

Andrzej ZIELIŃSKI

Politechnika Wroclawska

WERYFIKACJA METODY PUNKTÓW OSOBLIWYCH
DLA WIRNIKÓW ODŚRODKOWYCH

Streszczenie. Uprzednio w Instytucie Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wroclawskiej opracowano i oprogramowano na m.c. metodę punktów osobliwych przeznaczoną do analizy i syntezy wirników maszyn wirowych. Metoda ta odnosi się do przepływów płynu nielepkiego i nieściśliwego przez palisady odśrodkowe i diagonalne. Dotychczas brak było weryfikacji otrzymywanych wyników.

W pracy skonfrontowano wyniki obliczeń otrzymywanych tą metodą z danymi analitycznymi i doświadczalnymi opublikowanymi przez Busemanna, Acostę i Erharta. Wykonana weryfikacja dotyczy palisad wirników odśrodkowych.

1. Wstęp

Sformułowana przez Betza i Flügge-Lotza myśl matematycznego zastąpienia łopatki warstwą wirową zapoczątkowała przed czterdziestu laty rozwój metody punktów osobliwych. Dalsze prace Isaya, Glauerta, Grubera, Martensena, Webera i Wilkinsona a ostatnio Schilhansla, Tamury i Lewisa doprowadziły do opracowania szeregu indywidualnych, algorytmów obliczeń palisad tą metodą i rozwiązania włączących się z tym zagadnień natury numerycznej.

Nad powyższym zagadnieniem pracuje też od pewnego czasu we Wrocławiu zespół pod kierunkiem Rohatyńskiego. W ostatnich latach opracowano i oprogramowano tam metodę punktów osobliwych przeznaczoną do analizy i syntezy palisad łopatek cienkich oraz profilowanych. Aktualnie metoda ta odnosi się do przepływów płynu nielepkiego i nieściśliwego na powierzchniach osiowo-symetrycznych.

2. Przedmiot prac

Algorytm analizy palisady łopatek cienkich metodą punktów osobliwych [1], [2] umożliwia badanie przepływu przez wirniki odśrodkowe i diagonalne oraz przez kierownice pomp diagonalnych. W niniejszej pracy skonfrontowano wyniki obliczeń charakterystyk zewnętrznych i wewnętrznych palisad

otrzymanych opracowaną metodą z dostępnymi danymi analitycznymi i doświadczalnymi opublikowanymi dla wirników odśrodkowych.

3. Weryfikacja charakterystyk palisad przy stałej szerokości kanału i stałym kącie nachylenia łopatki

W celu weryfikacji charakterystyki przepływu $H_{th} = f(Q_{th})$ posłużono się wynikami prac Busemanna [3]. Wyzначzył on na podstawie dwuwymiarowej teorii potencjalnej (metody odwzorowania konforemego) wartości tej zależności dla szczególnego przypadku: przepływ odbywa się przez wirnik odśrodkowy o stałej szerokości kanału b , zaś łopatki mają kształt spirali logarytmicznej i są nieskończenie cienkie. Spiralny kształt łopatki był w metodzie zastosowanej przez Busemanna jednym dogodnym kształtem z matematycznego punktu widzenia. Dla metody punktów osobliwych spirala logarytmiczna jest szczególnym, ale tylko jednym z nieskończenie wielu możliwych do zastosowania kształtów.

Na rys. 1 linią ciągłą naniesiono wyniki obliczeń Busemanna: otrzymane wartości stosunku $\xi_{H_{th(max)}} / \xi_{H_{th\infty(max)}}$ przy $Z = 8$, różnym kącie nachylenia łopatek spirali oraz przy różnym stosunku średnic d_1/d_2 . Zaznaczone punkty obrazują wyniki obliczeń metodą punktów osobliwych. Widać, że otrzymano bardzo dobrą zgodność. Jedynie przy małych kątach nachylenia ciężki ($\beta_c = 10^\circ$ i mniej) i małych stosunkach d_1/d_2 obserwuje się jej pogorszenie. Dotyczy to jednak takiego zakresu parametrów, który nie odpowiada normalnie stosowanym palisadom. Kwestia ta wymagać będzie w przyszłości specjalnego potraktowania, aby móc orzec, czy przyczyna leży w samej metodzie obliczeń czy też wynika z jej aktualnej realizacji numerycznej. Być może w omawianych przypadkach wystarczy zastosować więcej punktów obliczeniowych (tu rozmieszczono ich 19 wzdłuż linii szkieletowej łopatki).

