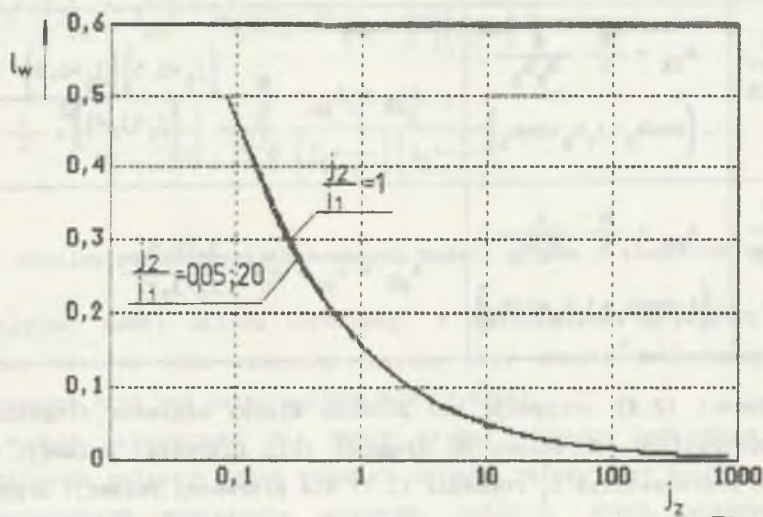
w którym l_1 jest długością fali pierwszej pulsacji drgan własnych układu:

$$l_1 = \frac{a}{\Omega_{e1}} \quad (2.31)$$

Z wykresu przedstawionego na rys.2.3 wynika, że względna długość l_w elementu sprężystego dla rozpatrywanego i spotykanego w praktyce zakresu zmian stosunku momentów bezwładności mas skupionych na jego końcach jest praktycznie jednoznaczna funkcja względnego zastępczego momentu bezwładności j_z modelu Rayleigha układu sprężystego określonego zależnością:

$$j_z = \frac{1}{J_0 \left(\frac{1}{J_{1z}} + \frac{1}{J_{2z}} \right)} \quad (2.32)$$

Oprócz pierwszej pulsacji drgan własnych istotny wpływ na kształt przebiegów mogą wywierać nieparzyste pulsacje drgan własnych, lecz ich amplitudy szybko maleją wraz ze wzrostem numeru pulsacji drgan własnych. Względne amplitudy trzeciej pulsacji drgan własnych odniesione do amplitudy pierwszej pulsacji drgan, w zależności od wartości względnego momentu bezwładności j_z , przedstawiono na rys.2.4. Wykresy przedstawione na rys.2.4 - rys.2.8 pozwalają ocenić dokładność modelu Rayleigha układu z elementem sprężystym w porównaniu z modelem opisanym równaniem falowym i określić



Rys.2.3. Zależność względnej długości l_w elementu sprężystego od względnego zastępczego momentu bezwładności j_z układu

Fig.2.3. Dependence of relative value l_w of the elastic element on relative vicarious moment of inertia j_z of the system

maksymalna względna długość elementu sprężystego l_w , lub minimalna wartość względnego momentu bezwładności j_z , dla których przy określonych wymaganiach dotyczących wierności odwzorowania przebiegów model ten może być stosowany.

Na wykresach oznaczono:

$$\Delta\Omega_{eR} = \Omega_{eR} - \Omega_{e1} \quad , \quad (2.33)$$

$$\Delta\Omega_{es} = \Omega_{es} - \Omega_{e1} \quad , \quad (2.34)$$

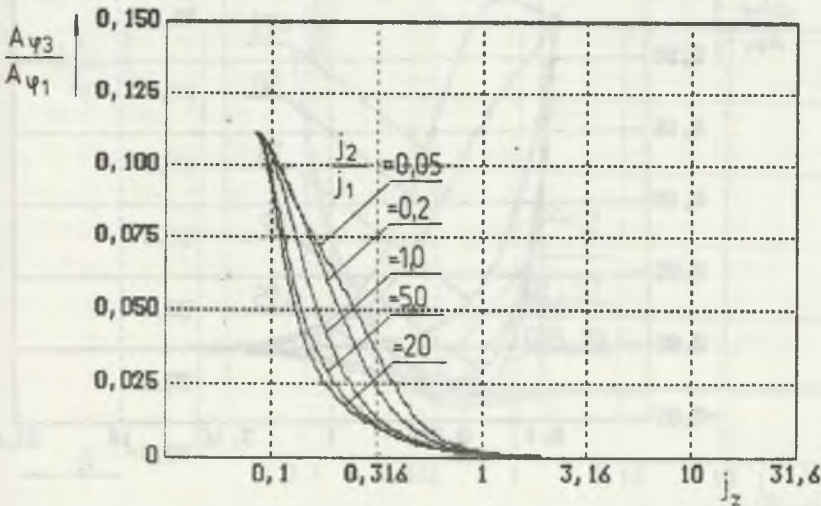
$$\Delta A_{\varphi} = A_{\varphi R} - A_{\varphi 1} = A_{\varphi s} - A_{\varphi 1} \quad , \quad (2.35)$$

$$\Delta A_0 = A_{0R} - A_{01} = A_{0s} - A_{01} \quad , \quad (2.36)$$

$$\Delta A_1 = A_{1R} - A_{11} = A_{1s} - A_{11} \quad , \quad (2.37)$$

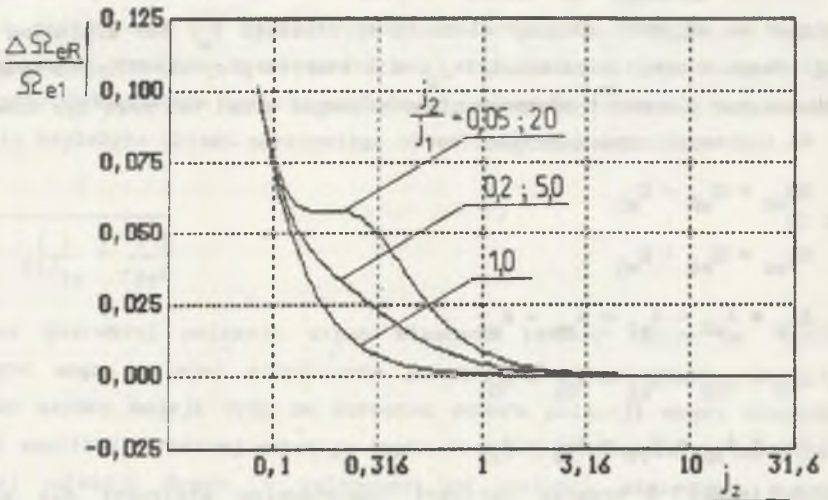
gdzie indeks 1 oznacza wartości odpowiednich wielkości dla pierwszej pulsacji drgan modelu o parametrach rozłożonych.

Ocenę dokładności modelu z bezinercyjnym elementem sprężystym w stosunku do modelu opisanego równaniem falowym przeprowadzić można na podstawie wykresów przedstawionych na rys.2.6 - rys.2.9.



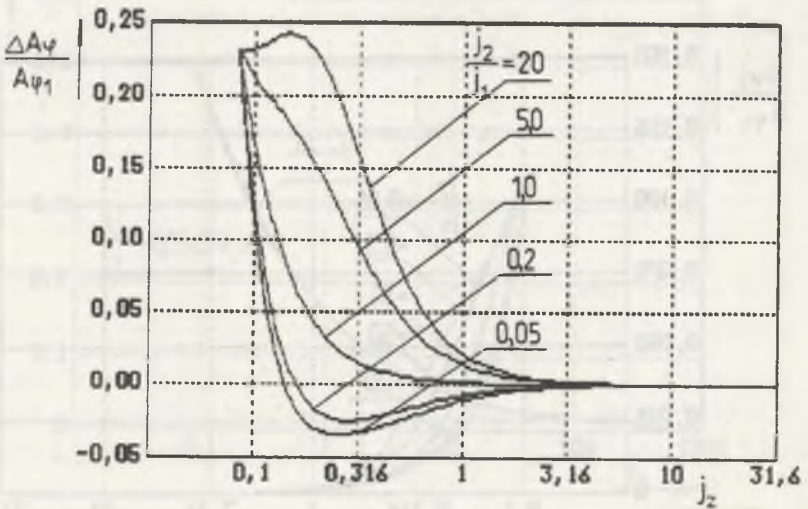
Rys.2.4. Zależność względnej amplitudy trzeciej pulsacji drgan własnych układu sprężystego od parametru j_z

Fig.2.4. Dependence of relative amplitude of third free vibrations frequency of elastic system on parameter j_z



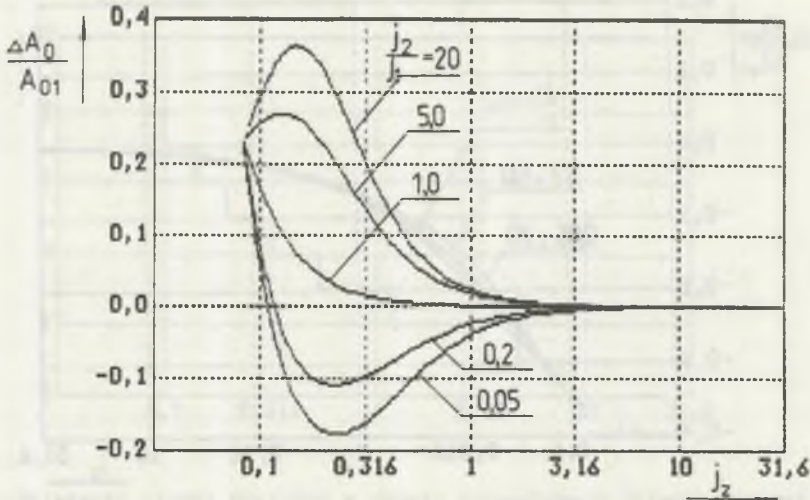
Rys. 2.5. Zależność względnego błędu pulsacji oscylacji modelu Rayleigha układu sprężystego od parametru j_z

Fig. 2.5. Dependence of relative error of oscillations frequency for Rayleigh's model of elastic system on parameter j_z



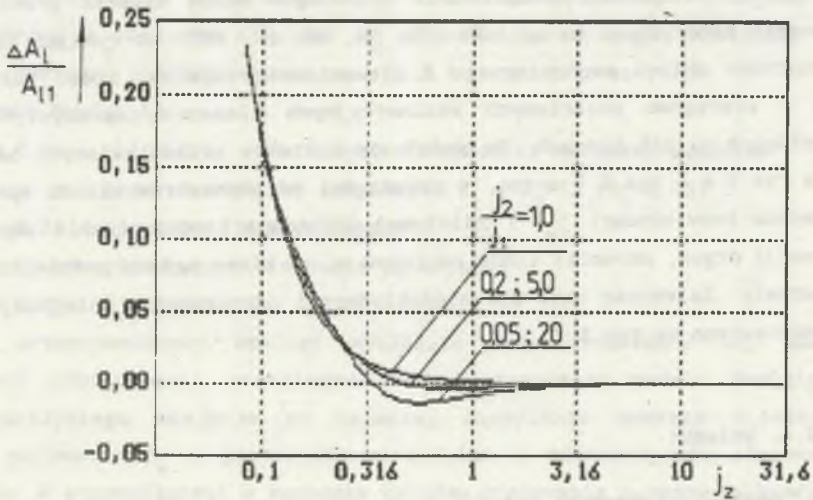
Rys. 2.6. Zależność względnego błędu amplitudy oscylacji kąta skreńczenia modeli uproszczonych układu sprężystego od parametru j_z

Fig. 2.6. Dependence of relative error of oscillations amplitude of the torsion angle for the simplified models of elastic system on parameter j_z



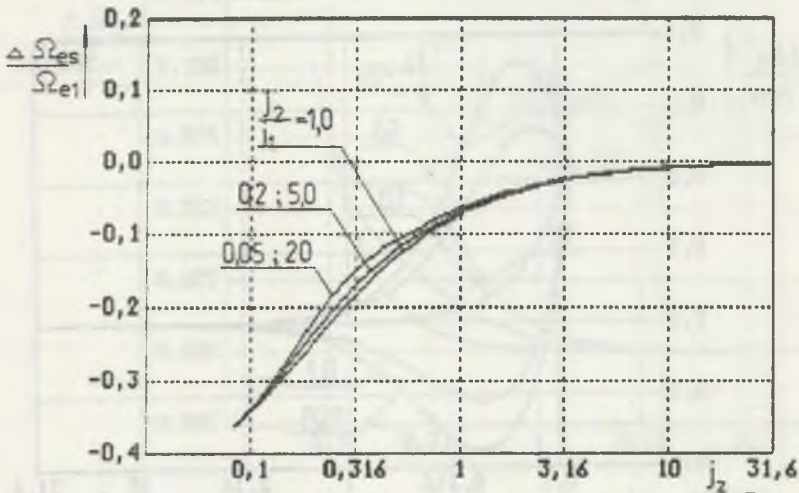
Rys.2.7. Zależność względnego błędu amplitudy oscylacji modeli uproszczonych układu sprężystego dla $x=0$ od parametru j_z

Fig.2.7. Dependence of relative error of oscillations amplitude for the simplified models of elastic system and $x=0$ on parameter j_z



Rys.2.8. Zależność względnego błędu amplitudy oscylacji modeli uproszczonych układu sprężystego dla $x=1$ od parametru j_z

Fig.2.8. Dependence of relative error of oscillations amplitude for simplified models of elastic system and $x=1$ on parameter j_z



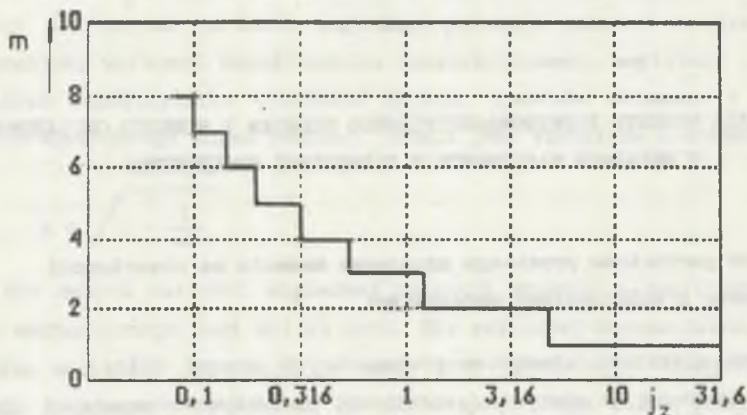
Rys.2.9. Zależność względnego błędu pulsacji oscylacji modelu z bezinercyjnym połączeniem sprężystym od parametru j_z

Fig.2.9. Dependence of relative error of oscillations frequency for the model with inertialess elastic element on parameter j_z

Wzrost dokładności odwzorowania przebiegów można uzyskać przez podział elementu sprężystego na odcinki [20, 50, 58, 67, 88], otrzymując tzw. model łańcuchowy układu mechanicznego z elementem sprężystym. Model taki składa się z szeregowo połączonych bezinercyjnych elementów sprężystych i mas skupionych na ich końcach. Na podstawie wykresów przedstawionych na rys.2.3 oraz rys.2.6 - rys.2.9 można, w zależności od parametrów układu sprężystego (momentu bezwładności j_z) i założonej dokładności odwzorowania amplitudy i pulsacji drgań, określić ilość odcinków m , na które należy podzielić element sprężysty. Zależność taka dla niedokładności odwzorowania mniejszej od 0,01 przedstawiono na rys.2.10.

2.4. Wnioski

1. Modele uproszczone układów z elementami sprężystymi można stosować do analizy układów elektromechanicznych i syntezy ich układów sterowania w ograniczonym zakresie stosunku długości elementu sprężystego do długości fali pierwszej pulsacji drgań własnych układu. Na przykład jeżeli założy się



Rys.2.10. Zależność ilości odcinków m modelu łańcuchowego układu sprężystego od parametru j_z przy założonej niedokładności odwzorowania przebiegów mniejszej od 1%

Fig.2.10. Dependence of number of segments of the chain model elastic system on parameter j_z for given error of waveforms less than 1%

względna niedokładność odwzorowania amplitudy i pulsacji drgań mniejszą od 0,01, maksymalne względne długości l_w elementu sprężystego, określone na podstawie wykresów przedstawionych na rys.2.4 - rys.2.9, są równe:

- dla modelu Rayleigha

$$l_w \leq 0,11 \quad (j_z \geq 2,1) \quad \text{dla dużych niesymetrii wartości momentów bezwładności mas skupionych } J_1 \text{ i } J_2 \quad (J_1/J_2=0,05),$$

$$l_w \leq 0,24 \quad (j_z \geq 0,44) \quad \text{dla przypadku } J_1 = J_2$$

- dla modelu z bezinercyjnym elementem sprężystym

$$l_w \leq 0,05 \quad (j_z \geq 10,1).$$

2. Z przeprowadzonej analizy wynika, że przy zachowaniu tej samej dokładności odwzorowania przebiegów zakres stosowania modelu Rayleigha układu sprężystego obejmuje co najmniej dwukrotnie szerszy przedział wartości parametru l_w w porównaniu z modelem o bezinercyjnym elemencie sprężystym. W szczególności w syntezie układów sterowania napędów, w których moment bezwładności elementu sprężystego jest porównywalny z momentem bezwładności mas skupionych, należy stosować model Rayleigha układu sprężystego.

3. ANALIZA MOMENTU ELEKTROMAGNETYCZNEGO SILNIKA I MOMENTU OBCIĄŻENIA W UKŁADACH NAPEDOWYCH Z ELEMENTAMI SPRĘŻYSTYMI

3.1. Wpływ parametrów przebiegu czasowego momentu na właściwości napędów z połączeniami sprężystymi

Jakkolwiek większość elementów przenoszących moment (siłę) w układach elektromechanicznych ma charakter sprężysty, to wpływ sprężystości ujawnia się tylko w niektórych napędach. Związane jest to z wartością pulsacji zmian momentu lub wartością pochodnej momentu względem czasu (czasu narastania momentu do wartości ustalonej) w stosunku do wartości pulsacji drgań własnych układu mechanicznego.

3.1.1. Wymuszenie harmoniczne

Przy przebiegu harmonicznym momentu silnika lub momentu obciążenia wielkością charakteryzującą właściwości dynamiczne układu sprężystego jest współczynnik zwielokrotnienia amplitudy ν określony zależnością [42], [65]:

$$\nu = \frac{1}{\sqrt{(1-e^2)^2 + 4\zeta_w^2 e^2}}, \quad (3.1)$$

w której oznaczono:

$$e = \frac{\Omega_m}{\Omega_e} - \text{względna pulsacja oscylacji momentu w stosunku do pulsacji drgań własnych układu mechanicznego.}$$

Z analizy zależności (3.1), której wykres przedstawiono na rys.3.1, wynikają następujące warunki, z których spełnienie jednego umożliwia pominięcie wpływu sprężystości układu przy wymuszeniach harmonicznych.

1. Wzrost amplitudy oscylacji nigdy nie występuje, jeżeli wartość względnego współczynnika tłumienia oscylacji układu ζ_w spełnia nierówność:

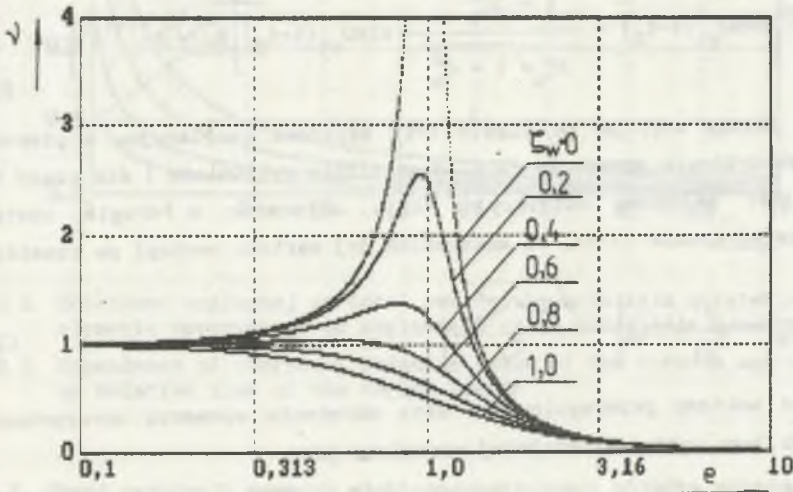
$$\zeta_w \geq \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad (3.2)$$

2. Niezależnie od wartości względnego współczynnika tłumienia układu mechanicznego ζ_w , współczynnik wzrostu amplitudy oscylacji ν jest bliski jedności dla małych wartości względnej pulsacji momentu e . Dla założonej dopuszczalnej wartości współczynnika zwielokrotnienia amplitudy ν oraz przy pominięciu współczynnika tłumienia układu, zjawiska związane z obecnością elementu sprężystego można pominąć, jeżeli jest spełniona nierówność:

$$e \leq \sqrt{1 - \frac{1}{\nu}} \quad (3.3)$$

3. Dla dużych wartości względnej pulsacji momentu e amplituda oscylacji układu mechanicznego jest bliska zeru. Dla założonej dopuszczalnej względnej wartości amplitudy oscylacji ν oraz przy pominięciu tłumienia układu, zjawiska związane z obecnością elementu sprężystego można pominąć, jeżeli jest spełniona nierówność:

$$e \geq \sqrt{1 + \frac{1}{\nu}} \quad (3.4)$$



Rys.3.1. Zależność współczynnika zwielokrotnienia amplitudy ν od względnej pulsacji oscylacji momentu e

Fig.3.1. Dependence of amplitude increase coefficient ν on relative frequency of oscillations of the torque e

3.1.2. Wymuszenie zmienne liniowo w czasie

W układach rzeczywistych moment silnika lub moment obciążenia układu napędowego nie zmieniają się w sposób skokowy, lecz narastają w czasie, na ogół ze zmienną w czasie pochodną. W celu analizy wpływu czasu narastania lub opadania momentu do wartości ustalonej na przebiegi przejściowe w napędzie z elementem sprężystym obliczono przebiegi w układzie przy wymuszeniu momentem o przebiegu w czasie opisanym zależnością:

$$M(t) = p_m \left[t - 1(t-t_0) \right] (t - t_0) \quad (3.5)$$

Rozwiązując równanie stanu (2.12) modelu Rayleigha układu sprężystego, z uwzględnieniem wyrażenia (3.5), otrzymuje się zależność opisująca przebieg kąta skreślenia elementu sprężystego dla czasu $t > t_0$:

$$\begin{aligned} \phi(t) = & \frac{p_m}{J_{12} \Omega^2 e} \left\{ t_0 + \frac{2\zeta_w}{\Omega_e} \left[\cos \Omega_e t - \frac{1 - 2\zeta_w^2}{2\zeta_w \sqrt{1 - \zeta_w^2}} \sin \Omega_e t \right] e^{-\zeta_w \Omega_e t} + \right. \\ & \left. - \frac{2\zeta_w}{\Omega_e} \left[\cos \Omega_e (t-t_0) - \frac{1 - 2\zeta_w^2}{2\zeta_w \sqrt{1 - \zeta_w^2}} \sin \Omega_e (t-t_0) \right] e^{-\zeta_w \Omega_e (t-t_0)} \right\} \quad (3.6) \end{aligned}$$

Jeżeli założy się, że po czasie $t=t_0$ składowa oscylacyjna w pierwszym nawiasie kwadratowym wyrażenia (3.6) jest silnie wytłumiona i dla czasu $t > t_0$ istotna jest składowa oscylacyjna kąta skreślenia w drugim nawiasie kwadratowym wyrażenia (3.6), to maksymalna jej wartość wystąpi po czasie:

$$t_{ex} = t_0 + \frac{1}{\Omega_e} \arctg \left(- \frac{\sqrt{1 - \zeta_w^2}}{\zeta_w} \right) \quad (3.7)$$

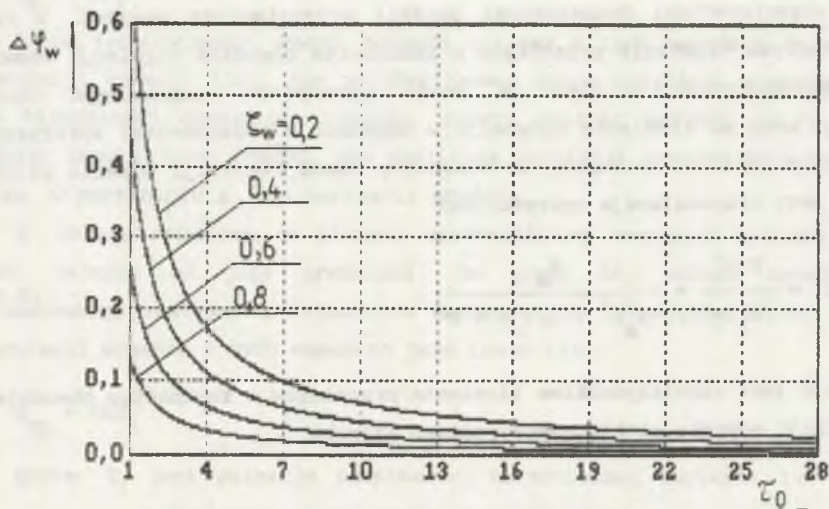
Względna wartość przeregulowania kąta skreślenia elementu sprężystego w stosunku do jego wartości ustalonej określona jako:

$$\Delta \phi_w = \frac{\phi_{max} - \phi_{ust}}{\phi_{ust}} \quad (3.8)$$

gdzie: ϕ_{max} , ϕ_{ust} - maksymalna i ustalona wartość kąta skreślenia, dla trapezowego w czasie przebiegu momentu jest równa:

$$\Delta\varphi_w = \frac{1}{t_0\Omega_e} \left[\frac{1 - 2\zeta_w^2}{\sqrt{1 - \zeta_w^2}} \sin\Omega_{et}(t_{ex} - t_0) - 2\zeta_w \cos\Omega_{et}(t_{ex} - t_0) \right] e^{-\zeta_w\Omega_e(t_{ex} - t_0)} \quad (3.9)$$

Wykres zależności względnej wartości przeregulowania kąta skrelenia elementu sprężystego $\Delta\varphi_w$ od względnej wartości czasu narastania momentu określonej jako $\tau_0 = t_0\Omega_e$, dla różnych wartości współczynnika tłumienia ζ_w przedstawiono na rys.3.2. Dla przyjętej jako pomijalnie mała wartości przeregulowania $\Delta\varphi_w$ pozwala on określić minimalną wartość parametru τ_0 , dla której układ napędowy można traktować jako niesprężysty (sztywny).



Rys.3.2. Zależność względnej wartości przeregulowania kąta skrelenia elementu sprężystego od względnego czasu narastania momentu τ_0

Fig.3.2. Dependence of overshoot relative value of the torsion angle on relative time of the torque growth

3.2. Obwód regulacji momentu elektromagnetycznego silnika układów napędowych z połączeniami sprężystymi

Jakkolwiek w układach napędowych moment elektromagnetyczny silnika nie jest na ogół wielkością bezpośrednio regulowaną, to występują w nich z reguły wewnętrzne obwody regulacji wielkości kształtujących moment silnika.

np. obwód regulacji prądu wirnika silnika obcowzbudnego prądu stałego, a w silniku asynchronicznym sterowanym częstotliwościowo obwody regulacji pulsacji wirnika ω_r lub składowej i_{sy} prądu stojana w układzie orientacji wektora pola [61]. Z tego względu dla uzyskania zależności ogólnych, dotyczących zarówno napędów z silnikami prądu stałego, jak i przemiennego przyjęto, że wewnętrznym obwodem regulacji jest obwód regulacji momentu elektromagnetycznego silnika.

W analizie napędów z połączeniami sprężystymi i w syntezie ich układów sterowania przyjmuje się najczęściej, że zamknięty obwód regulacji prądu (momentu) silnika jest elementem inercyjnym pierwszego rzędu [14, 45, 55], lub oscylacyjnym o współczynniku tłumienia $\sigma = \sqrt{2}/2$ [34, 82]. W rzeczywistych układach napędowych obwód regulacji momentu może się charakteryzować innymi właściwościami dynamicznymi aniżeli przedstawione powyżej. W celu analizy wpływu tłumienia przebiegów w zamkniętym obwodzie regulacji momentu elektromagnetycznego silnika na dobór parametrów nadrzędnego obwodu regulacji oraz na tłumienie oscylacji w napędach z połączeniami sprężystymi przyjęto do dalszych rozważań, że zamknięty obwód regulacji momentu silnika opisany jest transmitancją operatorową:

$$G_{zm}(s) = \frac{M(s)}{M_z(s)} = \frac{K_m}{T_\mu^2 s^2 + 2\sigma T_\mu s + 1}, \quad (3.10)$$

gdzie σ jest współczynnikiem tłumienia przebiegów w zamkniętym obwodzie regulacji momentu elektromagnetycznego silnika.

3.3. Wpływ oscylacji momentu silnika na właściwości układów napędowych z połączeniami sprężystymi

Charakterystyczna cecha przekształtnikowych układów napędowych są oscylacje momentu elektromagnetycznego silnika. Oscylacje te są niezależne od parametrów układu regulacji napędu i w sposób "niekontrolowany" wpływają na właściwości dynamiczne układu napędowego z połączeniami sprężystymi. Dlatego parametry energoelektronicznego układu zasilania silnika oraz sposób sterowania przekształtnika należy dobrać w taki sposób, aby zminimalizować wpływ oscylacji momentu elektromagnetycznego silnika na przebiegi w układzie napędowym z połączeniami sprężystymi.

Ze względu na częstotliwość oscylacji momentu elektromagnetycznego silnika układy napędowe podzielić można na dwie grupy.

1. Układy, w których częstotliwość oscylacji momentu silnika jest stała i niezależna od jego prędkości. Do grupy tej należą napędy prądu stałego z prostownikami sterowanymi lub przekształtnikami typu dc-dc o stałej częstotliwości impulsowania. Podstawowa pulsacja momentu Ω_m tych napędów dla przekształtników sterowanych fazowo jest równa:

$$\Omega_m = q\Omega_s, \quad (3.11)$$

gdzie q jest liczba pulsów przekształtnika,

a dla przekształtników typu dc-dc:

$$\Omega_m = 2\pi f_1, \quad (3.12)$$

Dobór indukcyjności obwodu pozwala wpływać w tych napędach na amplitudę oscylacji momentu [32]. Aby zminimalizować wpływ oscylacji momentu silnika na właściwości dynamiczne napędu, należy spełnić warunek (3.4) lub tak dobrać indukcyjność obwodu, aby amplituda oscylacji momentu była pomijalnie mała w porównaniu z jego wartością średnią.

2. Układy napędowe, w których częstotliwość oscylacji momentu silnika jest zależna od jego prędkości. Do grupy tej należą napędy prądu przemiennego zasilane z falowników napięcia lub falowników prądu. Pulsacja oscylacji momentu w tych napędach jest równa [61]:

$$\Omega_{mg} = 6k\Omega_1, \quad (3.13)$$

gdzie: Ω_1 jest pulsacja podstawowej harmonicznej napięcia lub prądu wyjściowego przemiennika częstotliwości,

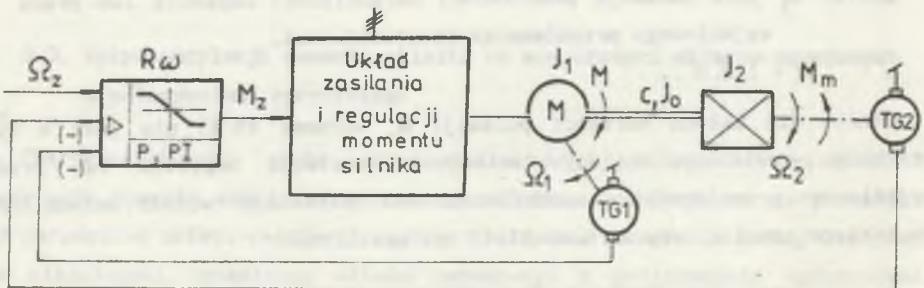
$$k = 1, 2, 3, \dots$$

Jeżeli dla małych wartości pulsacji Ω_1 warunek (3.4) nie jest w tym przypadku spełniony, należy zastosować modulację napięcia lub prądu wyjściowego przemiennika częstotliwości [63] eliminując wyższe harmoniczne do takiego rzędu h , aby warunek (3.4) był spełniony.

4. UKŁAD NAPĘDOWY Z POŁĄCZENIEM SPRĘŻYSTYM Z DODATKOWĄ PĘTLĄ SPRĘŻENIA ZWROTNEGO OD PRĘDKOŚCI MECHANIZMU

4.1. Struktura układu sterowania

Schemat funkcjonalny analizowanego układu napędowego przedstawiony jest na rys. 4.1. Silnik o momencie bezwładności J_1 napędza mechanizm o momencie bezwładności J_2 za pośrednictwem elementu sprężystego o sztywności c i momencie bezwładności J_0 . Układ sterowania składa się z wewnętrznego obwodu regulacji momentu elektromagnetycznego silnika i nadrzednego obwodu regulacji prędkości z regulatorem $R\omega$. Do regulatora prędkości wprowadzono sygnały sprzężenia zwrotnego od prędkości silnika Ω_1 i prędkości mechanizmu Ω_2 . W przypadku gdy prędkość mechanizmu jest pomiarowo niedostępna, do jej odtworzenia można zastosować obserwator o strukturze przedstawionej w literaturze, np. [96, 99], lub w rozdziale szóstym niniejszej pracy.



Rys. 4.1. Schemat funkcjonalny układu napędowego z połączeniem sprężystym z dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości mechanizmu

Fig. 4.1. Functional diagram of the drive with elastic joint and with additional feedback of the load velocity

Do analizy napędu przyjęto model Rayleigha układu sprężystego. Założono także, że na tłumienie przebiegów w zamkniętym układzie regulacji decydujący wpływ wywierają parametry tego układu, natomiast wpływ tłumienia wewnętrznego elementu sprężystego jest niewielki. Przyjęto więc do dalszej analizy, że współczynnik tłumienia $\mu=0$.

Zakładając liniowość i stacjonarność obiektu regulacji oraz uwzględniając zależności (2.10) i (3.9), otwarty obwód regulacji prędkości układu napędowego przedstawionego na rys. 4.1. opisany jest równaniem stanu:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad , \quad (4.1)$$

$$x(0) = x_0 \quad , \quad (4.1a)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} M \\ X \\ \Omega_1 \\ \Phi \\ \Omega_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{T_\mu^2} & -\frac{2\sigma}{T_\mu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{1k}} & 0 & 0 & -\frac{c}{J_{1z}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{1}{J_{sk}} & 0 & 0 & \frac{c}{J_{2z}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ X \\ \Omega_1 \\ \Phi \\ \Omega_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{K_m}{T_\mu^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{sk}} \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_{2k}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_z \\ M_m \end{bmatrix} \quad , \quad (4.2)$$

gdzie X jest pochodna momentu elektromagnetycznego silnika podług czasu.

