

Владимир А. ПАВЛЕНКО

Московский инженерно-строительный институт
им. В.В. Куйбышева

ЛУЧИСТЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ИЗЛУЧАЮЩЕ-ПОГЛОЩАЮЩИХ СРЕДАХ

Резюме. В работе представлен основанный на диффузионной аналогии анализ лучистого теплопереноса в серой полупрозрачной излучающе-поглощающей среде. Проанализировано влияние на теплообмен излучением оптической толщины среды и степени черноты границ.

Особенностью переноса тепла в излучающе-поглощающих (полупрозрачных) средах является его комбинированный характер, т.е. одновременное действие всех видов теплообмена — излучения, конвекции и теплопроводности.

Лучистый теплообмен в полупрозрачной среде, являясь крайне сложным процессом как с физической, так и с математической точек зрения, создает наибольшие затруднения при анализе сложного переноса энергии.

Особый характер лучистого теплообмена в полупрозрачных средах определяется не только прохождением фотонов через среду, но и собственным внутренним излучением последней и поэтому зависит от распределения температур в самом слое.

Поиски путей решения уравнений лучистого теплообмена привели к появлению методов, основанных на описании задачи хорошо изученным классом дифференциальных уравнений. Их преимущество заключается в том, что при решении задач сложного теплообмена дифференциальные уравнения излучения хорошо увязываются с дифференциальными уравнениями конвективного теплопереноса и теплопроводности.

Один из дифференциальных методов расчета — диффузионное приближение использует физическую и математическую аналогии переноса излучения и диффузионного потока частиц в теории диффузии.

Описание лучистого теплового потока в этом случае является достаточно простым

$$q_{\text{луч}} = -D \operatorname{grad} U, \quad (1)$$

где

D — коэффициент диффузии излучения,

U — плотность лучистой энергии.

Для серой нерассеивающей изотропно излучающей среды в условиях локального термодинамического равновесия при бесконечно большой оптической толщине τ_0 это выражение может быть преобразовано к следующему виду

$$q_{\text{луч}} = - \frac{4\pi^2 G_0}{3k} \text{grad } T^4, \quad (2)$$

где

- k - коэффициент поглощения,
- T - температура,
- G_0 - постоянная Стефана-Больцмана,
- n - показатель преломления среды.

Основным недостатком диффузионного приближения является его неспособность учесть влияние конечных значений τ_0 и излучающе-поглощающих свойств граничных поверхностей.

Это влияние предлагается учитывать изменением величины коэффициента диффузии излучения. В связи с этим в рассмотрение вводится оптико-геометрический параметр m , являющийся функционалом оптической толщины и степеней черноты границ ϵ

$$D = \frac{c}{m \cdot k}$$

Величина параметра m изменяется в таких пределах

$$3 \ll m < \infty$$

Выражение (2) приобретает следующую форму

$$q_{\text{луч}} = - \frac{4\pi^2 G_0}{m \cdot k} \text{grad } T^4 \quad (3)$$

Рассмотрим одномерную задачу о переносе тепла излучением между двумя бесконечными параллельными диффузно излучающими поверхностями с известными температурами T_1 и T_2 и степенями черноты ϵ_1 и ϵ_2 . Серая среда, ограниченная этими границами, полупрозрачна и имеет постоянные, не зависящие от температуры, коэффициент поглощения и показатель преломления. Толщина слоя - L_0 .

Используем следующие обозначения

$$\tau_0 = k \cdot L_0, \quad \chi = k \cdot S, \quad t = k \cdot x, \quad dt = k \cdot dx.$$

Изменение интенсивности излучения I при прохождении его вдоль пути dl с учетом поглощения и собственного излучения среды выражается так

$$\frac{dI}{dl} = \frac{kn^2\zeta_0 T^4}{\pi} - kI \quad (4)$$

Выражение (4) может быть преобразовано к следующей форме

$$\cos\theta \frac{dI}{dt} + I = \frac{n^2\zeta_0 T^4}{\pi} \quad (5)$$

Для решения этого уравнения составляются граничные условия

$$\zeta = 0 \quad I = \frac{E_{\text{эф1}}}{\pi}, \quad \mu = \cos\theta > 0 \quad (6)$$

$$\zeta = \zeta_0 \quad I = \frac{E_{\text{эф2}}}{\pi}, \quad \mu = \cos\theta < 0$$

Решение уравнения (5) с граничными условиями (6) имеет следующий вид

$$I = \frac{E_{\text{эф1}}}{\pi} \exp\left(-\frac{\zeta}{\mu}\right) + \frac{1}{\pi} \int_0^{\zeta} \frac{n^2\zeta_0 T^4(t)}{\mu} \exp\left(\frac{t-\zeta}{\mu}\right) dt \quad (7)$$

$$I = \frac{E_{\text{эф2}}}{\pi} \exp\left(\frac{\zeta_0 - \zeta}{\mu}\right) - \frac{1}{\pi} \int_{\zeta}^{\zeta_0} \frac{n^2\zeta_0 T^4(t)}{\mu} \exp\left(\frac{t-\zeta}{\mu}\right) dt \quad (8)$$