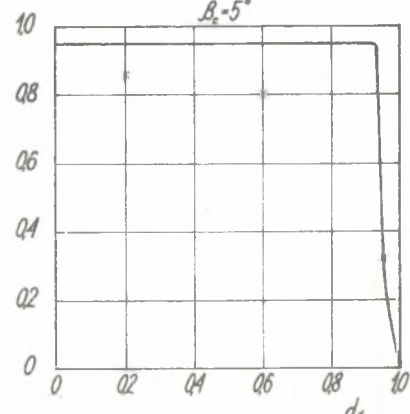
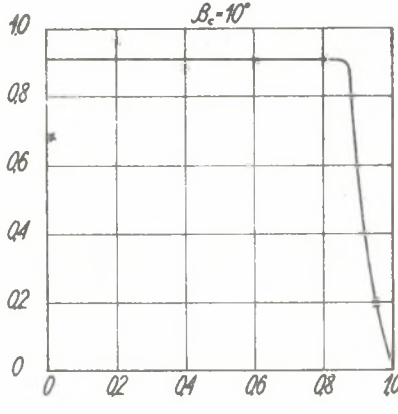
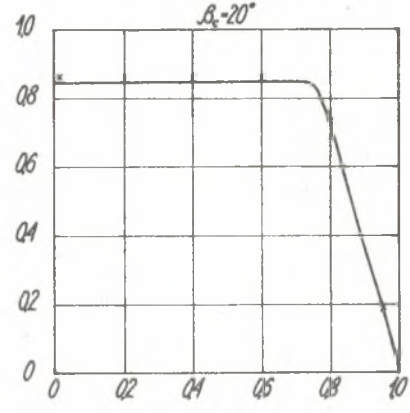
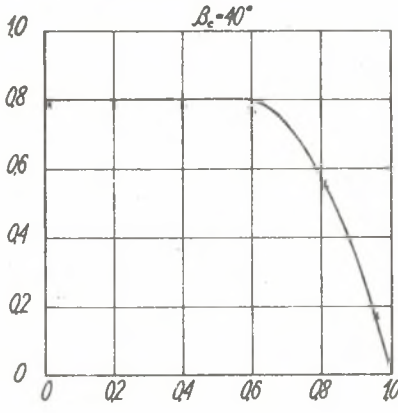
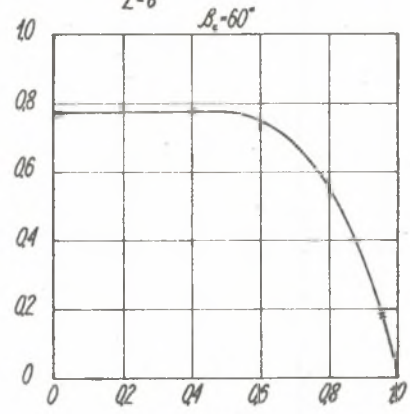
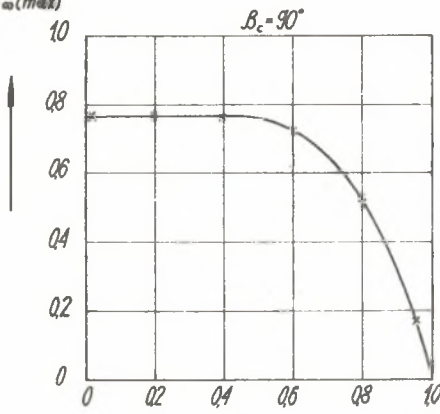
W tabeli 1 zestawiono dla trzech wirników odśrodkowych wartości charakterystycznych wielkości bezwymiarowych: $\xi_{H_{th(max)}}$, $\xi_{H_{th(0)}}$ i $\xi_{Q_{th(0)}}$ otrzymanych metodami Busemanna i Acosta, opracowaną metodą punktów osobliwych oraz dla uzupełnienia wynikających z teorii nieskończonej liczby łopatek Eulera. W trzech pierwszych przypadkach różnice są minimalne.