Wektor wejść układu $u(t)$ obejmuje sygnał sterujący $M_z(t)$ oraz zakłócenie, którym jest moment obciążenia $M_m(t)$. Po wprowadzeniu wielkości odniesienia:

$$\begin{aligned} \Omega_{od} &= \Omega_N \quad , \quad M_{od} = M_N \quad , \quad \Phi_{od} = \frac{M_N}{c} \quad , \\ M_{zod} &= \frac{M_N}{K_m} \quad , \quad \Omega_{zod} = K_1 \Omega_N \quad . \end{aligned} \quad (4.3)$$

gdzie K_1 jest współczynnikiem wzmocnienia w torze pomiaru prędkości Ω_1 ,

rownanie (4.2) w wielkościach względnych przyjmuje postać:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} m \\ x \\ \omega_1 \\ \varphi \\ \omega_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{T_\mu^2} & -\frac{2\sigma}{T_\mu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_{m1k}} & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{m1z}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_c} & 0 & -\frac{1}{T_c} \\ -\frac{1}{T_{msk}} & 0 & 0 & \frac{1}{T_{m2z}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ x \\ \omega_1 \\ \varphi \\ \omega_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{T_\mu^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{msk}} \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_{m2k}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_z \\ m_m \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

w którym poszczególne mechaniczne stałe czasowe są równe:

$$T_{m1k} = \frac{J_{1k} \Omega_N}{M_N}, \quad T_{m2k} = \frac{J_{2k} \Omega_N}{M_N}, \quad T_{msk} = \frac{J_{sk} \Omega_N}{M_N},$$

$$T_{m1z} = \frac{J_{1z} \Omega_N}{M_N}, \quad T_{m2z} = \frac{J_{2z} \Omega_N}{M_N} \quad (4.5)$$

a stała czasowa sprężystości elementu sprężystego:

$$T_c = \frac{M_N}{c \Omega_N} \quad (4.6)$$

Wyznaczając transformate Laplace'a wektora stanu $x(t)$ równania (4.4) dla zerowych warunków początkowych otrzymuje się równanie operatorowe:

$$\begin{bmatrix} m(s) \\ x(s) \\ \omega_1(s) \\ \varphi(s) \\ \omega_2(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{M_p(s)} \begin{bmatrix} s T_{m1k} (s^2 + \Omega_e^2) \\ s^2 T_{m1k} (s^2 + \Omega_e^2) \\ s^2 + \Omega_f^2 \\ s \left(T_{m2} + \frac{T_{m0}}{2} \right) \Omega_f^2 \\ -s^2 A_2 + \Omega_f^2 \end{bmatrix} m_z(s) + \frac{1}{M_q(s)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ s^2 A_1 - \Omega_g^2 \\ s \left(T_{m1} + \frac{T_{m0}}{2} \right) \Omega_g^2 \\ - \left(s^2 + \Omega_g^2 \right) \end{bmatrix} m_m(s) \quad (4.7)$$

w którym oznaczono:

$$M_p(s) = s T_{m1k} \left(T_\mu^2 s^2 + 2\sigma T_\mu s + 1 \right) (s^2 + \Omega_e^2) \quad (4.8)$$

$$M_q(s) = sT_{m2k} \left(s^2 + \Omega_e^2 \right) \quad (4.9)$$

$$A_1 = \frac{T_{m0}}{6 \left(T_{m1} + \frac{1}{3} T_{m0} \right)} \quad , \quad A_2 = \frac{T_{m0}}{6 \left(T_{m2} + \frac{1}{3} T_{m0} \right)} \quad (4.10)$$

Pulsacje drgan własnych silnika Ω_g i mechanizmu Ω_f określone są zależnościami:

$$\Omega_g = \sqrt{\frac{1}{T_c \left(T_{m1} + T_{m0}/3 \right)}} = \sqrt{\frac{c}{J_1 + J_0/3}} \quad (4.11)$$

$$\Omega_f = \sqrt{\frac{1}{T_c \left(T_{m2} + T_{m0}/3 \right)}} = \sqrt{\frac{c}{J_2 + J_0/3}} \quad (4.12)$$

a mechaniczne stałe czasowe silnika T_{m1} , mechanizmu T_{m2} i elementu sprężystego T_{m0} opisują zależnościami:

$$T_{m1} = \frac{J_1 \Omega_N}{M_N} \quad , \quad T_{m2} = \frac{J_2 \Omega_N}{M_N} \quad , \quad T_{m0} = \frac{J_0 \Omega_N}{M_N} \quad (4.13)$$

Uwzględniając, że transmitancja operatorowa regulatora prędkości w wielkościach względnych jest równa:

$$G_\omega(s) = G_{r\omega}(s) \frac{K_1 \Omega_N K_m}{M_N} \quad (4.14)$$

otrzymuje się dla zamkniętego obwodu regulacji prędkości układu napędowego z połączeniem sprężystym transmitancje przewodnie:

$$G_{\omega 1}(s) = \frac{\omega_1(s)}{\omega_z(s)} = \frac{G_\omega(s) \left(s^2 + \Omega_f^2 \right)}{M_1(s)} \quad (4.15)$$

$$G_{\omega 2}(s) = \frac{\omega_2(s)}{\omega_z(s)} = \frac{G_\omega(s) \left(-s^2 A_2 + \Omega_f^2 \right)}{M_1(s)} \quad (4.16)$$

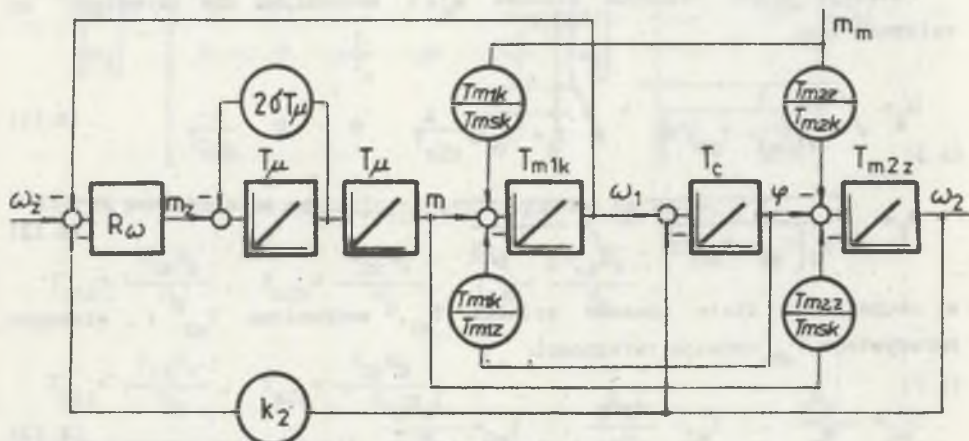
w których oznaczono:

$$M_1(s) = sT_{m1k} \left(T_\mu^2 s^2 + 2\sigma T_\mu s + 1 \right) \left(s^2 + \Omega_e^2 \right) + G_\omega(s) \left[s^2 \left(1 - k_2 A_2 \right) + \Omega_f^2 \left(1 + k_2 \right) \right] \quad (4.17)$$

$$k_2 = \frac{K_2}{K_1} \quad (4.18)$$

gdzie K_2 jest wzmocnieniem układu pomiaru prędkości Ω_2 .

Schemat blokowy układu napędowego z połączeniem sprężystym, którego schemat funkcjonalny przedstawia rys.4.1 pokazano na rys.4.2.



Rys.4.2. Schemat blokowy układu napędowego z połączeniem sprężystym z dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości mechanizmu

Fig.4.2. Block diagram of the drive with elastic joint and with additional feedback of the load velocity

4.2. Analiza układu napędowego z proporcjonalnym regulatorem prędkości

Podstawiając w transmitancji (4.15) $G_\omega(s) = k_\omega$ otrzymuje się transmitancje operatorowe zamkniętego obwodu regulacji prędkości układu napędowego z proporcjonalnym regulatorem prędkości:

$$G_{\omega 1}(s) = \frac{\frac{k_\omega}{T_\mu^2 T_{m1k}} (s^2 + \Omega_f^2)}{M_2(s)} \quad (4.19)$$

$$G_{\omega 2}(s) = \frac{\frac{k_\omega}{T_\mu^2 T_{m1k}} (-s^2 A_2 + \Omega_f^2)}{M_2(s)} \quad (4.19a)$$

w których mianownik $M_2(s)$ jest równy:

$$M_2(s) = s^5 + \frac{2\sigma}{T_\mu} s^4 + \left(\Omega_e^2 + \frac{1}{T_\mu^2} \right) s^3 + \left(\frac{2\sigma\Omega_e^2}{T_\mu} + \frac{k_\omega(1-k_2\Lambda_2)}{T_{mlk}T_\mu^2} \right) s^2 + \frac{\Omega_e^2}{T_\mu^2} s + \frac{k_\omega\Omega_e^2(1+k_2)}{T_{mlk}T_\mu^2} \quad (4.20)$$

Tłumienie przebiegów w układzie opisanym transmitancją (4.19) i (4.19.a) zależne jest od wartości pierwiastków mianownika tych transmitancji. Mianownik $M_2(s)$ jest wielomianem piątego stopnia, natomiast na wartość jego pierwiastków można wpływać przez dobor dwóch parametrów obwodu regulacji prędkości; wzmocnienia regulatora prędkości k_ω i wzmocnienia k_2 w obwodzie dodatkowego sprzężenia zwrotnego od prędkości mechanizmu ω_2 oraz współczynnika tłumienia σ przebiegów w zamkniętym obwodzie regulacji momentu elektromagnetycznego silnika. Nie jest więc możliwe uzyskanie dowolnego rozkładu biegunów transmitancji (4.19), a tym samym dowolnych właściwości dynamicznych napędu.

Mianownik $M_2(s)$ można przedstawić w postaci:

$$M_2(s) = \left(s^3 + a_1\omega_0 s^2 + a_2\omega_0^2 s + \omega_0^3 \right) \left(s^2 + 2\beta\omega_x s + \omega_x^2 \right) \quad (4.21)$$

Biorąc pod uwagę powyższy zapis, tłumienie przebiegów w zamkniętym obwodzie regulacji opisanym transmitancjami (4.19) i (4.19.a) zależne jest od współczynników a_1 , a_2 oraz β wyrażenia (4.21). Wartości współczynników ω_0 i ω_x są natomiast miarą szybkości działania układu lub miarą jego pasma przenoszenia [54]. Dobierając wielkości liczbowe wzmocnień k_ω i k_2 oraz współczynnika σ można wpływać na wartości współczynników a_1 oraz a_2 wyrażenia (4.21), a tym samym na współczynnik tłumienia pierwiastków wielomianu trzeciego stopnia w tym wyrażeniu oraz na wartość współczynnika tłumienia β .

Biorąc powyższe pod uwagę przyjęto następujące zasady wyznaczania parametrów obwodu regulacji prędkości układu napędowego z połączeniem sprężystym przedstawionego na rys. 4.1 i opisanego transmitancją (4.19):

1) współczynniki a_1 i a_2 należy tak dobrać, aby współczynnik tłumienia ξ pierwiastków członu trzeciego stopnia wyrażenia (4.21) był równy wymaganemu

współczynnikowi tłumienia oscylacji układu napedowego z połączeniem sprężystym,

2) współczynnik tłumienia σ zamkniętego obwodu regulacji momentu elektromagnetycznego silnika powinien mieć taką wartość, aby była spełniona zależność:

$$\beta \geq \xi \quad (4.22)$$

Zmieniając skalę czasu i podstawiając:

$$\tau = t\omega_0, \quad p = \frac{s}{\omega_0}, \quad \omega_f = \frac{\Omega_f}{\omega_0}, \quad \omega_e = \frac{\Omega_e}{\omega_0} \quad (4.23)$$

$$\tau_{m1k} = T_{m1k}\omega_0, \quad \tau_\mu = T_\mu\omega_0, \quad \omega = \frac{\omega_x}{\omega_0}$$

otrzymuje się z zależności (4.20 i (4.21) odpowiednio:

$$M_2(p) = p^5 + \frac{2\sigma}{\tau_\mu} p^4 + \left(\omega_e^2 + \frac{1}{\tau_\mu^2} \right) p^3 + \left(\frac{2\sigma\omega_e^2}{\tau_\mu} + \frac{k_\omega(1-k_2A_2)}{\tau_{m1k}\tau_\mu^2} \right) p^2 + \frac{\omega_e^2}{\tau_\mu^2} p + \frac{k_\omega\omega_f^2(1+k_2)}{\tau_{m1k}\tau_\mu^2} \quad (4.24)$$

$$M_2(p) = \left(p^3 + a_1p^2 + a_2p + 1 \right) \left(p^2 + 2\beta\omega p + \omega^2 \right) \quad (4.25)$$

Wartości współczynników a_1 i a_2 wielomianu trzeciego stopnia wyrażenia (4.25) można dobrać według kryteriów sterowania modalnego, korzystając z tabel współczynników standardowych [54]. Uzyskuje się wówczas określona, dla przyjętej metody doboru współczynników a_1 i a_2 , wartość współczynnika tłumienia pierwiastków równania charakterystycznego:

$$p^3 + a_1p^2 + a_2p + 1 = 0 \quad (4.26)$$

Metode tę można stosować w przypadkach, gdy poprzez dobór parametrów układu regulacji można dobrać wartości obydwu współczynników a_1 i a_2 , tak jak np. w rozpatrywanej strukturze układu sterowania. Istnieją jednak układy napedowe z połączeniami sprężystymi, w których można uzyskać dobre własności dynamiczne bez wprowadzania dodatkowej petli sprzężenia zwrotnego od predkości mechanizmu Ω_2 , czyli dla wartości współczynnika wzmocnienia $k_2=0$.

W takich przypadkach dobor parametrów obwodu regulacji predkosci korzystajac z klasycznej metody sterowania modalnego nie jest mozliwy.

Autor proponuje bardziej ogolna metode doboru wartosci wspolczynnika a_1 i a_2 zgodnie z relacja:

$$a_1 = a_2 = a \quad (4.27)$$

Wspolczynnik a jest wtedy zwiazany ze wspolczynnikiem tlumienia ξ pierwiastkow zespolonych rownania (4.26) relacja

$$\xi = 0,5(a - 1) \quad \text{dla } a \in \langle 1, 3 \rangle \quad (4.27.a)$$

(Dla $a < 1$ uzyskuje sie ukklad niestabilny, a dla $a \geq 3$ rzeczywiste pierwiastki rownania (4.26)).

W przypadku gdy w obwodzie regulacji istnieje mozliwosc wplywania na wartosc tylko jednego wspolczynnika a_1 lub a_2 (tak bedzie w analizowanym ukkladzie przy braku dostepu do predkosci Ω_2 i w zwiazku z tym dla wartosci wspolczynnika $k_2=0$), proponowana zalezność miedzy a_1 i a_2 daje wartosc wspolczynnika tlumienia ξ mniejsza do maksymalnej, jaka mozna uzyskac w analizowanej strukturze ukkladu sterowania dla proporcjonalnego regulatora predkosci, a dla $a > 2,5$ ($\xi > 0,75$) praktycznie maksymalna.

Na rys.4.3 przedstawiono wykres $\xi=f(a_1)$ w przypadku, gdy wartosc wspolczynnika a_2 zostala dobrana wedlug zalezności (4.27), oraz w przypadku maksymalnego tlumienia, ktore wystepuje, gdy zalezność $a_2=f(a_1)$ jest okreslona krzywa 3. Jednoczesnie zalezność (4.27) daje wspolczynniki standardowe rownania (4.26) dla:

$a=2,5$ ($\xi=0,75$) - wspolczynniki dla $\Omega_{Ok}=1$ i $\xi=0,75$ (tab.10.2 w [54]),

$a=3$ ($\xi=1$) - wspolczynniki dwumianowe (tab.10.1. [54]),

$a=6,7$ ($\xi=1$) - rozklad pierwiastkow rzeczywistych wedlug postepu geometrycznego.

Porownujac wspolczynniki przy tych samych potegach w wyrazeniach (4.24) i (4.25) oraz uwzgledniajac zalezności (4.27) i (4.27.a) otrzymuje sie ukklad rownan:

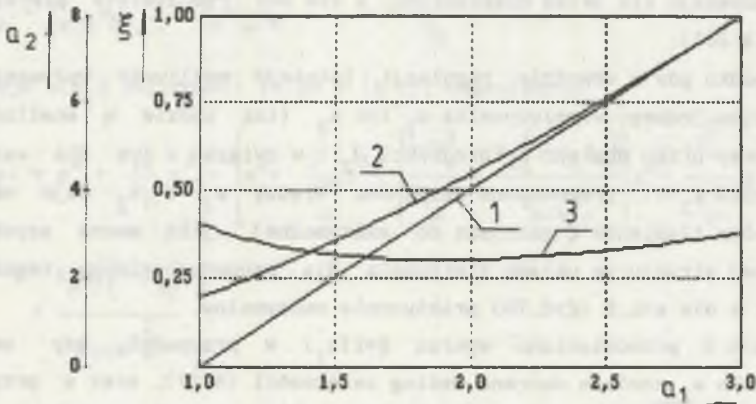
$$2\xi + 1 + 2\beta\omega = \frac{2\sigma}{\tau\mu} \quad (4.28)$$

$$(2\xi + 1) \left(1 + 2\beta\omega \right) + \omega^2 = \frac{1}{\tau^2\mu} + \omega^2 \quad (4.29)$$

$$(2\xi + 1)(\omega^2 + 2\beta\omega) + 1 = \frac{2\sigma\omega_e^2}{\tau_\mu} + \frac{k_\omega(1 - k_2 A_2)}{\tau_{m1k}\tau_\mu^2} \quad (4.30)$$

$$(2\xi + 1)\omega^2 + 2\beta\omega = \frac{\omega_e^2}{\tau_\mu^2} \quad (4.31)$$

$$\omega^2 = \frac{k_\omega \omega_f^2 (1 + k_2)}{\tau_{m1k}\tau_\mu^2} \quad (4.32)$$



Rys. 4.3. Zależność współczynnika tłumienia pierwiastków równania (5.26) od wartości współczynnika a_1 :

1. dla $a_2 = a_1$,
2. tłumienie maksymalne, jeżeli zależność $a_2 = f(a_1)$ określona jest krzywą 3,
3. zależność $a_2 = f(a_1)$ dla maksymalnego współczynnika tłumienia

Fig. 4.3. Dependence of the damping coefficient of roots equation (5.26) on value of the coefficient a_1 :

1. for $a_2 = a_1$,
2. maximum damping, if dependence $a_2 = f(a_1)$ is defined by the curve 3,
3. dependence of $a_2 = f(a_1)$ for maximum damping coefficient

Z układu równań (4.28) - (4.32) określa się parametry obwodu regulacji prędkości napędu z połączeniem sprężystym dla założonej wartości współczynnika tłumienia przebiegów ξ :

$$k_{\omega} = \frac{B_1 + A_2 B_2}{1 + A_2} \quad (4.33)$$

$$k_2 = \frac{B_2 - B_1}{B_1 + A_2 B_2} \quad (4.34)$$

gdzie

$$B_1 = \tau_{mk} \omega_e^2 \left\{ 1 + \tau_{\mu} \left[\tau_{\mu} \frac{1-2\xi(2\xi+1)}{\omega_e^2} + \sigma \left(\frac{4\xi}{\omega_e^2} - 2 \right) \right] \right\} \quad (4.35)$$

$$B_2 = \frac{\tau_{mk} \omega_e^2}{\omega_e^2 (2\xi+1)} \left[1 + \tau_{\mu} \frac{\tau_{\mu} (2\xi+1) - 2\sigma}{\omega_e^2} \right] \quad (4.36)$$

przy czym musi być spełnione równanie:

$$(2\xi+1) \left[\omega_e^2 + 2\xi(2\xi+1) - 1 \right] (\tau_{\mu} \omega_e)^2 - 8\omega_e \sigma \xi (\xi+1) (\tau_{\mu} \omega_e) + \omega_e^2 (2\xi+1 - \omega_e^2) = 0 \quad (4.37)$$

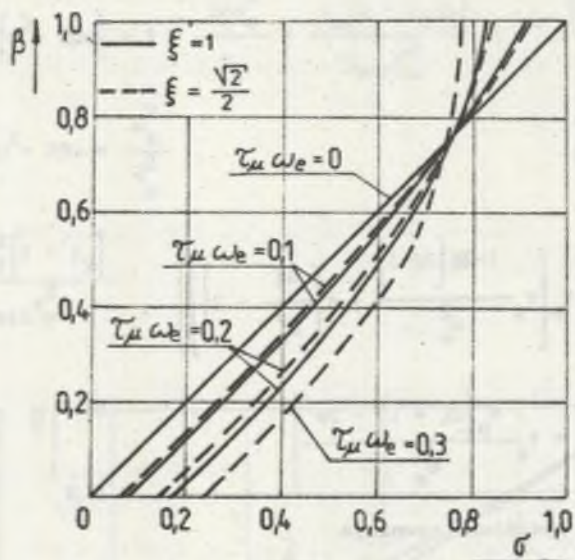
Współczynnik tłumienia β i pulsacja ω określone są zależnościami:

$$\beta = \frac{\omega_e \sigma - (\xi + 0,5) (\tau_{\mu} \omega_e)}{\sqrt{\left[1 + (\tau_{\mu} \omega_e)^2 \right] \omega_e^2 - 2\sigma (2\xi+1) (\tau_{\mu} \omega_e) \omega_e + (4\xi^2 + 2\xi) (\tau_{\mu} \omega_e)^2}} \quad (4.38)$$

$$\omega = \frac{1}{\tau_{\mu} \omega_e} \sqrt{\left[1 + (\tau_{\mu} \omega_e)^2 \right] \omega_e^2 - 2\sigma (2\xi+1) (\tau_{\mu} \omega_e) \omega_e + (4\xi^2 + 2\xi) (\tau_{\mu} \omega_e)^2} \quad (4.39)$$

Na rys. 4.4 przedstawiono otrzymany na podstawie równań (4.37) i (4.38) wykres zależności współczynnika tłumienia β od współczynnika tłumienia przebiegów σ w zamkniętym obwodzie regulacji momentu elektromagnetycznego silnika, a na rys. 4.5 i rys. 4.6 otrzymane na podstawie równania (4.37) wykresy zależności względnej pulsacji drgań własnych układu z połączeniem sprężystym ω_e od parametru $(\tau_{\mu} \omega_e)$.

Iloczyn $\tau_{\mu} \omega_e = T_{\mu} \Omega_e$, który jest parametrem w zależnościach (4.33)-(4.39) oraz na wykresach przedstawionych na rys. 4.5 i rys. 4.6, określa relacje między właściwościami dynamicznymi obwodu regulacji momentu

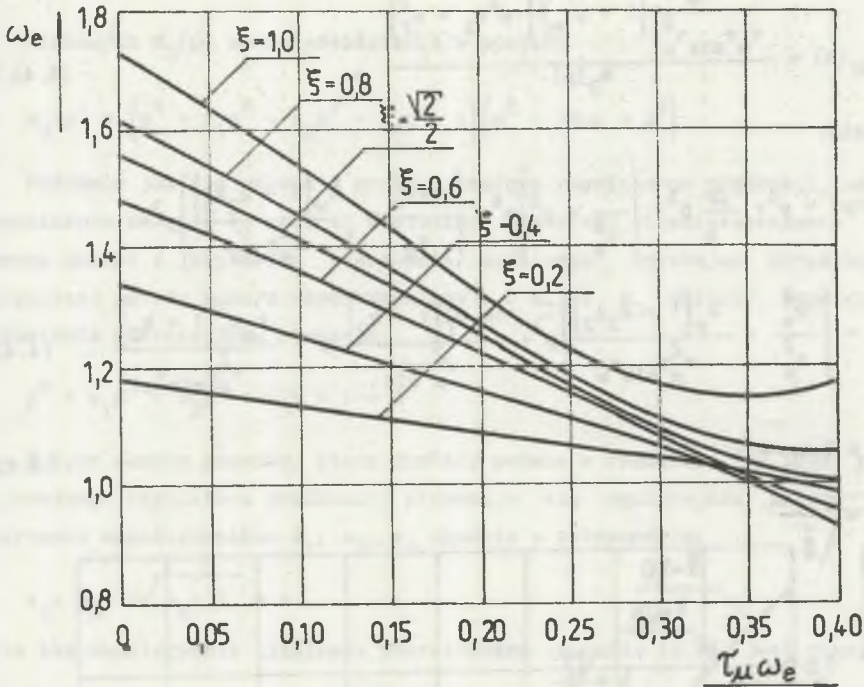


Rys.4.4. Zależność współczynnika tłumienia β od współczynnika tłumienia σ dla układu napędowego z proporcjonalnym regulatorem prędkości

Fig.4.4. Dependence of damping coefficient β on damping coefficient σ for the drive with speed controller of P type

elektromagnetycznego silnika i układu mechanicznego. Jest on wielkością charakteryzującą układ elektromechaniczny z połączeniem sprężystym.

Z wykresów zależności $\omega_e = f(\tau_{\mu e})$ przedstawionych na rys.4.5 i rys.4.6 wynika, że ze wzrostem współczynnika tłumienia przebiegów σ w obwodzie regulacji momentu silnika, maleje maksymalna wartość parametru $(\tau_{\mu e})$, dla której można stosować przedstawioną metodę określania parametrów układu regulacji prędkości napędu z połączeniem sprężystym. Należy również zwrócić uwagę (rys.4.4) na możliwość wystąpienia małej wartości współczynnika tłumienia oscylacji β przy dużych wartościach parametru $(\tau_{\mu e})$ i nieprawidłowym doborze parametrów obwodu regulacji momentu silnika, powodujących małe tłumienie przebiegów w tym obwodzie (np. dla $\sigma=0,4$ oraz $(\tau_{\mu e})=0,2$ w zależności od wartości ξ współczynnik tłumienia β jest równy od 0,22 do 0,24).



Rys. 4.5. Zależność $\omega_e = f(\tau_\mu \omega_e)$ dla układu napędowego z proporcjonalnym regulatorem prędkości oraz $\sigma = \sqrt{2}/2$

Fig. 4.5. Dependence of $\omega_e = f(\tau_\mu \omega_e)$ for the drive with speed controller of P type and $\sigma = \sqrt{2}/2$

4.3. Analiza układu napędowego z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości

Dla regulatora prędkości typu PI o transmitancji operatorowej:

$$G_\omega(s) = k_\omega \left(1 + \frac{1}{sT_\omega} \right) \quad (4.40)$$

otrzymuje się z zależności (4.15) po wprowadzeniu względnego czasu $\tau = t\omega_0$ ($p = s/\omega_0$) transmitancje operatorowe zamkniętego obwodu regulacji prędkości:

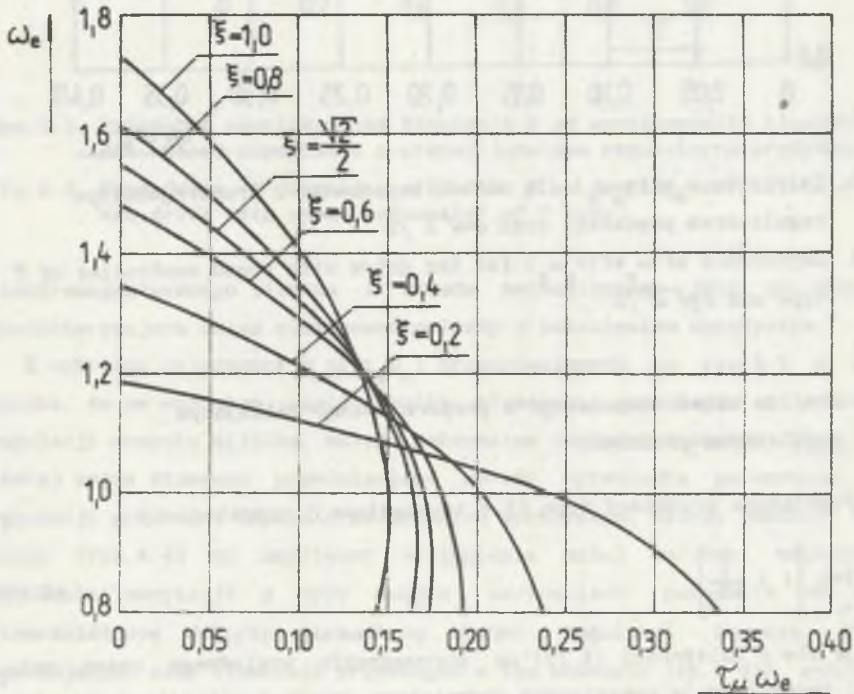
$$G_{\omega 1}(p) = \frac{k_\omega}{\tau_\omega \tau_{mlk} \tau_\mu^2} \frac{(1 + p\tau_\omega)(p^2 + \omega_f^2)}{M_3(p)} \quad (4.41.a)$$

$$G_{\omega 2}(p) = \frac{\frac{k_{\omega}}{\tau_{\omega} \tau_{m1k} \tau_{\mu}^2} (1 + p\tau_{\omega}) (-p^2 A_2 + \omega_e^2)}{M_3(p)} \quad (4.41.b)$$

gdzie:

$$M_3(p) = p^6 + \frac{2\sigma}{\tau_{\mu}} p^5 + \left(\frac{1}{\tau_{\mu}^2} + \omega_e^2 \right) p^4 + \left(\frac{2\sigma\omega_e^2}{\tau_{\mu}} + \frac{k_{\omega}(1 - k_2 A_2)}{\tau_{\mu}^2 \tau_{m1k}} \right) p^3 + \left(\frac{\omega_e^2}{\tau_{\mu}^2} + \frac{k_{\omega}(1 - k_2 A_2)}{\tau_{\mu}^2 \tau_{m1k} \tau_{\omega}} \right) p^2 + \frac{k_{\omega} \omega_e^2 (1 + k_2)}{\tau_{\mu}^2 \tau_{m1k}} p + \frac{k_{\omega} \omega_e^2 (1 + k_2)}{\tau_{\mu}^2 \tau_{m1k} \tau_{\omega}} \quad (4.42)$$

$$\tau_{\omega} = T_{\omega} \omega_0 \quad (4.43)$$



Rys. 4.6. Zależność $\omega_e = f(\tau_{\mu} \omega_e)$ dla układu napędowego z proporcjonalnym regulatorem prędkości oraz $\sigma=1$

Fig. 4.6. Dependence of $\omega_e = f(\tau_{\mu} \omega_e)$ for the drive with speed controller of P type and $\sigma=1$

Mianownik $M_3(p)$ można przedstawić w postaci:

$$M_3(p) = \left(p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + 1 \right) \left(p^2 + 2\beta\omega p + \omega^2 \right) \quad (4.44)$$

Podobnie jak dla układu z proporcjonalnym regulatorem prędkości, wartości współczynników a_1 , a_2 oraz a_3 wielomianu trzeciego stopnia wyrażenia (4.44) można dobrać z kryteriów sterowania modalnego, uzyskując określoną dla przyjętej metody doboru współczynników a_1 , a_2 i a_3 wartość współczynnika tłumienia pierwiastków równania:

$$p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + 1 = 0 \quad (4.45)$$

Z tych samych powodów, które zostały podane w rozdziale 4.2 dla proporcjonalnego regulatora prędkości, proponuje się ogólniejszą metodę doboru wartości współczynników a_1 , a_2 , a_3 zgodnie z zależnością:

$$a_1 = a_3 = 2\sqrt{a_2 - 2} = a \quad (4.46)$$

Dla $a \leq 4$ współczynnik tłumienia pierwiastków równania (4.45) jest równy:

$$\xi = 0,25a \quad (4.46.a)$$

(Współczynnik tłumienia ξ obydwu par pierwiastków zespolonych równania (4.45) jest przy spełnieniu warunku (4.46) jednakowy.)

Analiza numeryczna równania (4.45) pokazuje, że przy określonej wartości jednego ze współczynników a_1 , a_2 , lub a_3 i doborze wartości pozostałych dwóch z zależności (4.46) uzyskuje się maksymalną wartość współczynnika tłumienia jego pierwiastków. Z uwagi na tłumienie oscylacji układu napędowego, pracującego w analizowanym układzie z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości, dobór współczynników wielomianu czwartego stopnia wyrażenia (4.44) według zależności (4.46) jest więc optymalny. Ponadto dobierając wartości współczynników równania (4.45) według zależności (4.46) otrzymuje się współczynniki standardowe sterowania modalnego dla [54]:

$a = 3$ ($\xi = 0,75$) - współczynniki dla $\Omega_{Ok} = 1$ i tłumienia $\xi = 0,75$,

$a = 4$ ($\xi = 1$) - współczynniki dwumianowe.

Porównując współczynniki przy tych samych potęgach w wielomianach (4.42) i (4.44) oraz uwzględniając zależności (4.46) i (4.46.a), określa się dla założonego współczynnika tłumienia oscylacji ξ układu napędowego z połączeniem sprzężystym parametry obwodu regulacji prędkości z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości:

$$k_2 = \frac{B_4 - B_3}{A_2 B_4 + B_3} \quad (4.47)$$

$$k_\omega = \frac{B_4}{1 + k_2} = \frac{A_2 B_4 + B_3}{A_2 + 1} \quad (4.48)$$

$$\tau_\omega = \frac{B_4}{B_5} \quad (4.49)$$

gdzie:

$$B_3 = 4\xi\tau_{m1k} \left\{ 1 + \tau_\mu \left[\tau_\mu (\omega_e^2 + 8\xi^2 - 3) + \sigma \frac{1 - 0,5\omega_e^2 - 6\xi^2}{\xi} \right] \right\} \quad (4.50)$$

$$B_4 = \frac{4\xi\tau_{m1k}}{\omega_f^2} \left\{ 1 + \tau_\mu \left[\tau_\mu (\omega_e^2 + 12\xi^2 - 3) + \sigma \left(\frac{1}{2\xi} - 8\xi \right) \right] \right\} \quad (4.51)$$

$$B_5 = \frac{\tau_{m1k}}{\omega_f^2} \left\{ 1 + \tau_\mu \left[\tau_\mu (\omega_e^2 + 12\xi^2 - 2) - 8\sigma\xi \right] \right\} \quad (4.52)$$

przy czym musi być spełnione równanie:

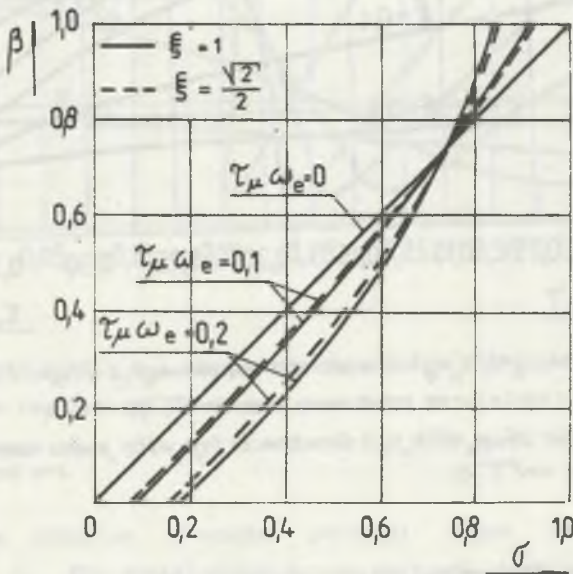
$$\begin{aligned} & \omega_e^6 \xi \left[(\tau_\mu \omega_e)^2 + 1 \right] - \omega_e^5 \sigma \left[0,5 (\tau_\mu \omega_e)^3 + 8\xi^2 (\tau_\mu \omega_e) \right] + \\ & + \omega_e^4 \xi \left[-(\tau_\mu \omega_e)^4 (4\xi^2 + 1) + (\tau_\mu \omega_e)^2 (4\xi^2 + 4\sigma^2 - 5) - 4\xi^2 - 1 \right] + \\ & + \omega_e^3 \sigma \left[(\tau_\mu \omega_e)^3 (64\xi^4 + 2\xi^2 + 1) + (\tau_\mu \omega_e) (64\xi^4 + 8\xi^2) \right] + \\ & + \omega_e^2 \xi \left[(\tau_\mu \omega_e)^4 (-96\xi^4 + 8\xi^2 + 4) + (\tau_\mu \omega_e)^2 (-96\xi^4 - 256\xi^4 \sigma^2 + 8\xi^2 - 4\sigma^2 + 4) \right] + \\ & + \omega_e \sigma \left[(\tau_\mu \omega_e)^3 (768\xi^6 - 160\xi^4 - 0,5) \right] - \xi (\tau_\mu \omega_e)^4 (576\xi^6 - 240\xi^4 + 16\xi^2 + 3) = 0 \end{aligned} \quad (4.53)$$

Współczynnik tłumienia β i pulsacja ω opisane są równaniami:

$$\beta = \frac{\omega_e \sigma - 2\xi(\tau_\mu \omega_e)}{\sqrt{\omega_e^2 [1 + (\tau_\mu \omega_e)^2] - 8\omega_e \xi \sigma (\tau_\mu \omega_e) + (\tau_\mu \omega_e)^2 (12\xi^2 - 2)}} \quad (4.54)$$

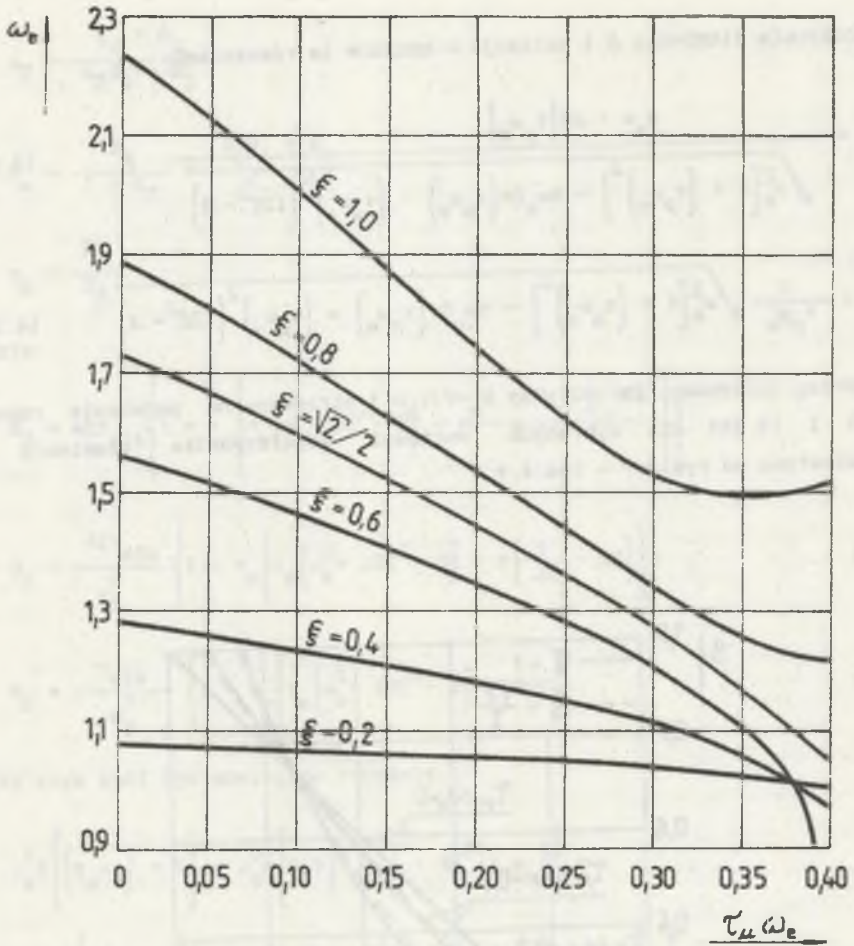
$$\omega = \frac{1}{\tau_\mu \omega_e} \sqrt{\omega_e^2 [1 + (\tau_\mu \omega_e)^2] - 8\omega_e \xi \sigma (\tau_\mu \omega_e) + (\tau_\mu \omega_e)^2 (12\xi^2 - 2)} \quad (4.55)$$

Wykresy zależności $\beta=f(\sigma)$ oraz $\omega_e=f(\tau_\mu \omega_e)$ otrzymane na podstawie równań (4.53) i (4.54) dla wybranych wartości współczynnika tłumienia ξ przedstawiono na rys. 4.7 - rys. 4.9.



