ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1978
Seria: ENERGETYKA z. 65 Nr kol. 561

Jan KAŹMIERCZAK

Instytut Podstaw Konstrukcji Maszyn

PROBLEM ODWZOROWANIA I ANALIZY NIESTACJONARNYCH PROCESÓW ZACHODZACYCH W DZIAŁAJĄCYCH MEGAUKŁADACH MASZYNOWYCH

Streszczenie. W referacie przedstawiono propozycję metody wykorzystującej n-wymiarowe przestrzenie wektorowe dla odwzorowania charakterystyk sygnałów w badaniach konstrukcyjnych maszyn.

W przypadku stwierdzenia niestacjonarności procesu, realizowanego przez badany megaukład, szczególnej wagi nabiera możliwość wnioskowania o stanie procesu na podstawie pewnych całościowych ocen. Referat zawiera przykład zastosowania omawianej metody dla badań szczególnego rodzaju.

1. Opis problemu

W badaniach obiektów materialnych, w szczególności układów i megaukładów maszynowych, podstawą wnioskowania jest rejestracja i analiza pewnych mierzalnych oddziaływań obiektu na otoczenie, które dalej nazywać będziemy sygnałami. Sygnały te, bez względu na rodzaj oddziaływań, cechuje zazwyczaj duża złożoność oraz losowy charakter zmienności.

Problem losowości sygnałów wpływa w istotny sposób na stosowane metody analizy wyników badań.

Dodatkowym czynnikiem komplikującym to zagadnienie jest niestacjonarność sygnałów losowych odwzorowujących rzeczywiste procesy zachodzące w maszynach.

Istnieje szereg metod analizy takich sygnałów, opierających się na różnych funkcjach wyznaczanych z danego zbioru wartości obserwowanej wielkości fizycznej.

W opisie sygnałów losowych będących odwzorowaniem rzeczywistych procesów fizycznych bardzo często interesuje nas moc emitowana w obserwowanym procesie fizycznym, przy czym chcemy także określić, jakie są w całkowitej mocy badanego sygnału udziały mocy odpowiadających np. składowym harmonicznym tego sygnału w sensie analizy Fouriera.

Definiuje się pojęcie widmowej gęstości mocy (gęstości mocy widma).

Podstawą wnioskowania o sygnale, a więc pośrednio i o jego źrodle (czyli obserwowanym obiekcie) jest zazwyczaj:

1) gęstość widmowa amplitudy lub mocy w wybranych pasmach,
2) postać widma.

O ile ujęcie ilościowe gęstości widmowej w pasmie częstotliwości jest oczywiste, o tyle postać widma rozpatrywana jest zwykle w kategoriach jakościowych.

Istnieją metody (np. metoda "copstrum") umożliwiające oszacowanie pewnych prawidłowości występujących w postaci widma, jednakże sprawą otwartą pozostaje problem formalnej klasyfikacji widm wg postaci i przede wszystkim - ocena ilościowa różnicy pomiędzy dwoma widmami.

Problem ten nabiera szczególnej wagi ze względu na pojawienie się możliwości wykorzystania sygnałów omawianego powyżej typu do automatycznej kontroli procesów realizowanych przez układy i megaukłady maszynowe.

Jeżeli założymy, że podstawą do takiego działania byłaby analiza zmienności amplitudy lub mocy składowych sygnału w pewnych elementarnych pasmach częstotliwości, to system automatycznego wnioskowania i podejmowania decyzji, bazujący na rozpoznawaniu i klasyfikacji postaci widma, jest jedną z możliwości minimalizacji liczby niezależnych parametrów decyzyjnych.

Przedstawiona próba formalnego ujęcia postaci widma jest jednym z możliwych sposobów realizacji postawionego problemu.

2. Podstawy teoretyczne analizy widmowej

Widmowa gęstość mocy sygnału losowego opisuje jego ogólną strukturę częstotliwościową (w zakresie częstotliwości dodatnich $0 \leqslant f < \infty$) za pomocą gęstości widmowej wartości średniokwadratowej tego sygnału.

Wielkość ta jest definiowana jako granica:

$$\Psi^2(f,\Delta f) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T x^2(t,f,\Delta f)dt$$

gdzie:

$y = x(t)$ - funkcja opisująca przebieg zmienności w czasie sygnału losowego,

$x(t,f,\Delta f)$ - składnik funkcji $y = x(t)$ zawarty w przedziale od f do $f + \Delta f$.

