ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1977

Seria: ENERGETYKA z. 63 Nr kol. 534

Stefan POSTRZEDNIK

PARAMETRY GAZU DOSKONAŁEGO W PUNKCIE GRANICZNYM PODCZAS PRZEPŁYWU W POZIOMYM RUROCIĄGU DIATERMICZNYM

Streszczenie. W pracy dokonano analizy parametrów punktu granicznego krzywej Fanno dla przepływającego gazu doskonałego w poziomym rurociągu diatermicznym.

Ważniejsze oznaczenia

A - parametry i liczby charakterystyczne,
D - średnica wewnętrzna kanału,
L - całkowita długość rurociągu,
$\dot{m}$ - strumień substancji,
p - ciśnienie statyczne,
q - ciepło jednostkowe,
T - temperatura bezwzględna,
w - średnia prędkość przepływu,
v - objętość właściwa,
x - współrzędna wzdłuż drogi przepływu,
λ_f - liczba tarcia,
$\varkappa$ - stosunek ciepeł właściwych,
ξ - zredukowana współrzędna.

Indeksy dotyczą:

o - parametrów przy wlocie do rurociągu,
E - punktu ekstremalnego.

1. Sformułowanie problemu

Parametry czynnika przepływającego w diatermicznym rurociągu rzeczywistym: p, T, v, w - zmieniają się wzdłuż drogi przepływu. Podstawowy układ równań pozwalający na wyznaczenie funkcji względnych parametrów czynnika

$$\vartheta(\xi), \quad \eta(\xi), \quad \varphi(\xi)$$

został wyprowadzony w pra [4] równania (29), (30), (31)) i może być zapisany następująco:

$$\frac{d\vartheta}{d\xi} = \frac{-\mu_1\left[\frac{A_4}{2}\left(\frac{\vartheta}{\varphi}\right) - 1\right] + A_1\varphi}{(1 - A_4) - \frac{A_4}{2}\left(\frac{\vartheta}{\varphi}\right)} \tag{1}$$

$$\frac{d\varphi}{d\xi} = -\frac{A_1\varphi + A_4\mu_1}{(1 - A_4) - \frac{A_4}{2}\left(\frac{\vartheta}{\varphi}\right)} \tag{2}$$

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \eta\left[\frac{1}{\vartheta}\frac{d\vartheta}{d\xi} - \frac{1}{2}\frac{1}{\varphi}\frac{d\varphi}{d\xi}\right] \tag{3}$$

gdzie:

$$\vartheta = \frac{T}{T_o}, \quad \eta = \frac{p}{p_o}, \quad \varphi = \frac{A'_5}{2}\alpha^2, \quad \alpha = \frac{w}{w_o}, \quad \xi = \frac{x}{L}$$

$$A_1 = \lambda_f \frac{L}{D}, \quad A_4 = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}, \quad A'_5 = \frac{w_o^2}{c_p T_o}, \quad \mu_1 = \frac{d\mu}{d\xi}, \quad \mu = \frac{q}{c_p T_o}$$

są względnymi zmiennymi i parametrami analizowanego układu.

W pracy niniejszej chodzi o dokonanie ogólnej analizy powyższych równań, wyszukanie punktów osobliwych i wyciągnięcie odpowiednich wniosków.

2. Punkty osobliwe rozwiązania

Szczególną uwagę zwrócić należy na wspólny mianownik równań (1) i (2)

$$M = 1 - A_4 - \frac{A_4}{2}\left(\frac{\vartheta}{\varphi}\right) \tag{4}$$

Szukając punktów osobliwych rozwiązania, należy rozważyć równanie

$$M = 0 \tag{5}$$

Przyjmując, że w pewnym miejscu rurociągu prędkość czynnika osiągnie prędkość dźwięku

$$w = a = \sqrt{\varkappa RT} \tag{6}$$

można dojść do zależności, że tamże.

$$\left(\frac{\varphi}{\vartheta}\right)_E = \frac{A_4}{2(1 - A_4)} \tag{7}$$

Łatwo jest się przekonać, że relacja (7) spełnia równanie (5). Można więc ustalić następujące relacje:

- dla (Ma) <1, tzn. $w < a$

$$M < 0 \tag{8}$$

- dla (Ma) > 1, tzn. $w > a$

$$M > 0 \tag{9}$$

- dla (Ma) $= 1$, tzn. $w = a$

$$M = 0$$

oraz z równań (1) i (2) wynika wtedy

$$\left.\frac{d\vartheta}{d\xi}\right)_E = \pm\infty, \quad \left.\frac{d\varphi}{d\xi}\right)_E = \mp\infty \tag{10}$$

Przypadek ten nie może wystąpić oczywiście wewnątrz rurociągu, a jedynie na jego końcu - przy $\xi = 1$. Wtedy można stwierdzić, że przez dany rurociąg płynie maksymalna ilość czynnika. Powyższe relacje są słuszne dla dowolnego rurociągu diatermicznego, a więc także dla adiatermicznego. W zależności jednak od intensywności i charakteru wymiany ciepła z otoczeniem różnie będą kształtować się przebiegi funkcji

$$\vartheta(\xi), \quad \eta(\xi), \quad \varphi(\xi)$$

Zagadnienie to zostało przeanalizowane w [2]. Jeżeli w trakcie numerycznego całkowania równań (1), (2) okaże się, że punkt, w którym $M = 0$, wystąpi przy $\xi < 1$, wówczas dalsze obliczenia należy przerwać, gdyż zaczynają wychodzić nonsensowne wyniki. Wyciągnąć można wniosek, że takiego strumienia czynnika w tych warunkach nie można przetłoczyć tym kanałem.