Rys. 4.7. Zależność współczynnika tłumienia β od współczynnika tłumienia σ dla układu napędowego z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości

Fig. 4.7. Dependence of damping coefficient β on damping coefficient σ for the drive with speed controller of PI type

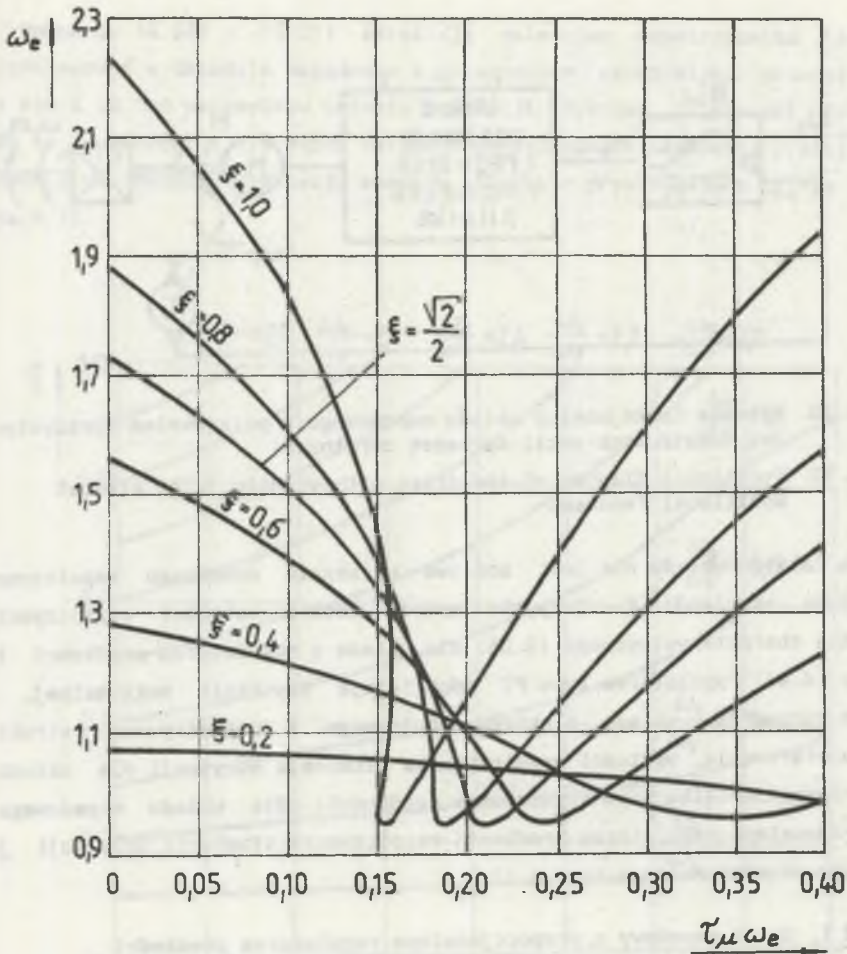


Rys. 4. 8. Zależność $\omega_e = f(\tau_\mu \omega_e)$ dla układu napędowego z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości oraz $\sigma = \sqrt{2}/2$

Fig. 4. 8. Dependence of $\omega_e = f(\tau_\mu \omega_e)$ for the drive with speed controller of PI type and $\sigma = \sqrt{2}/2$

4. 4. Określenie parametrów układu sterowania dla napędu bez sprzężenia zwrotnego od prędkości mechanizmu

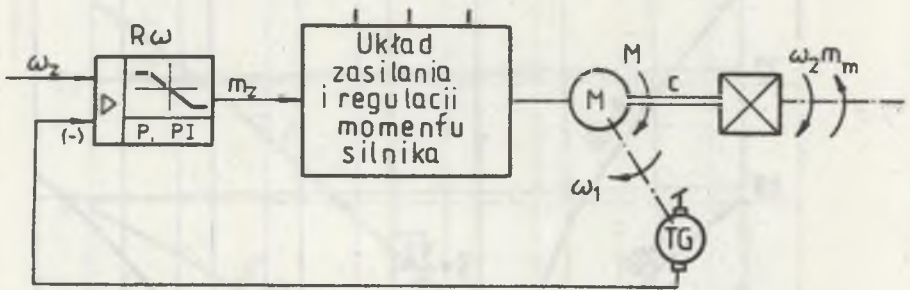
Analizując zależności (4.33) - (4.36) oraz (4.47) - (4.52) można zauważyć, że dla założonej wartości współczynnika tłumienia oscylacji ξ , wzmocnienie k_2 w pętli sprzężenia zwrotnego od prędkości mechanizmu ω_2



Rys. 4.9. Zależność $\omega_e = f(\tau_\mu \omega_e)$ dla układu napędowego z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości oraz $\sigma=1$

Fig. 4.9. Dependence of $\omega_e = f(\tau_\mu \omega_e)$ for the drive with speed controller of PI type and $\sigma=1$

maleje wraz ze wzrostem stosunku pulsacji drgan własnych układu mechanicznego ω_e/ω_f . Dla dostatecznie dużych wartości ilorazu ω_e/ω_f można więc uzyskać dużą wartość współczynnika tłumienia oscylacji ξ także dla $k_2=0$, czyli w przypadku braku sprzężenia zwrotnego od prędkości mechanizmu. Schemat funkcjonalny układu napędowego bez dodatkowego sprzężenia zwrotnego od prędkości mechanizmu przedstawiono na rys.4.10 (jest to klasyczna struktura układu regulacji napędu z połączeniami sztywnymi).



Rys. 4.10. Schemat funkcjonalny układu napędowego z połączeniem sprężystym bez dodatkowych pętli sprzężeń zwrotnych

Fig. 4.10. Functional diagram of the drive with elastic joint without additional feedback

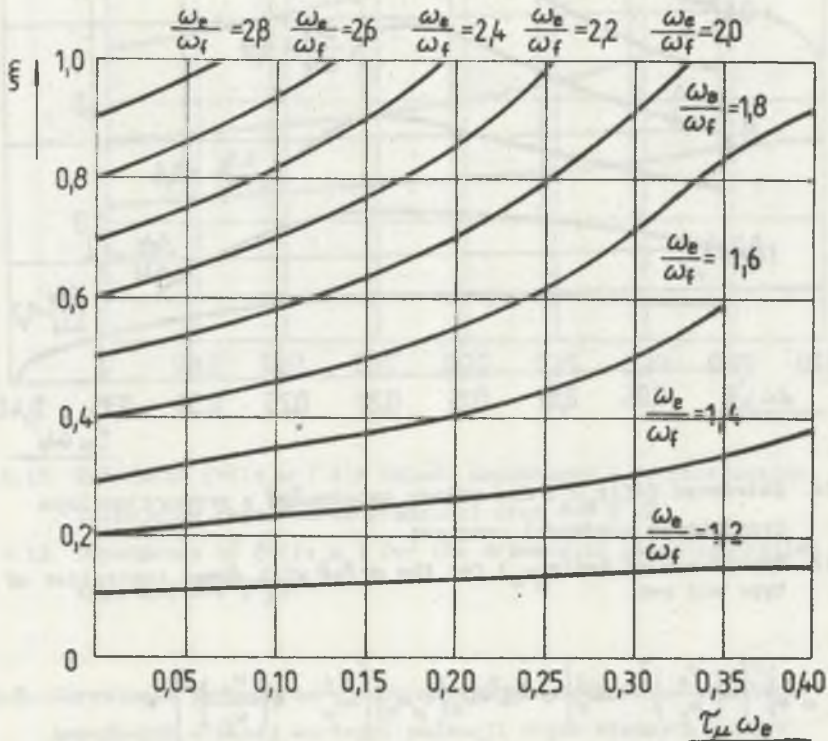
Dla takiego układu nie jest możliwe uzyskanie dowolnego współczynnika tłumienia oscylacji ξ . Przyjęte metody doboru wartości współczynników równania charakterystycznego (4.25) dla układu z regulatorem prędkości typu P oraz (4.44) regulatorem typu PI umożliwiają uzyskanie maksymalnej, dla danych parametrów układu elektromechanicznego i rozpatrywanej struktury układu sterowania, wartości współczynnika tłumienia oscylacji dla układu z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości. Dla układu napędowego z proporcjonalnym regulatorem prędkości współczynnik tłumienia oscylacji jest mniejszy od maksymalnego (rys. 4.3).

4.4.1. Układ napędowy z proporcjonalnym regulatorem prędkości

Z równań (4.34) - (4.36) dla $k_2=0$ otrzymuje się po przekształceniach zależność:

$$\begin{aligned}
 & 8\omega_e^2(\tau_\mu\omega_e)^2\xi^3 + 8\omega_e^2(\tau_\mu\omega_e)\left[(\tau_\mu\omega_e) - \sigma\omega_e\right]\xi^2 + \\
 & + 2\left[2\sigma\omega_e(\tau_\mu\omega_e)(\omega_e^2 - 1) - \omega_e^6 + (\tau_\mu\omega_e)^2\left(\frac{\omega_e}{\omega_f}\right)^2\right]\xi - \omega_e^6 + \\
 & + \omega_e^2(\tau_\mu\omega_e)\left[2\sigma\omega_e^3 - (\tau_\mu\omega_e)\right] + \left[\omega_e^4 - 2\sigma\omega_e(\tau_\mu\omega_e) + (\tau_\mu\omega_e)^2\right]\left(\frac{\omega_e}{\omega_f}\right)^2 = 0
 \end{aligned}
 \tag{4.56}$$

Równania (4.56) i (4.37) określają zależność współczynnika tłumienia przebiegów ξ w układzie napędowym z połączeniem sprężystym, przedstawionym na rys. 4.10, od parametrów obiektu regulacji. Wykresy zależności $\xi=f(\tau_{\mu e})$ dla $(\omega_e/\omega_f)=const$ i dla dwóch wartości współczynnika tłumienia przebiegów w zamkniętym obwodzie regulacji momentu silnika σ przedstawiono na rys. 4.11 i rys. 4.12.

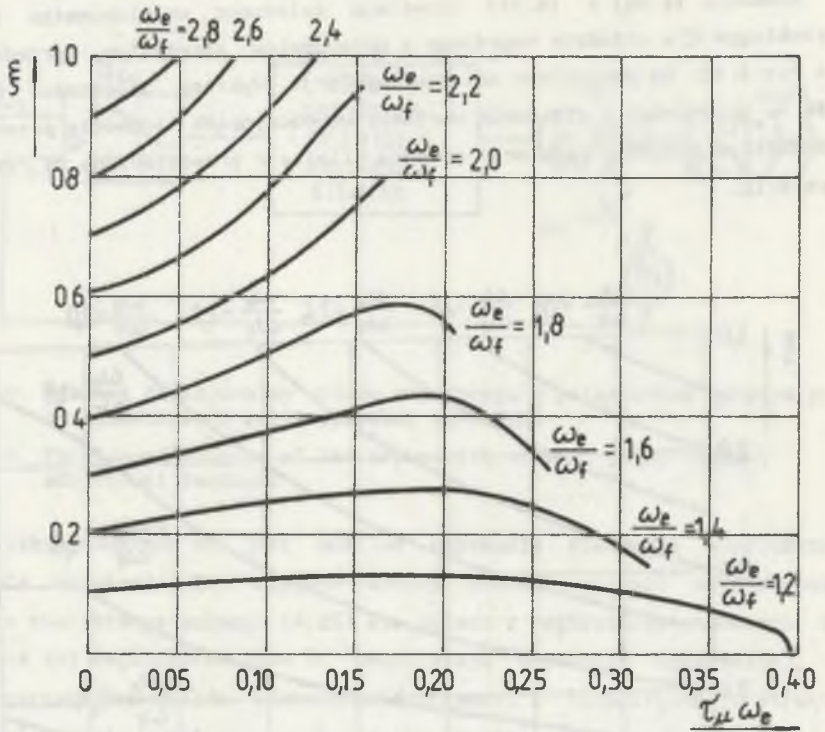


Rys. 4.11. Zależność $\xi=f(\tau_{\mu e})$ dla układu napędowego z proporcjonalnym regulatorem prędkości oraz $\sigma=\sqrt{2}/2$

Fig. 4.11. Dependence of $\xi=f(\tau_{\mu e})$ for the drive with speed controller of P type and $\sigma=\sqrt{2}/2$

4.4.2. Układ napędowy z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości

Z zależności (4.47), (4.50) i (4.51) otrzymuje się dla wzmocnienia $k_2=0$ równanie określające zależność współczynnika tłumienia oscylacji ξ od parametrów układu elektromechanicznego:

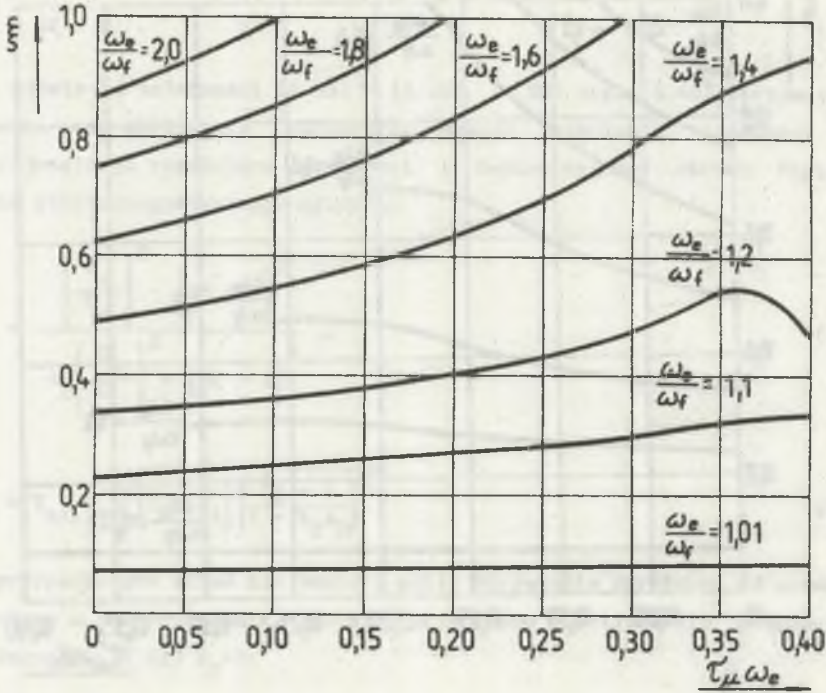


Rys. 4.12. Zależność $\xi=f(\tau_{\mu} \omega_e)$ dla układu napędowego z proporcjonalnym regulatorem prędkości oraz $\sigma=1$

Fig. 4.12. Dependence of $\xi=f(\tau_{\mu} \omega_e)$ for the drive with speed controller of P type and $\sigma=1$

$$\begin{aligned}
 & 8\xi^3(\tau_{\mu} \omega_e)^2 \left[3\left(\frac{\omega_e}{\omega_f}\right)^2 - 2\omega_e^2 \right] + 4\xi^2 \sigma \omega_e (\tau_{\mu} \omega_e) \left[3\omega_e^2 - 4\left(\frac{\omega_e}{\omega_f}\right)^2 \right] + \\
 & + 2\xi \left[\left(\frac{\omega_e}{\omega_f}\right)^2 - \omega_e^2 \right] \left[(\tau_{\mu} \omega_e)^2 (\omega_e^2 - 3) + \omega_e^2 \right] + \\
 & + \sigma \omega_e (\tau_{\mu} \omega_e) \left[\left(\frac{\omega_e}{\omega_f}\right)^2 - 2\omega_e^2 + \omega_e^4 \right] = 0 \quad (4.57)
 \end{aligned}$$

Wykresy powyższej zależności dla dwóch wartości współczynnika tłumienia przebiegów w zamkniętym obwodzie regulacji momentu silnika przedstawiono na rys. 4.13 i rys. 4.14.



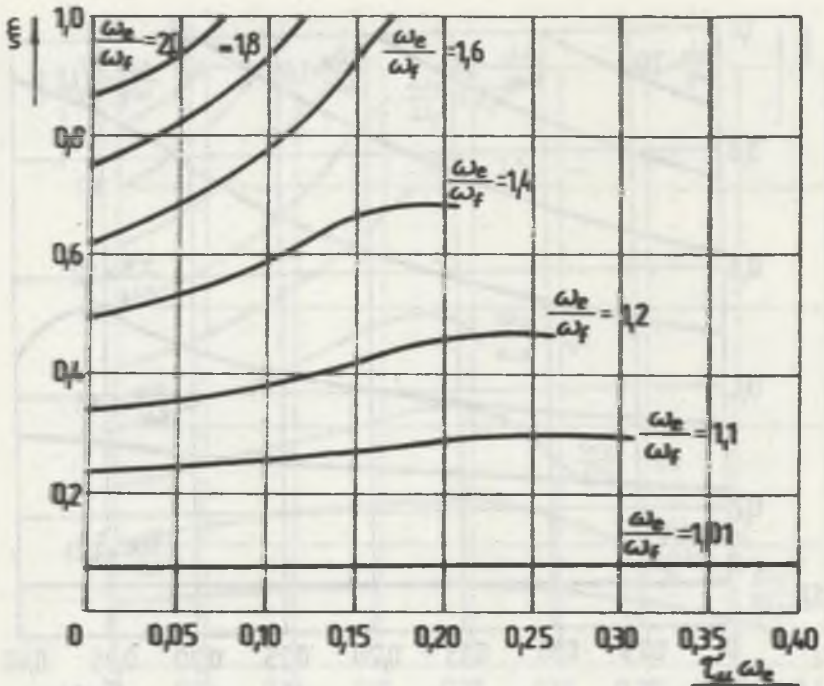
Rys. 4.13. Zależność $\xi=f(\tau_{\mu} \omega_e)$ dla układu napędowego z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości oraz $\sigma=\sqrt{2}/2$

Fig. 4.13. Dependence of $\xi=f(\tau_{\mu} \omega_e)$ for the drive with speed controller of PI type and $\sigma=\sqrt{2}/2$

4.5. Określanie parametrów obwodu regulacji prędkości w układach napędowych o małej wartości pulsacji drgań własnych układu mechanicznego

Analizując zależności (4.33) - (4.36) i (4.47) - (4.52) można zauważyć, że dla stałej czasowej obwodu regulacji momentu silnika $\tau_{\mu}=0$ zależności na dobór parametrów obwodu regulacji prędkości układu napędowego z połączeniem sprężystym znacznie się upraszczają. Praktycznie wpływ wartości stałej czasowej τ_{μ} na wartość parametrów obwodu regulacji prędkości jest pomijalnie mały, jeżeli jest spełniony warunek:

$$\left(\tau_{\mu} \omega_e \right) < 0,02 \quad , \quad (4.58)$$



Rys. 4.14. Zależność $\xi=f(\tau_{\mu} \omega_e)$ dla układu napędowego z proporcjonalno-calującym regulatorem prędkości oraz $\sigma=1$

Fig. 4.14. Dependence of $\xi=f(\tau_{\mu} \omega_e)$ for the drive with speed controller of PI type and $\sigma=1$

czyli w przypadku, gdy okres drgań własnych układu mechanicznego jest około trzysta razy większy od stałej czasowej τ_{μ} . Obwód regulacji momentu elektromagnetycznego silnika można traktować wtedy jako bezinercyjny i przyjąć w obliczeniach $\tau_{\mu}=0$.

4.5.1. Układ napędowy z proporcjonalnym regulatorem prędkości

Dla $\tau_{\mu}=0$ z porównania wyrażen (4.20) i (4.21) otrzymuje się zależność:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k \omega_f^2 (1 + k_2)}{T_{mlk}}} \quad (4.59)$$

a z równania (4.37) zależność:

$$\omega_e^2 = 2\xi + 1 \quad (4.60)$$

Na podstawie zależności (4.33) - (4.36), (4.59) oraz (4.60) otrzymuje się wyrażenia na obliczanie parametrów obwodu regulacji prędkości dla proporcjonalnego regulatora prędkości i bezinercyjnego obwodu regulacji momentu elektromagnetycznego silnika:

$$k_2 = \frac{\left(\frac{\Omega_e}{\Omega_f}\right)^2 - (2\xi + 1)^2}{A_2 \left(\frac{\Omega_e}{\Omega_f}\right)^2 + (2\xi + 1)^2} \quad (4.61)$$

$$k_\omega = T_{m1} k^* \Omega_{fv} \sqrt{(1 - k_2) \left(\frac{2\xi + 1}{1 - k_2 A_2}\right)^3} \quad (4.62)$$

W przypadku gdy układ nie zawiera petli sprzężenia zwrotnego od prędkości mechanizmu ω_2 , współczynnik tłumienia przebiegów ξ oblicza się podstawiając do zależności (4.61) $k_2=0$:

$$\xi = 0,5 \left(\frac{\Omega_e}{\Omega_f} - 1 \right) \quad (4.63)$$

4.5.2. Układ napędowy z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości

Na podstawie równań (4.42) i (4.53) otrzymuje się dla $\tau_\mu=0$ zależności:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k \Omega_f^2 (1 + k_2)}{T_\omega T_{m1} k}} \quad (4.64)$$

$$\omega_e^2 = 4\xi^2 + 1 \quad (4.65)$$

Podstawiając powyższe zależności do równań (4.47)-(4.52) otrzymuje się wyrażenia na dobór parametrów obwodu regulacji prędkości układu napędowego z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości dla $\tau_\mu=0$:

$$k_2 = \frac{\left(\frac{\Omega_e}{\Omega_f}\right)^2 - 4\xi^2 - 1}{\Lambda_2 \left(\frac{\Omega_e}{\Omega_f}\right)^2 + 4\xi^2 + 1} \quad (4.66)$$

$$k_\omega = 2T_{mik}\Omega_f(1 - k_2\Lambda_2)^2 \sqrt{\left(\frac{\Omega_e}{\Omega_f}\right)^2 - \frac{1 + k_2}{1 - k_2\Lambda_2}} \quad (4.66)$$

$$T_\omega = \frac{2(1 - k_2\Lambda_2)}{\Omega_f(1 + k_2)} \sqrt{\left(\frac{\Omega_e}{\Omega_f}\right)^2 - \frac{1 + k_2}{1 - k_2\Lambda_2}} \quad (4.67)$$

Współczynnik tłumienia przebiegów dla $k_2=0$ wyznaczony z wyrażenia (4.65) jest opisany zależnością:

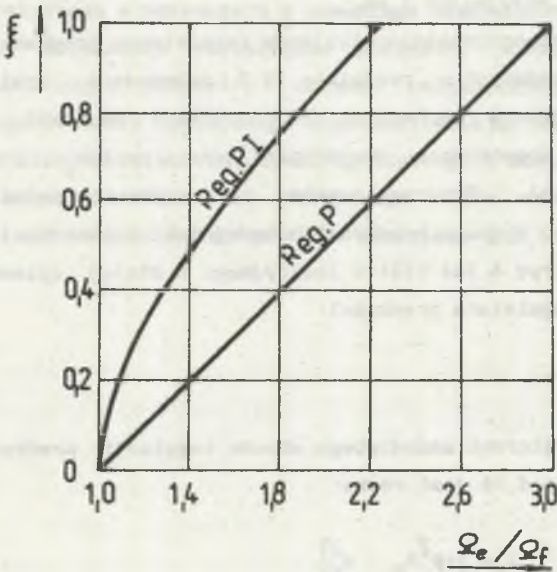
$$\xi = 0,5 \sqrt{\left(\frac{\Omega_e}{\Omega_f}\right)^2 - 1} \quad (4.68)$$

Na rys.4.15 przedstawiono wykres zależności współczynnika tłumienia przebiegów ξ od stosunku pulsacji drgan własnych układu mechanicznego (Ω_e/Ω_f) dla układu napędowego z regulatorem prędkości typu P oraz PI i przy założeniu $\tau_\mu=0$ oraz $k_2=0$.

4.6. Wnioski

1. W układzie napędowym z połączeniem sprężystym z dodatkowym sprzężeniem od prędkości mechanizmu za elementem sprężystym, zależności i wykresy przedstawione w rozdziale 4 pozwalają na dobór parametrów obwodów regulacji, zapewniających uzyskanie dowolnego współczynnika tłumienia oscylacji napędu.

2. Metode wyznaczania parametrów obwodów regulacji układu napędowego z połączeniem sprężystym, podana w rozdziale 4, można także stosować w przypadku, gdy w nadrzednym obwodzie regulacji występuje sprzężenie zwrotne tylko od prędkości silnika ω_1 (brak dodatkowej petli sprzężenia od prędkości mechanizmu ω_2). W takiej strukturze układu sterowania wartość współczynnika



Rys. 4. 15. Zależność współczynnika tłumienia przebiegów w układzie napędowym z regulatorem prędkości typu P i PI dla $k_2=0$ oraz $T_\mu=0$

Fig. 4. 15. Dependence of damping coefficient of transients in the drive with P and PI speed controller for $k_2=0$ and $T_\mu=0$

tłumienia oscylacji napędu jest zależna od parametrów obiektu regulacji i nie może być dobierana dowolnie. W przypadku gdy stosunek pulsacji drgań własnych układu mechanicznego ω_e / ω_f jest mały (mała wartość momentu bezwładności mechanizmu za połączeniem sprężystym w stosunku do momentu bezwładności silnika), tłumienie oscylacji układu napędowego pracującego bez sprzężenia od prędkości mechanizmu może być niewystarczające (rys. 4.9 - 4.13). Dla identycznych parametrów obiektu regulacji większą wartość współczynnika tłumienia przebiegów można w tym przypadku uzyskać w układzie z regulatorem prędkości typu PI.

3. Z wykresów przedstawionych na rys. 4.11 - rys. 4.14 wynika, że w układzie napędowym ze sprzężeniem w nadrzędnym obwodzie regulacji tylko od prędkości silnika ω_1 , wzrost wartości stałej czasowej obwodu regulacji momentu elektromagnetycznego silnika τ_μ (wzrost iloczynu $\tau_\mu \omega_e$) powoduje zwiększenie współczynnika tłumienia oscylacji napędu ξ .

4. Jeżeli okres drgań własnych układu mechanicznego jest duży w porównaniu ze stałą czasową T_μ obwodu regulacji momentu silnika (dla

$\tau_{\mu e} \approx 0,02$), można stosować uproszczone zależności na dobor parametrów obwodu regulacji prędkości, przyjmując $T_{\mu} = 0$.

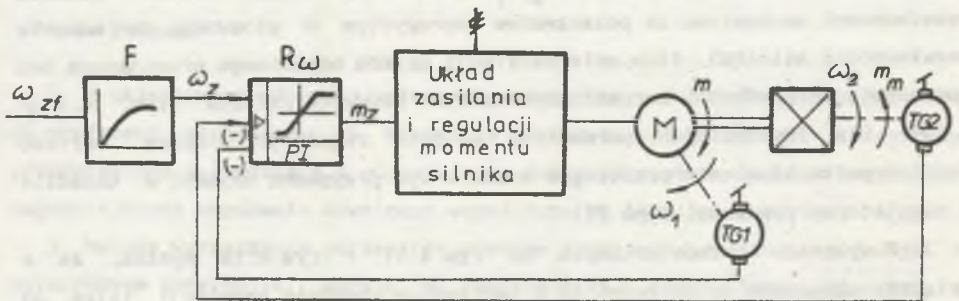
5. W układzie z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości o parametrach dobranych z podanych w rozdziale 4.3 zależności, występuje duże przeregulowanie prędkości mechanizmu w odpowiedzi na skok jednostkowy prędkości zadanej, spowodowane obecnością zera $p = -1/\tau_{\mu}$ transmitancji operatorowej (4.41.b). Przeregulowanie to można ograniczyć przez ograniczenie pochodnej sygnału prędkości zadanej lub zastosowanie w torze zadawania prędkości (rys.4.16) filtra inercyjnego o stałej czasowej równej czasowi całkowania regulatora prędkości:

$$G_f(p) = \frac{1}{1 + p\tau_{\omega}} \quad (4.69)$$

Transmitancja operatorowa zamkniętego obwodu regulacji prędkości układu przedstawionego na rys.4.16 jest równa:

$$G_{\omega_{2f}}(p) = \frac{\omega_2(p)}{\omega_{zf}(p)} = \frac{k_{\omega} \omega_f^2 (-p^2 A_2 + \omega_f^2)}{\tau_{\omega} \tau_{mk} \tau_{\mu}^2 M_3(p)} \quad (4.70)$$

Z przeprowadzonych badań symulacyjnych wynika, że dwa pozostałe zera transmitancji operatorowej (4.70) (podobnie jak zera transmitancji (4.19a) dla układu z proporcjonalnym regulatorem prędkości) nie wywierają istotnego wpływu na przebiegi przejściowe w układzie.



Rys.4.16. Zastosowanie filtra w torze zadawania prędkości układu napędowego z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości

Fig.4.16. Application of the filter in the path of speed reference of the drive with speed controller of PI type

6. W przypadku układów napędowych o bardzo małym momencie bezwładności elementu sprężystego w porównaniu z momentami bezwładności mas skupionych na jego końcach, zależności określające parametry obwodów regulacji można uprościć, obliczając parametry układu mechanicznego z modelu dla bezinercyjnego elementu sprężystego oraz podstawiając wartość współczynnika $A_2=0$. Zakres stosowania modelu układu sprężystego z bezinercyjnym elementem sprężystym można określić dla założonego błędu odwzorowania napędu z zależności i wykresów przedstawionych w rozdziale 2.3.



Fig. 2.1. Schematic diagram of a control system for a spring element.

Fig. 2.2. Functional diagram of the control system for a spring element.

Fig. 2.3. Block diagram of the control system for a spring element.



Fig. 2.4. Block diagram of the control system for a spring element.

Fig. 2.5. Block diagram of the control system for a spring element.

5. UKŁAD NAPĘDOWY Z OBWODEM REGULACJI KĄTA SKRĘCENIA ELEMENTU SPRĘŻYSTEGO

W przedstawionej w rozdziale 4 strukturze układu sterowania napędu z połączeniem sprężystym można uzyskać duże tłumienie oscylacji napędu spowodowanych obecnością elementu sprężystego, natomiast czas regulacji zależy od parametrów obiektu regulacji i w niektórych zastosowaniach dynamika takiego napędu może być niezadowalająca. Lepsze właściwości dynamiczne napędu można uzyskać w układzie z obwodem regulacji kąta skrećenia φ elementu sprężystego.

5.1. Struktura układu sterowania

Z równania operatorowego (4.7) otrzymuje się zależność kąta skrećenia φ od momentu silnika m i momentu obciążenia m_n :

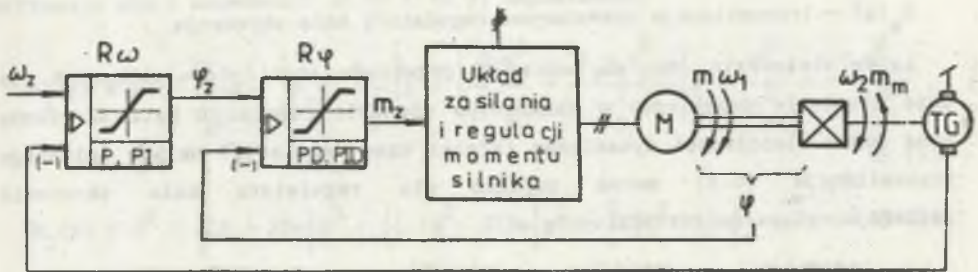
$$\varphi(s) = \frac{\Omega_f^2}{T_{mk}(s^2 + \Omega_e^2)} \left[\left(T_{m2} + \frac{T_{m0}}{2} \right) m(s) + \left(T_{m1} + \frac{T_{m0}}{2} \right) m_n(s) \right] \quad (5.1)$$

Zależności prędkości silnika ω_1 i prędkości mechanizmu ω_2 od kąta skrećenia φ oraz momentów silnika m i obciążenia m_n opisane są równaniami:

$$\omega_1(s) = \frac{s^2 + \Omega_f^2}{s \left(T_{m2} + \frac{T_{m0}}{2} \right) \Omega_f^2} \varphi(s) - \frac{-s^2 \frac{T_{m0}}{6 \left(T_{m1} + \frac{T_{m0}}{3} \right)} + \Omega_g^2}{s T_{m2k} (s^2 + \Omega_e^2)} m_n(s) \quad (5.2)$$

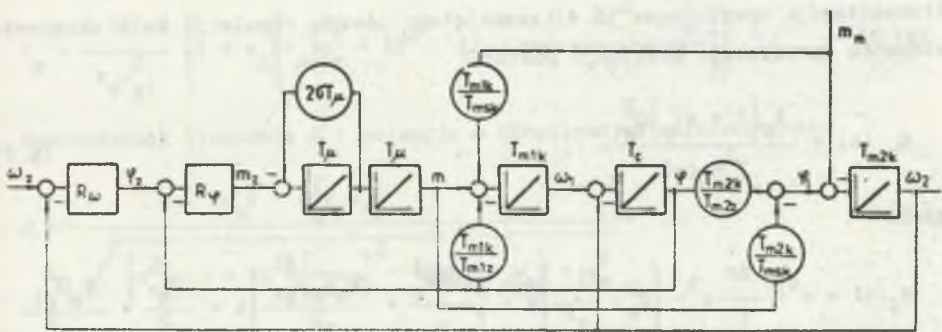
$$\omega_2(s) = \frac{1}{s T_{m2z}} \varphi(s) - \frac{1}{s T_{m2k}} m_n(s) - \frac{1}{s T_{msk}} m(s) \quad (5.3)$$

Ze względu na obecność członu oscylacyjnego ($s^2 + \alpha_e^2$) w zależności (5.2), w nadrzędnym obwodzie regulacji prędkości należy zastosować sprzężenie zwrotne od prędkości mechanizmu ω_2 . Schemat funkcjonalny układu napędowego z obwodem regulacji kąta skrećenia elementu sprężystego przedstawiono na rys.5.1, a jego schemat blokowy na rys.5.2. Jeżeli kąt skrećenia elementu sprężystego φ i prędkość mechanizmu ω_2 są pomiarowo niedostępne, do ich odtworzenia powinien być zastosowany obserwator o strukturze przedstawionej w literaturze, np. [96, 99], lub w rozdziale szóstym niniejszej pracy.