Gdy wartość Δf zmierza do zera, widmową gęstość mocy $G(f)$ możemy zdefiniować, stosując równanie przybliżone:

$$\Psi^2(f,\Delta f) \approx G_x(f)\,\Delta f$$

lub ściślej:

$$G_x(f) = \lim_{\Delta f \to 0} \frac{\psi_x^2(f, \Delta f)}{\Delta f} = \lim_{\Delta f \to 0} \frac{1}{\Delta f}\left[\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T}\int_0^T x^2(t, f, \Delta f)dt\right]$$

Wielkość $G_x(f)$ jest zawsze nieujemną rzeczywistą funkcją częstotliwości.

Innym sposobem definiowania widmowej gęstości mocy, często wykorzystywanym, jest opisana przez Chinczyna zależność pomiędzy widmową gęstością mocy a funkcją autokorelacji obserwowanego procesu losowego, definiowaną jako wartość oczekiwana momentu drugiego rzędu

$$R(\tau) = E\left\{x(t + \tau)x^*(t)\right\} = R_x(\tau) = R_{xx}(\tau)$$

lub jako granicę estymatora

$$R_x(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\, x(t + \tau)dt$$

Dla sygnałów stacjonarnych istnieje związek:

$$G_x(f) = 2\int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau)e^{-i2\pi f\tau}d\tau$$

Ponieważ $R_x(\tau)$ jest parzystą funkcją argumentu τ, możliwe jest przejście do postaci:

$$G_x(f) = 4\int_0^{\infty} R_x(\tau)\cos(2\pi f\tau)d\tau$$

Prawdziwa jest także zależność opisana odwrotnym przekształceniem Fouriera

$$R_x(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} G_x(\omega)e^{i\omega\tau}d\omega$$

przy czym:

$$\omega = 2\pi f$$

Powyższa analiza doprowadziła do zdefiniowania pojęcia jednostronnej gęstości widmowej $G(f)$, określonej dla przedziału częstotliwości $(0,+\infty)$.

Omówiona powyżej funkcja gęstości widmowej jest funkcję ciągłę w dziedzinie częstotliwości.

W praktycznych realizacjach analizy harmonicznej pasmo częstości, w którym określamy widmo badanego sygnału kwantujemy, otrzymując skończoną liczbę tzw. pasm elementarnych. Ich szerokość jest uwarunkowana konstrukcją stosowanej aparatury analizującej.

3. Założenia wstępne proponowanego odwzorowania

3.1. Problem podobieństwa widm sygnału

Rozpatrzmy postać widma o dowolnej szerokości pasma częstotliwości, podzielonego na n pasm elementarnych, przy czym podział ten może być dokonany wg zasady stałej względnej lub bezwzględnej szerokości pasma.

Szerokość pasma elementarnego $\Delta f \rightarrow 0$.

Celem jest takie formalne ujęcie postaci widma, na podstawie którego można by zbudować metodę analizy i porównywania postaci widm, operującę możliwie minimalną liczbą parametrów identyfikujących postać (ew. klasę postaci).

W celu umożliwienia porównywania postaci widm konieczne jest zdefiniowanie pojęcia podobieństwa widm.

W przedstawianej pracy przyjęto, że widmo $B(f)$ będziemy uważali za podobne do widma $A(f)$, jeżeli transformację

$$B(f) \rightarrow A(f) \quad \text{oraz} \quad A(f) \rightarrow B(f)$$

uzyskać można wyłącznie na drodze następującego przekształcenia:

$$\lambda A_i = B_i \implies \lambda = \frac{B_i}{A_i} = \text{const} \qquad \text{dla} \qquad i = 1,2,3,\ldots,n$$

gdzie:

A_i - gęstość widmowa w i-tym paśmie widma A,

B_i - gęstość widmowa w i-tym paśmie widma B,

λ - dodatnia liczba rzeczywista, przy czym: $\lambda \neq f(i)$,

i - numer pasma elementarnego.

Warunki te oznaczają w interpretacji fizycznej przekształcenie sygnału polegające na jednakowym wzmocnieniu (dodatnim dla $\lambda > 1$ lub ujemnym dla $0 < \lambda < 1$) mocy we wszystkich elementarnych pasmach częstotliwości widma tego sygnału.