Тепловой поток излучением получается после интегрирования уравнений (7) и (8) по телесному углу по всей сфере

$$q_{\text{луч}} = 2E_{\text{эф1}} \cdot K_3(\zeta) - 2E_{\text{эф2}} \cdot K_3(\zeta_0 - \zeta) + 2 \int_0^{\zeta} n^2\zeta_0 T^4(t) K_2(\zeta - t) dt - \\ - 2 \int_{\zeta}^{\zeta_0} n^2\zeta_0 T^4(t) K_2(t - \zeta) dt, \quad (9)$$

где

$$K_n(\zeta) = \int_0^1 \mu^{n-2} \exp\left(-\frac{\zeta}{\mu}\right) dt$$

Первые два члена уравнения (9) описывают лучистые потоки, дошедшие до рассматриваемой плоскости S внутри слоя от граничных поверхностей с учетом ослабления излучения. Вторые два члена представляют тепловые потоки, создаваемые собственным излучением слоев среды, одного с оптической толщиной τ , другого - $\tau_0 - \tau$.

Эффективное излучение горячей поверхности I складывается из собственного и отраженного

$$E_{эф1} = \epsilon_1 n^2 \zeta_0 T_1^4 + (1 - \epsilon_2) E_{пад1} \quad (10)$$

Падающий на эту поверхность поток излучения $E_{пад1}$ определяется эффективным излучением холодной границы с учетом его ослабления при прохождении через слой среды с оптической толщиной ζ_0 и тепловым потоком, создаваемым излучением этого слоя

$$E_{пад1} = 2E_{эф2} \cdot K_3(\zeta_0) + 2 \int_0^{\zeta_0} K_2(t) n^2 \zeta_0 T^4(t) dt \quad (11)$$

Аналогичные выражения могут быть записаны для второй граничной поверхности.

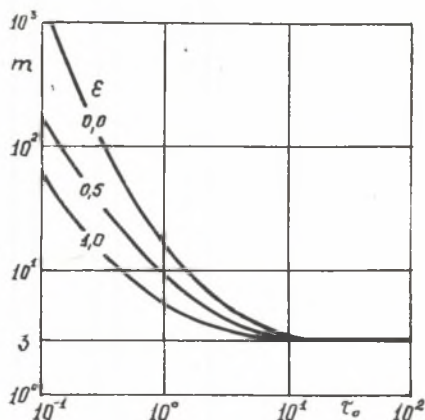


Рис. 1. Зависимость параметра m от оптической толщины τ_0 и степени черноты грани $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$

Решение системы уравнений позволяет получить выражения, определяющие величины эффективных тепловых потоков, излучаемых каждой поверхностью. Значения $E_{эф1}$ и $E_{эф2}$ теперь могут быть подставлены в уравнение (9), описывающее величину результирующего теплового потока, проходящего через произвольную плоскость S внутри слоя полупрозрачной среды.

Используем для решения указанного уравнения следующую зависимость [1]

$$T^4(t) = T_1^4 - (T_1^4 - T_2^4) \frac{\tau}{\zeta_0} \quad (12)$$

Тогда

$$q_{луч} = \frac{4n^2 \zeta_0}{m \cdot k} \frac{T_1^4 - T_2^4}{L_0} = \frac{4n^2 \zeta_0 (T_1^4 - T_2^4)}{m \cdot \zeta_0} \quad (13)$$

Совместное решение уравнений (9) и (13) с учетом (12) с использованием свойств экспоненциальных интегралов приводит к следующей зависимости для определения средней по слою величины оптико-геометрического параметра

$$m^{-1} = K_4(0) - \frac{K_5(0) - K_5(\tau_0)}{\tau_0} - \frac{K_4(0)}{\tau_0} [K_4(0) - K_4(\tau_0)]^2 \cdot \frac{2 - (\epsilon_1 + \epsilon_2) + 4(1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2)K_3(\tau_0)}{[1 - 4(1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2) \cdot K_3^2(\tau_0)]} \quad (14)$$

На рис. 1 представлены зависимости параметра m от степеней черноты границ для широкого диапазона оптических толщин. Анализ показывает, что расчет лучистого теплообмена в полупрозрачных средах для оптических толщин $\tau_0 < 10$ должен проводиться с обязательным учетом зависимости параметра m от оптической плотности слоя и излучающе-поглощающих свойств границ.