Rys. 5.1. Schemat funkcjonalny układu napędowego z połączeniem sprężystym z obwodem regulacji kąta skrećenia elementu sprężystego

Fig. 5.1. Functional diagram of the drive with elastic joint and with control circuit of the torsion angle of elastic element



Rys. 5.2. Schemat blokowy układu napędowego z połączeniem sprężystym z obwodem regulacji kąta skrećenia elementu sprężystego

Fig. 5.2. Block diagram of the drive with elastic joint and with control circuit of the torsion angle of elastic element

Transmitancja operatorowa zamkniętego obwodu regulacji kąta skreńca φ elementu sprężystego określona jest zależnością:

$$G_{z\varphi}(s) = \frac{\varphi(s)}{\varphi_z(s)} = \frac{G_\varphi(s)\Omega_{g1}^2}{\left(T_\mu^2 s^2 + 2\sigma T_\mu s + 1\right)\left(s^2 + \Omega_e^2\right) + G_\varphi(s)\Omega_{g1}^2} \quad (5.4)$$

gdzie:

$$\Omega_{g1}^2 = \frac{T_{m2} + 0,5T_{m0}}{T_{m1k}} \Omega_T^2 \quad (5.5)$$

$G_\varphi(s)$ - transmitancja operatorowa regulatora kąta skreńca.

Łatwo stwierdzić, np. na podstawie przebiegu linii pierwiastkowych, że duże tłumienie przebiegów w zamkniętym obwodzie regulacji kąta skreńca oraz dobre właściwości dynamiczne (krótki czas regulacji) układu opisanego transmitancją (5.4) można uzyskać dla regulatora kąta skreńca zawierającego człon różniczkujący.

5.2. Określanie parametrów obwodu regulacji kąta skreńca dla regulatora proporcjonalno-różniczkującego

Dla regulatora kąta skreńca typu PD o transmitancji operatorowej:

$$G_\varphi(s) = k_\varphi \left(1 + sT_\varphi\right) \quad (5.6)$$

transmitancja operatorowa (5.4) zamkniętego obwodu regulacji kąta skreńca elementu sprężystego przyjmuje postać

$$G_{z\varphi}(s) = \frac{k_\varphi \left(1 + sT_\varphi\right) \Omega_{g1}^2}{T_\mu^2 M_3(s)} \quad (5.7)$$

gdzie

$$M_3(s) = s^4 + \frac{2\sigma}{T_\mu} s^3 + \left(\Omega_e^2 + \frac{1}{T_\mu^2}\right) s^2 + \left(\frac{2\sigma\Omega_e^2}{T_\mu} + \frac{k_\varphi T_\varphi \Omega_{g1}^2}{T_\mu^2}\right) s + \frac{\Omega_e^2}{T_\mu^2} + \frac{k_\varphi \Omega_{g1}^2}{T_\mu^2} \quad (5.8)$$

Mianownik (5.8) transmitancji (5.7) można przedstawić w postaci:

$$M_3(s) = \left(s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2\right) \left(s^2 + 2\beta\omega_x s + \omega_x^2\right) \quad (5.9)$$

Parametry regulatora kąta skrećenia zastana wyznaczone tak, aby uzyskac zalozone wartosci wspolczynnika tlumienia ξ i pulsacji ω_0 . Wspolczynnik tlumienia β pierwiastkow drugiego czlonu wyrazenia (5.9) zostanie natomiast uzalezniony od wspolczynnika tlumienia σ zamknietego obwodu regulacji momentu elektromagnetycznego silnika.

Zmieniajac skale czasu i podstawiajac:

$$\tau = t\omega_0, \quad p = \frac{s}{\omega_0}, \quad \tau_\varphi = T_\varphi\omega_0, \quad \omega_{g1} = \frac{\Omega_{g1}}{\omega_0}, \quad \omega = \frac{\omega_x}{\omega_0}, \quad (5.10)$$

otrzymuje sie z zaleznosci (5.8) i (5.9) odpowiednio:

$$M_3(p) = p^4 + \frac{2\sigma}{\tau_\mu} p^3 + \left(\omega_e^2 + \frac{1}{\tau_\mu^2} \right) p^2 + \left(\frac{2\sigma\omega_e^2}{\tau_\mu} + \frac{k_\varphi \tau_\varphi \omega_{g1}^2}{\tau_\mu^2} \right) p + \frac{\omega_e^2}{\tau_\mu^2} + \frac{k_\varphi \omega_{g1}^2}{\tau_\mu^2}, \quad (5.11)$$

$$M_3(p) = p^4 + (2\xi + 2\beta\omega) p^3 + (1 + \omega^2 + 4\xi\beta\omega) p^2 + (2\xi\omega^2 + 2\beta\omega) p + \omega^2. \quad (5.12)$$

Porownujac wspolczynniki przy tych samych potegach operatora p w wielomianach (5.11) i (5.12) otrzymuje sie zaleznosci na obliczanie parametrow regulatora kąta skrećenia typu PD:

$$k_\varphi = \frac{1 - \omega_e^2}{\omega_{g1}^2} \left\{ 1 + \frac{\tau_\mu}{1 - \omega_e^2} \left[\tau_\mu (\omega_e^2 - 1 + 4\xi^2) - 4\sigma\xi \right] \right\}, \quad (5.13)$$

$$\tau_\varphi = \frac{2\xi}{k_\varphi \omega_{g1}^2} \left\{ 1 + \tau_\mu \left[\tau_\mu (\omega_e^2 + 4\xi^2 - 2) + \sigma \frac{1 - 4\xi^2 - \omega_e^2}{\xi} \right] \right\}. \quad (5.14)$$

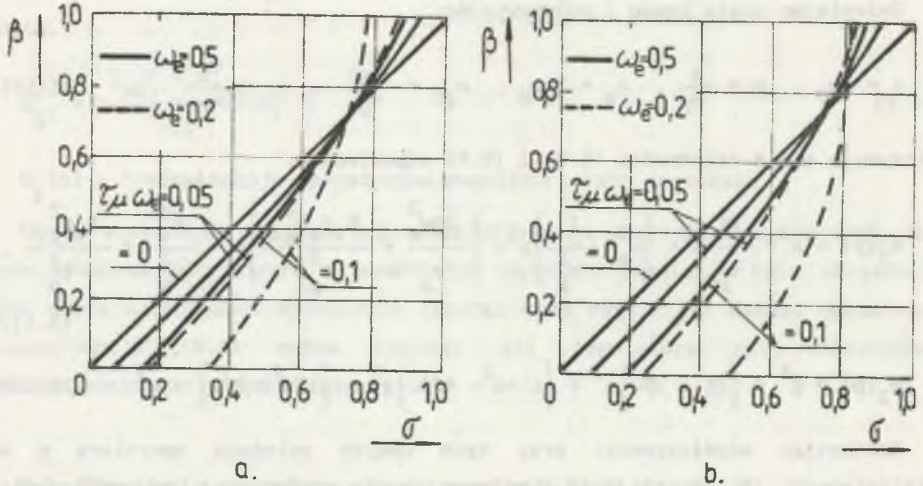
Wspolczynnik tlumienia β i pulsacja ω okreslone sa zaleznosciami:

$$\beta = \frac{\omega_e \sigma - \xi (\tau_\mu \omega_e)}{\sqrt{(\omega_e^2 - 1 + 4\xi^2) (\tau_\mu \omega_e)^2 - 4\xi \sigma \omega_e (\tau_\mu \omega_e) + \omega_e^2}}. \quad (5.15)$$

$$\omega = \frac{1}{\tau_\mu \omega_e} \sqrt{(\omega_e^2 - 1 + 4\xi^2) (\tau_\mu \omega_e)^2 - 4\xi \sigma \omega_e (\tau_\mu \omega_e) + \omega_e^2}. \quad (5.16)$$

Na podstawie zaleznosci (5.15) mozna obliczyc wartosc wspolczynnika tlumienia σ przebiegow w obwodzie regulacji momentu silnika, dla ktorej

współczynnik tłumienia β jest równy założonej wartości współczynnika tłumienia przebiegów ξ w zamkniętym obwodzie regulacji kąta skreślenia. Wykresy zależności $\beta=f(\sigma)$ dla dwóch wartości współczynnika tłumienia ξ przedstawiono na rys. 5.3.



Rys. 5.3. Zależność współczynnika tłumienia β od współczynnika tłumienia σ dla układu napędowego z regulatorem kąta skreślenia typu PD:
a. $\xi = \sqrt{2}/2$, b. $\xi = 1$

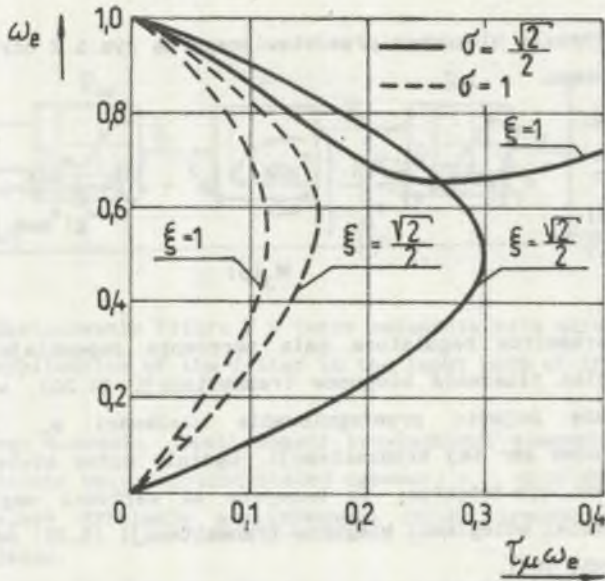
Fig. 5.3. Dependence of damping coefficient β on damping coefficient σ for the drive with torsion angle controller of PD type:
a. $\xi = \sqrt{2}/2$, b. $\xi = 1$

Ograniczenia w doborze parametrów regulatora kąta skreślenia wynikają z konieczności spełnienia dwóch warunków.

1. Należy zapewnić dodatnią wartość wzmacnienia regulatora kąta skreślenia. Z wyrażenia (5.13) otrzymuje się dla $k > 0$ nierówność

$$\left(\omega_e^2 - 1 + 4\xi^2 \right) \left(\tau_{\mu} \omega_e \right)^2 - 4\sigma \xi \omega_e \left(\tau_{\mu} \omega_e \right) + \omega_e^2 \left(1 - \omega_e^2 \right) > 0 \quad (5.17)$$

Przebieg krzywych ograniczających na płaszczyźnie $\omega_e, \tau_{\mu} \omega_e$ dopuszczalny zakres doboru parametrów regulatora kąta skreślenia, wynikający z powyższego ograniczenia, przedstawiono na rys. 5.4. Krzywa dla $\sigma = \sqrt{2}/2$ i $\xi = 1$ ogranicza od góry dopuszczalny przedział doboru wartości względnej pulsacji ω_e , a dla pozostałych kombinacji parametrów σ i ξ ograniczona jest jednocześnie od góry wartość iloczynu $(\tau_{\mu} \omega_e)$.



Rys.5.4. Wykres ograniczeń $k_\varphi=0$ dla regulatora kąta skrećenia typu PD
 Fig.5.4. Graph of limitations $k_\varphi=0$ for torsion angle controller of PD type

2. Przeregulowanie w obwodzie regulacji kąta skrećenia powinno być mniejsze od założonego. Zgodnie z analizą przeprowadzoną w rozdziale drugim, w układzie z elementem sprężystym o parametrach rozłożonych, moment sprężysty na końcu wału (dla $x=1$, rys.2.1) nie jest proporcjonalny do kąta skrećenia elementu sprężystego. W modelu Rayleigha układu sprężystego proporcjonalna do momentu sprężystego na końcu wału jest wielkość oznaczona na schemacie blokowym (rys.5.2) jako φ_1 :

$$\varphi_1(s) = \frac{T_{m2k}}{T_{m2z}} \varphi(s) - \frac{T_{m2k}}{T_{msk}} m(s) \quad (5.18)$$

Zgodnie z zależnościami (5.3) i (5.18):

$$\omega_2(t) = -\frac{1}{T} \int_0^t (\varphi_1(t) - m_m(t)) dt \quad (5.19)$$

Wielkością kształtującą przebieg prędkości mechanizmu ω_2 przy $m_m = \text{const}$ jest parametr φ_1 . Należy więc przeprowadzić analizę przebiegów w zamkniętym

obwodzie regulacji kąta skrećenia przy uwzględnieniu, że wielkość wyjściowa jest φ_1 .

Na podstawie schematu blokowego przedstawionego na rys.5.2 otrzymuje się po zmianie skali czasu:

$$G_{z\varphi_1}(p) = \frac{\varphi_1(p)}{\varphi_z(p)} = \frac{k_\varphi \left(1 + p\tau_\varphi\right) \frac{\omega_{g1}^2}{\tau_\mu^2} \left[\frac{\tau_{m2k}}{\tau_{m2z}} - \left(p^2 + \omega_e^2\right) \frac{\tau_{m2k}}{\omega_{g1}^2 \tau_{msk}} \right]}{M_3(p)} \quad (5.20)$$

Mimo doboru parametrów regulatora kąta skrećenia zapewniających dużą wartość współczynnika tłumienia biegunów transmitancji (5.20), w układzie napędowym mogą się pojawić przeregulowania wielkości φ_1 , które są spowodowane istnieniem zer tej transmitancji. Ogólnie można stwierdzić, że przeregulowanie jest tym większe, im mniejsze są wartości względne zer (odniesione do średniej odległości biegunów transmitancji (5.20) od początku układu współrzędnych) [54].

Wpływ forsującego działania członu $(1+p\tau_\varphi)$ można w prosty sposób skompensować, wstawiając w obwodzie zadawania na wejściu regulatora kąta skrećenia filtr o transmitancji:

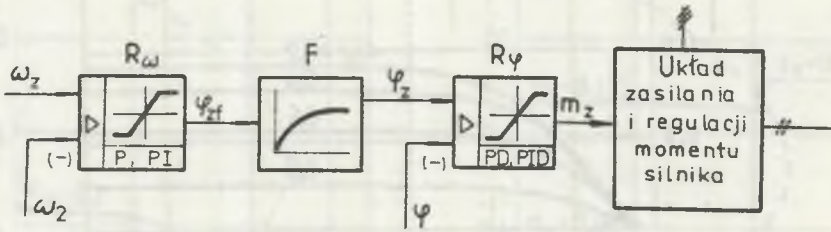
$$G_{f\varphi}(p) = \frac{\varphi_z(p)}{\varphi_{zf}(p)} = \frac{1}{1 + p\tau_\varphi} \quad (5.21)$$

Dla układu napędowego z filtrem (rys.5.5) otrzymuje się transmitancje:

$$G_{z\varphi 1f}(p) = \frac{\varphi_1(p)}{\varphi_{zf}(p)} = \frac{k_\varphi \frac{\omega_{g1}^2}{\tau_\mu^2} \left[\frac{\tau_{m2k}}{\tau_{m2z}} - \left(p^2 + \omega_e^2\right) \frac{\tau_{m2k}}{\omega_{g1}^2 \tau_{msk}} \right]}{M_3(p)} \quad (5.22)$$

Obecność członu forsującego $\left(p^2 + \omega_e^2\right) \tau_{m2k} \omega_{g1}^{-2} \tau_{msk}^{-1}$ w liczniku transmitancji (5.22) jest wynikiem uwzględnienia zjawisk przestrzennych w elemencie sprężystym w modelu Rayleigha układu. Na wartość przeregulowania związanego z tym członem mają głównie wpływ:

- a) wartość momentu bezwładności (mechanicznej stałej czasowej) elementu sprężystego odniesiona do wartości momentów bezwładności mas skupionych



Rys.5.5. Zastosowanie filtra F w torze zadawania kąta skrećenia

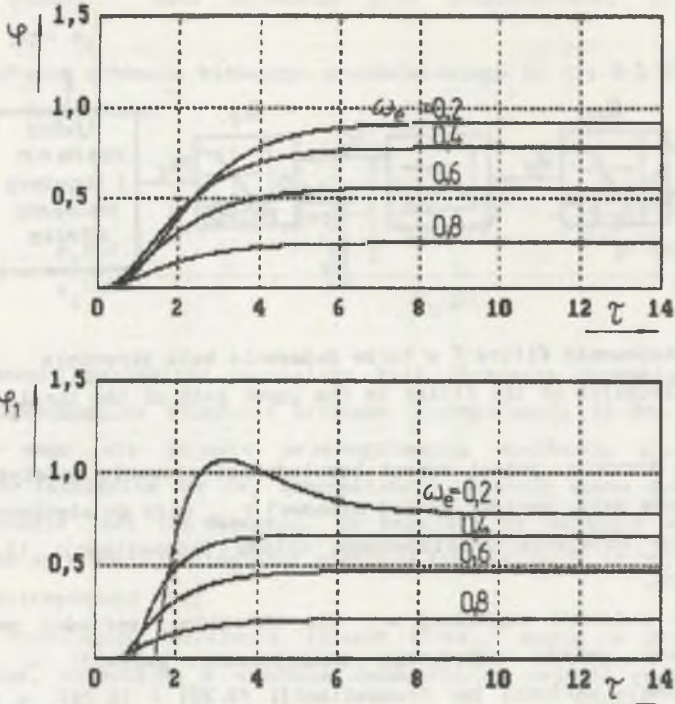
Fig.5.5. Application of the filter in the input path of the torsion angle

na jego końcach; jeżeli moment bezwładności elementu sprężystego jest pomijalnie mały, wartość stałej czasowej τ_{msk} dąży do nieskończoności i forsujące działanie analizowanego członu transmitancji (5.22) jest pomijalne,

- b) wartość pulsacji względnej ω_e . Dla określonej wartości pozostałych parametrów układu napędowego zmniejszenie pulsacji ω_e powoduje zmniejszenie wartości zer transmitancji (5.20) i (5.22), a tym samym wzrost przeregulowania wielkości φ_1 . Dla danych parametrów układu napędowego i założonej dopuszczalnej wartości względnego przeregulowania wielkości φ_1 można wyznaczyć graniczną wartość pulsacji względnej ω_e , poniżej której przeregulowanie będzie większe od dopuszczalnego. Należy również zauważyć, że wzrost wartości pulsacji ω_e powoduje zwiększenie czasu regulacji, ponieważ maleje wówczas pulsacja ω_0 będąca miarą szybkości działania układu.

Przykładowe przebiegi czasowe kąta skrećenia φ oraz wielkości φ_1 w odpowiedzi na skok jednostkowy zadanej wartości kąta skrećenia φ_2 , dla wybranych wartości pulsacji względnej ω_e , przedstawiono na rys.5.6 (w torze zadawania momentu zastosowano filtr o transmitancji określonej zależnością (5.21)).

Na rys.5.7 przedstawiono dla wybranych parametrów układu mechanicznego przebiegi krzywych ograniczających od dołu wartości pulsacji względnej ω_e tak, aby przeregulowanie wielkości φ_1 w układzie z regulatorem typu PD o parametrach dobranych dla warunku $\xi=\sigma=1$ było mniejsze od 1%, czyli praktycznie dla przebiegu aperiodycznego.



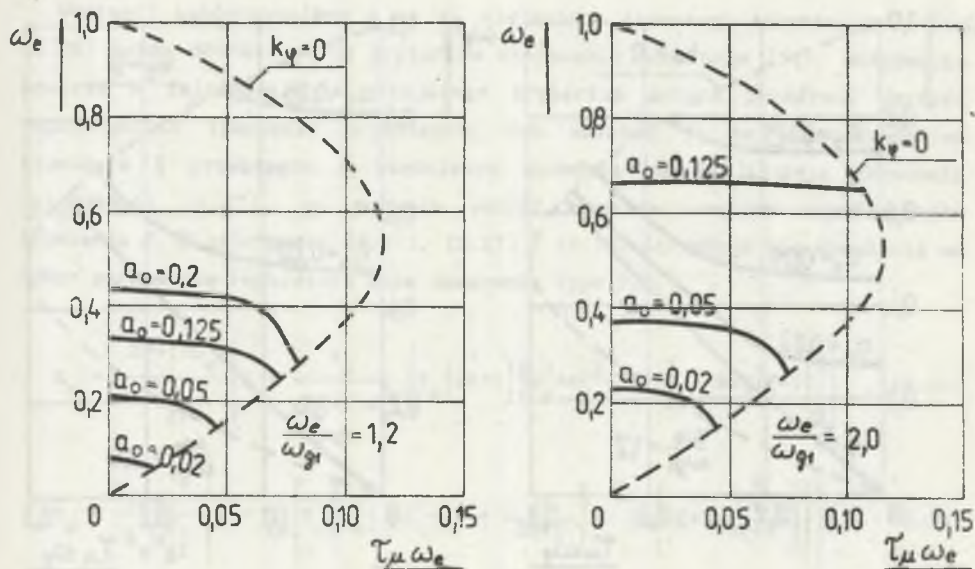
Rys.5.6. Odpowiedzi na skok jednostkowy wielkości φ_{zf} w układzie z regulatorem kąta skrećenia typu PD dla $\sigma=\xi=1$, $a_0=0,05$, $\omega_e/\omega_{g1}=2$, $\tau_\mu \omega_e=0,03$ (wyniki symulacji komputerowej)

Fig.5.6. Responses to a step input of variable φ_{zf} in the system with torsion angle controller of PD type for $\sigma=\xi=1$, $a_0=0.05$, $\omega_e/\omega_f=2$, $\tau_\mu \omega_e=0.03$ (results of computer simulation)

Parametr a_0 jest określony zależnością:

$$a_0 = \frac{\tau_{m2k}}{\tau_{msk}} \quad (5.22a)$$

Podobne charakterystyki ograniczeń dla układu z regulatorem typu PD o parametrach dobranych dla $\xi=\sigma=\sqrt{2}/2$ oraz warunku, aby przeregulowanie φ_1 było mniejsze od 6,5% (o 50% większe, aniżeli przeregulowanie kąta φ dla współczynnika tłumienia $\xi=\sqrt{2}/2$), przedstawiono na rys.5.8.



Rys.5.7. Ograniczenia pulsacji względnej ω_e dla układu napędowego z regulatorem kąta skrećenia typu PD oraz $\sigma=\xi=1$ i maksymalnego przeregulowania wielkości φ_1 mniejszego od 1%

Fig.5.7. Limitations of relative frequency ω_e for the drive with torsion angle controller of PD type and $\sigma=\xi=1$, and maximum overshoot of variable φ_1 less than 1%

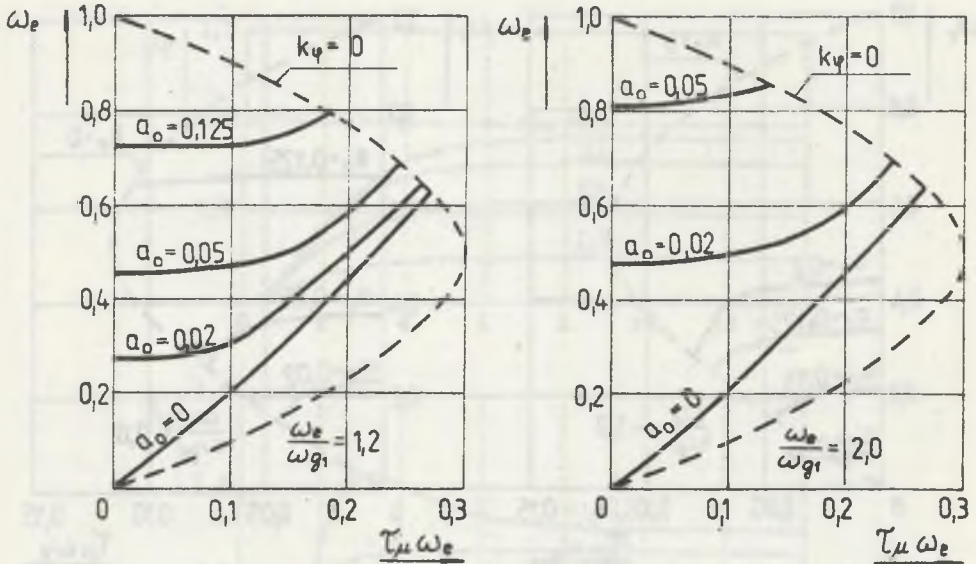
5.3. Określanie parametrów obwodu regulacji kąta skrećenia dla regulatora typu PID

Dla regulatora kąta skrećenia typu PID o transmitancji operatorowej:

$$G_\varphi(s) = k_\varphi \left(1 + sT_\varphi + \frac{1}{sT_i} \right) \quad (5.24)$$

transmitancja operatorowa (5.4) zamkniętego obwodu regulacji kąta skrećenia elementu sprężystego, po wprowadzeniu względnego czasu $\tau = t\omega_0$ ($p=s/\omega_0$), przyjmuje postać:

$$G_{z\varphi}(p) = \frac{\frac{k_\varphi \omega_0^2}{2\tau_\mu \tau_i} (p^2 \tau_\varphi \tau_i + p\tau_i + 1)}{M_4(p)} \quad (5.25)$$



Rys. 5.8. Ograniczenia pulsacji względnej ω_e dla układu napędowego z regulatorem kąta skreślenia typu PD oraz $\sigma = \xi = \sqrt{2}/2$ i maksymalnego przeregulowania wielkości φ_1 mniejszego od 6,5%

Fig. 5.8. Limitations of relative frequency ω_e for the drive with torsion angle controller of PD type and $\sigma = \xi = \sqrt{2}/2$, and maximum overshoot of variable φ_1 less than 6.5%

gdzie:

$$\tau_i = T_i \omega_0 \quad (5.26)$$

$$M_4(p) = p^5 + \frac{2\sigma}{\tau_\mu} p^4 + \left(\omega_e^2 + \frac{1}{\tau_\mu^2} \right) p^3 + \left(\frac{2\sigma\omega_e^2}{\tau_\mu} + \frac{k\tau\varphi\omega^2 g_1}{\tau_\mu^2} \right) p^2 + \frac{\omega_e^2 + k\varphi\omega^2 g_1}{\tau_\mu^2} p + \frac{k\omega^2 g_1}{\tau_\mu^2 \tau_i} \quad (5.27)$$

Mianownik $M_4(p)$ transmitancji operatorowej (5.25) można przedstawić w postaci:

$$M_4(p) = \left(p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + 1 \right) \left(p^2 + 2\beta\omega p + \omega^2 \right) \quad (5.28)$$

Wartości współczynników a_1 i a_2 wielomianu trzeciego stopnia wyrażenia (5.28) można dobrać według kryteriów sterowania modalnego [54], otrzymując wówczas w zależności od przyjętego kryterium doboru określoną wartość współczynnika tłumienia przebiegów, lub związać je ze współczynnikiem tłumienia ξ przebiegów w zamkniętym obwodzie regulacji kąta skreślenia zależnością (4.27), co pozwala wybrać dowolną wartość współczynnika tłumienia ξ . Z zależności (4.27), (5.27) i (5.28) otrzymuje się wyrażenia na dobor parametrów regulatora kąta skreślenia typu PID:

$$k_{\varphi} = \frac{2\xi+1-\omega_e^2}{\omega_{g1}^2} \left\{ 1 + \frac{\tau_{\mu}}{2\xi+1-\omega_e^2} \left[\tau_{\mu} (2\xi+1) (\omega_e^2 + 4\xi^2 + 2\xi - 1) - 8\sigma\xi(\xi+1) \right] \right\} \quad (5.29)$$

$$\tau_{\varphi} = \frac{2\xi+1}{k_{\varphi} \omega_{g1}^2} \left\{ 1 + \tau_{\mu} \left[\tau_{\mu} (\omega_e^2 + 4\xi^2 - 1) + \frac{1}{2\xi+1} \right] - 2\sigma \left[2\xi + \frac{\omega_e^2}{2\xi+1} \right] \right\} \quad (5.30)$$

$$\tau_i = \frac{k_{\varphi} \omega_{g1}^2}{1 + \tau_{\mu} \left[\tau_{\mu} (\omega_e^2 + 4\xi^2 + 2\xi) - 2\sigma (2\xi + 1) \right]} \quad (5.31)$$

Współczynnik tłumienia β i pulsacja ω określone są zależnościami:

$$\beta = \frac{\sigma\omega_e - (\tau_{\mu}\omega_e)(\xi + 0,5)}{\sqrt{\omega_e^2 \left[(\tau_{\mu}\omega_e)^2 + 1 \right] + (4\xi + 2) \left[\xi(\tau_{\mu}\omega_e)^2 - \sigma\omega_e(\tau_{\mu}\omega_e) \right]}} \quad (5.32)$$

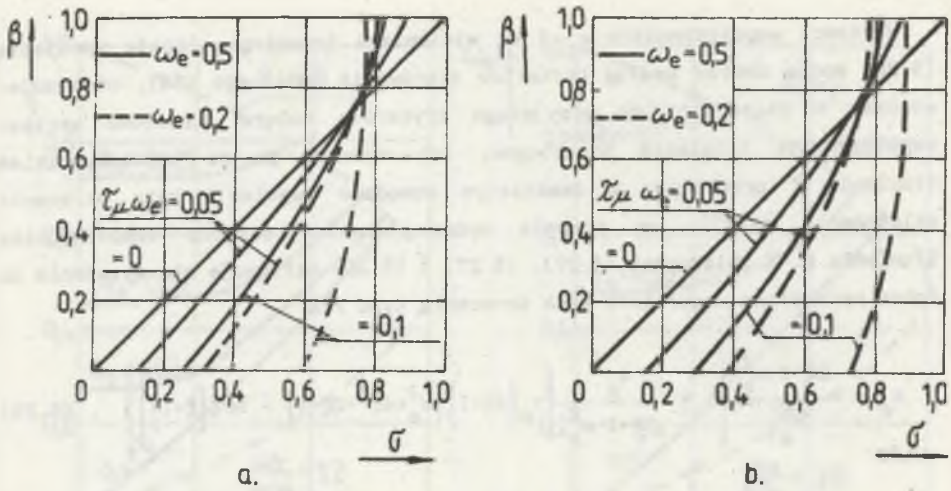
$$\omega = \frac{1}{\tau_{\mu}\omega_e} \sqrt{\omega_e^2 \left[(\tau_{\mu}\omega_e)^2 + 1 \right] + (4\xi + 2) \left[\xi(\tau_{\mu}\omega_e)^2 - \sigma\omega_e(\tau_{\mu}\omega_e) \right]} \quad (5.33)$$

Wykresy zależności współczynnika tłumienia $\beta=f(\sigma)$ dla różnych wartości parametrów układu elektromechanicznego przedstawiono na rys.5.9.

Formułując podobnie jak w punkcie 5.2 ograniczenia w doborze wartości parametrów regulatora kąta skreślenia typu PID otrzymuje się:

1) warunek, aby wzmacnienie regulatora kąta skreślenia było większe od zera. Z wyrażenia (5.29) otrzymuje się dla $k_{\varphi} > 0$ nierówność:

$$(2\xi+1) (\omega_e^2 + 4\xi^2 + 2\xi - 1) (\tau_{\mu}\omega_e)^2 - 8\sigma\omega_e\xi(\xi+1) (\tau_{\mu}\omega_e) + \omega_e^2 (2\xi+1-\omega_e^2) > 0 \quad (5.34)$$



Rys. 5.9. Zależność współczynnika tłumienia β od współczynnika tłumienia σ dla układu napędowego z regulatorem kąta skręcenia typu PID:
 a. $\xi = \sqrt{2}/2$, b. $\xi = 1$

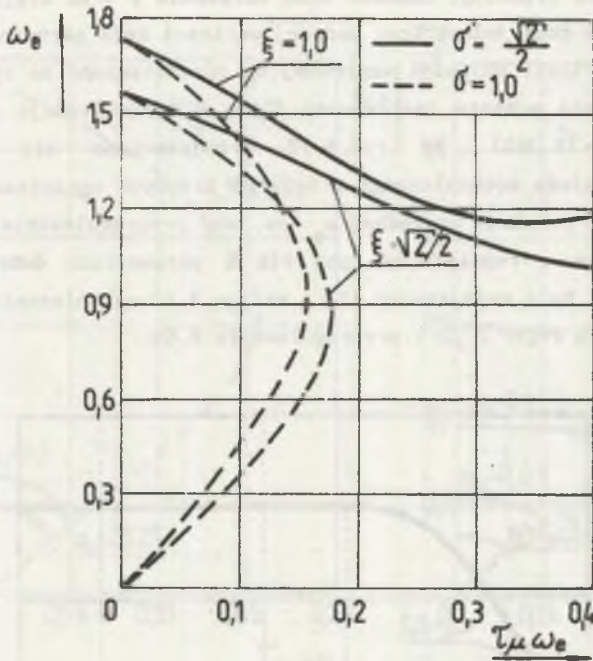
Fig. 5.9. Dependence of damping coefficient β on damping coefficient σ for the drive with torsion angle controller of PID type:
 a. $\xi = \sqrt{2}/2$, b. $\xi = 1$

Przebieg krzywych ograniczających na płaszczyźnie $\omega_e, \tau_\mu \omega_e$ dopuszczalny zakres doboru parametrów regulatora kąta skręcenia, wynikający z powyższego ograniczenia, przedstawiono na rys. 5.10. Krzywe dla $\sigma = \sqrt{2}/2$ ograniczają od góry dopuszczalny przedział doboru wartości względnej pulsacji ω_e , a dla $\sigma = 1$ ograniczona jest maksymalna wartość iloczynu ($\tau_\mu \omega_e$);

2) warunki ograniczenia przeregulowań w układzie regulacji kąta skręcenia. Zależność wielkości φ_1 kształtującej przebieg prędkości mechanizmu od zadanej wartości kąta skręcenia opisana jest transmitancją:

$$G_{z\varphi_1}(p) = \frac{\varphi_1(p)}{\varphi_z(p)} = \frac{\frac{k_g \omega^2}{\tau_\mu \tau_1} (p^2 \tau_\varphi \tau_1 + p \tau_1 + 1) \left[\frac{\tau_{m2k}}{\tau_{m2z}} - (p^2 + \omega_e^2) \frac{\tau_{m2k}}{\omega_g^2 \tau_{msk}} \right]}{M_4(p)} \quad (5.35)$$

a. Aby skompensować forsujące działanie członu $\tau_\varphi \tau_1 p^2 + \tau_1 p + 1$ w liczniku transmitancji operatorowej (5.35), należy w torze zadawania na wejściu regulatora kąta skręcenia (rys. 5.6) zastosować filtr o transmitancji operatorowej:



Rys. 5.10. Wykres ograniczen $k_\varphi=0$ dla regulatora kąta skręcenia typu PID
 Fig. 5.10. Graph of limitations $k_\varphi=0$ for torsion angle controller of PID type

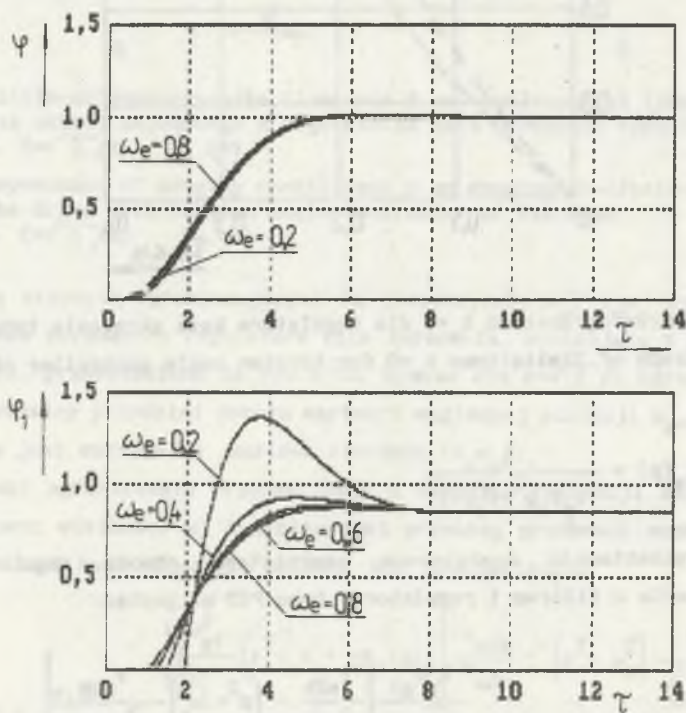
$$G_{f\varphi}(p) = \frac{1}{\tau_\varphi \tau_1 p^2 + \tau_1 p + 1} \quad (5.36)$$

Transmitancja operatorowa zamkniętego obwodu regulacji kąta skręcenia z filtrem i regulatorem typu PID ma postać:

$$G_{z\varphi 1f}(p) = \frac{\varphi_1(p)}{\varphi_{zf}(p)} = \frac{k_\varphi \omega_e^2 g_1 \left[\frac{\tau_{m2k}}{\tau_{m2z}} - \left(p^2 + \omega_e^2 \right) \frac{\tau_{m2k}}{\omega_g^2 \tau_{msk}} \right]}{M_4(p)} \quad (5.37)$$

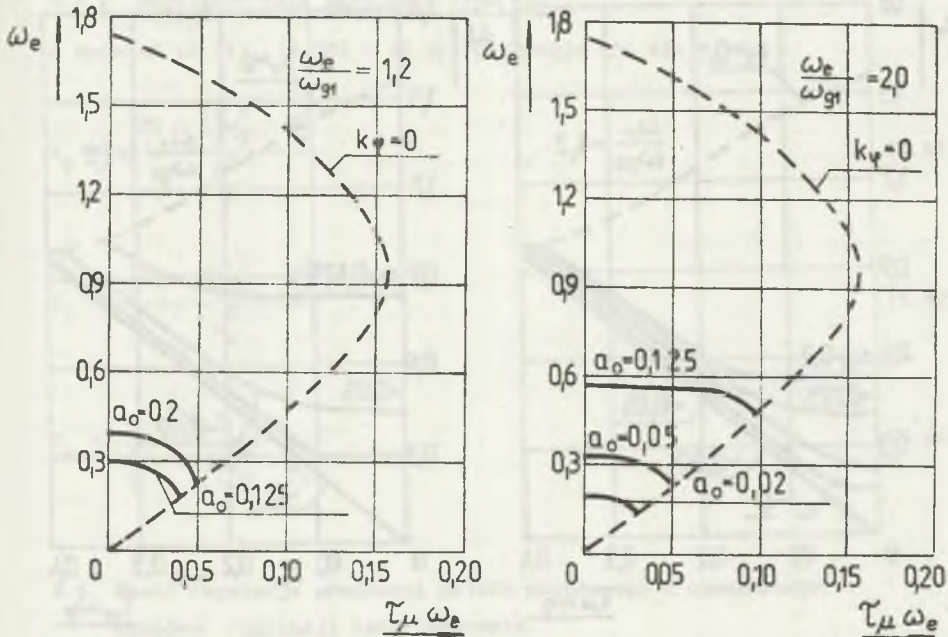
b. Ograniczenie przeregulowan będących wynikiem forsującego działania członu $(p^2 + \omega_e^2) \tau_{m2k} \omega_g^{-2} \tau_{msk}^{-1}$ można uzyskać, podobnie jak dla układu z regulatorem typu PD, przez odpowiedni dobór wartości względnej pulsacji ω_e .