Analiza charakterystyk wewnętrznych palisady (rozkłady prędkości i ciśnień) była początkowo możliwa tylko w bezuderzeniowym punkcie pracy ($H_{th(0)}$, $Q_{th(0)}$; tzn. w tym, w którym kąt nachylenia wektora prędkości na wlocie pokrywa się z kątem nachylenia łopatki. W pracy Acosta [4] to ograniczenie już nie występuje.

Acosta w analizowanych przez siebie wirnikach odśrodkowych o stałej szerokości kanału ($d_1/d_2 = 0,54$, kształt - spirala logarytmiczna, $\beta_c = 30^\circ$) badał na drodze analizy teoretycznej i pomiarów rozkładu przyrostu ciśnień statycznych wzdłuż obu stron łopatki wirnika w różnych punktach jego

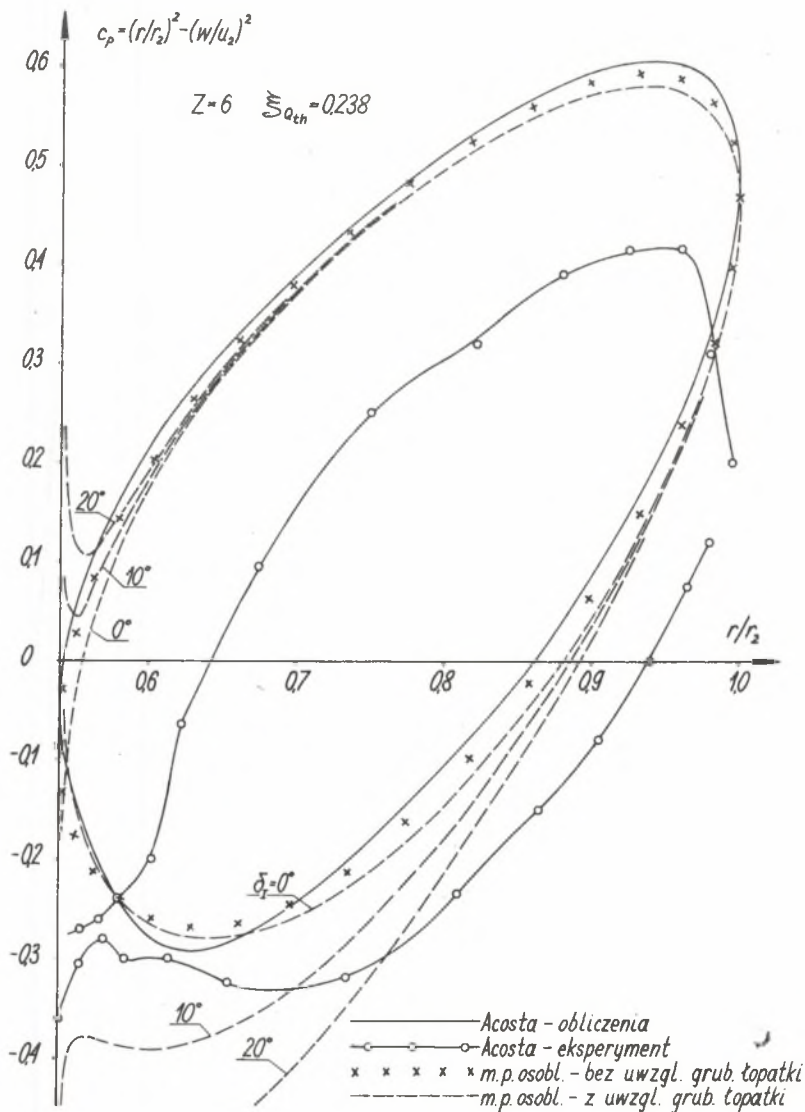
$\frac{C_{\text{m}} \text{ cm}}{H_{\text{th0}}(\text{max})}$