Для плоского слоя полупрозрачной среды выражение (13) может быть преобразовано к следующей безразмерной форме

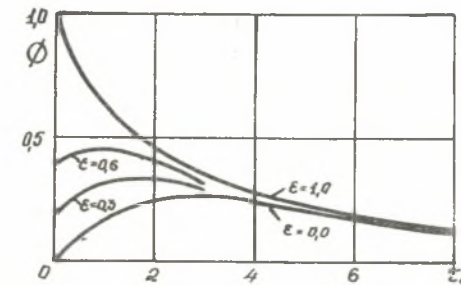


Рис. 2. Зависимость лучистого потока от τ_0 для различных степеней черноты границ ($\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$)

$$\phi = \frac{q_{луч}}{n^2 \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4)} = \frac{4}{m \cdot \tau_0} \quad (15)$$

Из рис. 2 видно, что все кривые при $\tau_0 \rightarrow 0$, стремятся к значениям, получаемым на основании известной формулы Христиансена

$$\phi \Big|_{\tau_0 \rightarrow 0} \rightarrow \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} \quad (16)$$

Характерным является то, что после значений $\tau_0 > 3$ все кривые в зависимости от значений степени черноты начинают постепенно сближаться и при дальнейшем увеличении оптической толщины монотонно стремятся к нулю. При больших значениях степени черноты ($\epsilon > 0,8$) величина теплового потока монотонно убывает при увеличении оптической плотности и в диапазоне $0 < \tau_0 < 3$. Однако для средних и низких значений ϵ наблюдается экстремальный характер функции ϕ , а это значит, что при определенных сочетаниях τ_0 и ϵ радиационный и сложный теплообмен через слой полупрозрачной среды будет иметь максимум.

Такому характеру зависимости ϕ можно дать следующее объяснение. При больших поглотительных способностях граничных поверхностей увеличение оптической плотности экранирующим образом влияет на лучистый поток и снижает

его, несмотря на появление радиационной теплопроводности, определяемой собственным излучением среды. При большой отражательной способности границ их собственное излучение мало. Увеличение оптической плотности приводит к возникновению дополнительного переноса тепла за счет излучения среды. При $\epsilon = 0$ только этот способ переноса формирует тепловой поток. Наблюдаемое возрастание теплообмена при $\epsilon < 0,8$ происходит до тех пор, пока среда не станет являться экранирующим сопротивлением тепловому потоку. Увеличение оптической плотности среды приводит к постепенному снижению роли радиационных свойств границ а для значений $\tau_0 > 10$ теплообмен практически не зависит от величины ϵ .

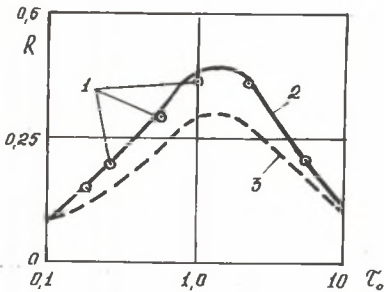


Рис. 3. Зависимость лучистого потока между средой и границей от τ_0 для $\epsilon = 1:1$ - по [2], 2 - по данной работе, 3 - по дифференциально-разностному методу [1]

Тепловой поток $q_{\text{луч}}$ излучаемый слоем среды на холодную поверхность может быть вычислен, как разность между результирующим потоком $q_{\text{луч}}$ и потоком тепла между поверхностями с учетом его ослабления средой $q_{\text{лучФ}}$

$$q'_{\text{луч}} = q_{\text{луч}} - q_{\text{лучФ}} = \frac{4n^2\epsilon_0(T_1^4 - T_2^4)}{m \cdot \tau_0} - 2K_3(\tau_0)\epsilon_0 \cdot n^2(T_1^4 - T_2^4)$$

В безразмерной форме получаем

$$R = \frac{q'_{\text{луч}}}{\epsilon_0 n^2 (T_1^4 - T_2^4)} = \frac{4}{m \cdot \tau_0} - 2K_3(\tau_0)$$

Рис. 3 позволяет еще раз убедиться в экстремальном характере собственного излучения слоя полупрозрачной среды, максимум которого при $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$ наблюдается при $1 < \tau_0 < 2$. В виде точек нанесены численные решения Х. Хоттеля [2], полученные на основе строгого и точного интегрального уравнения. Сопоставление показывает, решения по предлагаемому в настоящей работе методу отличаются хорошей точностью и практически совпадают с численными решениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адрианов В.Н.: Основы радиационного и сложного теплообмена. Москва 1972.
2. Hottel H.: Some problems in radiative transport. Int. Heat Transfer Conf., Colorado 1961.

WYMIANA ENERGII PROMIENISTEJ
W OŚRODKACH PROMIENIUJĄCO-POCHŁANIAJĄCYCH

S t r e s z c z e n i e

W pracy przedstawiono analizę wymiany energii promienistej w szarym półprzezroczystym ośrodku promieniująco-pochłaniającym. Analizę oparto na analogii przepływu energii promienistej i dyfuzyjnego strumienia cząstek w teorii dyfuzji. Przenalizowano wpływ optycznej grubości ośrodka i emisyjności jego brzegów.

HEAT TRANSFER BY RADIATION IN ABSORBING AND EMITTING MEDIA

S u m m a r y

The diffusion method is used in the paper to present the analysis of radiation heat transfer in a grey semitransparent absorbing and emitting medium. The effect of surface emissivity and optical thickness of the medium on heat transfer by radiation is shown.