Przykładowe przebiegi czasowe kąta skrećenia φ oraz wielkości φ_1 , w odpowiedzi na skok jednostkowy zadanej wartości kąta skrećenia φ_2 , dla wybranych wartości pulsacji względnej ω_e przedstawiono na rys.5.11 (w torze zadawania momentu zastosowano filtr o transmitancji określonej zależnością (5.36)). Na rys.5.12 przedstawiono dla wybranych parametrów układu mechanicznego przebiegi krzywych ograniczających od dołu wartości pulsacji względnej ω_e tak, aby przeregulowanie wielkości φ_1 w układzie z regulatorem typu PID o parametrach dobranych dla warunku $\xi=\sigma=1$ było mniejsze od 1%, a na rys 5.13 ograniczenia pulsacji ω_e dla warunku $\sigma=\xi=\sqrt{2}/2$ i przeregulowania 6,5%.



Rys.5.11. Odpowiedzi na skok jednostkowy wielkości φ_{zf} w układzie z regulatorem kąta skrećenia typu PID dla $\sigma=\xi=\sqrt{2}/2$, $a_0=0,05$, $\omega_e/\omega_{g1}=2$, $\tau_\mu \omega_e=0,03$ (wyniki symulacji komputerowej)

Fig.5.11. Responses to a step input of variable φ_{zf} in the system with torsion angle controller of PID type for $\sigma=\xi=\sqrt{2}/2$, $a_0=0.05$, $\omega_e/\omega_f=2$, $\tau_\mu \omega_e=0.03$ (results of computer simulation)



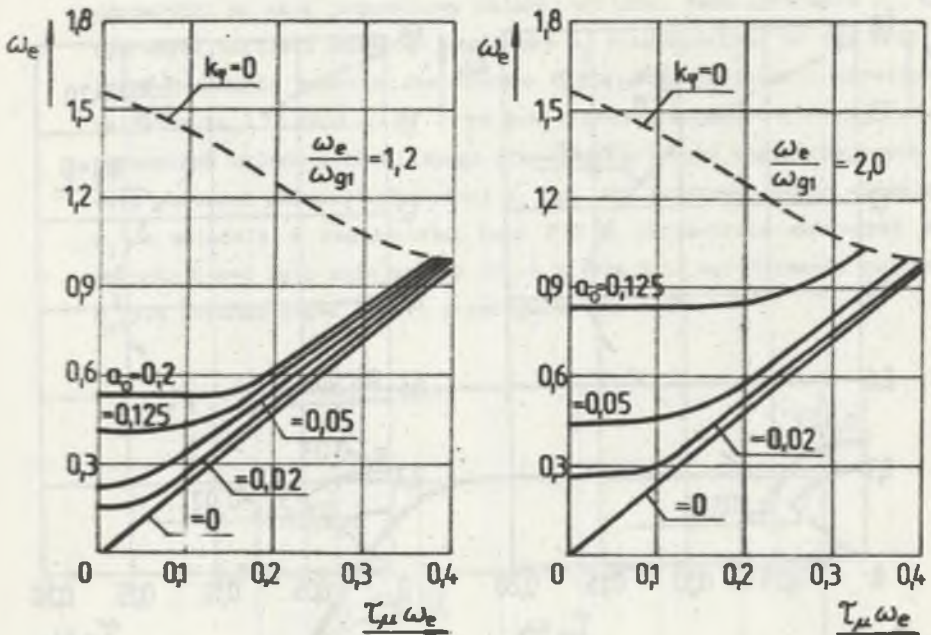
Rys. 5.12. Ograniczenia pulsacji względnej ω_e dla układu napędowego z regulatorem kąta skręcenia typu PID oraz $\sigma=\xi=1$ i maksymalnego przeregulowania wielkości φ_1 mniejszego od 1%

Fig. 5.12. Limitations of relative frequency ω_e for the drive with torsion angle controller of PID type and $\sigma=\xi=1$, and maximum overshoot of variable φ_1 less than 1%

5.4. Określanie parametrów regulatora kąta skręcenia w napędach o małej wartości pulsacji drgań własnych układu mechanicznego

Podobnie jak dla struktury układu sterowania opisanej w rozdziale 4, w przypadku gdy okres drgań własnych układu mechanicznego jest bardzo duży w porównaniu ze stałą czasową τ_μ , obwód regulacji momentu elektromagnetycznego silnika można traktować jako bezinercyjny. Wpływ stałej czasowej τ_μ na dobór wartości parametrów regulatora kąta skręcenia jest pomijalny, jeżeli jest spełniona nierówność:

$$\tau_\mu \omega_e = T_\mu \Omega_e \leq 0,02 \quad (5.38)$$



Rys.5.13. Ograniczenia pulsacji względnej ω_e dla układu napędowego z regulatorem kąta skrećenia typu PID oraz $\sigma=\xi=\sqrt{2}/2$ i maksymalnego przeregulowania wielkości φ_1 mniejszego od 6,5%

Fig.5.13. Limitations of relative frequency ω_e for the drive with torsion angle controller of PID type and $\sigma=\xi=\sqrt{2}/2$, and maximum overshoot of variable φ_1 less than 6.5%

5.4.1. Regulator kąta skrećenia typu PD

Z wyrażeń (5.8), (5.13) i (5.14) dla $\tau_\mu=0$ otrzymuje się zależności na obliczanie parametrów regulatora kąta skrećenia typu PD, przy założonym czasie regulacji określonym parametrem ω_0 i założonym współczynnikiem tłumienia przebiegów ξ :

$$k_p = \frac{\omega_0^2 - \omega_e^2}{\omega_{g1}^2} \quad (5.39)$$

$$T_p = \frac{2\xi\omega_0}{\omega_0^2 - \omega_e^2} \quad (5.40)$$

5.4.2. Regulator kąta skrećenia typu PID

Z wyrażen (5.27), (5.29) - (5.31) otrzymuje się dla $\tau_{\mu}=0$:

$$k_{\varphi} = \frac{(2\xi + 1)\omega_0^2 - \Omega_e^2}{\Omega_g^2} \quad (5.41)$$

$$T_i = \frac{(2\xi + 1)\omega_0^2 - \Omega_e^2}{\omega_0^3} \quad (5.42)$$

$$T_{\varphi} = \frac{(2\xi + 1)\omega_0}{(2\xi + 1)\omega_0^2 - \Omega_e^2} \quad (5.43)$$

5.5. Obwód regulacji prędkości układu napędowego z wewnętrznym obwodem regulacji kąta skrećenia

Jeżeli w syntezie obwodu regulacji kąta skrećenia elementu sprężystego zostały spełnione następujące warunki:

- a) przyjęta do obliczeń parametrów regulatora kąta skrećenia wartość współczynnika tłumienia przebiegów ξ spełnia nierówność:

$$\xi \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (5.44)$$

- b) współczynnik tłumienia przebiegów σ w zamkniętym obwodzie regulacji momentu silnika ma taką wartość, by obliczona z zależności (5.15) dla regulatora typu PD lub z zależności (5.32) dla regulatora typu PID wartość współczynnika β spełniała nierówność:

$$\beta \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (5.45)$$

- c) zastosowano filtr o transmitancji (5.21) lub (5.36) na wejściu regulatora kąta skrećenia,
- d) dobrano taką wartość pulsacji względnej ω_e , aby przeregulowanie wielkości φ_1 było mniejsze od przyjętego za dopuszczalne,

to przebiegi w zamkniętym obwodzie regulacji kąta skrećenia elementu sprężystego można traktować jako aperiodyczne i parametry regulatora predkości dobierać na podstawie kryteriów doboru regulatorów dla obiektów inercyjnych. Dla celów syntezy nadrzednego obwodu regulacji predkości, zamknięty obwód regulacji kąta skrećenia można wtedy przedstawić w sposób uproszczony, jako element inercyjny pierwszego rzędu opisany transmitancją operatorową:

$$G_{z\varphi 1}(p) = \frac{k_{z\varphi}}{1 + p\tau_{z\varphi}} \quad (5.46)$$

gdzie: $k_{z\varphi}$, $\tau_{z\varphi}$ - współczynnik wzmocnienia i zastępcza stała czasowa zamkniętego obwodu regulacji kąta skrećenia elementu sprężystego.

Porównując transmitancje (5.22) i (5.46) otrzymuje się dla regulatora kąta skrećenia typu PD:

$$k_{z\varphi} = \frac{k_{\varphi} \omega_{g1}^2 \left[\frac{\tau_{m2k}}{\tau_{m2z}} - \frac{\tau_{m2k}}{\tau_{msk}} \left(\frac{\omega_e}{\omega_{g1}} \right)^2 \right]}{\omega_e^2 + k_{\varphi} \omega_{g1}^2} \quad (5.47)$$

$$\tau_{z\varphi} = \frac{2\sigma\omega_e \left(\tau_{\mu e} \right) + k_{\varphi} \tau_{\varphi} \omega_{g1}^2}{\omega_e^2 + k_{\varphi} \omega_{g1}^2} \quad (5.48)$$

a z zależności (5.37) i (5.46) dla regulatora kąta skrećenia typu PID:

$$k_{z\varphi} = \frac{\tau_{m2k}}{\tau_{m2z}} - \frac{\tau_{m2k}}{\tau_{msk}} \left(\frac{\omega_e}{\omega_{g1}} \right)^2 \quad (5.49)$$

$$\tau_{z\varphi} = \tau_1 \left(1 + \frac{\omega_e^2}{k_{\varphi} \omega_{g1}^2} \right) \quad (5.50)$$

5.6 Wnioski

1. Prezentowana w rozdziale 5 struktura układu sterowania napędu z połączeniem sprężystym i opisana metoda określania parametrów regulatora kąta skrećenia elementu sprężystego pozwalają na uzyskanie dowolnej wartości współczynnika tłumienia oscylacji napędu.

2. Pulsacja ω_0 określająca szybkości układu zależna jest od wartości pulsacji względnej ω_e , która jest parametrem w zależnościach określających wartości wzmacnienia i stałych czasowych regulatora kąta skrećenia. Czas regulacji przebiegów w zamkniętym obwodzie regulacji kąta skrećenia może być zatem dowolnie dobierany w zakresie wynikającym z przedstawionych ograniczeń wartości pulsacji ω_e .

3. Wadą prezentowanej struktury układu sterowania jest wymóg dostępności predkości mechanizmu ω_2 i kąta skrećenia elementu sprężystego φ . Jeżeli bezpośredni pomiar tych wielkości jest niemożliwy, do ich odtworzenia można zastosować obserwator, którego strukturę i sposób obliczania parametrów przedstawiono w rozdziale 6 niniejszej pracy.

6. ZASTOSOWANIE OBSERWATORÓW W UKŁADACH NAPIEDOWYCH Z POŁĄCZENIAMI SPRĘŻYSTYMI

Z przeprowadzonej w rozdziałach 4 i 5 analizy wynika, że w celu uzyskania dobrych właściwości dynamicznych układów napędowych z połączeniami sprężystymi (duży współczynnik tłumienia oscylacji i krótki czas regulacji), konieczne jest w wielu przypadkach wprowadzenie do klasycznego układu sterowania napędu, z obwodami regulacji prędkości i momentu silnika, dodatkowych sprzężeń zwrotnych, np. od prędkości mechanizmu lub od kąta skreślenia elementu sprężystego. Bezpośredni pomiar tych wielkości wiąże się jednak często z dużymi trudnościami i wysokimi kosztami.

Zagadnienie odtwarzania wektora niedostępnych zmiennych stanu i syntezy obserwatorów na podstawie wektora wymuszeń i wektora mierzalnych zmiennych stanu jest omówione w wielu pozycjach literatury np. [48, 62, 83]. W ostatnich latach czynione są także próby stosowania obserwatorów w układach sterowania napędów z połączeniami sprężystymi [12, 25, 33, 57, 96, 99]. Pewnym problemem w tym przypadku jest fakt, że na ogół niemierzalny jest także moment obciążenia napędu, czyli niedostępny jest pełny wektor wymuszeń układu.

Moment obciążenia układu napędowego z elementem sprężystym może być także odtwarzany za pomocą obserwatora, np. według metody podanej w publikacji [99]. Wykazano tam, że możliwe jest odtwarzanie momentu obciążenia napędu z połączeniem sprężystym z opóźnieniem inercyjnym czwartego rzędu. W niniejszym rozdziale dokonano syntezy zredukowanego obserwatora stanu układu napędowego z elementem sprężystym, a także przeprowadzono analizę współpracy obserwatora z opisanymi w rozdziałach 4 i 5 strukturami układu sterowania, przy założeniu, że moment obciążenia napędu nie jest mierzony ani odtwarzany.

Synteza obserwatora niedostępnych zmiennych stanu układu napędowego z połączeniem sprężystym zostanie przeprowadzona przy założeniu, że mierzalne są:

- dwie zmienne stanu: prędkość silnika ω_1 i moment elektromagnetyczny silnika m ,
- jedno wymuszenie, którym dla przedstawionego i analizowanego w rozdziałach 4 i 5 obiektu regulacji jest moment zadany m_z . W celu określenia struktury obserwatora założono także dostępność momentu obciążenia m_m , a następnie podano metodę wyznaczania parametrów obserwatora w przypadku, gdy moment obciążenia nie jest mierzalny.

Ponadto przyjęto następujące założenia, różne od określonych dla rozdziałów 4 i 5:

- z przeprowadzonej w rozdziałach 4 i 5 analizy wynika, że dla uzyskania dużego tłumienia oscylacji układu napędowego ($\xi = \beta \geq \sqrt{2}/2$) współczynnik tłumienia przebiegów w zamkniętym obwodzie regulacji momentu silnika powinien mieć wartość $\sigma \geq \sqrt{2}/2$. W takim przypadku element oscylacyjny drugiego rzędu można aproksymować elementem inercyjnym pierwszego rzędu. Założono więc, że zamknięty obwód regulacji momentu elektromagnetycznego silnika jest opisany transmitancją operatorową:

$$G_{zm}(s) = \frac{m(s)}{m_z(s)} = \frac{1}{T_{\mu 1}s + 1}, \quad (6.1)$$

gdzie:

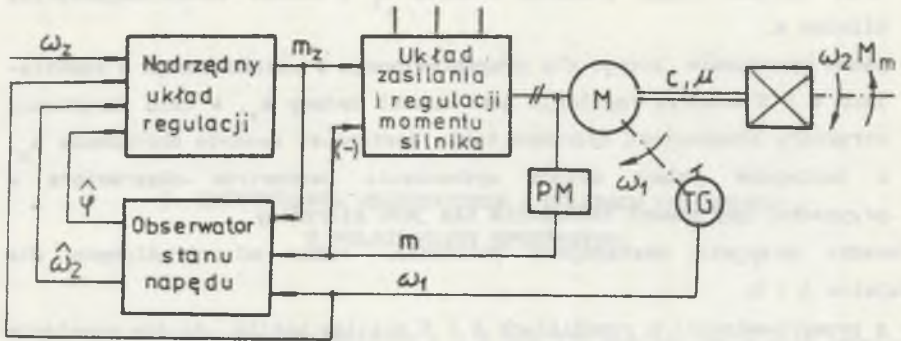
$$T_{\mu 1} = 2\sigma T_{\mu}, \quad (6.2)$$

- w syntezie obserwatora uwzględniono tłumienie wewnętrzne elementu sprężystego.

6.1. Analiza obserwatora Luenbergera układu napędowego z połączeniem sprężystym przy niedostępny momencie obciążenia

Schemat funkcjonalny układu napędowego z połączeniem sprężystym i z obserwatorem stanu przedstawiono na rys.6.1. Obserwator na podstawie dostępnych zmiennych stanu i wymuszeń odtwarza na wyjściu wartości kąta skreńczenia elementu sprężystego $\hat{\phi}$ i prędkości mechanizmu $\hat{\omega}_2$. Blok nadrzędnego układu regulacji może w szczególności zawierać układ regulacji napędu z połączeniem sprężystym przedstawiony w rozdziale 4 lub 5.

Zakładając, że zamknięty obwód regulacji momentu opisany jest transmitancją (6.1) i przyjmując do rozważań model Rayleigha układu sprężystego, obiekt regulacji opisany jest równaniem stanu:



Rys.6.1. Schemat funkcjonalny układu napędowego z połączeniem sprężystym z obserwatorem stanu

Fig.6.1. Functional diagram of the drive with elastic joint and state observer

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad , \quad (6.3)$$

o danym warunku początkowym:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad , \quad (6.3.a)$$

i równaniem wyjścia:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad , \quad (6.4)$$

w których oznaczono:

$$\mathbf{x}(t) = \left[m(t) \quad \omega_1(t) \quad \varphi(t) \quad \omega_2(t) \right]^T \quad (6.5)$$

$$\mathbf{u}(t) = \left[m_Z(t) \quad m_m(t) \right]^T \quad (6.6)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{T_{\mu 1}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_{m1k}} & \frac{-1}{T_{t1z}} & \frac{-1}{T_{m1z}} & \frac{1}{T_{t1z}} \\ 0 & \frac{1}{T_c} & 0 & \frac{-1}{T_c} \\ \frac{-1}{T_{msk}} & \frac{1}{T_{t2z}} & \frac{1}{T_{m2z}} & \frac{-1}{T_{t2z}} \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{\mu 1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{msk}} & 0 & \frac{-1}{T_{m2k}} \end{bmatrix}^T \quad (6.8)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} m(t) & \omega_1(t) \end{bmatrix}^T \quad (6.9)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Stałe czasowe tłumienia układu sprężystego są określone zależnościami:

$$T_{t1z} = \frac{J_{1z}}{\mu} \quad , \quad T_{t2z} = \frac{J_{2z}}{\mu} \quad (6.11)$$

Jeżeli zakłócenia sygnałów pomiarowych (momentu elektromagnetycznego silnika m oraz jego prędkości ω_1) układu elektromechanicznego opisanego równaniami (6.3)-(6.10) są niewielkie, można skonstruować obserwator Luenbergera odtwarzający na podstawie wektora wymuszeń $u(t)$ i wektora wyjścia $y(t)$ wektor stanu układu. Układ opisany równaniami:

$$\dot{z}(t) = Dz(t) + Fu(t) + Gy(t) \quad , \quad (6.12)$$

gdzie: $z(t)$ - dwuwymiarowy wektor stanu obserwatora,
 $r(t)$ - czterowymiarowy wektor wyjścia obserwatora,
 D, F, G , - macierze o wymiarach (2×2) ,

jest obserwatorem stanu układu opisanego równaniami (6.3)-(6.10), jeżeli spełnione są warunki [48, 83]:

- 1) układ opisany równaniami (6.3) i (6.4) jest obserwowalny i sterowalny,
- 2) związek między wektorem stanu obserwatora $z(t)$ a wektorem stanu układu elektromechanicznego $x(t)$ opisany jest równaniem:

$$z(t) = Hx(t) \quad , \quad (6.13)$$

gdzie H jest macierza o wymiarach (2×4) ,

- 3) spełnione są zależności:

$$DH = HA - GC \quad , \quad (6.14)$$

$$F = HB \quad , \quad (6.15)$$

4) macierz o wymiarach (4 x 4):

$$R = \begin{bmatrix} C \\ H \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

jest macierzą nieosobliwą.

Estymatę wektora stanu wyznacza się z zależności:

$$\hat{x}(t) = Pz(t) + Qy(t) \quad (6.17)$$

Macierze obserwatora stanu wyznacza się na podstawie zależności (6.14) i (6.15) oraz równań [48, 83]:

$$[P, Q] = \begin{bmatrix} C \\ H \end{bmatrix}^{-1} \quad (6.18)$$

$$[D, G] = HA[P, Q] \quad (6.19)$$

Jeżeli macierz H ma postać:

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

to na podstawie zależności (6.8) oraz (6.16) otrzymuje się:

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{h_{11}}{T_{\mu 1}} & \frac{h_{12}}{T_{msk}} - \frac{h_{14}}{T_{m2k}} \\ \frac{h_{21}}{T_{\mu 1}} & \frac{h_{22}}{T_{msk}} - \frac{h_{24}}{T_{m2k}} \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

Warunkiem istnienia obserwatora stanu, którego błąd estymacji równa się zero dla czasu $t \rightarrow \infty$, jest w przypadku niedostępności momentu obciążenia m_m spełnienie warunku:

$$f_{12} = f_{22} = 0 \quad (6.22)$$

Biorąc pod uwagę zależność (6.21), warunek (6.22) zostanie spełniony, jeżeli:

$$a) \quad h_{12} = h_{14} = h_{22} = h_{24} = 0 \quad (6.23)$$

lecz dla $h_{14} = h_{24} = 0$ i dla macierzy C określonej zależnością (6.10) macierz R jest osobiwa, więc obserwator stanu układu napędowego nie istnieje,

lub

b)

$$\frac{h_{14}}{h_{12}} = \frac{h_{24}}{h_{22}} = \frac{T_{m2k}}{T_{msk}} \quad (6.24)$$

Z równania (6.18) obliczamy macierz P :

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ h_{24} & -h_{14} \\ -h_{23} & h_{13} \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

a następnie z równania (6.19) macierz stanu D obserwatora:

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

które współczynniki są określone zależnościami:

$$d_{11} = \frac{1}{w} \left[h_{24} \left(\frac{h_{14}}{T_{m2z}} - \frac{h_{12}}{T_{m1z}} \right) - h_{23} \left(\frac{h_{12}}{T_{t1z}} - \frac{h_{13}}{T_c} - \frac{h_{14}}{T_{t2z}} \right) \right] \quad (6.27)$$

$$d_{12} = \frac{1}{w} \left[h_{14} \left(\frac{h_{12}}{T_{m1z}} - \frac{h_{14}}{T_{m2z}} \right) + h_{13} \left(\frac{h_{12}}{T_{t1z}} - \frac{h_{13}}{T_c} - \frac{h_{14}}{T_{t2z}} \right) \right] \quad (6.28)$$

$$d_{21} = \frac{1}{w} \left[h_{24} \left(\frac{h_{24}}{T_{m2z}} - \frac{h_{22}}{T_{m1z}} \right) - h_{23} \left(\frac{h_{22}}{T_{t1z}} - \frac{h_{23}}{T_c} - \frac{h_{24}}{T_{t2z}} \right) \right] \quad (6.29)$$

$$d_{22} = \frac{1}{w} \left[h_{14} \left(\frac{h_{22}}{T_{m1z}} - \frac{h_{24}}{T_{m2z}} \right) + h_{13} \left(\frac{h_{22}}{T_{t1z}} - \frac{h_{23}}{T_c} - \frac{h_{24}}{T_{t2z}} \right) \right] \quad (6.30)$$

$$\text{gdzie: } w = h_{13}h_{24} - h_{14}h_{23} \quad (6.31)$$

Wyznamy równanie charakterystyczne macierzy stanu D obserwatora:

$$\det[1s - D] = s^2 - (d_{11} + d_{22})s + d_{11}d_{22} - d_{12}d_{21} = 0 \quad (6.32)$$

Zgodnie z kryterium Hurwitza, warunkiem stabilności obserwatora jest spełnienie warunków:

$$-\left(d_{11} + d_{22}\right) > 0 \quad \text{oraz} \quad d_{11}d_{22} - d_{12}d_{21} > 0 \quad (6.33)$$

Z zależności (6.27), (6.30) oraz (6.31) przy uwzględnieniu warunku (6.24) otrzymuje się po przekształceniach:

$$-\left(d_{11} + d_{22}\right) = \frac{1}{T_{t2z}} - \frac{T_{msk}}{T_{t1z}T_{m2k}} \quad (6.34)$$

i ostatecznie uwzględniając wyrażenia (2.14), (2.15), (2.17), (2.18), (4.5) i (6.11):

$$-\left(d_{11} + d_{22}\right) = - \frac{\mu \left[2J_1 + 2J_2 + 0,5J_0 + \frac{6J_1J_2}{J_0} \right]}{\left(J_1 + \frac{J_0}{3} \right) \left(J_2 + \frac{J_0}{3} \right) - \frac{J_0^2}{36}} \quad (6.35)$$

Ponieważ wartość wyrażenia określonego zależnością (6.35) jest ujemna, nie jest spełniony warunek stabilności (6.33) i obserwator zrealizowany z uwzględnieniem warunku (6.24) jest zawsze niestabilny. Nie jest więc możliwa realizacja obserwatora Luenbergera układu z połączeniem sprężystym, w którym ustalona wartość błędu estymacji wektora stanu jest równa zero przy braku informacji o wartości momentu obciążenia układu napędowego.

6.2. Zastosowanie obserwatora zredukowanego w układach sterowania napędów z połączeniem sprężystym

W przedstawionych w rozdziałach 4 i 5 strukturach układu sterowania napędów z połączeniami sprężystymi nie jest konieczne we wszystkich przypadkach wprowadzanie sprzężeń zwrotnych od obydwu z założenia niemierzalnych zmiennych stanu, tj. kąta skreślenia φ i prędkości mechanizmu za połączeniem sprężystym ω_2 . Rozważmy więc możliwości:

- 1) realizacji obserwatora stanu, w którym przy niedostępnym momencie obciążenia, ustalony błąd odtworzenia jednej zmiennej (φ lub ω_2) jest równy zero,
- 2) zastosowania w obwodach regulacji układu napędowego z połączeniem sprężystym obserwatora stanu, w którym ustalony błąd estymacji jest różny od zera.

Analiza zostanie przeprowadzona dla obserwatora zredukowanego, odtwarzającego tylko niemierzalne zmienne stanu układu napędowego z połączeniem sprzężystym [48]. Dla obiektu regulacji opisanego zależnościami (6.3) - (6.11) obserwator zredukowany odtwarzający wektor niedostępnych zmiennych stanu:

$$\mathbf{x}_2(t) = \begin{bmatrix} \varphi(t) & \omega_2(t) \end{bmatrix}^T, \quad (6.36)$$

opisany jest zależnością [48]:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \left(\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{12} \right) \mathbf{z}(t) + \mathbf{L}\mathbf{y}(t) + \left(\mathbf{A}_{21} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{11} \right) \mathbf{y}(t) + \left(\mathbf{B}_2 - \mathbf{L}\mathbf{B}_1 \right) \mathbf{u}(t), \quad (6.37)$$

w których \mathbf{A}_{ij} i \mathbf{B}_i są podmacierzami odpowiednio macierzy \mathbf{A} i \mathbf{B} , a \mathbf{L} jest macierza współczynników obserwatora zredukowanego o wymiarze 2×2 :

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{T_{\mu 1}} & 0 \\ 1 & \frac{-1}{T_{t1z}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{-1}{T_{m1z}} & \frac{1}{T_{t1z}} \end{bmatrix}, \quad (6.38)$$

$$\mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{T_c} \\ \frac{-1}{T_{msk}} & \frac{1}{T_{t2z}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{T_c} \\ \frac{1}{T_{m2z}} & \frac{-1}{T_{t2z}} \end{bmatrix}, \quad (6.39)$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{\mu 1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{msk}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{T_{m2k}} \end{bmatrix}, \quad (6.40)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix}. \quad (6.41)$$

Estymata wektora niedostępnych zmiennych stanu (6.36) określona jest równaniem:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_2(t) = \mathbf{z}(t) + \mathbf{L}\mathbf{y}(t). \quad (6.42)$$

Z wyrażeń (6.36) - (6.42) otrzymuje się zależności opisujące przebiegi odtwarzanych zmiennych stanu na wyjściu obserwatora:

$$\hat{\varphi}(t) = z_{\varphi}(t) + l_{11}m(t) + l_{12}\omega_1(t) \quad , \quad (6.43)$$

$$\hat{\omega}_2(t) = z_{\omega_2}(t) + l_{21}m(t) + l_{22}\omega_1(t) \quad , \quad (6.44)$$

gdzie:

$$z_{\varphi}(t) = \int_0^t \left[\frac{l_{12}}{T_{m1z}} \hat{\varphi}(t) + \left(\frac{1}{T_c} + \frac{l_{12}}{T_{t1z}} \right) (\omega_1(t) - \hat{\omega}_2(t)) + \left(\frac{l_{11}}{T_{\mu 1}} - \frac{l_{12}}{T_{m1k}} \right) m(t) - \frac{l_{11}}{T_{\mu 1}} m_z(t) - \frac{l_{12}}{T_{msk}} m_m(t) \right] dt \quad , \quad (6.45)$$

$$z_{\omega_2}(t) = \int_0^t \left[\left(\frac{1}{T_{m2z}} + \frac{l_{22}}{T_{m1z}} \right) \hat{\varphi}(t) + \left(\frac{1}{T_{t2z}} + \frac{l_{22}}{T_{t1z}} \right) (\omega_1(t) - \hat{\omega}_2(t)) + \left(\frac{l_{21}}{T_{\mu 1}} - \frac{1}{T_{msk}} - \frac{l_{22}}{T_{m1k}} \right) m(t) - \frac{l_{21}}{T_{\mu 1}} m_z(t) - \left(\frac{1}{T_{m2k}} + \frac{l_{22}}{T_{msk}} \right) m_m(t) \right] dt \quad . \quad (6.46)$$

Schemat blokowy obserwatora zredukowanego układu napędowego z połączeniem sprężystym przedstawiono na rys.6.2.

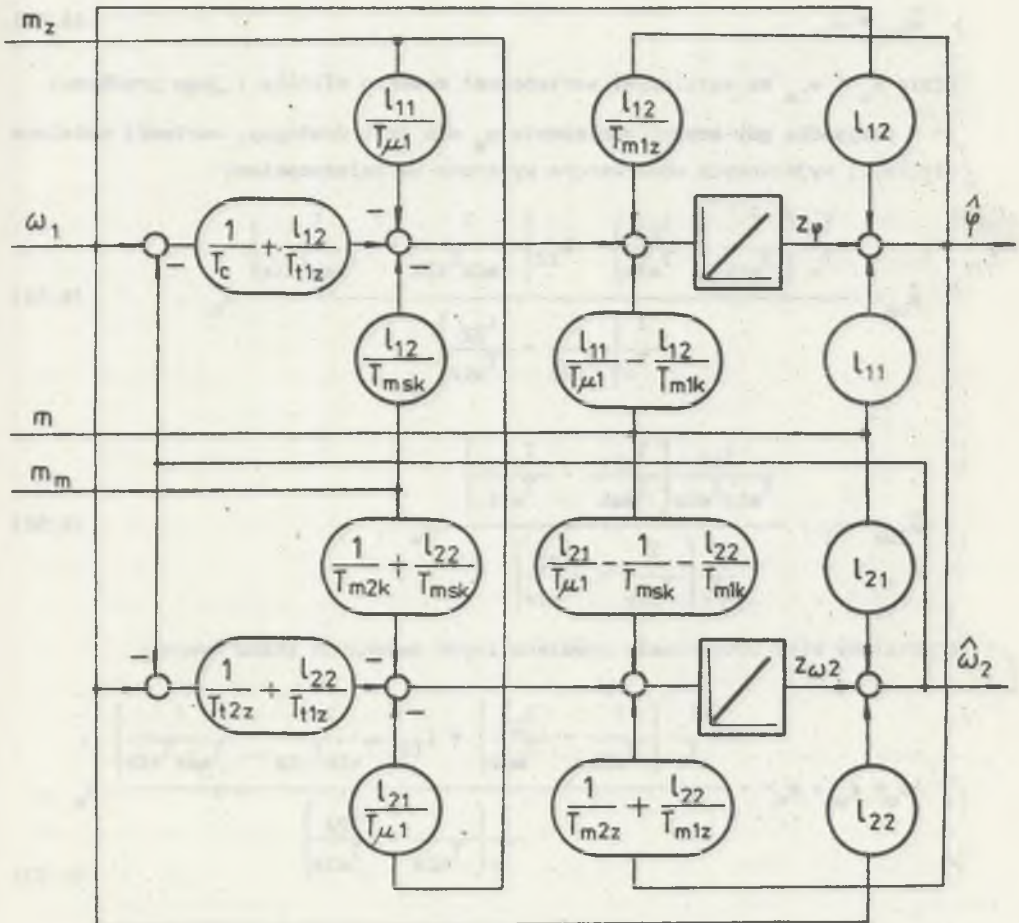
OGólnym kryterium doboru współczynników macierzy obserwatora L jest wymóg, aby pierwiastki równania charakterystycznego macierzy $(A_{22} - LA_{12})$:

$$\det \left[1s - (A_{22} - LA_{12}) \right] = s^2 + \left(\frac{1}{T_{t2z}} + \frac{l_{22}}{T_{t1z}} - \frac{l_{12}}{T_{m1z}} \right) s + \left(\frac{1}{T_c} + \frac{l_{12}}{T_{t1z}} \right) \left(\frac{1}{T_{m2z}} + \frac{l_{22}}{T_{m1z}} \right) - \frac{l_{12}}{T_{m1z}} \left(\frac{1}{T_{t2z}} + \frac{l_{22}}{T_{t1z}} \right) = 0 \quad , \quad (6.47)$$

zapewniały dobre właściwości dynamiczne obserwatora, tzn. aby zmienne stanu obserwatora szybko dążyły do odpowiednich zmiennych stanu układu [48].

Względny współczynnik tłumienia przebiegów obserwatora jest określony zależnością:

$$\zeta_o = \frac{0,5 \left(\frac{1}{T_{t2z}} + \frac{l_{22}}{T_{t1z}} - \frac{l_{12}}{T_{m1z}} \right)}{\sqrt{\left(\frac{1}{T_c} + \frac{l_{12}}{T_{m1z}} \right) \left(\frac{1}{T_{m2z}} + \frac{l_{22}}{T_{m1z}} \right) - \frac{l_{12}}{T_{m1z}} \left(\frac{1}{T_{t2z}} + \frac{l_{22}}{T_{t1z}} \right)}} \quad (6.48)$$



Rys.6.2. Schemat blokowy zredukowanego obserwatora stanu układu napędowego z połączeniem sprężystym

Fig.6.2. Block diagram of the reduced-order state observer for the drive with elastic joint

6.3. Wyznaczanie współczynników macierzy obserwatora zredukowanego w przypadku niedostępnego momentu obciążenia

Obliczone z równan (6.43) - (6.46) wartości ustalone wielkości wyjściowych obserwatora zredukowanego określone są zależnościami:

$$\hat{\varphi}_u = m_u \quad (6.49)$$

$$\hat{\omega}_{2u} = \omega_{1u} \quad (6.50)$$

gdzie m_u i ω_{1u} są ustalonymi wartościami momentu silnika i jego prędkości.

