ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1977

Seria: ENERGETYKA z. 63 Nr kol. 534

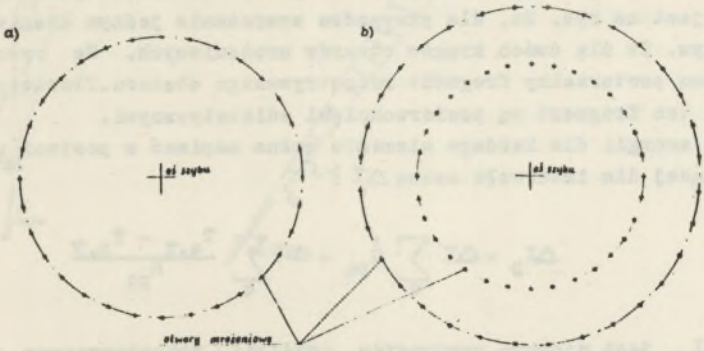
Jan SKŁADZIEŃ

ZASTOSOWANIE METODY RÓŻNICOWEJ DO ANALIZY CIEPLNEJ PROCESU ZAMRAŻANIA GÓROTWORU ZA POMOCĄ PODWÓJNEGO KRĘGU OTWORÓW MROŻENIOWYCH

Streszczenie. W pracy podano sposób wyznaczania rozkładu temperatury w zamrażanym górotworze oraz granicy obszaru zamarzniętego przy wykorzystaniu równań różnicowych dla przypadku zamrażania podwójnym kręgiem otworów mrożeniowych. Rozważania zilustrowano przykładem.

Wstęp

Zamrażanie górotworu odbywa się na ogół za pomocą otworów umieszczonych na jednym kręgu o średnicy odpowiednio większej od średnicy projektowanego szybu (rys. 1a). W pewnych przypadkach celowe jest zastosowanie dodatkowego, drugiego kręgu otworów mrożeniowych. Podwójny krąg otworów mrożeniowych (rys. 1b) ma sens w przypadku zamrażania górotworu o dużej zawar-



Rys. 1. Rozmieszczenie otworów mrożeniowych
a) na jednym kręgu, b) na dwóch kręgach

tości wilgoci, gdy zachodzi potrzeba otrzymania w krótkim czasie płaszcza mrożeniowego o dużej grubości.

Analiza cieplna procesu zamrażania górotworu jest problemem złożonym ze względu na nieregularny kształt strefy zamrożonej oraz ze względu na zmienność własności górotworu. Konieczne zatem staje się zastosowanie metod przybliżonych. W pracach poświęconych zagadnieniu mrożenia górotworu przyj-

mowane są na ogół założenia upraszczające zmieniające istotę zjawiska. Rzeczywisty przebieg procesu zamrażania górotworu uwzględniony jest w pracach [2, 3]. Zastosowana tam jednak metoda analogowa, mimo dużej pracochłonności i kosztu, nie daje zbyt dokładnych wyników. Jest to konsekwencją istoty działania analogu wodnego, który uniemożliwia zastosowanie podziału górotworu na drobne elementy. W pracy [1] zaproponowano zastosowanie równań różnicowych z ilorazem centralnym. W pracy tej przyjęto założenie o symetrii osiowej pola temperatury, przy czym oś symetrii pokrywa się początkowo z osią rury a następnie, po zamknięciu płaszcza mrożeniowego, z osią projektowanego szybu. Założenie takie powoduje powstanie dość istotnego błędu przy niezbyt długich czasach mrożenia. Błędu tego unika się przy zastosowaniu równań różnicowych z ilorazem przednim [4, 5]. Iloraz ten jest co prawda przybliżeniem mniej dokładnym od ilorazu centralnego przy obliczaniu strumieni ciepła, jego zastosowanie umożliwia jednak uwzględnienie rzeczywistego kierunku przepływu ciepła. Błąd metody można zmniejszyć przez wprowadzenie odpowiednio drobnego podziału różnicowego oraz przez przyjęcie małej wartości kroku czasowego.