$\delta_2 = 0^\circ$ szerokość kanatu - stała
kształt - spirala logarytmiczna
 $Z=8$



$\frac{d_1}{d_2}$

Rys. 1. Porównanie otrzymanych wyników analizy palisad z wykresami Busemannna



Rys. 2. Zestawienie wyników analizy rozkładu przyrostu ciśnienia statycznego wzdłuż obu stron łopatki wirnika odśrodkowego otrzymanych metodą punktów osoblanych z wynikami opublikowanymi przez Acostę. Wpływ zmiany kąta napływu na palisadę

Tabela 1

Porównanie otrzymanych wartości $\xi_{H_{th(max)}}$, $\xi_{H_{th(o)}}$, $\xi_{Q_{th(o)}}$

szerokość kanału - stała,
 kształt - spirala logarytmiczna,
 $d_1/d_2 = 0,54$ $\beta_c = 30^\circ$ $\delta_I = 0^\circ$

	Z = 2			Z = 4			Z = 6			Z = ∞
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
$\xi_{H_{th(max)}}$	0,76	0,76	0,7503	1,32	1,26	1,2658	1,52	1,52	1,5240	2,00
$\xi_{H_{th(o)}}$	0,22	0,22	0,2215	0,46	0,48	0,4747	0,70	0,72	0,7175	1,32
$\xi_{Q_{th(o)}}$	0,31	0,31	0,3097	0,29	0,27	0,2723	0,26	0,24	0,2380	0,168

1 - Busemana [3] 2 - Acosta [4], 3 - metoda punktów osobliwych

pracy. Zakładano przy tym, że napływ na palisadę jest prostopadły: $\delta_I = 0^\circ$ (gdzie $\delta_I = \alpha_I - 90^\circ$).

Na rys. 2 zestawiono jego rezultaty z wynikami teoretycznej analizy rozkładu ciśnienia metodą punktów osobliwych. Zgodność obu analiz teoretycznych jest bardzo dobra.

Różnice między dostępnym modelem teoretycznym a doświadczeniem można zdaniem Acosta przypisać głównie niezgodności rzeczywistych warunków napływu na łopatkę z zakładanym do obliczeń napływem prostopadłym, przepływami wtórnymi w kanale oraz zjawiskami spowodowanymi istnieniem warstwy przyściennej.

Dla uzupełnienia na rys. 2 podano też dodatkowo wyniki analizy metodą punktów osobliwych uwzględniające rzeczywistą grubość łopatki badanego wirnika oraz wpływ różnego kąta napływu na palisadę na zmianę rozkładu ciśnienia wzdłuż łopatki w pobliżu wlotu przy tym samym teoretycznym wyróżniku wydajności $\xi_{Q_{th}}$.

4. Atlas palisad wirników odśrodkowych

Pomyślne wyniki weryfikacji umożliwiły opracowanie przy pomocy metody punktów osobliwych "Atlasu Palisad" [5]. Przyjęto, że wymiary geometryczne wirnika odśrodkowego mogą być w sposób jednoznaczny scharakteryzowane przez podanie następujących wielkości:

- stosunku średnic d_1/d_2 (promieni r_1/r_2),
- liczby łopatek Z ,
- kąta opasania łopatki ψ (względnie stosunku t/l na płaszczyźnie zespolonej),

- kształtu linii szkieletowej,
- funkcji bezwymiarowej opisującej zmianę szerokości kanału w przekroju merydionalnym i przewężenia spowodowanego określoną grubością łopatki wzdłuż długości kanału.