W przypadku gdy moment obciążenia m_m nie jest dostępny, wartości ustalone wielkości wyjściowych obserwatora wyrażone są zależnościami:

$$\hat{\varphi}_{ua} = \frac{\frac{1}{T_c} \left(\frac{1}{T_{msk}} + \frac{l_{22}}{T_{m1k}} \right) - l_{12} \left(\frac{1}{T_{m1k} T_{t2z}} - \frac{1}{T_{msk} T_{t1z}} \right)}{\frac{1}{T_c} \left(\frac{1}{T_{m2z}} + \frac{l_{22}}{T_{m1z}} \right)} m_u \quad (6.51)$$

$$\hat{\omega}_{2ua} = \omega_{1u} + \frac{\frac{l_{12}}{T_{m1z} T_{m2z}} \left(\frac{T_{m2z}}{T_{msk}} - \frac{T_{m1z}}{T_{m1k}} \right)}{\frac{1}{T_c} \left(\frac{1}{T_{m2z}} + \frac{l_{22}}{T_{m1z}} \right)} m_u \quad (6.52)$$

a ustalony błąd odtworzenia niemierzalnych zmiennych stanu wynosi:

$$\Delta\varphi_u = \hat{\varphi}_{ua} - \varphi_u = - \frac{\frac{1}{T_c} \left(\frac{1}{T_{m2k}} + \frac{l_{22}}{T_{msk}} \right) + l_{12} \left(\frac{1}{T_{m1k} T_{t2z}} - \frac{1}{T_{msk} T_{t1z}} \right)}{\frac{1}{T_c} \left(\frac{1}{T_{m2z}} + \frac{l_{22}}{T_{m1z}} \right)} m_u \quad (6.53)$$

$$\Delta\omega_{2u} = \hat{\omega}_{2ua} - \omega_{2u} = \frac{l_{12} T_c \left(\frac{T_{m2z}}{T_{msk}} - \frac{T_{m1z}}{T_{m1k}} \right)}{T_{m1z} + l_{22} T_{m2z}} m_u \quad (6.54)$$

Zerową wartość ustaloną błędu obydwu wielkości wyjściowych obserwatora:

$$\Delta\varphi_u = 0, \quad \Delta\omega_{2u} = 0, \quad (6.55)$$

można uzyskać w przypadku:

1) przyjęcia nieskonczenie dużej wartości współczynnika l_{22}^1 obserwatora:

$$l_{22}^1 = \infty, \quad (6.56)$$

co jest fizycznie niemożliwe, lub

2) gdy współczynniki l_{12}^1 oraz l_{22}^1 obserwatora spełniają zależności:

$$l_{12}^1 = 0, \quad (6.57)$$

$$l_{22}^1 = -\frac{T_{msk}}{T_{m2k}}. \quad (6.58)$$

Analizując równanie charakterystyczne (6.47) można określić warunek stabilności obserwatora w przypadku spełnienia zależności (6.57) i (6.58):

$$\frac{T_{msk}}{T_{m2k}} < \frac{T_{m1z}}{T_{m2z}}, \quad (6.59)$$

który po przekształceniach można sprowadzić do postaci:

$$T_{m0} \left(T_{m1} + \frac{T_{m0}}{2} \right) > 6 \left(T_{m1} + \frac{T_{m0}}{3} \right) \left(T_{m2} + \frac{T_{m0}}{2} \right). \quad (6.60)$$

Nierówność (6.60) nie jest spełniona dla żadnej kombinacji stałych czasowych T_{m1} , T_{m2} i T_{m0} . W przypadku niedostępności momentu obciążenia nie jest więc możliwa synteza obserwatora zredukowanego napędu z połączeniem sprężystym, w którym ustalone błędy odtworzenia prędkości mechanizmu $\Delta\omega_{2u}$ i kąta skreślenia $\Delta\varphi_u$ byłyby równe zero, co jest zgodne z wnioskiem sformułowanym w rozdziale 6.1.

Zarówno stabilność obserwatora, jego współczynnik tłumienia określony zależnością (6.48), jak i ustalony błąd odtworzenia kąta skreślenia (6.53) oraz prędkości mechanizmu (6.54) nie są zależne od współczynników l_{11} i l_{21} macierzy obserwatora. Również podczas komputerowych badań symulacyjnych modelu obserwatora nie stwierdzono istotnego wpływu wartości współczynników l_{11} oraz l_{21} na przebiegi wielkości wyjściowych obserwatora w stanach nieustalonych pracy napędu. Wartości współczynników l_{11} i l_{21} mogą więc w ramach fizycznych ograniczeń być przyjmowane dowolnie, w szczególności:

$$l_{11} = l_{21} = 0, \quad (6.61)$$

6.3.1. Układ napędowy z dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości mechanizmu

W przypadku zastosowania obserwatora zredukowanego w układzie napędowym z połączeniem sprzężystym opisanym w rozdziale 4 nie jest istotna wartość błędu odtworzenia kąta skreślenia $\Delta\phi$. W zależności od typu zastosowanego regulatora prędkości proponuje się dwie metody obliczania parametrów obserwatora zredukowanego.

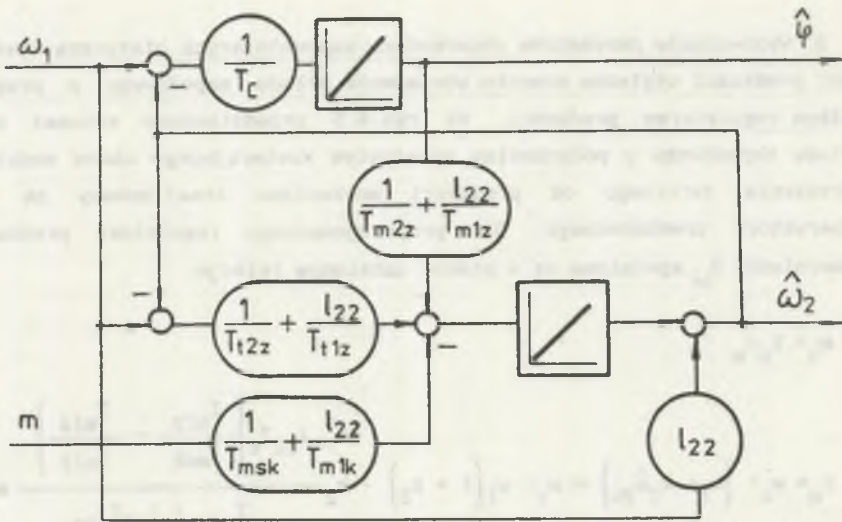
1. Wyznaczanie parametrów obserwatora zredukowanego dla układu napędowego z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości. W tym przypadku istotne jest, aby ustalony błąd odtworzenia prędkości mechanizmu $\Delta\omega_{2u}$ był równy zero. Uzyskuje się to przez spełnienie warunku (6.57). Schemat blokowy obserwatora zredukowanego dla niedostępnego momentu obciążenia, który spełnia zależności (6.57) i (6.61) przedstawiono na rys.6.3. Współczynnik tłumienia pierwiastków równania charakterystycznego obserwatora (6.48) dla $l_{12}=0$ określony jest zależnością:

$$\zeta_o = \frac{0,5 \left(\frac{1}{T_{t2z}} + \frac{l_{22}}{T_{t1z}} \right)}{\sqrt{\frac{1}{T_c} \left(\frac{1}{T_{m2z}} + \frac{l_{22}}{T_{m1z}} \right)}} = \frac{\mu}{2} \sqrt{\frac{1}{c} \left(\frac{1}{J_{2z}} + \frac{l_{22}}{J_{1z}} \right)} \quad (6.62)$$

i dla $l_{22}=1$ jest on równy względnemu współczynnikowi tłumienia oscylacji układu sprzężystego ζ_w określonego wyrażeniem (2.24). Wpływ wartości współczynnika l_{22} na wartość współczynnika tłumienia obserwatora przedstawiony został na rys.6.4, na którym przez a_t oznaczono:

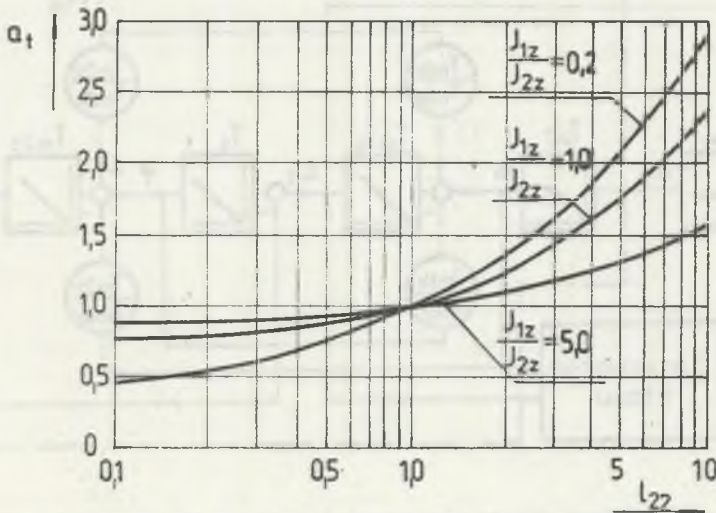
$$a_t = \frac{\zeta_o}{\zeta_w} \quad (6.63)$$

Dla niektórych układów napędowych o szczególnie małym współczynniku tłumienia oscylacji układu sprzężystego ζ_w i przy ograniczonej ze względu na szумы pomiarowe wartości współczynnika l_{22} , obserwator o tak dobranych parametrach może się cechować małym tłumieniem i przebiegami oscylacyjnymi na wyjściu.



Rys.6.3. Schemat blokowy zredukowanego obserwatora stanu dla $l_{11}=l_{12}=l_{21}=0$ i niedostępnego momentu obciążenia

Fig.6.3. Block diagram of the reduced-order state observer for $l_{11}=l_{12}=l_{21}=0$ and for unmeasurable load torque



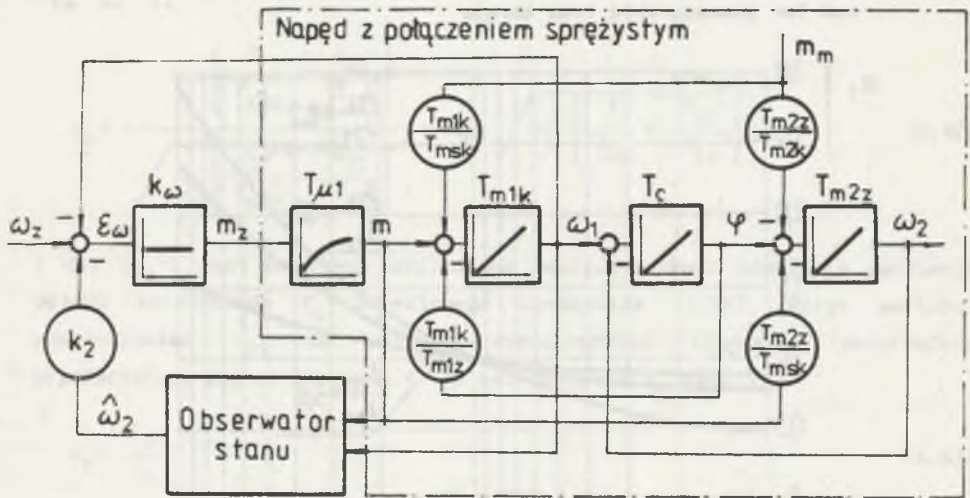
Rys.6.4. Zależność parametru a_t od wartości współczynnika l_{22} obserwatora zredukowanego dla $l_{11}=l_{12}=l_{21}=0$

Fig.6.4. Dependence of parameter a_t on coefficient l_{22} of reduced-order observer for $l_{11}=l_{12}=l_{21}=0$

2. Wyznaczanie parametrów obserwatora zapewniających statyczną inwariantność prędkości względem momentu obciążenia układu napędowego z proporcjonalnym regulatorem prędkości. Na rys.6.5 przedstawiono schemat blokowy układu napędowego z połączeniem sprężystym zawierającego obwód dodatkowego sprzężenia zwrotnego od prędkości mechanizmu zrealizowany za pomocą obserwatora zredukowanego. Dla proporcjonalnego regulatora prędkości o wzmacnieniu k_ω spełnione są w stanie ustalonym relacje:

$$m_u = k_\omega \epsilon_\omega \quad (6.64)$$

$$\epsilon_\omega = \omega_z - (\omega_1 + k_2 \hat{\omega}_2) = \omega_z - \omega_1 (1 + k_2) - k_2 \frac{{}^1_{12} T_c \left(\frac{T_{m2z}}{T_{msk}} - \frac{T_{m1z}}{T_{m1k}} \right)}{T_{m1z} + {}^1_{22} T_{m2z}} m_u \quad (6.65)$$



Rys. 6.5. Schemat blokowy układu napędowego z połączeniem sprężystym z dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości mechanizmu zrealizowanym przez obserwator stanu

Fig. 6.5. Block diagram of the drive with elastic joint and with additional feedback of the load velocity carried out by state observer

Dla idealnie sztywnej charakterystyki mechanicznej napędu zachodzi:

$$\omega_z - \omega_1(1 + k_2) = 0 \quad (6.66)$$

Z zależności (6.64)-(6.66) otrzymuje się związek między współczynnikami l_{12} i l_{22} obserwatora oraz parametrami układu napędowego, którego spełnienie zapewnia uzyskanie idealnie sztywnej charakterystyki mechanicznej napędu z proporcjonalnym regulatorem prędkości i obserwatorem stanu przy niedostępnym momencie obciążenia:

$$l_{22} = \frac{k_\omega k_2 l_{12} T_c \left(\frac{T_{m1z}}{T_{mik}} - \frac{T_{m2z}}{T_{msk}} \right) - T_{m1z}}{T_{m2z}} \quad (6.67)$$

Współczynniki k_ω oraz k_2 są określone zależnościami (4.33) i (4.34) lub (4.61) i (4.62).

W tym przypadku, dla niedostępnego momentu obciążenia oraz gdy spełniona jest zależność (6.61), obserwator zredukowany upraszcza się do postaci przedstawionej na rys.6.6. Dobierając parametry obserwatora na podstawie zależności (6.67) należy się kierować następującymi zasadami:

- aby współczynnik tłumienia pierwiastków równania charakterystycznego obserwatora zredukowanego ζ_0 określony zależnością (6.48) był duży, wartość współczynnika l_{12} powinna być ujemna,
- po wstępnym doborze współczynników l_{12} i l_{22} należy sprawdzić wartość współczynnika tłumienia ζ_0 . W przypadku, gdy tłumienie obserwatora jest zbyt duże lub zbyt małe, należy skorygować dobór współczynników obserwatora.

6.3.2. Układ napędowy z obwodem regulacji kąta skręcenia elementu sprężystego

Ponieważ w przypadku braku informacji o wartości momentu obciążenia nie jest możliwe uzyskanie zerowej wartości błędu odtworzenia kąta skręcenia elementu sprężystego, proponuje się procedurę doboru parametrów obserwatora zredukowanego zastosowanego w układzie napędowym z obwodem regulacji kąta skręcenia elementu sprężystego taka, aby:

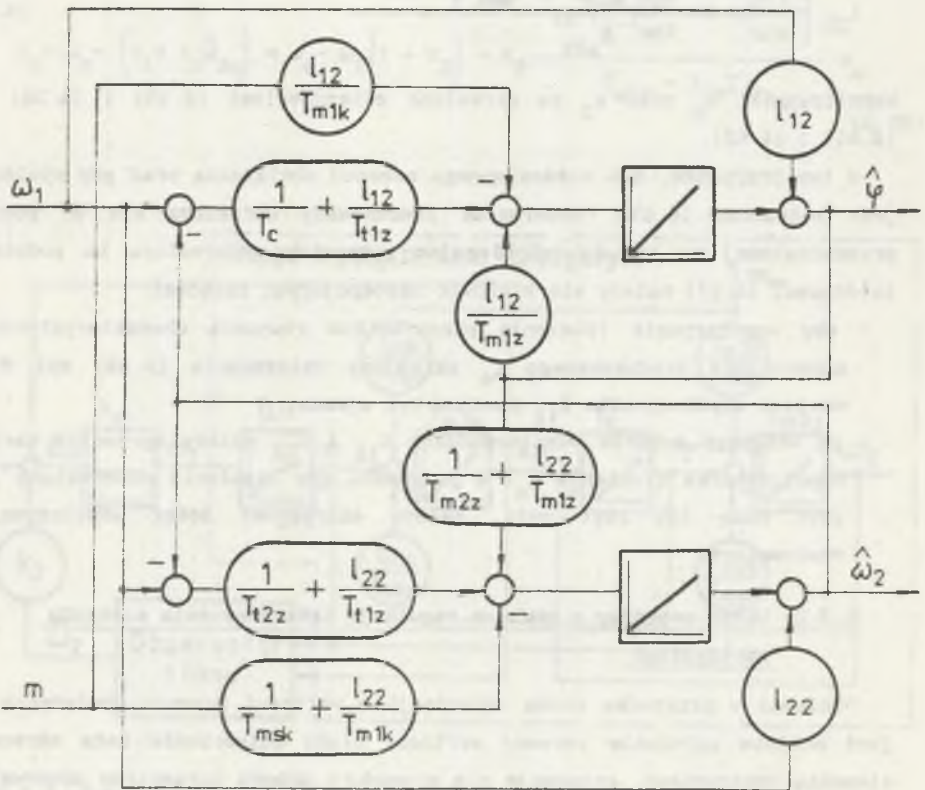
- 1) ustalony błąd odtworzenia prędkości mechanizmu był równy zeru:

$$\Delta\omega_{2u} = 0 \quad (6.68)$$

2) ustalony błąd odtworzenia kąta skreślenia elementu sprężystego $\Delta\varphi_{ou}$ miał wartość, która zapewnia statyczną inwariantność kąta skreślenia względem momentu obciążenia w układzie z proporcjonalno-różniczkującym regulatorem kąta skreślenia (ustalony błąd regulacji rzeczywistego kąta skreślenia jest wtedy równy zero i zapewnione jest prawidłowe działanie układu ograniczenia kąta skreślenia chroniącego układ mechaniczny od przeciążeń).

Zgodnie z zależnością (6.54) pierwszy warunek jest spełniony, jeżeli:

$$l_{12} = 0 \quad (6.69)$$



Rys.6.6. Schemat blokowy zredukowanego obserwatora stanu dla $l_{11}=l_{21}=0$ i niedostępnego momentu obciążenia

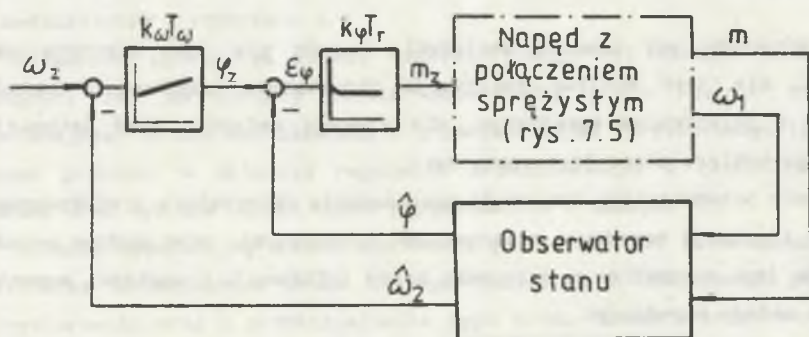
Fig.6.6. Block diagram of the reduced-order state observer for $l_{11}=l_{21}=0$ and for unmeasurable load torque

Dla układu napędowego z obserwatorem stanu i proporcjonalno-różniczkującym regulatorem kąta skręcenia (rys.6.7) spełnione są w stanie ustalonym relacje:

$$m_u = k_\varphi \varepsilon_\varphi \quad (6.70)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_\varphi &= \varphi_z - \hat{\varphi}_{ua} = \\ &= \varphi_z - \varphi_u + \frac{\frac{1}{T_c} \left(\frac{1}{T_{m2k}} + \frac{l_{22}}{T_{msk}} \right) + l_{12} \left(\frac{1}{T_{m1k} T_{t2z}} - \frac{1}{T_{msk} T_{t1z}} \right)}{\frac{1}{T_c} \left(\frac{1}{T_{m2z}} + \frac{l_{22}}{T_{m1z}} \right)} m_u \end{aligned} \quad (6.71)$$

w których k_φ jest określone zależnościami (5.13) lub (5.39).



Rys.6.7. Schemat blokowy układu napędowego z obwodem regulacji kąta skręcenia elementu sprężystego i z obserwatorem zredukowanym

Fig.6.7. Block diagram of the drive with control circuit of the torsion angle of elastic element and with state observer

W stanie ustalonym, przy założeniu zerowej wartości uchybu kąta skręcenia elementu sprężystego φ zachodzi:

$$\varphi_z - \varphi_u = 0 \quad (6.72)$$

Na podstawie równań (6.69)-(6.72) wyznacza się wartość współczynnika l_{22} obserwatora:

$$l_{22} = \frac{\frac{k}{T_{m2k}} - \frac{1}{T_{m2z}}}{\frac{1}{T_{m1z}} - \frac{k}{T_{msk}}} \quad (6.73)$$

Warunek stabilności obserwatora o tak dobranych parametrach określony na podstawie zależności (6.47), (6.69) i (6.73) ma postać

$$\frac{\left(k \frac{T_{m2z}}{T_{m2k}} - T_{m2k}\right) T_{msk}}{\left(T_{msk} - k \frac{T_{m1z}}{T_{m2k}}\right) T_{m2k}} + 1 > 0 \quad (6.74)$$

a schemat blokowy obserwatora jest identyczny z przedstawionym na rys. 6.3.

6.4. Wnioski

1. W przypadku gdy momentu obciążenia napędu nie jest mierzony ani odtwarzany, nie jest możliwa realizacja obserwatora Luenbergera układu napędowego z połączeniem sprężystym, dla którego ustalony błąd estymacji odtwarzanego wektora stanu jest równy zero.

2. W pracy przedstawiono koncepcję zastosowania obserwatora zredukowanego w układach regulacji napędów z połączeniami sprężystymi oraz podano metode wyznaczania jego parametrów w przypadku braku informacji o wartości momentu obciążenia układu napędowego.

3. Jeżeli dobór parametrów obserwatora zredukowanego zapewniających (przy braku informacji o wartości momentu obciążenia) zerową wartość ustalonego błędu odtworzenia prędkości mechanizmu powoduje zbyt małe tłumienie przebiegów przejściowych obserwatora, proponuje się dobór parametrów obserwatora zapewniających statyczną inwariantność prędkości napędu względem momentu obciążenia w układzie z dodatkową pętlą sprzężenia zwrotnego od prędkości mechanizmu i proporcjonalnym regulatorem prędkości.

4. Podobnie w układzie napędowym z obwodem regulacji kąta skreślenia elementu sprężystego i regulatorem kąta skreślenia typu PD, można tak dobrać parametry obserwatora, aby zapewniona była statyczna inwariantność kąta skreślenia względem momentu obciążenia (błąd regulacji kąta skreślenia w stanie ustalonym równy zero).

7. PODSUMOWANIE I WNIOSKI Z PRACY

7.1. Weryfikacja wyników pracy

W celu weryfikacji przedstawionych w pracy struktur układu sterowania oraz metod obliczania parametrów regulatorów przeprowadzono badania symulacyjne modeli cyfrowych układu napędowego oraz badania modelu laboratoryjnego napędu z połączeniem sprężystym. Zakres badań obejmował struktury układów sterowania omówione w rozdziałach 4 i 5 oraz współpracę rozpatrywanych układów automatycznej regulacji z obserwatorem stanu napędu, przedstawionym w rozdziale 6.

Elementem sprężystym modelu laboratoryjnego był cienki walek stalowy długości 500 mm łączący silnik obcowzbudny prądu stałego z prądnicą obciążającą. Silnik był zasilany z przekształtnika tyrystorowego typu dc-dc. Napęd pracował w układzie regulacji przedstawionym w rozdziale 4. Dane układu oraz wybrane wyniki badań przedstawiono w aneksie A1.

Badania symulacyjne modeli cyfrowych prowadzono dla układu napędowego z silnikiem obcowzbudnym prądu stałego zasilanym z nawrotnego prostownika tyrystorowego oraz z przekształtnika typu dc-dc. Badania przeprowadzono dla układu mechanicznego o pomijalnie małym momencie bezwładności elementu sprężystego oraz dla przypadku, gdy moment bezwładności elementu sprężystego jest porównywalny z momentami bezwładności mas skupionych na jego końcach. W tym przypadku układ mechaniczny zamodelowano w postaci łańcucha szeregowo połączonych nieważkich sprężyn oraz mas skupionych. Ilość odcinków, na które podzielono element sprężysty, dobrano na podstawie zależności i wykresów przedstawionych w rozdziale 2 tak, aby niedokładność odwzorowania odniesiona do modelu o parametrach rozłożonych była mniejsza od 0,5%.

Przeprowadzono także badania modelu cyfrowego gorniczej maszyny wyciągowej. Układ mechaniczny maszyny wyciągowej zamodelowano także w postaci szeregowo połączonych nieważkich sprężyn i mas skupionych umieszczonych na

ich końcach. Ilość odcinków, na które podzielono liny nosne i wyrównawcze, była stała, a ich długość zmieniała się wraz z położeniem naczyń wyciągowych w szybie w czasie cyklu pracy napędu.

Wybrane wyniki badań symulacyjnych zamieszczono w aneksie A2.

Otrzymane wyniki badań modelu fizycznego oraz symulacji komputerowej układu napędowego z elementem sprężystym są zgodne z rezultatami rozważań teoretycznych i potwierdzają przydatność proponowanych metod syntezy układów regulacji napędów z połączeniami sprężystymi.

7.2. Rezultaty pracy

W pracy przedstawiono nowe, oryginalne metody syntezy układów automatycznej regulacji napędów z połączeniami sprężystymi, których zastosowanie umożliwia uzyskanie dowolnie dużego tłumienia oscylacji układu napędowego spowodowanych elastycznością wież mechanicznych. W syntezie układu regulacji napędu zastosowano model Rayleigha układu sprężystego, który jest dokładniejszy od powszechnie do tego celu stosowanego modelu z bezinercyjnym elementem sprężystym. W porównaniu z metodami dotychczas przyjętymi, umożliwia to zastosowanie uzyskanych wyników do szerszej klasy napędów z połączeniem sprężystym, obejmującej układy o większej wartości stosunku momentu bezwładności elementu sprężystego do momentów bezwładności mas skupionych.

Do najważniejszych zagadnień przedstawionych w pracy można zaliczyć:

- określenie granic przydatności modeli dynamicznych układów z elementem sprężystym najczęściej stosowanych w analizie napędów z połączeniami sprężystymi i syntezie ich układów sterowania,
- określenie warunków, których spełnienie umożliwia pominięcie wpływu elastyczności wież mechanicznych na właściwości dynamiczne układu napędowego oraz na dobór struktury układu sterowania i wyznaczanie parametrów obwodów regulacji,
- opracowanie metody obliczeń parametrów układu automatycznej regulacji napędu z połączeniem sprężystym, pracującego w klasycznym układzie z wewnętrznym obwodem regulacji momentu silnika i nadrzednym obwodem regulacji prędkości, bez dodatkowych pętli sprzężeń zwrotnych, pozwalającej uzyskać w przypadku regulatora prędkości typu PI maksymalne, dla danych parametrów obiektu regulacji oraz tej struktury układu sterowania, tłumienie oscylacji układu napędowego,

- opracowanie metody określania parametrów układu automatycznej regulacji napędu z dodatkową pętlą sprzężenia zwrotnego od prędkości mechanizmu za połączeniem sprężystym, pozwalającej uzyskać dowolną wartość współczynnika tłumienia oscylacji układu napędowego z połączeniem sprężystym,
- opracowanie struktury układu sterowania z wewnętrznym obwodem regulacji kąta skreślenia elementu sprężystego oraz metody obliczania jego parametrów, która pozwala uzyskać dowolną wartość współczynnika tłumienia oscylacji i dowolny czas regulacji, w zakresie wynikającym z ograniczeń zmiennych stanu i ograniczeń narzuconych przez parametry obiektu regulacji,
- określenie wpływu właściwości dynamicznych obwodu regulacji momentu elektromagnetycznego silnika na dobór parametrów nadrzędnego obwodu regulacji oraz na tłumienie oscylacji układu napędowego z połączeniami sprężystymi,
- opracowanie metody syntezy obserwatora zredukowanego układu napędowego z elementem sprężystym, którego zastosowanie w prezentowanych strukturach układu sterowania umożliwi uzyskanie dowolnej wartości współczynnika tłumienia oscylacji napędu, gdzie dostępna pomiarowo jest tylko prędkość silnika i jego moment (lub wielkość proporcjonalna do momentu, na przykład prąd twornika silnika obcowzbudnego).

Wnioski ogólne

1. W procesie projektowania układów napędowych należy sprawdzić wpływ elastyczności połączeń mechanicznych na właściwości dynamiczne układu napędowego. W przypadkach gdy jest on istotny, konieczne jest uwzględnienie tego faktu w projektowaniu struktury układu sterowania i obliczeniach jego parametrów, jak również przy doborze energo- elektronicznego źródła zasilania silnika.

2. W analizie układów napędowych z połączeniami sprężystymi oraz w syntezie ich układów sterowania ważnym zagadnieniem jest prawidłowy dobór modelu dynamicznego układu mechanicznego. W szczególności, jeżeli moment bezwładności elementu sprężystego (masa dla drgań wzdłużnych) jest porównywalny z momentem bezwładności mas skupionych, w procesie syntezy układu sterowania napędu należy stosować modele wierniej odwzorowujące układ rzeczywisty niż powszechnie stosowany model z bezinercyjnym elementem sprężystym, na przykład stosowany w pracy model Rayleigha.

3. Możliwa jest synteza układu automatycznej regulacji napędu z połączeniami sprężystymi, w którym uzyska się dowolna wartość współczynnika tłumienia oscylacji napędu przy ograniczonej informacji o stanie obiektu regulacji. W przypadku zastosowania obserwatora stanu układu napędowego wystarczająca dla uzyskania tego celu jest mierzalność momentu elektromagnetycznego silnika i jego prędkości.

4. Przedstawione w pracy zależności można stosować do syntezy układów regulacji szerokiej klasy napędów z połączeniami sprężystymi, obejmującej zakres częstotliwości drgań własnych układu mechanicznego do kilkudziesięciu herców (przy wartościach stałej czasowej T_{μ} obwodu regulacji momentu silnika rzędu kilku milisekund) oraz wartości momentu bezwładności elementu sprężystego tego samego rzędu, co momenty bezwładności mas skupionych na jego końcach (dla identycznych wartości momentu bezwładności elementu sprężystego i momentów bezwładności obydwu mas skupionych na jego końcach wartość względnego zastępczego momentu bezwładności modelu Rayleigha j_z wynosi 0,583 i niedokładność odwzorowania przebiegów, scharakteryzowana wartościami amplitudy i częstotliwości oscylacji w porównaniu z modelem o stałych rozłożonych jest mniejsza od 1%).

5. Prezentowane metody syntezy obwodów regulacji mogą być stosowane zarówno w analogowych, jak i cyfrowych oraz mikroprocesorowych układach automatycznej regulacji napędów z połączeniami sprężystymi.

Na zakończenie należy podkreślić, że przedstawione w pracy struktury układu sterowania oraz sposoby określenia parametrów obwodów regulacji napędów z połączeniami sprężystymi nie są jedynymi możliwymi rozwiązaniami. Zaprezentowane w pracy metody syntezy układów regulacji w porównaniu ze spotykanymi w literaturze cechują się, zdaniem autora, następującymi zaletami:

- są uniwersalne, w rozbudowanych układach regulacji umożliwiają uzyskanie dowolnej wartości współczynnika tłumienia oscylacji układu napędowego wywołanych obecnością elementu sprężystego,
- dzięki wykorzystaniu modelu Rayleigha układu sprężystego można je stosować również w układach napędowych, w których moment bezwładności elementu sprężystego jest porównywalny z momentami bezwładności mas skupionych na jego końcach,
- umożliwiają uwzględnienie współczynnika tłumienia wewnętrznego obwodu regulacji momentu elektromagnetycznego silnika na dobór parametrów

nadrzędnych obwodów regulacji, a także określenie wymaganej jego wartości w celu uzyskania żadanego tłumienia oscylacji układu napedowego z połączeniem sprężystym,

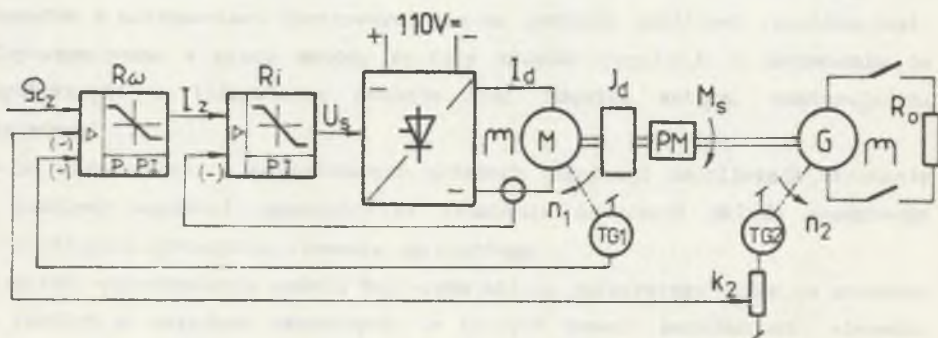
- zastosowanie obserwatora stanu układu napedowego oraz opracowanie metody wyznaczania jego współczynników w przypadku niemierzalności momentu obciążenia, umożliwia uzyskanie dowolnej wartości tłumienia oscylacji w układzie napedowym, przy pomiarze jedynie predkosci silnika i jego momentu.



Aneks A1. WYBRANE WYNIKI BADAŃ MODELU LABORATORYJNEGO UKŁADU NAPĘDOWEGO Z POŁĄCZENIEM SPRĘŻYSTYM

A1.1. Opis układu laboratoryjnego

Schemat funkcjonalny badanego układu napędowego z połączeniem sprężystym przedstawiono na rys.A1.1. Silnik obcowzbudny prądu stałego zasilany był z przekształtnika rewersyjnego typu dc-dc. W celu stworzenia niekorzystnych warunków tłumienia oscylacji układu napędowego, zwiększono moment bezwładności przed połączeniem sprężystym, umieszczając na wale silnika tarcze o momencie bezwładności $J_t = 0,09 \text{ kgm}^2$. Obciążenie silnika stanowiła obcowzbudna prądnicą prądu stałego połączona z silnikiem za pomocą elementu sprężystego, którym był cienki wałek wykonany ze stali 37HS. Pomiar momentu w elemencie sprężystym realizowany był za pomocą momentomierza tensometrycznego typu PR 9380-R10 firmy Philips.



Rys.A1.1. Schemat funkcjonalny układu laboratoryjnego do badania napędów z połączeniami sprężystymi

Fig.A1.1. Functional diagram of the laboratory drive system with elastic joint

Dane układu napędowego:

1. Przekształtnik typu dc-dc:

- napięcie zasilania $U=110$ V,
- modulacja napięcia dwubiegunowa,
- częstotliwość impulsowania $f=750$ Hz.

2. Silnik obcowzbudny prądu stałego:

- typ: PZO b 44b, $P_N = 2,2$ kW, $U_N = 110$ V, $I_N = 25$ A,
 $n_N = 1450$ min⁻¹, $J_M = 0,0225$ kgm².

3. Pradnica obciążająca:

- jako prądnicę obciążającą użyto silnik obcowzbudny o danych znamionowych:

$$\text{typ: PZO b 44b, } P_N = 2,2 \text{ kW, } U_N = 220 \text{ V, } I_N = 11 \text{ A,} \\ n_N = 1450 \text{ min}^{-1}, J_G = 0,0225 \text{ kgm}^2.$$

4. Walek sprężysty:

- materiał: stal 37HS, długość $l=550$ mm, średnica $\phi=7,3$ mm,
- współczynnik sprężystości $c=43$ Nm/rad,
- współczynnik tłumienia wewnętrznego $0,033$ Nms/rad
- moment bezwładności: pomijalnie mały ($J_0 = 0,0000012$ kgm²).

