

Stanisław Jerzy GDULA, Ryszard BIAŁECKI,
Andrzej SUCHETA

Instytut Techniki Ciepłej

METODA POMIARU WSPÓŁCZYNNIKA PRZEWODZENIA
CIEPŁA GÓROTWORU

Streszczenie. Zaproponowano szybką i prostą metodę pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła opartą na obserwowaniu szybkości wyrównywania temperatury sondy umieszczonej w ośrodku o temperaturze początkowej różnej od początkowej temperatury sondy. Metoda może być zastosowana do pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła materiałów słabo przewodzących ciepło takich jak górotwór, materiały sypkie itp.

Ważniejsze oznaczenia

a - współczynnik wyrównywania temperatury, m^2/s ,

c - ciepło właściwe, $J/kg K$,

F_0 - zredukowany czas, $F_0 = \frac{r a}{R^2}$,

h - zastępczy współczynnik przenikania ciepła dla warstwy kontaktowej, $W/m^2 K$,

H - zredukowany opór cieplny, $H = \frac{\lambda_G}{h \cdot R}$,

r - współrzędna, m ,

R - promień sondy, m ,

T - temperatura, K ,

T_p - początkowa temperatura sondy, K ,

T_0 - początkowa temperatura próbki, K ,

V - siła elektromotoryczna termopary, V ,

w - pojemność cieplna $w = c \cdot \rho$, $J/m^3 K$,

α - stosunek pojemności cieplnych, $\alpha = \frac{2 w_G}{w_S}$,

γ - stała Eulera, $\gamma = 0,5772\dots$,

ρ - bezwymiarowa współrzędna, $\rho = r/R$,

τ - czas, s ,

θ - bezwymiarowa temperatura, $\theta = \frac{T - T_0}{T_n - T_0}$,

Indeksy

-)_G - dotyczy próbki,
-)_S - dotyczy sondy,
- |_t - dotyczy chwili czasowej.

1. Wstęp

Najpowszechniej stosowanymi metodami pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła są metody oparte na równaniu ustalonego przewodzenia ciepła. Są one stosunkowo dokładne, jeżeli uda się realizować założone w ich teorii jednowymiarowe pole temperatury. Metody te nie są wolne od wielu wad. Najważniejsze z nich to długi czas pomiaru i wysoki koszt aparatury pomiarowej.

Ponadto w pewnych sytuacjach pomiar współczynnika przewodzenia ciepła powinien być przeprowadzony "in situ". Transport i odpajanie próbek pomiarowych wiąże się ze zmianą ich własności na skutek np. zmiany wilgotności, rozmrożenia, spękania itp.

Metoda oparta na nieustalonym przewodzeniu ciepła mimo, iż mniej dokładna, eliminuje wymienione wady metod stanu ustalonego. Proponowana metoda znajduje zastosowanie do pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła górotworu, materiałów sypkich, niektórych spożywczych itp.

Istota metody polega na umieszczeniu sondy pomiarowej w ośrodku o wyrównanej temperaturze początkowej, przy czym temperatura początkowa sondy jest różna od temperatury próbki. Ze zmiany temperatury sondy po upływie określonej chwili czasu wnioskuje się o współczynniku λ_G . Nie jest przy tym istotne czy początkowa temperatura sondy jest wyższa czy niższa od temperatury początkowej próbki. Jest to korzystne np. przy pomiarze współczynnika przewodzenia ciepła zamrożonego górotworu. Przed pomiarem w tym przypadku należy sondę wstępnie oziębic do temperatury niższej od temperatury gruntu. W ten sposób unika się błędów spowodowanego efektem cieplnym przemiany fazowej (rozmarzaniem) gruntu.

2. Model matematyczny przepływu ciepła w sondzie i próbce [1], [2]

Przyjęto następujące założenia upraszczające:

- próbka jest ośrodkiem nieskończenie rozległym ograniczonym od wewnątrz powierzchnią cylindryczną, wewnątrz której znajduje się sonda,
- sonda wykonana jest z materiału o nieskończenie wielkiej przewodności cieplnej i ma nieskończoną długość,
- przed pomiarem temperatury próbki i sondy są różne lecz wyrównane i wynoszą odpowiednio T_0 , T_p .