Atlas ten ma zastosowanie zarówno przy syntezie jak i analizie. Uwzględniono w nim zmienność wszystkich wymienionych powyżej geometrycznych parametrów w następującym zakresie wartości:

$$d_1/d_2 = 0.3, 0.36, 0.42, 0.48, 0.52$$

$$Z = 5, 6, 7, 8, 9$$

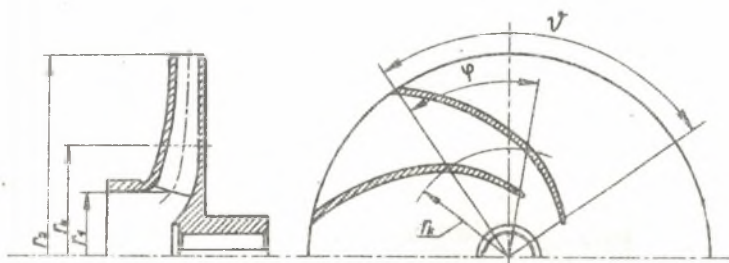
$$\bar{v}/\bar{i} = 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45, 0.50, 0.55$$

cztery różne kształty linii szkieletowej łopatki
trzy przebiegi zmian szerokości kanału.

W sumie przeanalizowano 2100 palisad wyznaczając ich bezwymiarowe teoretyczne charakterystyki zewnętrzne i wewnętrzne. Przy korzystaniu z Atlasu możliwe jest uwzględnienie dowolnego kąta napływu na palisadę, aktualnych obrotów oraz analiza pracy palisady w dowolnym punkcie pracy.

5. Wpływ zmiany szerokości kanału i kształtu linii szkieletowej na charakterystyki zewnętrzne palisad

W praktyce jednak mogą się zdarzyć przypadki, gdy geometria projektowanego lub analizowanego wirnika nie może być ściśle przyporządkowana wartościom umieszczonym w Atlasie. W przypadku pośrednich wartości d_1/d_2 oraz \bar{v} wystarczy dokonać odpowiedniej interpolacji. Inaczej ma się rzecz z obciążeniami funkcjami opisującymi kształt i zmianę szerokości kanału.

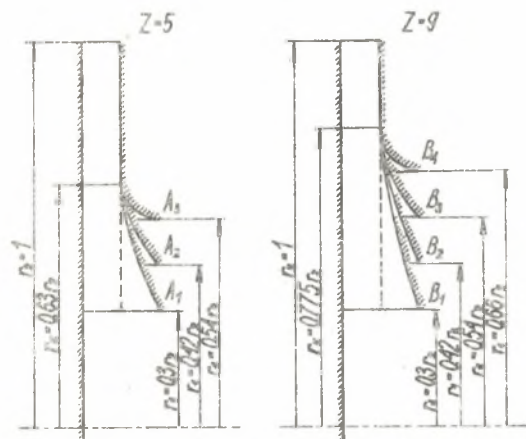


Rys. 3. Określenie promienia r_k w wirniku

W pracy [6] Erhart stwierdził, że palisadę wirnika można podzielić na dwie strefy.

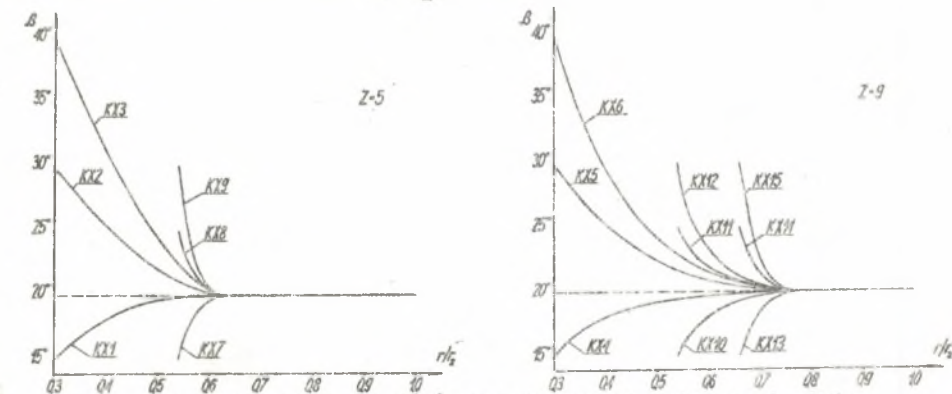
Promień krytyczny r_k ($r_1 < r_k < r_2$) jest określony przez zerową wartość kąta pokrycia (patrz rys. 3). Tylko strefa $r_k < r < r_2$ ma wpływ na teoretyczną wysokość podnoszenia.