Suma momentów bezwładności silnika napędowego i sprzężonej z nim tarczy:

$$J_1 = J_M + J_t = 0,1125 \text{ kgm}^2. \quad (\text{A1.1})$$

Moment bezwładności mechanizmu J_2 był równy momentowi bezwładności prądnicę obciążającej:

$$J_2 = J_G = 0,0225 \text{ kgm}^2. \quad (\text{A1.2})$$

Pulsacje drgań własnych układu mechanicznego:

$$\Omega_f = \sqrt{\frac{c}{J_2}} = 43,76 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad (\text{A1.3})$$

$$\Omega_e = \sqrt{c \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)} = 47,94 \frac{\text{rad}}{\text{s}}. \quad (\text{A1.4})$$

Względny współczynnik tłumienia oscylacji w układzie mechanicznym jest równy (2.24):

$$\zeta_w = \frac{\mu}{2\Omega_e} \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right) = 0,018. \quad (\text{A1.5})$$

(Uwaga. W rzeczywistym układzie tarcza stalowa (dodatkowy moment bezwładności) połączona była z silnikiem za pomocą sprzęgła zawierającego gumowe elementy amortyzujące. Współczynnik sprężystości sprzęgła był równy:

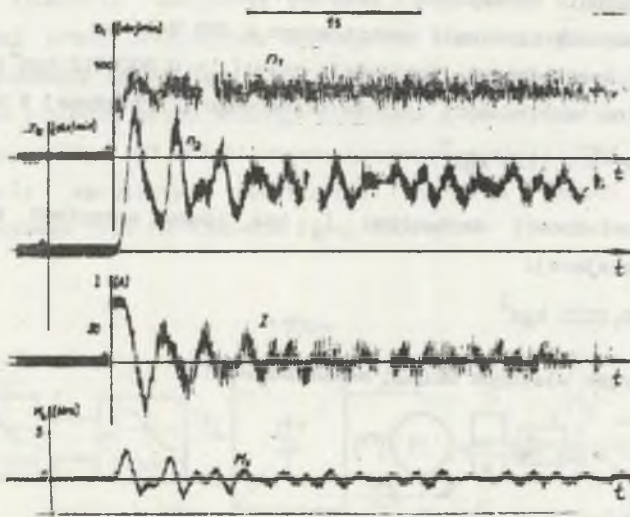
$$c_s = 300 \text{ Nm/rad} .$$

Pulsacje drgan własnych układu o trzech stopniach swobody, zawierającego dwa elementy sprężyste, są pierwiastkami równania:

$$s^4 + \left[\frac{c(J_t + J_G)}{J_t J_G} + \frac{c_s(J_M + J_t)}{J_M J_t} \right] s^2 + \frac{cc_s(J_M + J_t + J_G)}{J_M J_t J_G} = 0 . \quad (\text{A1.6})$$

Po podstawieniu danych i rozwiązaniu otrzymuje się dwie wartości pulsacji drgan własnych:

$$\Omega_{el} = 47,78 \frac{\text{rad}}{\text{s}} . \quad (\text{A1.7})$$



Rys. A1.2. Przebiegi prędkości silnika n_1 , prędkości prądnicy obciążającej n_2 , prądu silnika I oraz momentu w elemencie sprężystym M_s . Parametry regulatora prędkości typu PI dobrane z kryterium symetrii: $k_\omega = 25$, $T_w = 0,012 \text{ s}$, $k_2 = 0$

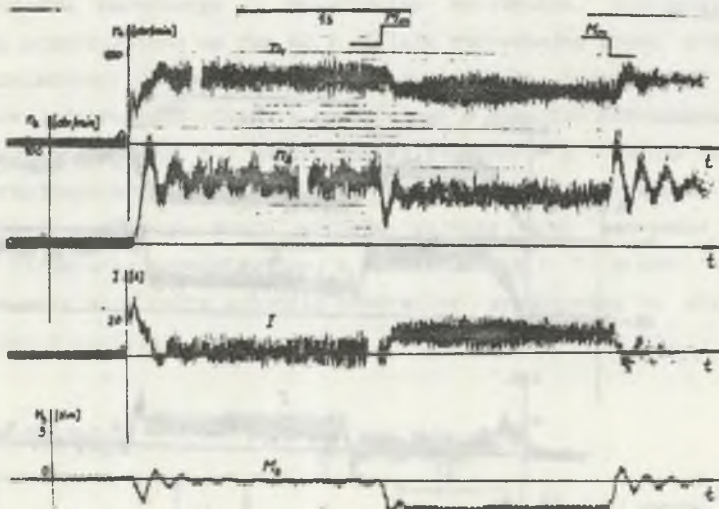
Fig. A1.2. Transients of the motor speed n_1 , generator speed n_2 , motor current I and torque in elastic element M_s . Parameters of the PI speed controller calculated from symmetry criterion: $k_\omega = 25$, $T_w = 0.012 \text{ s}$, $k_2 = 0$

$$\Omega_{e2} = 129,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (\text{A1.8})$$

Wartość pierwszej pulsacji drgań własnych układu określona zależnością (A1.7) różni się od pulsacji obliczonej z zależności (A1.4) o około 0,33%. W obliczeniach parametrów układu regulacji pominięto więc wpływ elastyczności sprzęgła.)

A1.2. Wyniki badań układu laboratoryjnego

Badania prowadzono dla układu z dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości prądnicy (prędkości mechanizmu za połączeniem sprężystym), jak i

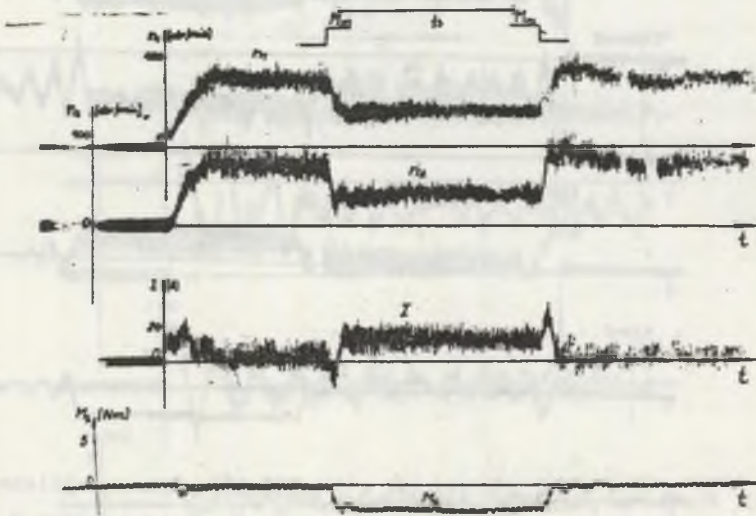


Rys.A1.3. Przebiegi prędkości silnika n_1 , prędkości prądnicy obciążającej n_2 , prądu silnika I oraz momentu w elemencie sprężystym M_s . Układ sterowania bez sprzężenia od prędkości n_2 . Parametry regulatora prędkości typu P dobrane z zależności (4.33) i (4.34): $\xi=0,05$, $\omega_e=1,045$, $k_w=12,2$, $k_2=0$

Fig.A1.3. Transients of the motor speed n_1 , generator speed n_2 , motor current I and torque in elastic element M_s . Control system without feedback of speed ω_2 . Parameters of the P speed controller calculated from equations (4.33) and (4.34): $\xi=0,05$, $\omega_e=1,045$, $k_w=12,2$, $k_2=0$

bez tego sprzężenia ($K_2=0$), w obydwu przypadkach dla proporcjonalnego i proporcjonalno-całkującego regulatora prędkości. Parametry obwodu regulacji prędkości obliczono na podstawie zależności przedstawionych w rozdziale 4 pracy. W celach porównawczych przeprowadzono także badania układu w przypadku, gdy w obliczeniach parametrów obwodu regulacji pominięto elastyczność więzów mechanicznych i nastawy regulatora prędkości dobrano z kryterium symetrii.

Przykładowe przebiegi przejściowe prędkości silnika n_1 , prędkości prądnicy obciążającej n_2 , prądu silnika I oraz momentu w elemencie sprężystym M_S , zarejestrowane podczas rozruchu (skokowa zmiana prędkości zadanej) oraz zmian momentu obciążenia układu napędowego (otwieranie i zamykanie łącznika w obwodzie wirnika prądnicy), przedstawiono na rys. A1.2 - rys. A1.4.



Rys. A1.4. Przebiegi prędkości silnika n_1 , prędkości prądnicy obciążającej n_2 , prądu silnika I oraz momentu w elemencie sprężystym M_S .

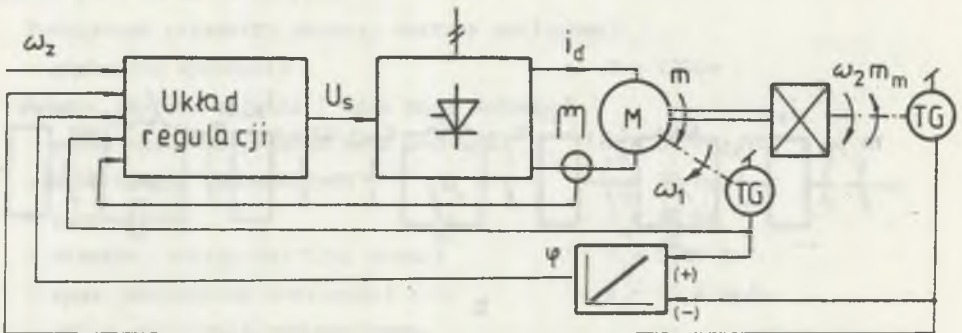
Parametry regulatora prędkości typu P dobrane z zależności (4.33) i (4.34): $\xi=\sqrt{2}/2$, $\omega_e=1,49$, $k_w=18,1$, $k_2=-0,778$

Fig. A1.4. Transients of the motor speed n_1 , generator speed n_2 , motor current I and torque in elastic element M_S . Parameters of the P speed controller calculated from equations (4.33) and (4.34): $\xi=\sqrt{2}/2$, $\omega_e=1.49$, $k_w=18.1$, $k_2=-0.778$

**Aneks A2. WYBRANE WYNIKI BADAN SYMULACYJNYCH UKŁADÓW NAPĘDOWYCH
Z POŁĄCZENIAMI SPRĘŻYSTYMI**

A2.1. Ogólne omówienie przeprowadzonych badań symulacyjnych

W celu weryfikacji rozważań analitycznych przeprowadzono badania modelu cyfrowego układu napędowego z połączeniem sprężystym, którego schemat funkcjonalny przedstawiono na rys. A2.1. Silnik obcowzbudny prądu stałego o momencie bezwładności J_1 napędza mechanizm o momencie bezwładności J_2 za pośrednictwem jednorodnego elementu sprężystego o momencie bezwładności J_0 , współczynnika sprężystości c i współczynnika tłumienia μ . Silnik zasilany jest z rewersyjnego przekształtnika typu dc-dc. Układ sterowania zawiera wewnętrzny obwód regulacji prądu wirnika silnika oraz nadrzędne obwody regulacji o strukturze przedstawionej w rozdziałach 4 i 5 pracy. W skład układu sterowania może także wchodzić obserwator zredukowany o strukturze przedstawionej w rozdziale 6.

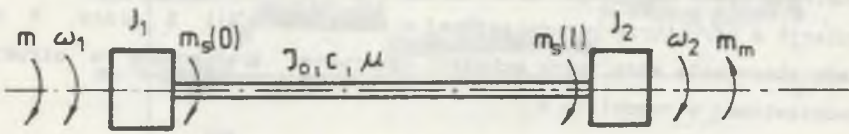


Rys. A2.1. Schemat funkcjonalny badanego układu napędowego z elementem sprężystym

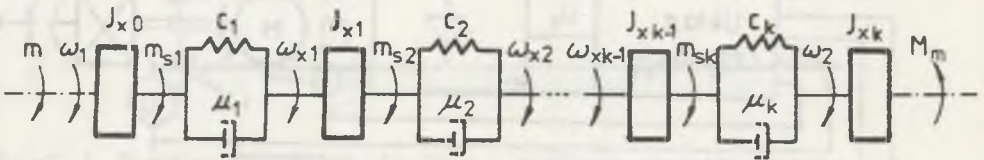
Fig. A2.1. Functional diagram of the investigated drive with elastic element

Modele poszczególnych elementów układu napędowego zrealizowano przy następujących założeniach:

- wykonano model funkcjonalny przekształtnika, w którym założono idealne wygładzenie napięcia zasilającego przekształtnik oraz pominięto rezystancje i indukcyjność źródła zasilania,
- silnik obcowzbudny prądu stałego jest skompensowany, a jego strumień wzbudzenia jest stały,
- w cyfrowych modelach regulatorów uwzględniono ograniczenie poziomu napięć wyjściowych,
- układ mechaniczny zamodelowano w postaci łańcucha szeregowo połączonych mas skupionych i bezinercyjnych elementów sprężystych, składających się z idealnych sprężyn i tłumików (rys.A2.2). Ilość odcinków k , na które w sposób równomierny podzielono element sprężysty, dobrano na podstawie zależności i wykresów przedstawionych w rozdziale 2 tak, aby względny błąd odwzorowania przebiegów przez model był mniejszy od 0,005. Momenty bezwładności, współczynniki sprężystości i współczynniki tłumienia modelu układu mechanicznego obliczono z zależności:



a.



b.

Rys.A2.2. Układ mechaniczny napędu z elementem sprężystym (a) oraz jego model (b)

Fig.A2.2. Mechanical system of the drive with elastic element (a), and its model (b)

$$J_{x0} = J_1 + \frac{J_0}{2k} , \quad J_{xk} = J_2 + \frac{J_0}{2k} , \quad (A2.1)$$

$$J_{xj} = \frac{J_0}{k} \quad \text{dla } j \in \langle 1, k-1 \rangle . \quad (A2.2)$$

$$c_j = kc , \quad \mu_j = k\mu . \quad (A2.3)$$

Przeprowadzono także badania modelu cyfrowego układu opisanego w aneksie A1. W modelu układu mechanicznego pominięto w tym przypadku moment bezwładności elementu sprężystego i uwzględniono elastyczność sprzęgła łączącego silnik z tarczą stalową (dodatkowy moment bezwładności - patrz aneks A1).

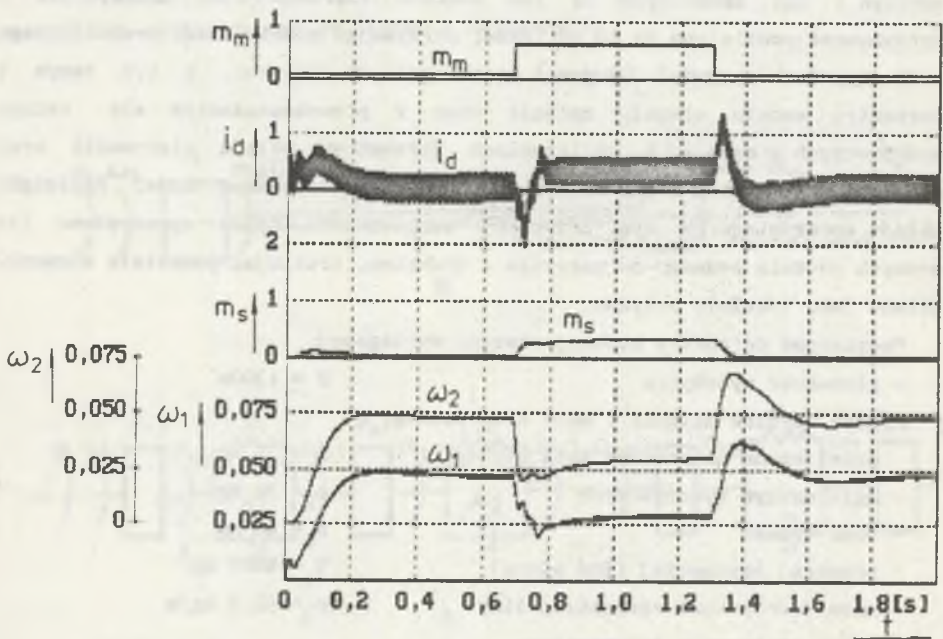
Przedmiotem badań modelowych była również kopalniana maszyna wyciągowa napędzana silnikiem prądu stałego zasilanym z przekształtnika tyrystorowego. Liny nosne i wyrównawcze zamodelowano jako połączenie łańcuchowe nieważkich sprężyn i mas skupionych na ich końcach (zarówno liny nosne, jak i wyrównawcze podzielono na 10 odcinków, otrzymując model układu mechanicznego o 20 stopniach swobody). Długości poszczególnych odcinków, a tym samym i parametry modelu ulegały zmianie wraz z przemieszczaniem się naczyn wydobywczych w szybie. W obliczeniach parametrów układu sterowania oraz syntezie obserwatora stanu maszyny wyciągowej zastosowano model Rayleigha układu sprężystego. W tym przypadku uwzględniono tylko sprężystość lin nosnych od koła pednego do naczynia z urobkiem, traktując pozostałe elementy układu jako idealnie sztywne.

Podstawowe parametry badanej maszyny wyciągowej:

- głębokość wydobywania $H = 1300\text{m}$
- masa wirnika silnika i masa koła pednego
przeliczone na promień koła pednego $m_k = 35 \text{ Mg}$
- masa naczyn wydobywczych $m_n = 30 \text{ Mg}$
- masa urobku $m_u = 40 \text{ Mg}$
- przekrój zastępczej liny nosnej $S_1 = 5080 \text{ mm}^2$
- masa jednostkowa zastępczej liny $m_j = 42,8 \text{ kg/m}$
- układ statycznie zrównoważony
- moduł sprężystości lin $E = 10,5 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$
- stała tłumienia wewnętrznego lin $\mu = 0,0118 \text{ s}$
- prędkość ustalona $v_u = 16 \text{ m/s}$
- przyspieszenie podczas rozruchu $a = 1 \text{ m/s}^2$

A2.2. Wyniki badan symulacyjnych

Badania przeprowadzono dla skokowych zmian predkosci zadanej i skokowych zmian momentu obciazenia ukladu napedowego, a dla ukladu sterowania z wewnetrznym obwodem regulacji kata skrecenia takze dla skokowych zmian zadanej wartosci kata skrecenia. Parametry obwodow regulacji obliczono na podstawie zaleznosci przedstawionych w rozdzialach czwartym i piatym pracy, a parametry obserwatora zredukowanego na podstawie zaleznosci z rozdzialu szostego. W przypadku ukladu napedowego z wewnetrznym obwodem regulacji kata skrecenia elementu sprzystego i nadrzednym obwodem regulacji predkosci, parametry regulatora predkosci wyznaczono z kryterium symetrii [61].



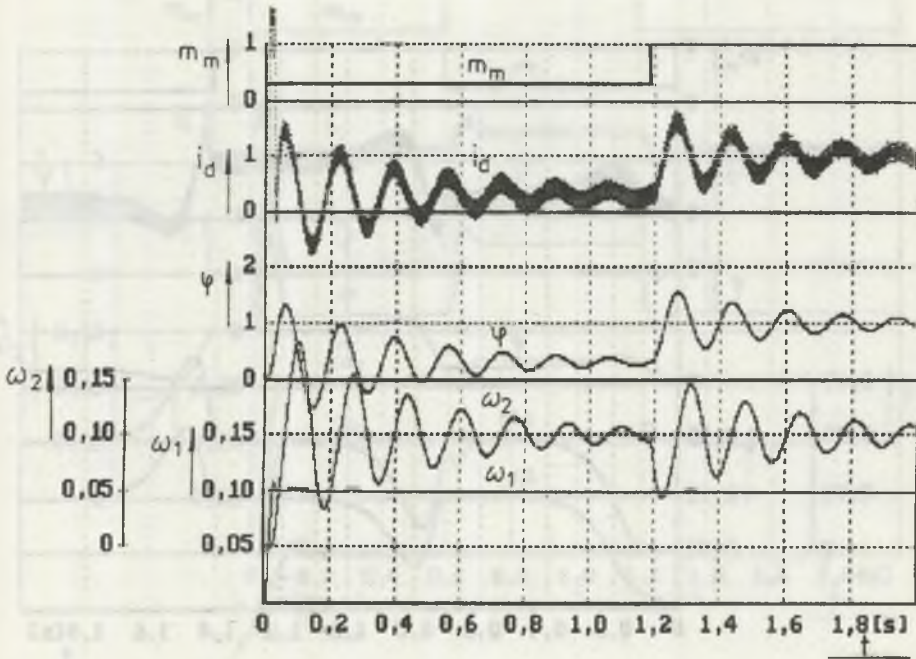
Rys. A2.3. Przebiegi w modelu cyfrowym ukladu napedowego o parametrach identycznych, jak na rys. A1.4

Fig. A2.3. Transients in computer model of the drive with identical parameters as on fig. A1.4

Wybrane przebiegi przejściowe przedstawiono na rys.A2.3 - rys.A2.11. Na wykresach czas jest podany w wartościach naturalnych (fizycznych), natomiast pozostałe wielkości w wartościach względnych (wielkości odniesienia są określone zależnością (4.3)).

Na wykresach przedstawiono przebiegi następujących wielkości:

- m_m - moment obciążenia układu napędowego,
- i_d - prąd wirnika silnika,
- φ - kat skreślenia elementu sprężystego,



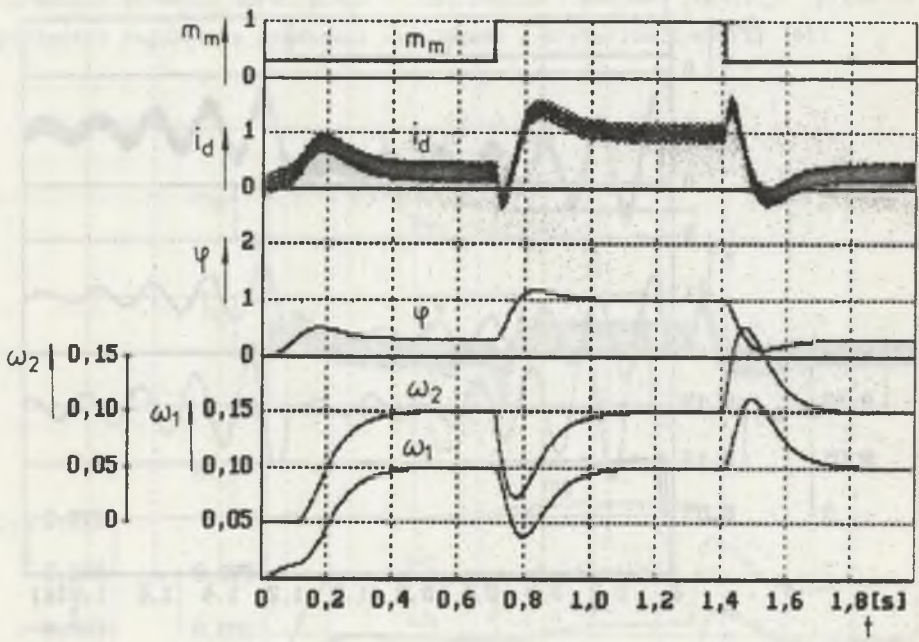
Rys.A2.4. Przebiegi w układzie z regulatorem prędkości dobranym z kryterium symetrii (w obliczeniach parametrów regulatora pominięto elastyczności wieżów mechanicznych). $J_1=0,0525 \text{ kgm}^2$, $c=43,1 \text{ Nm/rad}$, $J_2=0,5J_1$, $J_0=0,2J_1$, $k_\omega=49,8$, $T_\omega=0,008 \text{ s}$, $k_2=0$

Fig.A2.4. Transients in the drive with speed controller calculated from symmetry criterion (with disregard of mechanical links elasticity). $J_1=0.0525 \text{ kgm}^2$, $c=43.1 \text{ Nm/rad}$, $J_2=0.5J_1$, $J_0=0.2J_1$, $k_\omega=49.8$, $T_\omega=0.008 \text{ s}$, $k_2=0$

$m_s(1)$ - moment w elemencie sprężystym dla $x=1$ (na końcu elementu sprężystego),

ω_1, ω_2 - prędkość silnika i prędkość mechanizmu za elementem sprężystym,

$\hat{\omega}_2, \hat{\phi}$ - prędkość mechanizmu i kąt skręcenia elementu sprężystego - wielkości estymowane na wyjściu obserwatora zredukowanego.



Rys. A2.5. Przebiegi w układzie z dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości mechanizmu ω_2 i regulatorem prędkości typu PI.

$J_1=0,0525 \text{ kgm}^2$, $c=43,1 \text{ Nm/rad}$, $J_2=0,5J_1$, $J_0=0,2J_1$, $\xi=\sigma=1$, $k_\omega=9,4$,
 $T_\omega=0,169 \text{ s}$, $k_2=-0,591$

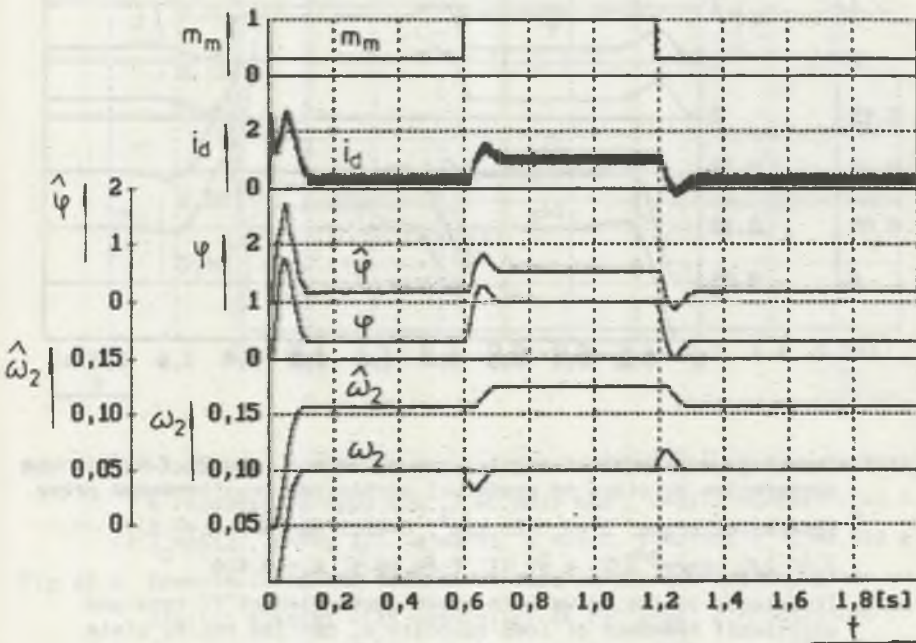
Fig. A2.5. Transients in the drive with additional feedback of the load velocity ω_2 and speed controller of PI type.

$J_1=0.0525 \text{ kgm}^2$,
 $c=43.1 \text{ Nm/rad}$, $J_2=0.5J_1$, $J_0=0.2J_1$, $\xi=\sigma=1$, $k_\omega=9.4$, $T_\omega=0.169 \text{ s}$,
 $k_2=-0.591$

Na rys. A2.11. przedstawiono przebiegi w czasie rozruchu maszyny wyciągowej do prędkości ustalonej 16 m/s z przyspieszeniem zadany 1 m/s^2 .

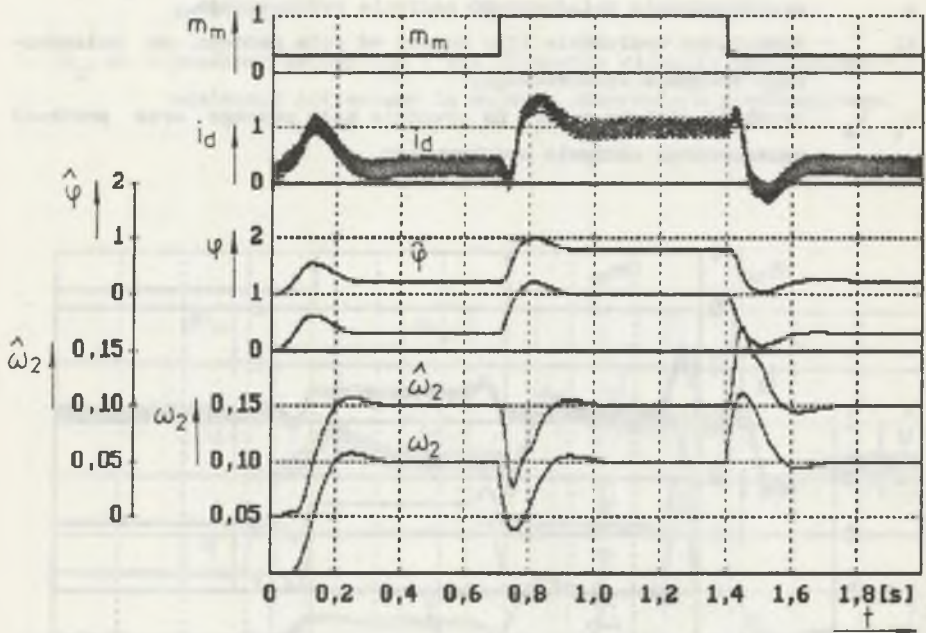
Na wykresie oznaczono:

- a - przyspieszenie załadowanego naczynia wydobywczego,
- Δl - dynamiczne wydłużenie liny nośnej od koła pednego do załadowanego naczynia wydobywczego,
- v_1, v_2 - prędkość liniowa punktu na obwodzie koła pednego oraz prędkość załadowanego naczynia wydobywczego.



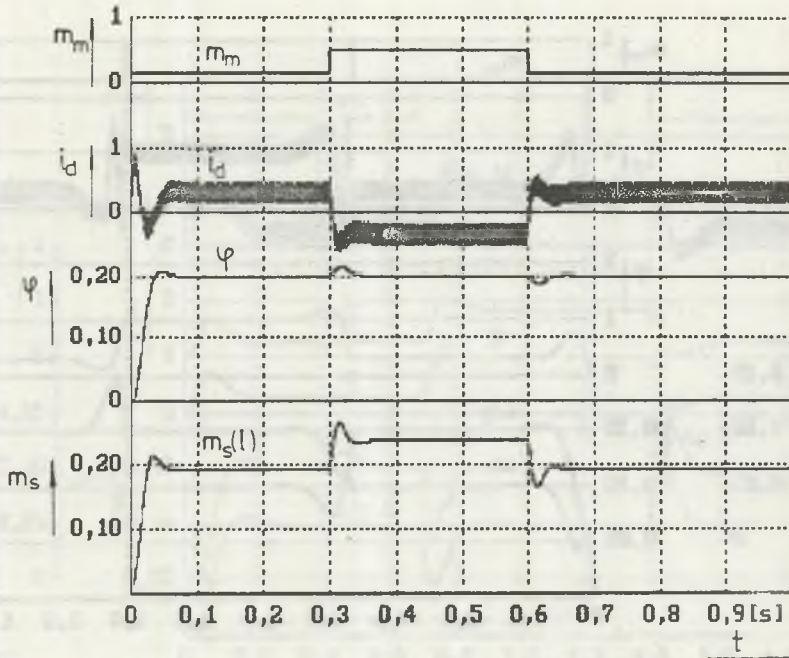
Rys.A2.6. Przebiegi w układzie z regulatorem prędkości typu P i dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości mechanizmu zrealizowanym przez obserwator stanu. $J_1=0,0525 \text{ kgm}^2$, $c=215,5 \text{ Nm/rad}$, $J_2=J_1$, $J_0=J_1$, $\xi=\sigma=\sqrt{2}/2$, $k_\omega=7,82$, $k_2=-0,519$

Fig.A2.6. Transients in the drive with speed controller of P type and additional feedback of load velocity ω_2 carried out by state observer. $J_1=0.0525 \text{ kgm}^2$, $c=215.5 \text{ Nm/rad}$, $J_2=J_1$, $J_0=J_1$, $\xi=\sigma=\sqrt{2}/2$, $k_\omega=7.82$, $k_2=-0.519$



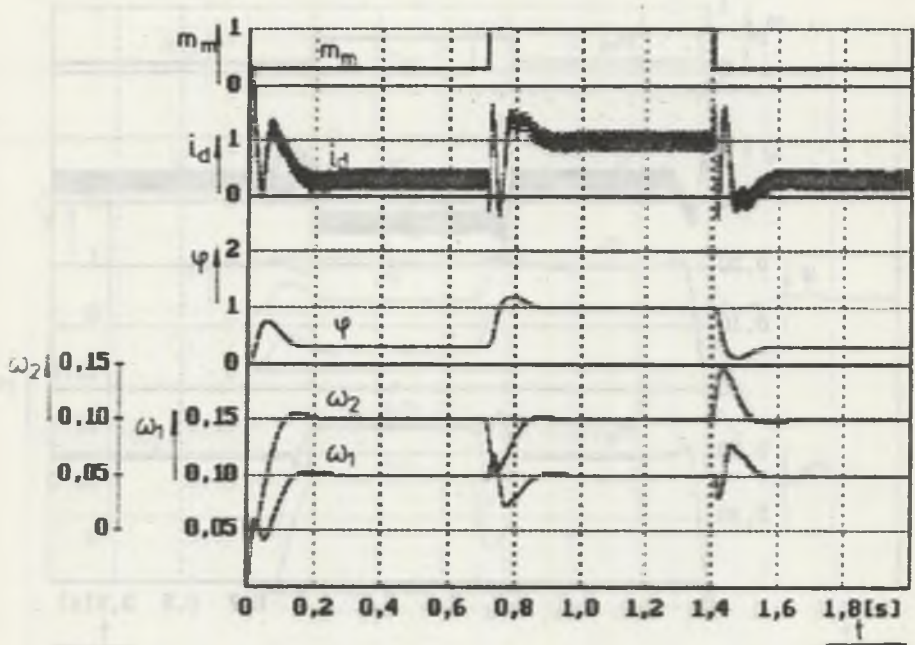
Rys. A2.7. Przebiegi w układzie z regulatorem prędkości typu PI i dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości mechanizmu zrealizowanym przez obserwator stanu. $J_1=0,0525 \text{ kgm}^2$, $c=43,1 \text{ Nm/rad}$, $J_2=0,5J_1$, $J_0=0,2J_1$, $\xi=\sigma=\sqrt{2}/2$, $k_\omega=9,27$, $T_\omega=0,10 \text{ s}$, $k_2=-0,416$

Fig. A2.7. Transients in the drive with speed controller of PI type and additional feedback of load velocity ω_2 carried out by state observer. $J_1=0.0525 \text{ kgm}^2$, $c=43.1 \text{ Nm/rad}$, $J_2=0.5J_1$, $J_0=0.2J_1$, $\xi=\sigma=\sqrt{2}/2$, $k_\omega=9.27$, $T_\omega=0.10 \text{ s}$, $k_2=-0.416$



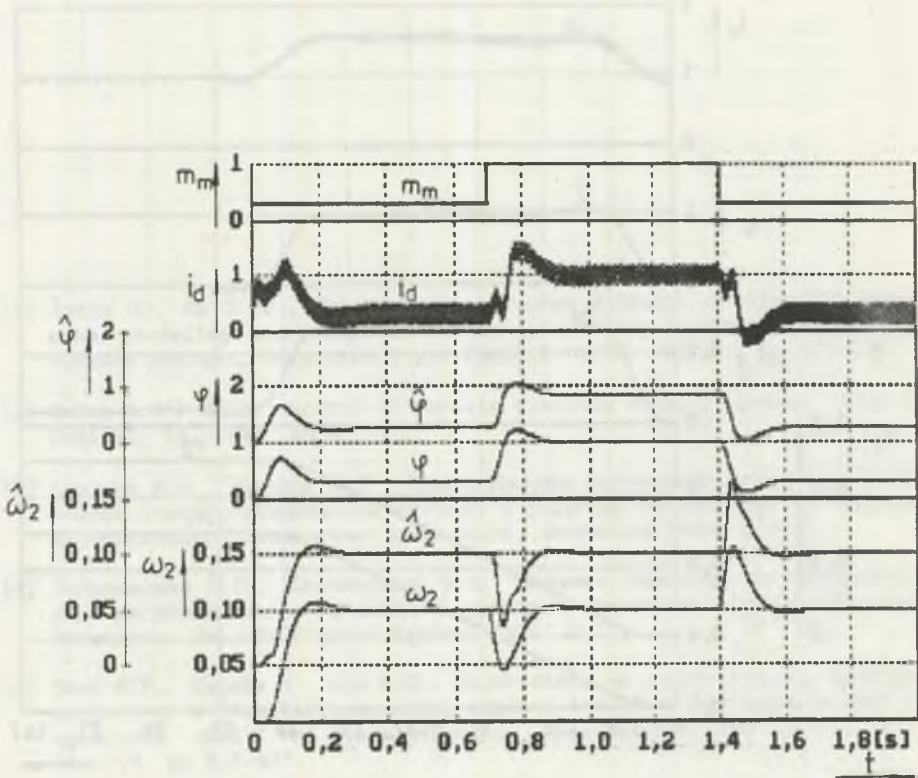
Rys. A2.8. Przebiegi w obwodzie regulacji kąta skreślenia elementu sprężystego z regulatorem typu PID. $J_1=0,0525 \text{ kgm}^2$, $c=43,1 \text{ Nm/rad}$, $J_2=0,5J_1$, $J_0=0,2J_1$, $\xi=\sigma=\sqrt{2}/2$, $\omega_e=0,35$, $k_\varphi=16,0$, $T_\varphi=0,009 \text{ s}$, $T_i=0,018 \text{ s}$

Fig. A2.8. Transients in the control circuit of the torsion angle of elastic element with controller of PID type. $J_1=0.0525 \text{ kgm}^2$, $c=43.1 \text{ Nm/rad}$, $J_2=0.5J_1$, $J_0=0.2J_1$, $\xi=\sigma=\sqrt{2}/2$, $\omega_e=0.35$, $k_\varphi=16.0$, $T_\varphi=0.009 \text{ s}$, $T_i=0.018 \text{ s}$



Rys. A2.9. Przebiegi w układzie z wewnętrznym obwodem regulacji kąta skrećenia elementu sprężystego. $J_1=0,0525 \text{ kgm}^2$, $c=43,1 \text{ Nm/rad}$, $J_2=0,5J_1$, $J_0=0,2J_1$, $\xi=\sigma=\sqrt{2}/2$, $\omega_e=0,20$. Reg. φ typu PID: $k_\varphi=36,6$, $T_\varphi=0,005 \text{ s}$, $T_i=0,012 \text{ s}$; $k_\omega=5,7$, $T_\omega=0,048 \text{ s}$

Fig. A2.9. Transients in the drive with inner control circuit of the torsion angle of elastic element. $J_1=0,0525 \text{ kgm}^2$, $c=43,1 \text{ Nm/rad}$, $J_2=0,5J_1$, $J_0=0,2J_1$, $\xi=\sigma=\sqrt{2}/2$, $\omega_e=0,20$. PID φ contr.: $k_\varphi=36,6$, $T_\varphi=0,005 \text{ s}$, $T_i=0,012 \text{ s}$; $k_\omega=5,7$, $T_\omega=0,048 \text{ s}$



Rys. A2.10. Przebiegi w układzie z wewnętrznym obwodem regulacji kąta skreńczenia elementu sprężystego i z obserwatorem stanu.