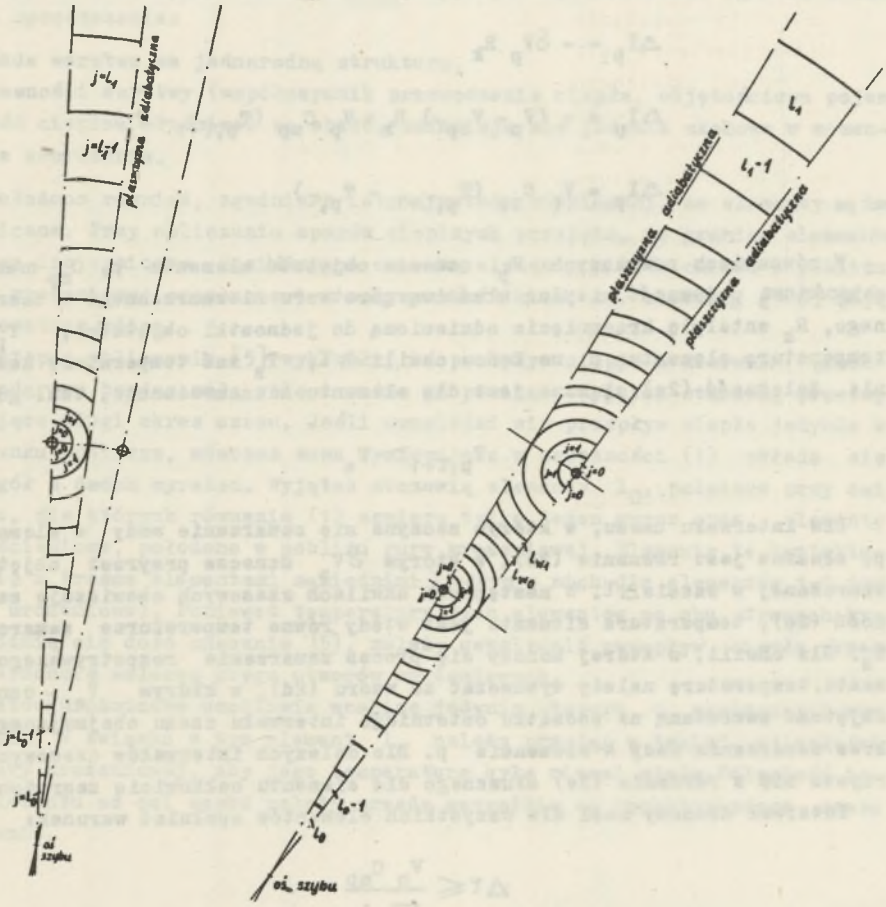
1. Równania bilansów elementarnych

Ze względu na złożoną geometrię konieczne jest zastosowanie do wyznaczenia rozkładu temperatury w zamrażanym górotworze metody bilansów elementarnych. Podział górotworu na elementy w płaszczyźnie poziomej przedstawiony jest na rys. 2a, dla przypadku zamrażania jednym kręgiem otworów oraz na rys. 2b dla dwóch kręgów otworów mrożeniowych. Na rysunku 2 uwzględniono powtarzalny fragment rozpatrywanego obszaru. Płaszczyzny ograniczające ten fragment są powierzchniami adiabatycznymi.

Bilans energii dla każdego elementu można zapisać w postaci zależności obowiązującej dla interwału czasu $\Delta\tau$:

$$\Delta I_p = \Delta\tau \sum_q \dot{Q}_{pq} = \Delta\tau \sum_q \frac{T_{q,\tau} - T_{p,\tau}}{R_{pq}} \tag{1}$$

gdzie: ΔI_p jest ujemnym przyrostem entalpii rozpatrywanego elementu, $T_{p,\tau}$ jego temperaturą na początku chwili $\Delta\tau$, $T_{q,\tau}$ temperaturą w tym samym momencie elementu sąsiedniego, R_{pq} oporem przepływu ciepła pomiędzy centralnymi punktami elementów p oraz q, $\dot{Q}_{pq}$ zaś strumieniem ciepła przepływającym od elementu q do elementu p na początku rozpatrywanego interwału czasu. Przyrost entalpii ΔI_p jest, w zależności od stanu początkowego elementu, określony [6] jedną z zależności:



Rys. 2. Podział górotworu na elementy w płaszczyźnie poziomej
a) przy zamrażaniu jednym kręgiem otworów, b) przy zamrażaniu dwoma kręgami otworów

$$\Delta I_p = V_p C_{np} (T_{p,\tau+1} - T_{p,\tau}) \tag{2a}$$

$$\Delta I_p = V_p C_{np} (T_z - T_{p,\tau}) - \delta V_p R_k \tag{2b}$$

$$\Delta I_p = - \delta V_p R_k \tag{2c}$$

$$\Delta I_p = - (V_p - V_{zp\tau}) R_k + V_p C_{zp} (T_{p,\tau+1} - T_z) \tag{2d}$$

$$\Delta I_p = V_p C_{zp} (T_{p,\tau+1} - T_{p,\tau}) \tag{2e}$$

W równaniach powyższych V_p oznacza objętość elementu p, C_{np} oraz C_{zp} objętościową pojemność cieplną właściwą górotworu niezamrożonego i zamrożonego, R_k entalpię krzepnięcia odniesioną do jednostki objętości, $T_{p,\tau+1}$ temperaturę elementu p na końcu chwili $\Delta\tau$, T_z zaś temperaturę zamarzania. Zależność (2a) słuszna jest dla elementu niezamrożonego, tzn. gdy:

$$T_{p,\tau+1} > T_z$$

Dla interwału czasu, w którym zaczyna się zamarzanie wody w elemencie p, słuszne jest równanie (2b), w którym δV_p oznacza przyrost objętości zamrożonej w czasie $\Delta\tau$. W następnych chwilach czasowych obowiązuje zależność (2c), temperatura elementu jest wtedy równa temperaturze zamarzania T_z. Dla chwili, w której kończy się proces zamarzania rozpatrywanego elementu, temperaturę należy wyznaczać ze wzoru (2d), w którym $V_{zp\tau}$ oznacza objętość zamrożoną na początku ostatniego interwału czasu obejmującego okres zamarzania wody w elemencie p. Dla dalszych interwałów czasowych korzysta się z równania (2e) słusznego dla elementu całkowicie zamrożonego.

Interwał czasowy musi dla wszystkich elementów spełniać warunek:

$$\Delta\tau \leqslant \frac{V_p C_{np}}{\sum_q \frac{1}{R_{pq}}} \tag{3a}$$

dla elementów ulegających zamrożeniu musi być dodatkowo spełniona nierówność:

$$\Delta\tau \leqslant \frac{V_p C_{zp}}{\sum_q \frac{1}{R_{pq}}} \tag{3b}$$

Zależności (2) są słuszne przy założeniach:

- nie występuje ruch wód podziemnych,
- woda krzepnie jak czysty składnik, tzn. przy stałej temperaturze.

Ponadto w dalszych rozważaniach przyjmuje się dodatkowe, ogólnie stosowane uproszczenia:

- każda warstwa ma jednorodną strukturę,
- własności warstwy (współczynnik przewodzenia ciepła, objętościowa pojemność cieplna właściwa) są stałe, zmieniają się jedynie skokowo w momencie zamrożenia.

Założono również, zgodnie z istotą metody różnicowej, że elementy są izotermiczne. Przy obliczaniu oporów cieplnych przyjęto, że granice elementów też są izotermiczne. Sąsiadujące ze sobą elementy pierścieniowe w pobliżu rury mrożeniowej oznaczone tym samym wskaźnikiem, np. elementy $j = 0$, mają temperaturę różną.