Zmiana geometrii dla $r < r_k$ nie wpływa na położenie teoretycznej charakterystyki przepływu^{x)}. Powyższe wnioski zostały potwierdzone przy zastosowaniu do analizy palisad metody punktów osobliwych.



Rys. 4. Rozpatrywane zarysy kanałów wirników w przekroju merydionalnym

$= A - B \cdot \xi Q_{th}$, zaś wartości A_E i B_E wynikają z założeń eulerowskiej teorii jednowymiarowej: $A_E = 2$, $B_E = 2 \cdot ctg \beta_2$.



Rys. 5. Zależności $\beta = f(r)$ rozpatrywanych palisad wirników

Z kolei zbadano wpływ zmiany zarysu łopatki u wlotu (rys. 5) na położenie charakterystyki przepływu. Kształtem porównawczym była spirala logarytmiczna o $\beta_0 = 20^\circ$. Otrzymane wyniki zestawiono w tabeli 3.

^{x)} Ponieważ jednak zbyt krótka łopatka wpływa ujemnie na sprawność i zdolność ssania, to w praktyce promień r_1 jest znacznie mniejszy od r_k .

Tabela 2

Porównanie wpływu zmiany szerokości kanału u wlotu, w stosunku do kanału o stałej szerokości, na wartości współczynników A i B

$\beta_0 = 20^\circ$ $A_E = 2,0$ $B_E = 5,5$ (spirala logarytmiczna) $B_E = 4,458$ (kształt W3)

Kształt	Szerokość kanału	d_1/d_2	Z	Analizowana szerokość kanału						Staća szerokość kanału		$\frac{B_{zm}-B}{B_{st}} \cdot 100\%$
				A_{zm}	B_{zm}	A_{zm}/A_E	B_{zm}/B_E	A_{st}	B_{st}	$\frac{A_{zm}-A_{st}}{A_{st}} \cdot 100\%$	$\frac{B_{zm}-B}{B_{st}} \cdot 100\%$	
sp. log.	A1	0,3	5	1,5571	5,5021	0,7786	1,0004	1,561	5,50	-0,25%	0,04%	
	A2	0,42	5	1,5583	5,5003	0,7792	1,0000	1,558	5,50	0,02%	0,01%	
	A3	0,54	5	1,5566	5,4905	0,7783	0,9983	1,555	5,50	0,10%	-0,17%	
	B1	0,3	9	1,7273	5,5176	0,8637	1,0032	1,725	5,50	0,08%	0,32%	
	B2	0,42	9	1,7356	5,4647	0,8678	0,9936	1,735	5,50	-0,08%	-0,64%	
	B3	0,54	9	1,7260	5,5004	0,8630	1,0000	1,731	5,50	-0,29%	0,00%	
	B4	0,66	9	1,7286	5,4946	0,8643	0,9990	1,730	5,50	-0,08%	-0,10%	
W3	A1	0,3	5	1,5318	4,6403	0,7659	1,0409	1,535	4,64	-0,21%	0,00%	
	A2	0,42	5	1,5388	4,7229	0,7694	1,0594	1,537	4,70	0,12%	0,49%	
	A3	0,54	5	1,5473	4,8425	0,7737	1,0862	1,570	4,86	-1,45%	-0,36%	
	B1	0,3	9	1,7019	4,5712	0,8510	1,0254	1,705	4,55	-0,18%	0,47%	
	B2	0,42	9	1,7112	4,5478	0,8556	1,0201	1,710	4,58	0,07%	0,70%	
	B3	0,54	9	1,7090	4,6586	0,8545	1,0450	1,710	4,61	-0,06%	1,05%	
	B4	0,66	9	1,7171	4,7631	0,8586	1,0684	1,720	4,81	-0,17%	-0,98%	

Tabela 3

Porównanie wpływu zmiany wartości funkcji $\beta = f(r)$ u wlotu w stosunku do kształtu spirali logarytmicznej