Jeżeli oś gęstości widmowej opiszemy w logarytmicznych jednostkach wzmocnienia (w decybelach), to wymaganie stałości stosunku mocy w pasmach elementarnych oznacza, że za widma podobne będziemy uważali widma $A(f)$ i $B(f)$ tylko i wyłącznie wówczas, gdy:

$$P_{Ai} + \lambda_1 = P_{Bi} \qquad i = 1,2,3,\dots,n$$

gdzie:

P_{Ai} - wyrażony w dB poziom w i-tym paśmie widma $A(f)$,
P_{Bi} - wyrażony w dB poziom w i-tym paśmie widma $B(f)$,
i - numer pasma elementarnego,
λ_1 - stała rzeczywista, przy czym: λ_1 = const, $\lambda_1 \neq f(i)$.

Warunek powyższy wynika z prostej zależności:

$$\lg A_i - \lg B_i = \lg \frac{A_i}{B_i} = \lg \lambda = \text{const} = P_{Ai} - P_{Bi} = \lambda_1$$

gdzie oznaczenia są przyjęte zgodnie z wprowadzonymi poprzednio.

3.2. Opis zasady odwzorowania postaci

Po zdefiniowaniu pojęcia widm podobnych należy określić zasady formalnego ujęcia postaci widma.

Przyjmijmy, że w wielowymiarowej przestrzeni euklidesowej przypiszemy wartości gęstości widmowej w elementarnych pasmach częstotliwości poszczególnym osiom współrzędnych. Jeżeli liczba takich pasm jest skończona i wynosi n, to najmniejsza liczba wymiarów takiej przestrzeni wynosi także n.

Dodatkowo załóżmy, że układ osi współrzędnych jest prostokątny. Dowolne widmo w obserwowanym paśmie częstotliwości można przedstawić jednoznacznie w takiej przestrzeni jako wektor, którego początek pokrywa się z początkiem układu współrzędnych, a koniec jest opisany składowymi widma. Tak więc istnieje odwzorowanie widma w wektor:

$$A(f) \to \bar{a}\left[a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\right]$$

Zastanówmy się teraz, jak w takiej przestrzeni układają się punkty (wektory) odpowiadające widmom podobnym?

Jeżeli osie składowych pasm widma opiszemy w logarytmicznej skali wzmocnienia (w decybelach), to wyprowadzony uprzednio warunek podobieństwa widm oznacza, że zbiorem (miejscem geometrycznym) widm podobnych w takiej przestrzeni jest prosta o kierunku zdeterminowanym i niezależnym od postaci widma. Kierunek takiej prostej jest zgodny z kierunkiem głównej przekątnej uogólnionego n-wymiarowego sześcianu jednostkowego, zbudowanego w przestrzeni C_n i odpowiada kierunkowi wektora

$$\bar{w}\left[1,1,1\dots1\right]$$

Prosta o takim kierunku, przechodząca przez początek układu współrzędnych, odwzorowuje klasę podobieństwa widm o szczególnej postaci. Odpowiada ona widmom o jednakowym poziomie we wszystkich pasmach elementarnych, a więc sygnałom typu "biały szum" lub impulsowi jednostkowemu (impulsowi Diraca).

Powyższe rozważania prowadzą do wniosku, że wszelkie możliwe postacie widm odwzorowuje w omawianej przestrzeni C_n wiązka prostych równoległych o zdeterminowanym kierunku. Wiemy jednak, że prostą w przestrzeni n-wymiarowej przy ustalonym położeniu wektora kierunkowego tej prostej jednoznacznie identyfikuje dowolny, należący do niej punkt. To z kolei prowadzi do hipotezy, że istnieje możliwość wyboru w danej przestrzeni C_n pewnej podprzestrzeni (n - 1) - wymiarowej, której punkty przebicia przez omawianą wiązkę prostych stanowią jednoznaczne odwzorowanie wszystkich możliwych klas widm podobnych.

Omawiana powyżej możliwość opisu klas n-pasmowych widm punktami w przestrzeni (n-1)-wymiarowej oznacza pewną normalizację klasy widm podobnych względem wybranego poziomu odniesienia.

Jak już ustaliliśmy, klasy widm podobnych są odwzorowane wiązką prostych równoległych o zdeterminowanym kierunku.

Poprzednio sformułowany został postulat wyboru pewnych widm reprezentatywnych takich klas podobieństwa jako punktów leżących w (n-1)-wymiarowej podprzestrzeni rozpatrywanej przestrzeni C_n ("przestrzeni sygnałów" lub "przestrzeni widm").