Wstępne obliczenia [5] wykazały, że przepływ ciepła w kierunku pionowym odgrywa bardzo małą rolę i można go pominąć. Wyjątek stanowią procesy trwające długi okres czasu. Jeśli uwzględni się przepływ ciepła jedynie w kierunku poziomym, wówczas suma występująca w zależności (1) składa się na ogół z dwóch wyrażeń. Wyjątek stanowią elementy l_0, położone przy osi szybu, dla których równanie (1) zawiera tylko jeden wyraz oraz elementy pierścieniowe, położone w pobliżu rury mrożeniowej. Elementy te kontaktują się z trzema elementami sąsiednimi (jednym z nich dla elementów $j=0$ jest rura mrożeniowa). Ponieważ temperatury tych elementów po obu stronach kręgu różnią się dość znacznie [5], należy uwzględnić przepływ ciepła przez powierzchnię walcową kręgu otworów mrożeniowych.

Metoda różnicowa umożliwia analizę jedynie obszaru o skończonych wymiarach. W związku z tym element l_1 należy przyjąć w takiej odległości od rury mrożeniowej, aby jego temperatura była niemal stała. Odległość tego elementu od osi szybu zależy przede wszystkim od rozpatrywanego czasu mrożenia.

2. Wyznaczanie oporów przepływu ciepła

Elementy różnicowe są graniastosłupami prostymi o kształcie podstawy, jak na rys. 2. Część elementów ma kształt wycinków rury. Należą do nich elementy położone w pobliżu rur mrożeniowych oraz elementy w pobliżu osi szybu i w pobliżu zewnętrznej granicy rozpatrywanego obszaru. Pozostałe elementy mają kształt nieregularny, zbliżony do wygiętego prostopadłościanu. Z tego powodu traktuje się je jak graniastosłupy proste o podstawie prostokątnej.

Kształt elementów różnicowych determinuje sposób określania oporów przepływu ciepła R_{pq}. Każdy opór jest tu sumą dwóch oporów połączonych sze-

regowo i uwzględniających opór przepływu ciepła w każdym z sąsiedujących elementów od jego punktu centralnego do granicy między nimi. Wyjątek stanowi opór przepływu ciepła od czynnika wewnątrz rury mrożeniowej do elementu $j = 0$. Opór ten składa się z oporu przewodzenia części wewnętrznej elementu $j = 0$ oraz z oporu przenikania ciepła przez rurę mrożeniową R_α:

$$R_\alpha = \frac{\ln \frac{D_z}{D_w}}{\varphi H \lambda_r} + \frac{2}{\varphi H D_w \alpha_z} \tag{4}$$

gdzie: D_z i D_w są średnicami: zewnętrzną i wewnętrzną rury mrożeniowej, H wysokością rozpatrywanej warstwy, λ_r współczynnikiem przewodzenie ciepła materiału rury, α_z współczynnikiem wnikania ciepła od czynnika mrożeniowego do rury, φ zaś oznacza kąt w którym zawarty jest rozpatrywany element sąsiadujący z rurą.

Przyjęto, że opór przepływu ciepła od elementu l_1 na zewnątrz jest taki sam, jak pomiędzy elementami l_1-1 i l_1.

Opór przewodzenia ciepła R od środka elementu o podstawie prostokątnej do jego granicy, w przypadku elementu, przez który nie przebiega granica fazy, ma postać:

$$R = \frac{\delta}{2 \Lambda L H} \tag{5a}$$

gdzie: δ jest średnią grubością, L szerokością ($L\delta H = V$), Λ zaś współczynnikiem przewodzenia ciepła górotworu: $\Lambda = \lambda_n$ dla górotworu niezamrożonego, $\Lambda = \lambda_z$ dla górotworu zamrożonego. Dla elementu częściowo zamarzniętego obowiązuje zależność:

$$R = \frac{\delta}{L H}\left[\frac{1}{2\lambda_n} + \left(\frac{1}{\lambda_z} - \frac{1}{\lambda_n}\right) x\right] \tag{5b}$$

gdzie: x przyjmuje wartości:

$$x = \min\left(\frac{V_z}{V}; 0{,}5\right) \tag{5c}$$

lub:

$$x = \max\left(0; \frac{V_z}{V} - 0{,}5\right) \tag{5d}$$

Zależność (5c) jest słuszna dla strony, od której następuje zamrażanie, wzór (5d) obowiązuje dla strony przeciwnej. Ilóraz $\frac{V_z}{V}$ oznacza udział obszaru zamrożonego V_z w objętości elementu V.

Zestawienie 1

Opory przewodzenia ciepła w elementach pierścieniowych

	Część wewnętrzna	Część zewnętrzna
Element niezamrożony ($\lambda = \lambda_n$) lub całkowicie zamrożony ($\lambda = \lambda_z$)	$\frac{1}{\varphi \lambda H} \ln \frac{R_{śr}}{R_w}$	$\frac{1}{\varphi \lambda H} \cdot \ln \frac{R_z}{R_{śr}}$
Element częściowo zamrożony — zamrażanie od wewnątrz	$\frac{1}{\varphi H} \left\{ \frac{1}{\lambda_n} \ln \frac{R_{śr}}{R_w} + 0{,}5\left(\frac{1}{\lambda_z} - \frac{1}{\lambda_n}\right) \cdot \ln \left[1 + \left(\frac{R_z^2}{R_w^2} - 1\right) x\right] \right\}$ $x = \min\left(\frac{V_z}{V}, \frac{V_w}{V}\right)$	$\frac{1}{\varphi H} \left\{ \frac{1}{\lambda_n} \ln \frac{R_z}{R_{śr}} + 0{,}5\left(\frac{1}{\lambda_z} - \frac{1}{\lambda_n}\right) \cdot \ln \left(\frac{R_w^2}{R_{śr}^2} + \frac{R_z^2 - R_w^2}{R_{śr}^2} x\right) \right\}$ $x = \max\left(\frac{V_w}{V}, \frac{V_z}{V}\right)$
Element częściowo zamrożony — zamrażanie od zewnątrz	$\frac{1}{\varphi H} \left\{ \frac{1}{\lambda_n} \ln \frac{R_{śr}}{R_w} - 0{,}5\left(\frac{1}{\lambda_z} - \frac{1}{\lambda_n}\right) \cdot \ln \left(\frac{R_z^2}{R_{śr}^2} - \frac{R_z^2 - R_w^2}{R_{śr}^2} x\right) \right\}$ $x = \max\left(1 - \frac{V_w}{V}, \frac{V_z}{V}\right)$	$\frac{1}{\varphi H} \left\{ \frac{1}{\lambda_n} \ln \frac{R_z}{R_{śr}} - 0{,}5\left(\frac{1}{\lambda_z} - \frac{1}{\lambda_n}\right) \cdot \ln \left[1 - \left(1 - \frac{R_w^2}{R_z^2}\right) x\right] \right\}$ $x = \min\left(\frac{V_z}{V}, 1 - \frac{V_w}{V}\right)$