3. Parametry opisowe

W pracy [2] określone zostały następujące wielkości

- względna entropia czynnika

$$\Psi(\xi) = \ln\vartheta - A_4 \ln\eta \tag{11}$$

oraz jej zmiany

$$\frac{d\Psi}{d\xi} = (1 - A_4)\frac{1}{\vartheta}\frac{d\vartheta}{d\xi} + \frac{A_4}{2}\frac{1}{\varphi}\frac{d\varphi}{d\xi} \tag{12}$$

- względna elementarna suma przyrostów entropii

$$\frac{d\beta}{d\xi} = (1 - A_4)\frac{1}{\vartheta}\frac{d\vartheta}{d\xi} - \frac{\mu_1}{\vartheta} + \frac{A_4}{2}\frac{1}{\varphi}\frac{d\varphi}{d\xi} \tag{13}$$

gdzie:

$$\gamma = \frac{s}{c_p}, \qquad \beta = \frac{\dot{x}}{\dot{m}\, c_p}$$

Równania (12), (13) można przekształcić po wykorzystaniu (1), (2) do postaci

$$\frac{d\gamma}{d\xi} = A_1\frac{\varphi}{\vartheta} + \frac{\mu_1}{\vartheta} \tag{14}$$

$$\frac{d\beta}{d\xi} = A_1\frac{\varphi}{\vartheta} \tag{15}$$

W punkcie osobliwym uzyskuje się z (15), (14), (7)

$$\left.\frac{d\beta}{d\xi}\right)_E = \frac{A_1 A_4}{2(1 - A_4)} \tag{16}$$

$$\left.\frac{d\gamma}{d\xi}\right)_E = \frac{A_1 A_4}{2(1 - A_4)} + \frac{\mu_1}{\vartheta} \tag{17}$$

Z równań (14), (15), (16), (17) można wyciągnąć wniosek, że funkcje $\beta(\xi)$, $\gamma(\xi)$ są zawsze ograniczone, podobnie jak ich pochodne w obszarze $0 \leq \xi \leq 1$.

Dodatkowo można zauważyć, że

$$\frac{d\beta}{d\xi} > 0 \tag{18}$$

a także $\beta(\xi) > 0$,

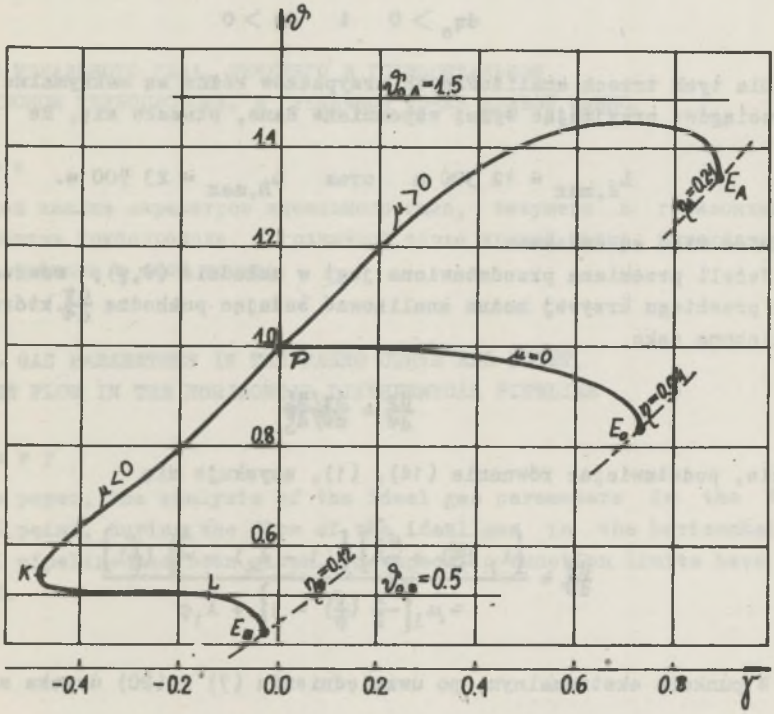
co świadczy o tym, że w układzie nie powinny wystąpić niezgodności z II zasadą termodynamiki.

4. Linie Fanno dla przepływu diatermicznego

Znając, będące rozwiązaniem równań (1), (2), (3), (11), funkcje $\vartheta(\xi)$, $\varphi(\xi)$ można narysować przemianę czynnika przepływającego w kanale, w układzie (ϑ,γ) - odpowiednik układu (T,s) lub (i,s). Przemiany te, odpowiada-

jące danym w przykładzie przedstawionym w pracy [2], zobrazowano na rys. 1[x)].