W świetle powyższych ustaleń spróbujemy przeanalizować konsekwencje przyjęcia jako postulowanej podprzestrzeni (n-1)-wymiarowej - hiperpłaszczyzny prostopadłej do kierunku wiązki prostych odwzorowujących klasy widm podobnych.

Wiadomo z teorii równań liniowych, że współrzędne $x_1, x_2, x_3 \ldots x_n$ każdego z punktu x hiperpłaszczyzny (n-1)-wymiarowej spełniają równanie:

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_n \\ 1 & a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 1 & a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = 0$$

gdzie:

a_{ij} $(i = 1,2,3,\ldots,n;\ j = 1,2,3,\ldots,n)$ - współczynniki układu równań liniowych:

$$\begin{array}{l} t_1 + t_2 + \ldots + t_n + t_{n+1} = 0 \\ t_1a_{11} + t_2a_{21} + \ldots + t_na_{n1} + t_{n+1}x_1 = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ t_1a_{1n} + t_2a_{2n} + \ldots + t_na_{nn} + t_{n+1}x_n = 0 \end{array}$$

Rozwijając wyznacznik stanowiący lewą stronę równania hiperpłaszczyzny, według wyrazów pierwszego wiersza możemy równaniu temu nadać postać:

$$A_0 + A_1x_1 + A_2x_2 + \ldots + A_nx_n = 0$$

Wiadomo, że w przestrzeni C_n istnieje dokładnie jeden kierunek prostopadły do danej hiperpłaszczyzny (n-1)-wymiarowej, przy czym jest to kierunek wektora:

$$\left[A_1, A_2, \ldots, A_n\right]$$

Wynika z tego, że kierunek prostych będących w danej przestrzeni C_n odwzorowaniem klas widm podobnych jest zgodny z kierunkiem wektora współczynników równania szukanej hiperpłaszczyzny - zbioru punktów odwzorowujących widma reprezentatywne wszystkich klas widm podobnych.

Ponieważ wektor kierunku wiązki prostych klas widm podobnych

$$\bar{w}\left[1,1,1,\ldots,1\right]$$

więc równanie szukanej hiperpłaszczyzny ma ogólną postać:

$$A_0 + x_1 + x_2 + \ldots + x_n = 0$$

gdzie:

A_0 - wyraz wolny.

Równanie o takiej postaci opisuje pewną rodzinę hiperpłaszczyzn wzajemnie równoległych. Z uprzednio przeprowadzonych rozważań, wiadomo, że wektor odległości dwóch prostych wzajemnie równoległych i równocześnie prostopadłych do hiperpłaszczyzny o takiej postaci równania (czyli prostych odwzorowujących klasy widm podobnych) leży na tej hiperpłaszczyźnie (lub jest do niej równoległy).

Wybierzmy teraz z rodziny hiperpłaszczyzn o podanej powyżej postaci równania taką hiperpłaszczyznę, której wyraz wolny

$$A_0 = 0$$

Będzie to hiperpłaszczyzna o równaniu:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 0$$

Hiperpłaszczyzna taka przechodzi przez początek układu współrzędnych, czyli przez punkt (0,0,0,...,0) (mówiąc poprawniej: punkt ten należy do tej hiperpłaszczyzny). Wskutek tego każdy wektor łączący punkt (0,0,0,...,0) z dowolnym punktem tej hiperpłaszczyzny i będący jak wiadomo odwzorowaniem klasy widm podobnych leży na tej hiperpłaszczyźnie.

4. Odwzorowanie sygnałów losowych i zagadnienie niestacjonarności

W przypadku niestacjonarnego sygnału losowego widmowa gęstość mocy przestaje być stałą charakterystyką sygnału i nabiera charakteru funkcji losowej. W proponowanym odwzorowaniu oznacza to, że postać widma będzie w przestrzeni C_n odwzorowywana pewnym obszarem. Powstaje problem określenia "wymiarów" obszaru zmienności widma. Przy uwzględnieniu zagadnienia poziomu istotności konieczne jest więc zdefiniowanie miary "odległości" postaci widm w przestrzeni odwzorowania.