Szerokość kanału - stała $\beta_0 = 20^\circ$

d_1/d_2	Z	Kształt β_1	A	B	$\xi_{H_{th}(\sigma)}$	Kształt - spirala logarytmiczna			$\frac{A - A_{sp.log.}}{A_{sp.log.}} \cdot 100\%$	$\frac{B - B_{sp.log.}}{B_{sp.log.}} \cdot 100\%$	$\frac{\xi_{H_{th}(\sigma)} - \xi_{H_{th}(\sigma)}^{sp.}}{\xi_{H_{th}(\sigma)}} \cdot 100\%$
						A	B	$\xi_{H_{th}(\sigma)}$			
0,3	5	KX1	1,5598	5,4965	1,3648	1,5571	5,4896	1,3124	0,17%	0,13%	3,99%
0,3	5	KX2	1,5569	5,4879	1,1896	1,5571	5,4896	1,3124	-0,01%	-0,03%	-9,36%
0,3	5	KX3	1,5575	5,4926	1,0514	1,5571	5,4896	1,3124	0,03%	0,05%	-19,89%
0,3	9	KX4	1,7192	5,4999	1,5620	1,7273	5,4955	1,5365	-0,47%	0,08%	1,66%
0,3	9	KX5	1,7345	5,4989	1,4333	1,7273	5,4955	1,5365	0,42%	0,06%	-6,72%
0,3	9	KX6	1,7365	5,5032	1,3046	1,7273	5,4955	1,5365	0,52%	0,14%	-15,09%
0,54	5	KX7	1,5573	5,4917	0,8216	1,5566	5,4864	0,7594	0,04%	0,10%	8,19%
0,54	5	KX8	1,5564	5,4841	0,7067	1,5566	5,4864	0,7594	-0,01%	-0,04%	-6,94%
0,54	5	KX9	1,5562	5,4817	0,6650	1,5566	5,4864	0,7594	-0,03%	-0,09%	-12,43%
0,54	9	KC10	1,7266	5,4913	1,1523	1,7260	5,4876	1,0375	0,03%	0,07%	11,07%
0,54	9	KX11	1,7266	5,4887	0,9288	1,7260	5,4876	1,0375	0,03%	0,02%	-10,48%
0,54	9	KX12	1,7272	5,4902	0,8471	1,7260	5,4876	1,0375	0,07%	0,05%	-18,35%
0,66	9	KX13	1,7288	5,4941	0,8166	1,7286	5,4932	0,7018	0,01%	0,02%	16,36%
0,66	9	KX14	1,7287	5,4933	0,6001	1,7286	5,4932	0,7018	0,01%	0,00%	-14,49%
0,66	9	KX15	1,7287	5,4923	0,5131	1,7286	5,4932	0,7018	0,01%	-0,01%	-26,89%

W rezultacie wykonanych obliczeń metodą punktów osobliwych potwierdzono niewrażliwość położenia bezwymiarowej charakterystyki przepływu na zmiany zarysu kanału w przekroju merydionalnym i zmiany zarysu łopatkki, jeżeli tylko dokonywane są one w zakresie $r \ll r_k$. Znaczniejszą różnicę, co jest oczywiste, można zauważyć tylko w położeniu punktu bezuderzeniowego napływu przy zmianie β_1 . Powyższe wnioski pozwalają na rozszerzenie zakresu zastosowań opracowanego Atlasu poza standardowe kształty i szerokości kanału.

6. Zależność położenia charakterystyk zewnętrznych od geometrycznych parametrów palisady

W wyniku wykonanych analiz zmiany współczynników A i B odniesionych do A_E i B_E , jakie następują w wyniku zmian r_1/r_2 i Z przy różnych kształtach i różnych szerokościach kanału, stwierdzono, że:

- na wartość A/A_E wpływa głównie liczba łopatek, zaś kształt i szerokość kanału mają znaczenie drugorzędne;
- nachylenie charakterystyki, które reprezentuje współczynnik B/B_E zmienia się wraz z kształtem i kątem opasania. Szerokość kanału i liczba łopatek praktycznie na nachylenie nie wpływają^{x)}.