Wartość oporu przewodzenia ciepła R dla elementów o kształcie fragmentów pierścienia przedstawiono w zestawieniu 1. W zestawieniu tym φ oznacza kąt, w którym element jest zawarty, R_z i R_w promień zewnętrzny i wewnętrzny wycinka, $R_{śr}$ promień średni określony wzorem:

$$R_{śr} = \frac{2}{3}\,\frac{R_z^3 - R_w^3}{R_z^2 - R_w^2} \tag{6a}$$

V_w jest częścią wewnętrzną elementu:

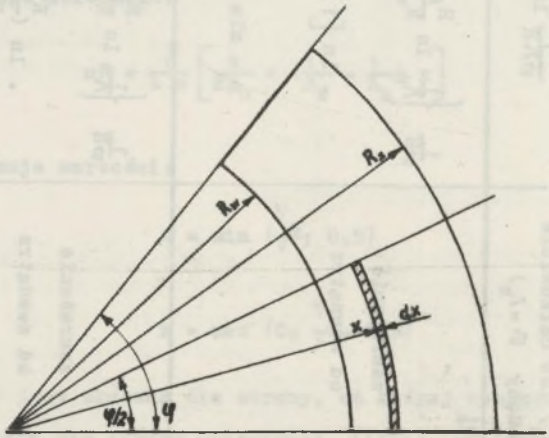
$$\frac{V_w}{V} = \frac{R_{śr}^2 - R_w^2}{R_z^2 - R_w^2} \tag{6b}$$

V_z zaś oznacza objętość zamrożoną.

Zależności podane w zestawieniu 1 oraz (5b) otrzymuje się w rezultacie traktowania oporów cieplnych części zamrożonej i niezamrożonej jak oporów połączonych szeregowo.

Opór przepływu ciepła przez powierzchnię kręgu otworów mrożeniowych również jest sumą dwóch oporów dla sąsiadujących ze sobą elementów. Dla każdego elementu opór składowy R można wyznaczyć (rys. 3) z zależności:

$$R = \frac{1}{\int_{R_w}^{R_z} \frac{H\Lambda dx}{0{,}5\varphi x}} = \frac{\varphi}{2\,H\Lambda \ln\frac{R_z}{R_w}} \tag{7a}$$



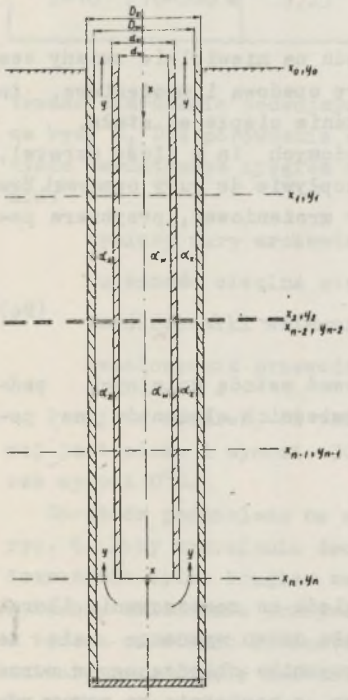
Rys. 3. Wyznaczanie oporu przepływu ciepła przez powierzchnię kręgu otworów mrożeniowych

Wzór ten jest słuszny dla elementu niezamrożonego lub całkowicie zamrożonego. W przypadku elementu częściowo zamrożonego opory części zamrożonej i niezamrożonej są połączone równolegle. Stąd dla elementu częściowo zamarzniętego:

$$R = \frac{\varphi}{2\,H\lambda_n \ln\frac{R_z}{R_w} + H(\lambda_z - \lambda_n)\ln\left[1 + \frac{V_z}{V}\left(\frac{R_z^2}{R_w^2} - 1\right)\right]} \tag{7b}$$

3. Wyznaczanie rozkładu temperatury czynnika chłodzącego

W górotworze występuje trójwymiarowe pole temperatury. Przy bilansowaniu elementów przepływ ciepła w górotworze w kierunku pionowym można zaniedbać. Trzeba natomiast uwzględnić zmianę temperatury czynnika chłodzącego w rurze mrożeniowej i opadowej w funkcji głębokości.