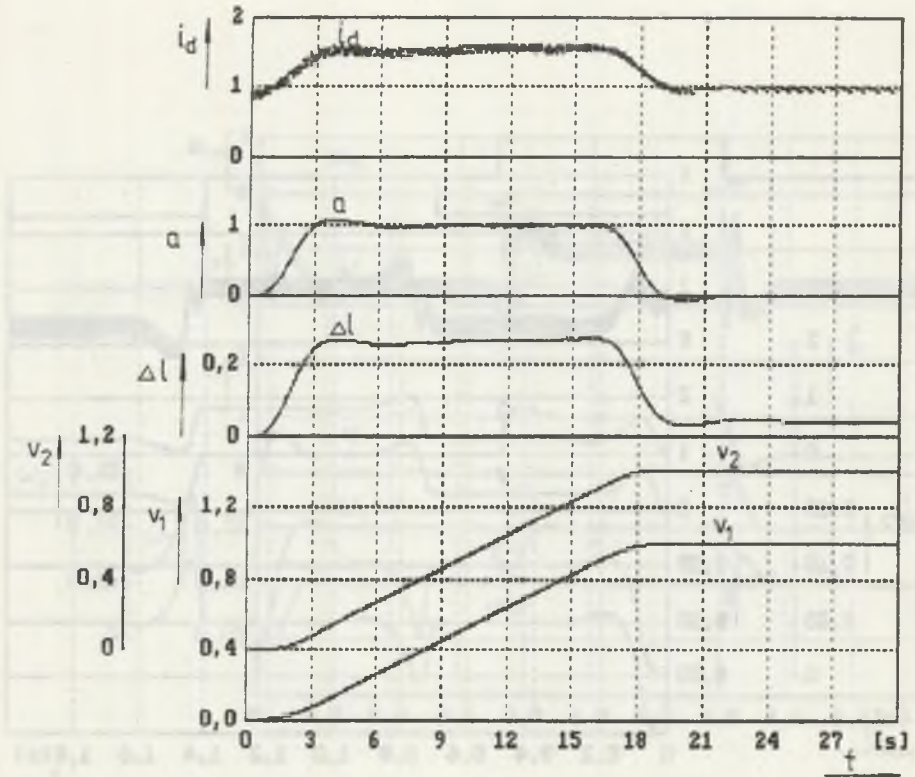
$J_1=0,0525 \text{ kgm}^2$, $c=43,1 \text{ Nm/rad}$, $J_2=0,5J_1$, $J_0=0,2J_1$, $\xi=\sigma=\sqrt{2}/2$,

$\omega_e=0,50$. Reg. φ typu PD: $k_\varphi=3,0$, $T_\varphi=0,023 \text{ s}$; $k_\omega=6,2$, $T_\omega=0,065 \text{ s}$

Fig. A2.10. Transients in the drive with inner control circuit of the torsion angle of elastic element and with state observer.

$J_1=0.0525 \text{ kgm}^2$, $c=43.1 \text{ Nm/rad}$, $J_2=0.5J_1$, $J_0=0.2J_1$, $\xi=\sigma=\sqrt{2}/2$,

$\omega_e=0.50$. PD φ contr.: $k_\varphi=3.0$, $T_\varphi=0.023 \text{ s}$; $k_\omega=6.2$, $T_\omega=0.065 \text{ s}$



Rys. A2.11. Przebiegi w czasie rozruchu maszyny wyciągowej w układzie regulacji z dodatkowym sprzężeniem od prędkości naczynia wydobywczego zrealizowanym za pomocą obserwatora stanu. Regulator prędkości typu PI: $K_{\omega} = 11,9$, $T_{\omega} = 1,73$ s, $k_2 = -0,39$

Fig. A2.11. Starting courses of the hoisting machine working in control system with additional feedback of the speed of mine cage carried out by state observer. Speed controller of PI type: $K_{\omega} = 11,9$, $T_{\omega} = 1,73$ s, $k_2 = -0,39$

LITERATURA

- [1] Asada H., Ma Z.-D., Tokumaru H.: Inverse dynamics of flexible robot arms: modeling and computation for trajectory control. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1990, vol.112, pp.177-185.
- [2] Balas M.J.: Model control of certain flexible dynamic systems. *SIAM J. Control*, 16, 1980, pp.450-462.
- [3] Башарин А.В., Будилов М.В.: Идентификация механизмов робота как нелинейной электромеханической системы с упругими связями. В сб. Системы автоматизации промышленных комплексов, Ленинград 1986, с.3-15.
- [4] Базилевский В.Г., Кирпичников В.Н.: Влияние тиристорного электропривода на динамические процессы в электромеханической системе подъемной установки. *Изв. ВУЗ Горный Журнал*, 1978, Н.3.
- [5] Bhat S.P., Tanaka M., Miu D.K.: Experiments on point-to-point position control of a flexible beam using Laplace transform technique - part I: open-loop. *ASME J. of Dynamic Systems, Measurements, and Control* 1991, vol.113, pp.432-437.
- [6] Bhat S.P., Miu D.K.: Experiments on point-to-point control of a flexible beam using Laplace transform technique - part II: close-loop. *ASME J. of Dynamic Systems, Measurements, and Control*, 1991, vol.113, pp.438-443.
- [7] Black G.A.: Winder control. *Colliery Guardian*, 1966, No 5472.
- [8] Book W.J., Maizza-Neto O., Whitney D.G.: Feedback control of two beam, two joint systems with distributed flexibility. *ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1975, vol.97, No 4, pp.424-431.
- [9] Борцов Ю.А., Соколовский Г.Г.: Тиристорные системы электропривода с упругими связями. Энергия, Ленинград 1979.
- [10] Борцов Ю.А., Соколовский Г.Г., Иванов Г.М.: Учет упруго-вязких связей при построении системы управления электроприводами. *Электричество*, 1981, Н.3, с.29-35.
- [11] Бородин А.М., Бомко В.Р., Хорошавин В.П.: Вариант синтеза ДЭС стабилизаций упругого момента. Автоматизированные электромеханические системы, Новосибирск 1987, с.50-57.

- [12] Brandenburg G.: Stability of a speed-controlled elastic two-mass system with backlash and Coulomb friction and optimization by a disturbance observer. Applied Modelling and Simulation of Technological Systems, IMACS, p.371-381, 1987.
- [13] Brandenburg G., Schafer U.: Influence and partial compensation of simultaneously acting backlash and Coulomb friction in a speed and position-controlled elastic two-mass system. Proceedings of 2nd ICED, Poiana-Brasov 1988r.
- [14] Бургин Б.Ш.: Синтез ДОМС стабилизаций скорости методом модального управления. В сб. Автоматизированные электромеханические системы. НЕТИ, Новосибирск 1979, с.3-12.
- [15] Бургин Б.Ш., Хорошавин В.П.: Синтез следящего электропривода с упругими связями. В сб. Системы и устройства электромеханики. НЕТИ, Новосибирск 1982, с.17-26.
- [16] Бургин Б.Ш.: Быстродействие динамических электромеханических систем стабилизаций скорости с ограниченным числом измеряемых координат. Электричество, 1991, Н.9, 37-42.
- [17] Cannon R.H., Schmitz E.: Initial experiments on the control of a flexible manipulators. Int. J. Robotics Research, 1984, vol.3, pp.62-75.
- [18] Chen J.S., Meng C.H.: Modeling and adaptive control of a flexible one-link manipulator. Robotica, 1990, vol.8, pp.339-345.
- [19] Chernousko F.L. Rogov N.N.: Optimal control of a robot with electric drive and elastic elements. IFAC Robot Control. Selected papers from the 2-nd IFAC Symposium, Karlsruhe 1988, pp.231-235.
- [20] Давыдов В.Л., Скородумов В.А.: Динамика горных машин. Госгортехиздат, Москва 1961.
- [21] Davis J.H., Hirschorn R.M.: Tracking control of a flexible robot link. IEEE Trans. Autom. Control, 1988, No 3, pp.238-248.
- [22] Edwards J.B.: The modern control theory. The maximum principle for optimum winder design and operation. Colliery Guardian, 1975, No 1.
- [23] Егоров В.Н., Шестаков В.М.: Динамика систем электропривода. Энергоатомиздат, Ленинград 1983
- [24] Федоров М.М., Федоров Е.М.: Подъемные установки для проходки стволов. НЕДРА, Москва 1988.
- [25] Фоттлер Ф.К., Хорошавин В.П.: Двухмассовая электромеханическая система стабилизаций скорости с наблюдающим устройством. в сб. Автоматизированные электромеханические системы. Новосибирск 1987, с.43-49.
- [26] Герасимьяк Р.П., Койчев В.С.: Динамика электромеханической системы механизма подъема тяжелых козловых кранов. Электромеханика, 1982, Н.3, с.309-313.

- [27] Gierlotka K.: Wpływ struktury i nastaw regulatora prędkości na przebiegi przejściowe tyrystorowej maszyny wyciągowej. Mat. Konf. "Modelowanie Górniczych Maszyn Wyciągowych", Gliwice 1977, s.129-144.
- [28] Gierlotka K.: Dynamika napędów elektrycznych maszyn wyciągowych dla głębokich szybów. Praca doktorska, Pol. Śląska, Gliwice 1977.
- [29] Gierlotka K.: Synteza układu regulacji maszyn wyciągowych dla dużej głębokości wydobywania. IV Międzynarodowa Konferencja Automatyzacji Górnictwa ICAMC-80, Katowice 1980, t. II, s.238-251.
- [30] Gierlotka K.: Synteza wybranych układów regulacji w napędach prądu stałego z połączeniami sprężystymi. III Krajowa Konferencja Ergoelektroniki Napędu Elektrycznego i Trakcji. Warszawa 1984, s.271-279.
- [31] Gierlotka K.: Analiza układu regulacji napędu z połączeniami sprężystymi z dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości ω_2 za połączeniem sprężystym. Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej, Elektryka, Gliwice 1986, z. 94, s.117-126.
- [32] Gierlotka K.: Dobór indukcyjności obwodu wirnika silnika w napędzie przekształtnikowym prądu stałego o bardzo małym momencie bezwładności. Przegląd Elektrotechniczny, 1988, nr 11, s.331-333.
- [33] Gierlotka K.: Dobór struktury i obliczanie parametrów obserwatora w napędach z połączeniami sprężystymi. XIII Konferencja SPETO, Gliwice - Wisła 1990, t. II, s.413-420.
- [34] Gierlotka K.: Synteza układu regulacji napędu z mechanicznym połączeniem sprężystym przy niepełnej informacji o stanie obiektu regulacji. Archiwum Elektrotechniki (przyjęte do druku).
- [35] Gierlotka K.: Obliczanie parametrów obwodu regulacji prędkości w napędach z połączeniami sprężystymi. Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej, Elektryka, Gliwice 1992, nr 120.
- [36] Gierlotka K.: Układ regulacji napędów z połączeniami sprężystymi z obwodem regulacji momentu w elemencie sprężystym. Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej, Elektryka, Gliwice 1992, nr 120.
- [37] Gierlotka K.: Wpływ parametrów obwodu regulacji momentu na tłumienie oscylacji w napędach z połączeniami sprężystymi. XIV Konferencja SPETO, Gliwice - Wisła 1991, t. II, s.89-96.
- [38] Гончаров А.С., Миронов С.М.: Синтез регулятора поглощающего возмущения для следящего электропривода с упругой механической передачей. Электромеханика, 1985, Н. 3, с.23-27.
- [39] Гончарук Ю.Л., Терешкин Д.С.: Метод исследований электропривода с учетом упругих связей на математической модели. Электричество, 1980, Н. 8, с.43-47.

- [40] Gottschalk H.P.: Untersuchungen zur Parameterempfindlichkeit lagege-
regelter Stellantriebe mit elastischer mechanischer Übertragung.
Messen Steuern Regeln, 1981, No 8, s.433-437.
- [41] Gryboś R.: Drgania maszyn w zadaniach. Skrypt Uczelniany Pol. Śląs-
kiej, nr 1432, Gliwice 1988.
- [42] Gutowski R., Swietlicki W.A.: Dynamika i drgania układów mechanicz-
nych. PWN, Warszawa 1986.
- [43] Hastings G.G., Book W.J.: A linear dynamic model for flexible robotic
manipulators. IEEE Control System Magazine, 1987, No 1, pp.61-64.
- [44] Hejmo W., Koziol R.: Systemy mikroprocesorowe w automatyce napędu
elektrycznego. WNT, Warszawa 1989.
- [45] Хорошавин В.П.: Синтез автоматизированного электропривода с упругой
связью методом АКОР. В сб. Автоматизированные электромеханические
системы, НЕТИ, Новосибирск 1979, с.22-29.
- [46] Иванов Г.М.: Тиристорные электроприводы постоянного тока с упругим
звеном в механической их части. Электротехника, 1980, Н.6, с.16-19.
- [47] Jumarie G.: Tracking control of flexible robot manipulators with
active inertia links. Robotica, 1990, vol.8, pp.73-80.
- [48] Kaczorek T.: Teoria sterowania. PWN, Warszawa 1977, t.1.
- [49] Karnopp D.: Design Principles for Vibration Control Systems Using
Semi-Active Dampers. Journal of Dynamic Systems, Measurements and
Control, 1990, vol.112, pp.448-455.
- [50] Karolewski B.: Modelowanie zjawisk dynamicznych w przenośnikach taśmo-
wych. Prace Naukowe Inst. Energoelektryki Pol. Wrocławskiej, nr 63,
Wrocław 1985.
- [51] Khorosani K., Nonlinear feedback control of flexible joint manipula-
tors: A single link case study. IEEE Transactions on Automatic
Control, 1990, vol.35, No.10, pp.1145-1149.
- [52] Киричок Ю.Т., Чермалых В.М.: Привод шахтных подъемных установок боль-
шой мощности. Недра, Москва 1972.
- [53] Knapczyk J., Stępniewski A.: Badania wpływu podatności na dokładność
realizacji trajektorii chwytaka manipulatora. Prace Nauk. Inst. Cyber.
Pol. Wrocł. nr 38, III Krajowa Konf. Robotyki, Wrocław 1991, t.II,
s.210-215.
- [54] Krasowski A.A., Pospiełow G.S.: Podstawy automatyki i cybernetyki
technicznej. WNT, Warszawa 1965.
- [55] Lappat A.: Zustandsregelung eines elektrischen Antriebes mit elasti-
scher, schwach gedampfer Mechanik. Elektrie, 1986, No 1, s.25-27.

- [56] Leniowski R.: Model matematyczny i układ sterowania robota laboratoryjnego z elastycznym ramieniem. Prace Nauk. Inst. Cybernetyki Pol. Wrocł. nr 37, III Krajowa Konf. Robotyki, Wrocław 1991, t.I, s.102-108.
- [57] Луцкив Н.М.: Системы электропривода с наблюдающими устройствами механизмов с упругими связями. Электромеханика, 1988, Н.11, с.99-104.
- [58] Meder A.: Badania symulacyjne drgań wielolinowego układu wyciągowego. Dysert. Pol. Śląskiej, Gliwice 1983.
- [59] Miu D.K.: Physical interpretation of transfer function zeros for simple control systems with mechanical flexibilities. ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Sept. 1991, vol.113, pp.419-424.
- [60] Morgul O.: Orientation and stabilization of a flexible beam attached to a rigid body: planar motion. IEEE Transaction on Automatic Control, 1991, vol.36, No 8, pp.953-962.
- [61] Napęd elektryczny. Praca zbiorowa pod kierunkiem prof. Z. Grunwalda, WNT, Warszawa 1987.
- [62] Niederliński A.: Układy wielowymiarowe automatyki. WNT, Warszawa 1974.
- [63] Nowacki Z.: Modulacja szerokości impulsów w napędach przekształtnikowych prądu przemiennego. PWN, Warszawa 1991.
- [64] Orłowska-Kowalska T.: Obserwatory zmiennych stanu i parametrów w układach sterowania silników indukcyjnych klatkowych. Prace Naukowe Inst. Układów Elektromechanicznych Polit. Wrocławskiej nr 44, ser. Monografie nr 9, Wrocław 1990.
- [65] Osiński Z.: Tłumienie drgań mechanicznych. PWN, Warszawa 1986.
- [66] Ostalczyk P. Kuźmiński K.: Metoda syntezy układu napędowego zapewniająca odpowiednie przebiegi przejściowe wszystkich współrzędnych stanu. Mat. I Krajowego Seminarium "Wybrane zagadnienia optymalizacji zautomatyzowanych układów napędu elektrycznego", Łódź 1984.
- [67] Pewne problemy modelowania wielolinowych układów wyciągowych. Praca zbiorowa pod red. J. Wojnarowskiego. Wyd. Pol. Śląskiej, Gliwice 1976.
- [68] Пятибратов Г.Я.: Синтез систем подчиненного регулирования электроприводов, минимизирующих динамические нагрузки в упругих механических передачах. Электромеханика, 1982, Н.3, с.296-303.
- [69] Пятибратов Г.Я.: Возможности применения электроприводов для активного ограничения колебаний упругих механических передач. Изв. ВУЗ Электромеханика, 1990, Н.10, с.89-93.
- [70] Поляков Л.М., Херунцев П.Э.: Оптимальное управление динамическими процессами в электроприводах с упругими связями. Электричество, 1979, Н.3, с.40-45.

- [71] Постников Ю.В. и др.: Исследование и опыт наладки современных силовых следящих электроприводов. Системы автоматизаций промышленных комплексов. Ленинград 1986, с.39-59.
- [72] Поздеев А.Д., Мартыничев А.К., Донской А.Н.: Анализ чувствительности структур следящего электропривода к изменению параметров упругого исполнительного механизма. Электромеханика, 1990, Н.5, с.95-102.
- [73] Puchała A.: Dynamika maszyn i układów elektromechanicznych. PWN, Warszawa 1977.
- [74] Raatz E.: Der Einfluss von elastischen Übertragungselementen auf die Dynamik geregelter Antriebe. Techn. Mitteil. AEG-Telefunken, 1973, No 6, s.205-209.
- [75] Raatz E.: Einfluss von mechanischen Schwingungen auf das dynamische Verhalten von geregelten Antrieben. Messen Steuern Regeln, 1975 No 7.
- [76] Рассудов Л.Н. и др.: Структурный синтез управления армирующими манипуляторами содержащими звена с распределенными параметрами. Системы автоматизаций промышленных комплексов. Ленинград 1986, с.23-31.
- [77] Romaniuk S.: Elastyczność połączeń mechanicznych w równaniach stanu układu napędowego. Przegląd Elektrotechniczny, 1971, nr 6.
- [78] Romaniuk S.: Wpływ rzeczywistej sztywności połączeń mechanicznych na dynamikę otwartego układu napędowego. Przegląd Elektrotechniczny, 1971, nr 7.
- [79] Rovner D., Cannon R.H.: Experiments toward on-line identification and control of a very flexible one-link manipulators. Int. J. Robotics Research, 1987, vol.6. No 4, pp.3-19.
- [80] Сиротин А.А., Поздеев Д.А.: Влияние параметров упругого исполнительного механизма на качество процессов в следящем электроприводе. Электромеханика, 1986, Н.8, с.78-83.
- [81] Sakawa Y., Hua Luo Z.: Modeling and control of coupled bending and torsional vibrations of flexible beams. IEEE transactions on Automatic Control, 1989, vol.34, No 9, pp.970-977.
- [82] Соколовский Г.Г.: Система управления электроприводом с упругостью. Электричество, 1984, Н.1, с.23-28.
- [83] Specjalne zagadnienia dynamiki i sterowania układów elektromechanicznych - pod red. L. Szklarskiego. PWN, Warszawa 1988.
- [84] Spong M.W., Khorosani K., Kokotovic P.V.: An integral manifold approach to the feedback control of a flexible joint robots. IEEE J. Robot. Automat. 1987, vol.3, No 4, pp.291-301.
- [85] Spong M.W.: Modeling and control of elastic joint robots. ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1987, vol.109, pp.310-319.

- [86] Spong M.W.: On the force control problem for flexible joint manipulators. IEEE Trans. on Automatic Control, 1989, vol.34, No 1, pp.107-111.
- [87] Шафранский В.И., Боровой Б.В.: Анализ динамики двухмассовой системы электропривода по корням характеристического уравнения. Электромеханика, 1980, №5, с.519-521.
- [88] Szklarski L., Wojnicki R., Stankiewicz A.: Badanie dynamiki maszyn wyciągowych z uwzględnieniem sprężystości liny. Międzynarodowa Konf. Automatyzacji Górnictwa, Kraków 1969.
- [89] Szklarski L., Kiszka J.: Sterowanie maszyną wyciągową jako układem o parametrach rozłożonych. Arch. Górnictwa 1976, nr 2.
- [90] Szklarski L., Zając M., Dziadecki A.: Modelowanie napędu maszyny wyciągowej z uwzględnieniem sprężystości liny. Mat. konf. "Modelowanie górniczych maszyn wyciągowych", cz.II, s.93-104, Gliwice 1977.
- [91] Szklarski L. Ograniczenie oscylacji lin maszyn wyciągowych głębokich szybów. VI Międzynar. Konferencja Automatyzacji Górnictwa ICAMC-80, Katowice 1980, t.II, s.252-273.
- [92] Szklarski L., Jaracz K., Vitecek A.: Optymalizacja układów napędowych. PWN, Warszawa 1989.
- [93] Śliwiński W., Wajs K.: Prosty model dynamiczny napędu prądu stałego uwzględniający elastyczność połączeń mechanicznych jako zjawisko ciągłe i przestrzenne. (w języku rosyjskim), Prace Instytutu Elektrotechniki, Warszawa 1988, nr 151, s.15-32.
- [94] Śliwiński W.: Charakterystyki częstotliwościowe napędu przy uwzględnieniu podatności mechanicznej jako zjawiska przestrzennego. Prace Instytutu Elektrotechniki, Warszawa 1989, nr 156, s.89-114.
- [95] Śliwiński W.: Wyznaczanie charakterystyki czasowej napędu prądu stałego przy uwzględnieniu podatności mechanicznej jako zjawiska przestrzennego. Prace Instytutu Elektrotechniki, Warszawa 1990, nr 158, s.43-66.
- [96] Tomei P.: An observer for flexible joint robots. IEEE Transactions on Automatic Control, 1990, vol.35, No 6, pp.739-743.
- [97] Tomei P.: A simple PD controller for robots with elastic joints. IEEE Transactions on Automatic Control, 1991, vol.36, No 10, pp. 1208-1213.
- [98] Tondos M.: Odtwarzanie momentu obciążenia w napędach hutniczych. Z.N. AGH, Elektrotechnika, z.17, 1990.
- [99] Tondos M.: Zasady odtwarzania momentu obciążenia w napędach z połączeniami sprężystymi. Materiały XV Konferencji SPETO, t.II, s.309-316, Gliwice - Wisła 1992.
- [100] Tunia H. Kaźmierkowski M.: Automatyka napędu przekształtnikowego. PWN, Warszawa 1987.

- [101] Urbański S.: Synteza wybranych układów stabilizacji prędkości obrotowej z silnikami prądu stałego. Zeszyty Naukowe Pol. Białostockiej, nr 14, Białystok 1977.
- [102] Wajs K.: Wpływ podatności połączeń mechanicznych napędu na jego transmitancje. Archiwum Elektrotechniki, 1973, T.XXII, Z.1.
- [103] Вейц В.Л., Ганзбург Л.Б., Шестаков В.М.: Построение высокочастотных систем электропривода с бесконтактными синхронными муфтами. Электромеханика, 1985, Н.3, с.95-102.
- [104] Williams T.: Optimal root loci of flexible space structures. IEEE Transactions on Automatic Control, 1991, vol.36, No 3, pp.375-377.
- [105] Wojnarowski J.: Zastosowanie grafów i liczb strukturalnych w badaniu drgań górniczych maszyn wyciągowych. Mat. Konf. "Modelowanie Górniczych Maszyn Wyciągowych", Gliwice 1977.
- [106] Востников А.С., Фоттлер Ф.К.: Система стабилизации динамических свойств электропривода с упругой связью при переменных параметрах. В сб. Автоматизированные электромеханические системы, Новосибирск 1980, с.25-36.
- [107] Yang T.-C., Yang J.C.S., Kudva P.: Adaptive control of a single-link flexible manipulator with unknown load. IEE Proceedings. Control Theory and Applications, 1991, vol.138, No 2, pp.153-159.
- [108] Yurkovich S., Pacheco F.E., Tzes A.P.: On-line frequency domain information for control of a flexible link robot with varying payload. IEEE Trans. on Automatic Control, 1989, vol.34, No 12, pp.1300-1304.
- [109] Zajac M.: Zagadnienia sterowania układu napędowego prądu stałego zawierającego elementy sprężyste. Mat. III Krajowej Kof. Energoelektroniki, Napędu Elektrycznego i Trakcji, Warszawa 1984, s.281-286.
- [110] Zajac M.: Compensation of disturbances in a d.c. drive system with elastic element. Mat. Konf. ARS, Ostrava 1987.
- [111] Zajac M.: Numerical method for the programmable control of drive systems with elastic elements. Electrical Drive Symposium, Cagliari 1987.
- [112] Zajac M.: New method of mine winder control in deep shafts. Prace Instytutu Elektrotechniki, Warszawa 1988, nr 151.
- [113] Земляков В.Д.: Анализ и синтез упругих электромеханических систем корневым методом. Электромеханика, 1985, Н.8, с.75-79.

UKŁADY STEROWANIA NAPĘDÓW ELEKTRYCZNYCH Z ELEMENTAMI SPRĘŻYSTYMI

S t r e s z c z e n i e

Celem pracy jest określenie struktur układu sterowania oraz metod obliczania parametrów obwodów regulacji układów napędowych z połączeniami sprężystymi, zapewniających uzyskanie dużego tłumienia oscylacji wywołanych elastycznością więzów mechanicznych. W syntezie układów sterowania zastosowano model Rayleigha układu sprężystego, w którym uwzględnia się w sposób uproszczony zjawiska przestrzenne w elemencie sprężystym.

Przeprowadzono analizę wpływu parametrów układu mechanicznego oraz wielkości charakteryzujących przebiegi czasowe momentu elektromagnetycznego silnika i momentu obciążenia na właściwości dynamiczne układu napędowego z elementem sprężystym. Na tej podstawie określono warunki, których spełnienie pozwala pominać wpływ elastyczności więzów mechanicznych na właściwości dynamiczne układów napędowych oraz na dobór struktury i parametrów ich układów sterowania.

Zasadniczą część pracy dotyczy układów sterowania napędów z połączeniami sprężystymi. Przeprowadzono analizę trzech struktur układu sterowania, dla których wyznaczono zależności określające parametry obwodów regulacji układu napędowego z połączeniami sprężystymi. W zależności od ilości dostępnych zmiennych stanu układu elektromechanicznego (ilości sprzężeń zwrotnych) uzyskuje się, przy wykorzystaniu przedstawionych w pracy metod obliczania parametrów układu sterowania, następujące właściwości dynamiczne układu napędowego:

- w klasycznym układzie sterowania napędu z wewnętrznym obwodem regulacji momentu elektromagnetycznego silnika i nadrzednym obwodem regulacji prędkości z proporcjonalno-całkującym regulatorem prędkości otrzymuje się maksymalną - dla tej struktury układu sterowania i danych parametrów

układu elektromechanicznego - wartość współczynnika tłumienia oscylacji wywołanych obecnością elementu sprężystego,

- w układzie sterowania z dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości mechanizmu za połączeniem sprężystym można uzyskać dowolną wartość współczynnika tłumienia oscylacji układu napędowego,
- w układzie sterowania z obwodem regulacji kąta skreślenia elementu sprężystego można uzyskać dowolną wartość współczynnika tłumienia oscylacji napędu oraz dowolny czas trwania stanów nieustalonych, w zakresie wynikającym z ograniczeń zmiennych stanu i ograniczeń narzuconych przez parametry układu elektromechanicznego.

W pracy uwzględniono wpływ właściwości dynamicznych zamkniętego obwodu regulacji momentu elektromagnetycznego silnika (lub wielkości do niego proporcjonalnej, na przykład prądu wirnika silnika obcowzbudnego) na tłumienie oscylacji układu oraz na obliczanie parametrów układu sterowania. Przeprowadzono syntezę zredukowanego obserwatora stanu układu napędowego z połączeniem sprężystym. Dla analizowanych struktur układu sterowania zaproponowano metode wyznaczania parametrów obserwatora w przypadku, gdy niedostępny jest moment obciążenia układu napędowego.

Zaproponowane w pracy struktury układu sterowania i metody obliczania jego parametrów mogą być stosowane dla szerokiej klasy układów napędowych z połączeniami sprężystymi, obejmującej układy o częstotliwości drgań własnych mechanicznych do kilkudziesięciu herców oraz o momencie bezwładności elementu sprężystego porównywalnym z momentami bezwładności mas skupionych na jego końcach. Wyniki rozważań analitycznych zweryfikowano za pomocą badań modelu fizycznego układu napędowego z połączeniem sprężystym oraz badań symulacyjnych przeprowadzonych na modelu cyfrowym.

CONTROL SYSTEMS OF THE ELECTRIC DRIVES WITH FLEXIBLE JOINTS.

S u m m a r y

The aim of the work has been to determine the structures of the control system of electric drives with elastic joints as well as calculation of their parameters, which give the large damping coefficient of the oscillations due to elasticity of the mechanical links. Rayleigh's model of the system with elastic joint, which approximates the spatial phenomena in elastic element, is applied to synthesis of the control systems.

Influence of the mechanical system parameters and of the parameters characterizing transients of the motor torque and load torque on dynamical properties of the drive has been analyzed. On this ground the conditions have been established which allow to disregard elasticity of the mechanical links, both on the drive dynamic properties and on the choice of the control system structures and calculation their parameters.

The main part of the work deals with the control systems of the drives with elastic links. Three control system structures have been analyzed, and formulae for calculation of the control circuit parameters of drives with elastic elements have been defined. Applying methods of the calculation of the control system parameters presented in the paper, according to the number of accessible state variables of the electromechanical system (number of the feedback circuits), the following dynamic properties have been obtained:

- in the control system of the drive, with inner loop of the motor torque control and outer loop of the speed control, with speed controller of PI type, the maximum value of the damping coefficient of the oscillations due to elasticity of the mechanical links, has been obtained for this structure of the control system and the definite electromechanical system parameters,

- in the control system with additional feedback loop of the load velocity, it is possible to obtain any value of the damping coefficient of the drive oscillations,
- in the control system with control circuit of the torsion angle of the elastic element, it is possible to obtain any value of the damping coefficient of the drive oscillations, and any duration of the transients, in the range resulting from the state variables limitations, and from limitations imposed by parameters of electromechanical system.

Influence of the dynamic properties of the closed-loop of motor torque control on the calculation of the control system parameters and on the oscillations absorption, has been taken into account in the paper. Synthesis of reduced-order state observer of the drive with elastic joint has been carried out. For control system structures being analyzed, the method of calculation of the state observer parameters has been suggested when the load torque is not measurable.

The structures of the control system presented in this paper, and the methods of parameters calculation, may be used in the drives with oscillation frequency amounting to tens of cycles per second, as well as in the drives in which moment of inertia of the elastic element is comparable with the moments of inertia of the masses on its ends. The analytic results have been verified by investigations of the laboratory drive with elastic joints, and by computer simulation of the drive.

СИСТЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ С УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ

Р е з ю м е

Целью работы является определение структур систем регулирования и метод вычисления параметров контуров регулирования электроприводов с упругими связями, в которых получается большое демпфирование колебаний вызванных упругостью механических связей. В синтезе систем регулирования применяется модель Рэлея упругой системы, в которой учитывается с упрощением пространственные эффекты в упругом элементе.

В работе проведен анализ влияния параметров электромеханической системы и параметров характеризующих протекания момента двигателя и момента нагрузки на динамические свойства электропривода с упругостью. На этой основе определены условия, исполнение которых делает возможным обойти влияние упругости механических связей на динамические свойства электропривода, а также на выбор структуры и параметров его системы регулирования.

Основная часть работы касается систем регулирования электроприводов с упругими связями. Проведен анализ трех структур системы регулирования. В зависимости от количества доступных переменных состояния (количества обратных связей), получается, воспользуясь приведенными в работе методами вычисления параметров системы регулирования, следующие динамические свойства электропривода:

- в подчиненной системе регулирования электропривода с внутренним контуром регулирования момента двигателя и внешним контуром регулирования скорости, с пропорционально-интегральным регулятором скорости, получается максимальное, для этой структуры системы регулирования и определенных параметров электромеханической системы, значение коэффициента демпфирования колебаний электропривода,
- в системе управления с добавочной обратной связью по скорости механизма за упругим звеном, можно получить любое значение коэффициента демпфирования колебаний электропривода,

- в системе управления с контуром регулирования угла скручивания упругого звена, можно получить любое значение коэффициента демпфирования колебаний а также любое быстродействие электропривода, в диапазоне вытекающим с ограничений переменных состояния и ограничений вызванных параметрами электромеханической системы.

В работе учитывается влияние динамических свойств контура регулирования момента двигателя (или величины пропорциональной к нему, например тока якоря шунтового электродвигателя), на демпфирование колебаний привода а также на расчет параметров системы регулирования. Произведено синтез наблюдающего устройства электропривода с упругостью. Для анализированных структур системы регулирования предполагается метод определения параметров наблюдающего устройства в случае, когда неизмеряемым является момент нагрузки электропривода.

Предполагаемые в работе структуры системы регулирования и методы расчета параметров могут быть применяемые для широкого класса электроприводов с упругими связями, охватывающего системы с частотой свободных колебаний до несколько десятков герцов а также моментом инерций упругого звена сравнимаем с моментами инерций масс сконцентрированных на его концах. Результаты аналитических рассуждений проверено при помощи исследований физической модели электропривода с упругой связью, а также симуляционных исследований проведенных на компьютере.



BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Śląskiej

P.3347/92/129