Przedstawiono tutaj trzy gałęzie przemian czynnika, dotyczące strumienia o tym samym zagęszczeniu substancji $\dot{m}/A = 254,6 \frac{kg}{s\,m^2}$ i identycznych parametrach przy wlocie do rurociągu $T_o = 600^oK$, $p_o = 20$ bar.



Rys. 1. Przemiana gazu w rurociągu

Linia P-E_o jest klasyczną linią Fanno, dla kanału zaizolowanego, natomiast krzywa P-E_A dotyczy rurociągu niezaizolowanego, gdzie ma miejsce przepływ ciepła z otoczenia o temperaturze $\vartheta_{o,A} = 1,5$ do czynnika płynącego w kanale. Ciepło przepływa zgodnie z równaniem Pecleta. Trzecia gałąź P-E_B dotyczy również rurociągu diatermicznego, gdzie $\vartheta_{o,B} = 0,5$, a więc w pierwszej fazie przepływu, ciepło odpływa od czynnika do otoczenia - odcinek P-L, a dalej na drodze L-E_B odwrotnie. Izentropowy punkt K dzieli linię P-E_B na:

x) Przemiany tego typu prezentował wcześniej, lecz w oparciu o nieco inne założenia Doc. dr hab. inż. T. Bes na zebraniu naukowym ITC Politechniki Śląskiej w Gliwicach.

część P-K - dla której

$$dq < 0, \quad |dq| > dq_f \quad \text{a więc} \quad dq_c < 0 \quad \text{i} \quad ds < 0$$

oraz część K-E_B, gdzie:

$$dq_c > 0 \quad \text{i} \quad ds > 0$$

Dla tych trzech analizowanych przypadków różne są maksymalne długości rurociągów: przyjmując wyżej wspomniane dane, okazało się, że

$$L_{A,max} = 12\ 300 \text{ m} \quad \text{oraz} \quad L_{B,max} = 23\ 900 \text{ m.}$$

Różnice więc są znaczne.

Jeżeli przemiana przedstawiona jest w układzie (ϑ, γ), wówczas charakter przebiegu krzywej można analizować badając pochodną $\frac{d\gamma}{d\vartheta}$, która może być obliczona jako

$$\frac{d\gamma}{d\vartheta} = \frac{d\gamma/d\xi}{d\vartheta/d\xi} \tag{19}$$

gdzie, podstawiając równania (14), (1), uzyskuje się

$$\frac{d\gamma}{d\vartheta} = \frac{\left[A_1 \left(\frac{\varphi}{\vartheta}\right) + \frac{\mu_1}{\vartheta}\right]\left[(1 - A_4) - \frac{A_4}{2}\left(\frac{\vartheta}{\varphi}\right)\right]}{-\mu_1\left[\frac{A_4}{2}\left(\frac{\vartheta}{\varphi}\right) - 1\right] + A_1\varphi} \tag{20}$$

W punkcie ekstremalnym, po uwzględnieniu (7) w (20) uzyska się

$$\left(\frac{d\gamma}{d\vartheta}\right)_E = 0 \tag{21}$$

Jest to istotna cecha krzywej Fanno dotyczącej rurociągu diatermicznego czy też adiatermicznego. Oczywiście w zależności od intensywności wymiany ciepła w układzie punkt ten wystąpi w różnych miejscach wykresu - rys. 1.

Z relacji (21) nie wynika jednak, że w punkcie ekstremalnym

$$d\gamma)_E = 0 \tag{22}$$

gdyż byłoby to sprzeczne z równaniem (14), a zerowanie się pochodnej (21) jest następstwem relacji (10).

Niezgodność tego typu występuje w literaturze np. [1], co doprowadziło do błędnego wniosku, iż $dq_{fE} = 0$.

LITERATURA

[1] Ochęduszko S.: Termodynamika stosowana, WNT, 1970.
[2] Postrzednik S.: Analiza parametrów gazu doskonałego przepływającego w rurociągu diatermicznym, ZN Pol. Sl.
[3] Szargut J.: Teoria procesów cieplnych, PWN, 1973.

ПАРАМЕТРЫ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА, ТЕКУЩЕГО В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ДИАТЕРМИЧЕСКОМ ТРУБОПРОВОДЕ, В ГРАНИЧНОЙ ТОЧКЕ КРИВОЙ ФАННО

Р е з ю м е

Приведен анализ параметров идеального газа, текущего в горизонтальном диатермическом трубопроводе, в граничной точке кривой Фанно. Определено характерные функции в этой точке.

THE IDEAL GAS PARAMETERS IN THE FANNO CURVE END POINT, DURING THE FLOW IN THE HORIZONTAL DIATHERMYCAL PIPELINE

S u m m a r y

In the paper, the analysis of the ideal gas parameters in the Fanno curve end point, during the flow of the ideal gas in the horizontal diathermycal pipeline has been given. The specific function limits have been discussed.