Rys. 4. Rura mrożeniowa i opadowa

Rura mrożeniowa i opadowa tworzą pojedynczy element Fielda (rys. 4). W celu wyznaczenia rozkładu temperatury chłodziwa w rurze opadowej i w przestrzeni międzyrurowej konieczne jest również zastosowanie metody różnicowej. Wygodnie przy tym jest podzielić rury na elementy o wysokości takiej, jak grubość kolejnych warstw górotworu. Dla każdego elementu równanie bilansu energii dla rury opadowej i mrożeniowej ma postać:

$$\frac{1}{R_{xy}}\left(\frac{y_{i-1} + y_i}{2} - \frac{x_{i-1} + x_i}{2}\right) = W(x_i - x_{i-1}) \tag{8a}$$

$$\sum_{k=1}^{4}\frac{1}{R_{y0}}\left(T_{0,k} - \frac{y_{i-1} + y_i}{2}\right) = W(x_i - x_{i-1}) + W(y_{i-1} - y_i) \tag{8b}$$

We wzorach powyższych W oznacza pojemność cieplną strumienia czynnika chłodzącego, x i y są temperaturami w rurze opa-

dowej i mrożeniowej, $T_{0,k}$ jest temperaturą elementu sąsiadującego z rurą mrożeniową, R_{y0} i R_{xy} są zaś oporami przenikania ciepła. Opór R_{y0} jest sumą oporu przewodzenia przez wewnętrzną część elementu przy rurze oraz oporu opisanego zależnością (4), opór R_{xy} określa wzór:

$$R_{xy} = \frac{1}{\pi d_w \alpha_w H} + \frac{\ln \frac{d_z}{d_w}}{2\pi H \Lambda_0} + \frac{1}{\pi d_z \alpha_z H} \tag{9}$$

gdzie: α_w jest współczynnikiem wnikania ciepła w rurze opadowej, d_z i d_w jej średnicą zewnętrzną i wewnętrzną, Λ_0 zaś współczynnikiem przewodzenia ciepła materiału rury opadowej.

Równania (8) są słuszne przy założeniach:

- pomija się przewodzenie ciepła w rurze opadowej i mrożeniowej w kierunku osiowym i obwodowym,
- przyjmuje się, że w każdej chwili rozkład temperatury czynnika chłodzącego jest taki, jak w stanie ustalonym.

Ponadto przyjęto w dalszej części, ze względu na niewielkie zmiany temperatury chłodziwa podczas przepływu przez rurę opadową i mrożeniową, że jego pojemność cieplna oraz współczynniki wnikania ciepła są stałe.

Układ 2n równań (8) zawiera 2n+1 niewiadomych (n - ilość warstw), przy znanej temperaturze x_0 chłodziwa przy dopływie do rury opadowej. Brakujące równanie, po pominięciu wpływu dna rury mrożeniowej, przybiera postać:

$$x_n = y_n \tag{8c}$$

Układ równań (8) najwygodniej jest rozwiązywać metodą kolejnych podstawień, przyjmując za $T_{0,k}$ temperatury odpowiednich elementów na początku rozpatrywanego interwału czasu.

4. Przykładowe obliczenia

Schemat obliczeń jest bardzo prosty, ze względu na zastosowanie ilorazu różnicowego przedniego. Dla każdego interwału czasu wyznacza się na podstawie zależności (8) rozkład temperatury czynnika chłodzącego w rurze opadowej i mrożeniowej dla momentu początkowego, a następnie za pomocą równań (1) i (2) określa się rozkład temperatury oraz granicę obszaru zamrożonego w każdej warstwie na końcu rozpatrywanego interwału czasu. Każde z równań (2) zawiera tylko jedną niewiadomą, którą jest temperatura $T_{p,r+1}$ względnie przyrost objętości zamrożonej δV_p. Po każdym kroku czasowym na-

stępuje korekta oporów przewodzenia ciepła w miejscu występowania granicy faz ze względu na różną wartość współczynnika przewodzenia λ_n i λ_z.

Przykładowe obliczenia wykonano dla górotworu podzielonego na 10 poziomych warstw o łącznej grubości 260 m, przy czym pierwsza ma grubość 10m. Wielkości charakterystyczne dla tej warstwy oraz średnie wielkości charakterystyczne dla 9 pozostałych warstw zamieszczono w zestawieniu 2. Rozpa-

Zestawienie 2

Wielkości charakterystyczne górotworu

Numer warstwy	Obszar występowania	Temperatura naturalna °C	Pojemność cieplna kJ/(m^{3}K)		Współczynnik przewodzenia ciepła W/(m K)		Entalpia krzepnięcia R_k, kJ/ m^3
			C_n	C_z	λ_n	λ_z	
1	0-10 m	8,7	3737	2607	1,5	1,75	184 250
2-10	10-260 m	9,23	2872	2196	1,15	2,08	105 600

trzono zamrażanie podwójnym kręgiem otworów mrożeniowych usytuowanych jak na rys. 5. Dla porównania wykonano obliczenia dla przypadku mrożenia jedynie wewnętrznym kręgiem otworów. Przyjęto następujące parametry mrożenia:

wymiary rury mrożeniowej i opadowej $D_z/D_w, d_z/d_w$ -168/149; 90/79,8mm,

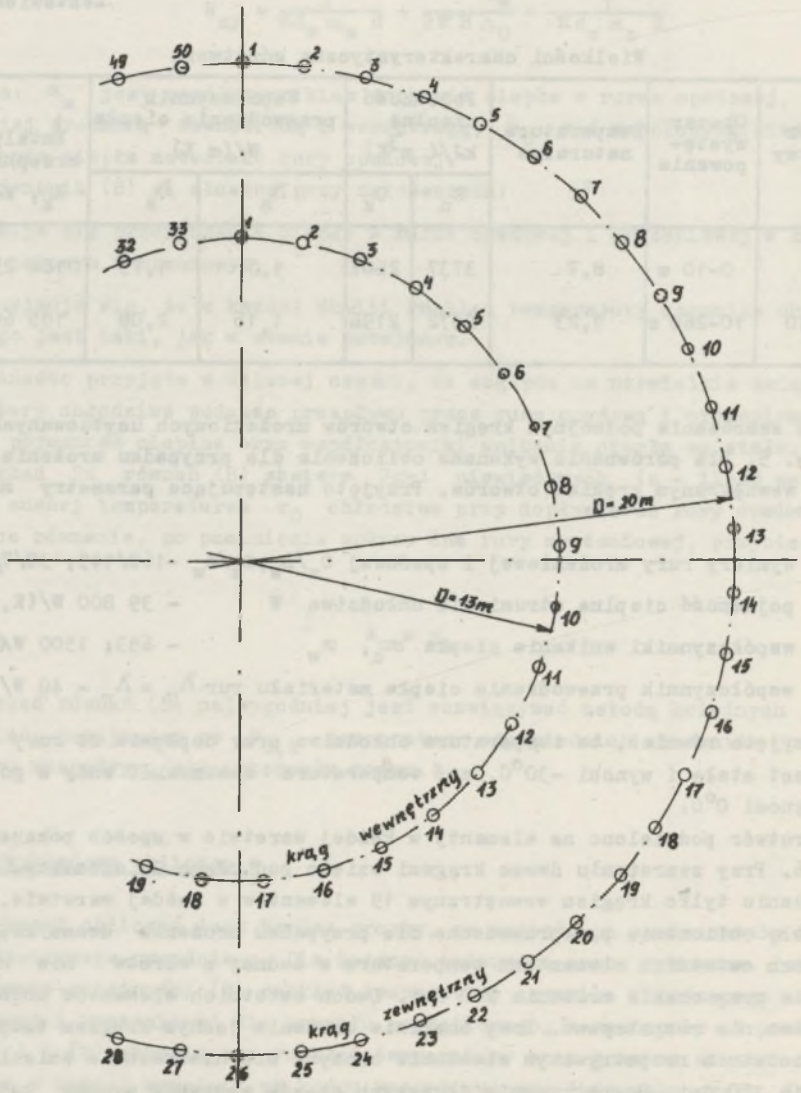
pojemność cieplna strumienia chłodziwa W - 39 800 W/(K,rurę),

współczynniki wnikania ciepła α_z, α_w - 653; 1500 W/(m^{2}K),

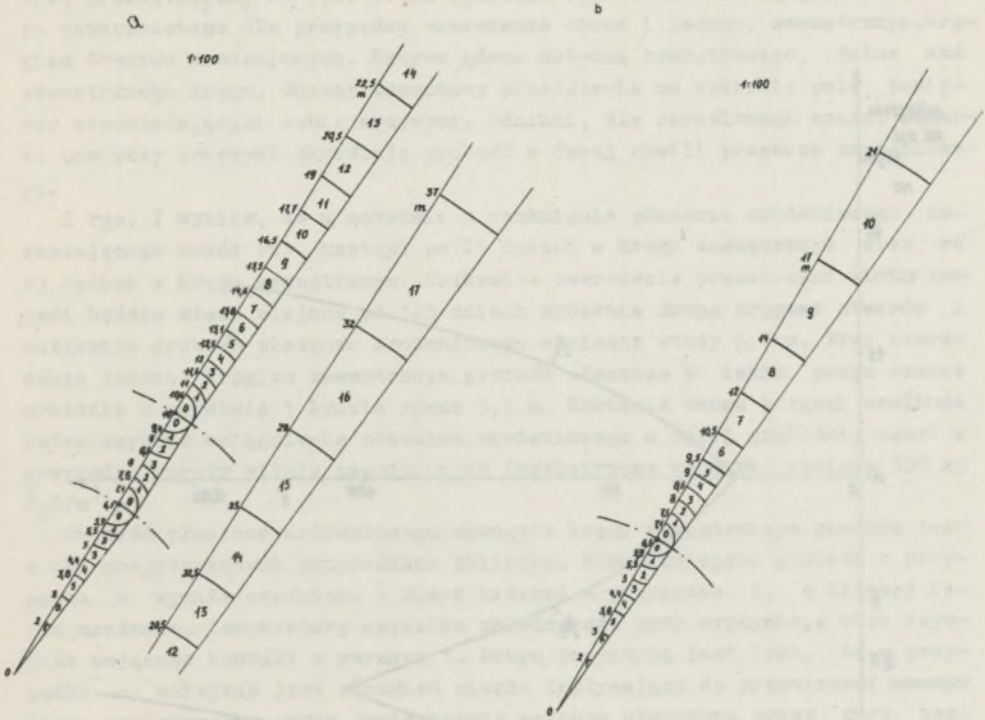
współczynnik przewodzenia ciepła materiału rur $\lambda_0 = \lambda_r = 40$ W/(m K).

Przyjęto również, że temperatura chłodziwa przy dopływie do rury opadowej jest stała i wynosi -30°C, zaś temperatura zamarzania wody w górotworze wynosi 0°C.