Największe procentowe odchylenie współczynnika B, jakie stwierdzono dla typowego kształtu W3 w stosunku do spirali logarytmicznej, wynosi ok. -17% ($d_1/d_2 = 0,3$, $Z = 9$, stała szerokość kanału, $\beta_0 = 20^\circ$); charakterystyka przepływu wirnika z kształtem W3 jest mniej stroma. Ponieważ jednak dla tych wirników, w których $r_1 \ll r_k$ odchylenia wartości współczynnika A nie przekraczają praktycznie $\pm 1,5\%$, a w praktyce obszar pracy palisady zawiera się w granicach $0 < Q_{th} < 1/3 Q_{th \max}$, stąd wniosek, że wykresy podane przez Busemanna mogą być stosowane w praktyce również wtedy gdy łopatkka nie jest spiralą logarytmiczną, a szerokość kanału nie jest stała, z dość dobrą w praktyce dokładnością przy wyznaczaniu charakterystyki przepływu $H_{th} = f(Q_{th})$.

7. Podsumowanie

Wykazano, że wyniki analiz palisad wykonywane metodą punktów osobliwych są zgodne z pracami Busemanna, Acosty i Erharta. Możliwość uwzględniania dowolnego kształtu linii szkieletowej łopatkki, dowolnej wielkości szerokości kanału a także dowolnego punktu pracy i dowolnego kąta napływu na palisadę stanowi o przewadze opracowanej metody w stosunku do cytowanych

^{x)} Mowa jest tu o bezwymiarowej charakterystyce przepływu.

prac. Wniosek ten pozwolił na zastosowanie opracowanego algorytmu do sporządzenia Atlasu Palisad dla wirników odśrodkowych oraz na wykonanie szeregu indywidualnych analiz i projektów.

LITERATURA

- [1] Rohatyński R.: Theoretical investigations of flow in a diagonal pump impeller. Österreichische Ingenieur-Zeitschrift, Heft 10, Jg 17, Wien 1974.
- [2] Rohatyński R., Zieliński A., Salamon J.: Analiza palisady łopatek cienkich. Inst. Konstr. i Ekspł. Masz. Politechniki Wrocławskiej, raport nr 18, Wrocław 1973.
- [3] Busemann A.: Das Förderverhältnis radialer Kreiselpumpen mit logarithmisch-spiraligen Schaufeln, ZAMM, Bd. 8, Heft 5, Berlin 1928.
- [4] Acosta A.J.: An experimental and theoretical investigation of two-dimensional centrifugal pump impellers. Trans. ASME, Vol. 76, New York 1954.
- [5] Popczyk Z., Rohatyński R., Zieliński A.: Atlas palisad wirników pomp odśrodkowych. Inst. Konstr. i Ekspł. Masz. Politechniki Wrocławskiej, raport nr 280, Wrocław 1975.
- [6] Erhart F.: Busemanns Diagramme von radialen Laufrädern als Behelf für die Konstruktion von Turbopumpen. Maschinenbautechnik 1962, nr 6.
- [7] Rohatyński R., Zieliński A.: Wykorzystanie atlasu palisad do analizy i syntezy wirników pomp odśrodkowych. Inst. Konstr. i Ekspł. Masz. Politechniki Wrocławskiej, raport nr 319, Wrocław 1976.

ПРОВЕРКА МЕТОДА ОСОБЫХ ТОЧЕК ДЛЯ РАДИАЛЬНЫХ РАБОЧИХ КОЛЁС

Р е з ю м е

В статье сопоставлены результаты анализа решёток, полученных разработанным методом особых точек с аналитическими и экспериментальными данными, полученными Бусеманном, Ацостой и Эрхартом. Данное сопоставление относится к решёткам радиальных рабочих колёс.

VERIFICATION OF THE SINGULAR POINT METHOD FOR CENTRIFUGAL IMPELLERS

S u m m a r y

The paper confronts analysis results of cascades carried out by using an elaborate singular point method with the analytic and experimental data published by Busemann, Acosta and Erhart. The verification accomplished concerns centrifugal impeller cascades.