Ocena wzajemnego położenia dwóch punktów w n-wymiarowej przestrzeni C_n, jeśli jest to przestrzeń euklidesowa spełniająca warunki:

1) $\varrho(p,s) = \varrho(s,p)$
2) $\varrho(p,s) = 0$ gdy $p = s$
3) nierówność trójkąta

gdzie:

p i s - dowolne punkty należące do C_n

może być dokonana kilkoma sposobami:

a) poprzez oszacowanie odległości każdego z punktów do pewnego trzeciego punktu stanowiącego poziom porównawczy (punkt odniesienia),
b) poprzez bezpośrednią ocenę odległości tych punktów,
c) poprzez równoczesne zastosowanie obydwu powyższych metod.

Wielkość ϱ nosi nazwę metryki przestrzeni i pasma w proponowanym odwzorowaniu stanowi przedmiot optymalizacji ze względu na cel jego zastosowania.

Metryka przestrzeni odwzorowania może stanowić miarę podobieństwa dwóch klas postaci widm. Może również określać granice obszaru opisującego postać widma sygnału losowego niestacjonarnego.

Szczególnie druga z omawianych możliwości ma istotne znaczenie w zastosowaniach praktycznych. Podjęto próbę zastosowania proponowanej metody w szczególnego rodzaju badaniach, jakimi były badania procesu zużywania sklepień ogniotrwałych elektrostalowniczych pieców łukowych. Celem badań było opracowanie metody pozwalającej na automatyczną kontrolę stanu sklepień oraz ewentualną sygnalizację konieczności wymiany.

Przyjęto, że podstawą tej metody będzie analiza widma sygnału akustycznego rejestrowanego w wybranych punktach. Na podstawie wyników badań dużej liczby kampanii sklepień pieców łukowych planuje się sporządzenie opisu wzorca zmienności postaci widma sygnału odwzorowującego badany proces.

Proponowany układ automatycznej kontroli porównywałby chwilowe widma sygnału z wzorcem i w określonych warunkach sygnalizował rozbieżności porównywanych charakterystyk.

Działanie takie wymaga z jednej strony opracowania sposobu formalnego zapisu postaci widma, z drugiej - umożliwienia ilościowej oceny zróżnicowania tej postaci.

Omówiona w pracy metoda spełnia powyższe wymagania.

5. Podsumowanie

Omówiona powyżej propozycja odwzorowania postaci charakterystyk sygnałów losowych stanowi próbę opisu niestacjonarnego procesu losowego dla pewnych zastosowań w technice.

Odwzorowanie to może być używane nie tylko dla formalnego opisu postaci funkcji gęstości widmowej, lecz także innych funkcji charakterystycznych stosowanych w analizie sygnałów.

Szereg elementów proponowanego odwzorowania, np. dobór metryki omawianej hiperprzestrzeni może podlegać optymalizacji. Pozwoli to dla konkretnych zastosowań na każdorazowe dostosowanie tego odwzorowania do celu, który przed nim stawiamy.

LITERATURA

[1] J.S. Bendat, A.G. Piersol: Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych, PWN, Warszawa 1976.

[2] K. Borsuk: Geometria analityczna wielowymiarowa. Biblioteka Matematyczna t. 23, PWN, Warszawa 1964.

[3] J. Kaźmierczak: Wektorowe odwzorowanie postaci widma hałasu w badaniach konstrukcyjnych maszyn metodami akustycznymi. Prace XXIV Otwartego Seminarium z Akustyki, Gdańsk-Władysławowo, wrzesień 1977.

[4] J. Kulikowski: Cybernetyczne układy rozpoznające, PWN, Warszawa 1972.

ПРОБЛЕМА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ И АНАЛИЗА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ, ПРОИСХОДЯЩИХ В ДЕЙСТВУЮЩИХ МАШИНАХ МЕГАКОМПЛЕКСАХ

Р е з ю м е

В работе описано предложение метода, использующего н-размерные векторные пространства для представления характеристик сигналов в конструкционных исследованиях машин. В случае констатирования нестационарности исследуемого процесса особенно важной является проблема умозаключения о состоянии этого процесса. В работе показан пример использования описанного метода для исследований особого рода.

THE PROBLEM OF REPRESENTING AND ANALYSING OF NON-STATIONARY PROCESSES OCCURRING IN FUNCTIONING MACHINE MEGACOMPLEXES

S u m m a r y

The paper presents a method utilising n-dimensional vector spaces to represent signal characteristics in constructional machine investigations. The possibility to draw conclusions as to the state of the process on the basis of some conclusions is especially important for ascertaining the non-stationarity of an investigated process. The paper includes an example of application of the method discussed for a particular kind of investigations.