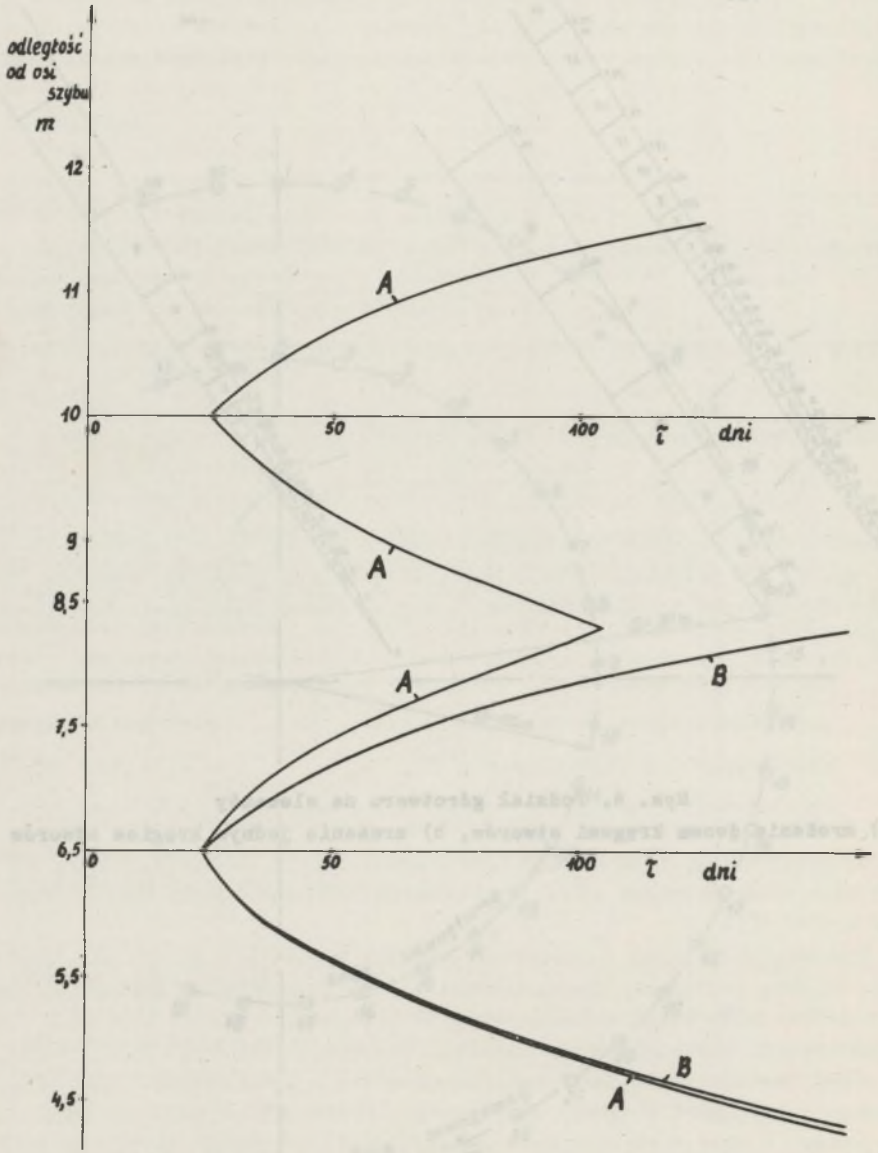
Górotwór podzielono na elementy w każdej warstwie w sposób pokazany na rys. 6. Przy zamrażaniu dwoma kręgami wzięto pod uwagę 33 elementy, przy zamrażaniu tylko kręgiem wewnętrznym 19 elementów w każdej warstwie. Jak wykazały obliczenia przeprowadzone dla przypadku mrożenia dwoma kręgami, w trzech ostatnich elementach temperatura w żadnej z warstw nie uległa zmianie przy czasie mrożenia 200 dni. Dwóch ostatnich elementów można było zatem nie rozpatrywać. Przy analizie mrożenia jednym kręgiem temperatura w ostatnim rozpatrywanym elemencie zaczyna się nieznacznie zmieniać po upływie 150 dni. Rozpatrywanie dłuższych czasów mrożenia wymaga zatem uwzględnienia jeszcze jednego elementu.



Rys. 5. Rozmieszczenie rur mrożeniowych w rozpatrywanym przykładzie



Rys. 6. Podział górotworu na elementy
a) mrożenie dwoma kręgami otworów, b) mrożenie jednym kręgiem otworów



Rys. 7. Granice obszaru zamarzniętego
A - zamrażanie dwoma kręgami, B - zamrażanie jednym kręgiem

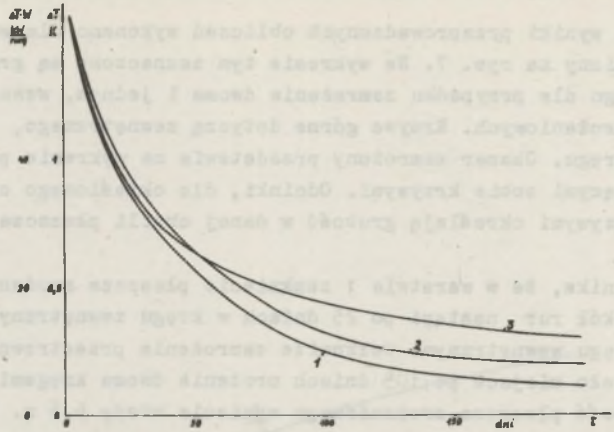
W oparciu o wyniki przeprowadzonych obliczeń wykonano dla warstwy 1 wykres przedstawiony na rys. 7. Na wykresie tym zaznaczone są granice obszaru zamarzniętego dla przypadku zamrażania dwoma i jednym, wewnętrznym, kręgiem otworów mrożeniowych. Krzywe górne dotyczą zewnętrznego, dolne zaś wewnętrznego kręgu. Obszar zamrożony przedstawia na wykresie pole pomiędzy odpowiadającymi sobie krzywymi. Odcinki, dla określonego czasu, zawarte pomiędzy krzywymi określają grubość w danej chwili płaszcza mrożeniowego.

Z rys. 7 wynika, że w warstwie 1 zamknięcie płaszcza mrożeniowego narastającego wokół rur nastąpi po 25 dniach w kręgu zewnętrznym oraz po 23 dniach w kręgu wewnętrznym. Całkowite zamrożenie przestrzeni między kręgami będzie miało miejsce po 105 dniach mrożenia dwoma kręgami otworów i całkowita grubość płaszcza mrożeniowego wyniesie wtedy 6,6 m. Przy zamrażaniu jedynie kręgiem wewnętrznym grubość płaszcza po takim samym czasie mrożenia w warstwie 1 będzie równa 3,1 m. Mrożenie dwoma kręgami umożliwia zatem szybkie osiągnięcie płaszcza mrożeniowego o dużej grubości, nawet w przypadku warstw silnie zawodnionych (rozpatrzona warstwa zawiera 550 kg H_2O/m^3).

Grubość płaszcza mrożeniowego wewnątrz kręgu wewnętrznego otworów jest w obu rozpatrywanych przypadkach zbliżona. Nieco mniejsza grubość w przypadku B wynika częściowo z nieco niższej w przypadku A, w dalszej fazie mrożenia, temperatury czynnika chłodzącego przy wypływie, a więc czynnika mającego kontakt z warstwą 1. Drugą przyczyną jest fakt, że w przypadku A mniejszy jest strumień ciepła dopływający do przestrzeni wewnątrz kręgu wewnętrznego przez powierzchnię walcową utworzoną przez rury tego kręgu. Jak wykazały obliczenia, po pewnym czasie (w przypadku warstwy 1 po 112 dniach) strumień ten w dodatku przy mrożeniu dwoma kręgami zmienia kierunek.

Analizowana warstwa posiada dużą objętościową entalpię krzepnięcia. W pozostałych warstwach entalpia ta była wyraźnie mniejsza i krótszy był czas, po którym następowało całkowite zamrożenie przestrzeni pomiędzy kręgami. Czas ten wahał się dla warstw 2-10 w rozpatrzonym przykładzie w zakresie 40-69 dni.

Przyrost temperatury chłodziwa pokazany jest na rys. 8. Przyrost ten po pomnożeniu przez pojemność cieplną strumienia daje moc cieplną odebraną w jednym otworze. Skala tej mocy zaznaczona jest na osi temperatury dla przyjętego w obliczeniach W. Z rys. 8 wynika, że strumień ciepła pobierany od górotworu szybko maleje. Niecelowe jest zatem projektowanie aparatury mrożeniowej o mocy równej strumieniowi ciepła pobranemu w chwili początkowej, a więc o wydajności ziębniczej umożliwiającej utrzymanie stałej temperatury czynnika chłodzącego przy dopływie. Aparatura taka byłaby całkowicie wykorzystana jedynie przez krótki okres. Większość czasu agregaty pracowałyby przy mocy znacznie niższej od maksymalnej. Należy zatem dobierać aparaturę mrożeniową o mocy niższej niż jest wymagana dla utrzyma-



Rys. 8. Przyrost temperatury czynnika chłodzącego ΔT
1 - mrożenie dwoma kręgami, krąg wewnętrzny, 2 - mrożenie dwoma kręgami, krąg zewnętrzny, 3 - mrożenie wyłącznie kręgiem wewnętrznym

nia stałej temperatury chłodziwa przy dopływie. Temperatura ta będzie początkowo wyższa od minimalnej i ukształtuje się na poziomie, przy którym wartość strumienia ciepła pobranego od górotworu będzie równa maksymalnej wydajności ziębniczej agregatów mrożeniowych. Po pewnym czasie temperatura ta osiągnie wartość minimalną i od tej chwili aparatura ziębiąca zacznie pracować z mocą niższą od maksymalnej.

5. Wyznaczanie ilości ciepła odebranego od górotworu

Ilość ciepła odebraną od górotworu Q_{mr} można wyznaczyć, przy zastosowaniu przedstawionej metody różnicowej, dwoma sposobami. Ilość ta jest równa całce względem czasu τ z mocy cieplnej $\dot{Q}_{mr}$ odbieranej od górotworu:

$$Q_{mr} = \int_0^{\tau} \dot{Q}_{mr} \, d\tau \tag{10}$$

Dla jednej rury mrożeniowej ilość odebranego ciepła jest przedstawiona przez pole pod krzywymi na rys. 8.

Ciepło Q_{mr} można również wyznaczyć przez zsumowanie ilości ciepła odebranego od każdego z elementów. Ilość ta jest równa ciepłu zużytemu na oziębienie elementu, ewentualne zamrożenie i następnie przechłodzenie do temperatury niższej od temperatury zamarzania wody. Sposób ten umożliwia

określenie ilości ciepła odebranego od każdej warstwy. Ponieważ jednak na ogół poszukiwana jest wartość całkowitego ciepła mrożenia Q_{mr}, można zatem stosować pierwszy sposób, który jest znacznie wygodniejszy.

Dla przypadku rozpatrzonego uprzednio ilość ciepła odebrana od górotworu przy zamrażaniu dwoma kręgami, trwającym 105 dni, wynosi $2 \cdot 10^{10}$ kJ ($7,5 \cdot 10^{9}$ kJ dla kręgu wewnętrznego i $12,4 \cdot 10^{9}$ kJ dla kręgu zewnętrznego). Przy obliczeniu całki (10) posłużono się wzorem interpolacyjnym Simpsona.

LITERATURA

[1] Malkiewicz T., Mikoś M.: Numeryczne rozwiązanie jednowymiarowego zagadnienia mrożenia gruntu we współrzędnych cylindrycznych, Materiały IX Zjazdu Termodynamików, Rzeszów - Polańczyk,1975.

[2] Posyłek E.: Studium optymalizacji parametrów procesu zamrażania górotworu do dużych głębokości, ZBiDBG, Mysłowice, 1974.

[3] Posyłek E.: Studium optymalizacji parametrów procesu zamrażania górotworu do dużych głębokości, ZN Pol.Śl. Górnictwo z. 66, Gliwice,1975.

[4] Składzień J.: Zastosowanie metody różnicowej do analizy cieplnej procesu zamrażania górotworu, Referaty Sympozjum Wymiany Ciepła i Masy,Warszawa-Jabłonna, 1976.

[5] Składzień J.: Analiza cieplna procesu zamrażania górotworu przy pomocy metody różnicowej, Archiwum Termodynamiki i Spalania, w druku.

[6] Szargut J.: Metody numeryczne w obliczeniach cieplnych pieców przemysłowych, Katowice,1977.

ТЕПЛОВОЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА ЗАМОРАЖИВАНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Р е з ю м е

В статье приведен процесс замораживания горных пород методом конечных разностей. Дан способ определения распределения температуры в замораживаемой горной породе, а также пределы замороженного пространства при замораживанию двумя кругами труб. Конкретный пример, приведенный в работе,иллюстрирует полученные результаты.

DIFFERENTIAL THERMAL ANALYSIS OF THE UNDERGROUND ROCK FREEZING PROCESS

S u m m a r y

In the paper a way of determining the temperature distribution in the frozen underground rock and the size of the frozen area with the help of differential thermal analysis, when there are two circles of freezing holes, has been shown. As a conclusion the derived relations have been used for solving some examples.