Z założeń tych wynika następujące zagadnienie brzegowo-początkowe

$$\frac{\partial^2 \theta_G}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial \theta}{\partial \varrho} G - = \frac{\partial \theta}{\partial F_0} G \quad \varrho \geq 1 \quad (1)$$

$$\theta_G = 0 \quad F_0 = 0 \quad (2)$$

$$\theta_S = 1 \quad F_0 = 0 \quad (3)$$

$$\lim_{\varrho \rightarrow \infty} \varrho \frac{\partial \theta}{\partial \varrho} G = 0 \quad (4)$$

$$\lim_{\varrho \rightarrow \infty} \varrho \theta_G = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d \theta_S}{d F_0} = \alpha \frac{\partial \theta}{\partial \varrho} G \quad \varrho = 1 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \theta_G}{\partial \varrho} = \frac{\theta_G - \theta_S}{H} \quad \varrho = 1 \quad (7)$$

Zagadnienie powyższe może być rozwiązane metodą transformacji Laplace'a. Niewiadoma funkcja temperatury sondy może być przedstawiona w postaci całki niewłaściwej

$$\theta_S = \frac{4\alpha}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp(-F_0 u^2)}{u \Delta(u)} du, \quad (8)$$

gdzie:

$$\Delta(u) = \left[u J_0(u) - (\alpha - H u^2) J_1(u) \right]^2 + \left[u Y_0(u) - (\alpha - H u^2) Y_1(u) \right]^2$$

zaś J_1 , Y_1 oznaczają funkcje Bessela rzędu "1" odpowiednio pierwszego i drugiego rodzaju.

Wartość całki (8) może być obliczona numerycznie [3]. Dla małych liczb Fouriera wartość całki wygodnie jest obliczać z rozwinięć asymptotycznych

$$\theta_S = 1 - \alpha F_0 / H + O(F_0^{3/2}) \quad \text{gdy} \quad H \neq 0 \quad (9)$$

$$\theta_S = 1 - 2\alpha \sqrt{\frac{F_0}{\pi}} + \alpha \left(\alpha - \frac{1}{2} \right) F_0 + O(F_0^{3/2}) \quad \text{gdy} \quad H = 0 \quad (10)$$

Dla dużych wartości liczby Fouriera słuszne jest rozwinięcie [1], [2]

$$\theta_S = \frac{1}{2\alpha Fo} + \frac{4H - \alpha}{4\alpha^2 Fo^2} - \frac{\alpha - 2}{4\alpha^2 Fo^2} \left(\ln \frac{4Fo}{c} - 1 \right) + O(Fo^{-3} \ln Fo), \quad (11)$$

gdzie $c = \exp(\gamma)$.

3. Zastosowanie modelu do pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła

Funkcja $\theta_S = F(Fo, \alpha, H)$ jest funkcją monotoniczną ze względu na liczbę Fouriera, można więc ją rozwickać ze względu na wielkość λ_G otrzymując:

$$\lambda_G = \frac{\alpha R^2}{2\tau} w_S F^{-1}(\theta_S, \alpha, H). \quad (12)$$

W wypadku ciał sypkich wielkość H można przyjąć za równą zero. W innych wypadkach wielkość H można uczynić małą, np. przez stosowanie past dobrze przewodzących ciepło. Parametr α dla materiałów niemetalicznych, sypkich itp. zmienia się w bardzo małym zakresie. Jeśli nie dysponujemy wielkościami ρ_G i c_G z pomiaru, wystarczy stałe te oszacować, gdyż wartość λ_G słabo zależy od α .

Wielkości R i w_S są charakterystyczne dla danej sondy i można je bez trudu wyznaczyć. Mierzac zmienność θ_S w czasie można ze wzoru (12) obliczyć wartości λ_G jeśli znana jest funkcja $F^{-1}(\theta_S, \alpha, H)$. Wartości funkcji $\lambda_G = \lambda_G(\theta_S, \alpha, H = 0; \tau)$ obliczono dla konkretnych parametrów sondy.

$$R = 0,0032 \text{ m}, \quad w_S = 3,2613 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3 \text{ K}$$

i czasów $\tau = 60, 75, 90$ s. Zależności te przedstawiono na rys. 3, 4, 5.

Pomiar λ_G polega na pomiarze zredukowanej temperatury sondy w jednej z chwil czasu $\tau = 60, 75, 90$ s i odczytaniu λ_G z odpowiedniego wykresu. Dzięki różnicowemu układowi termopar w sondzie (patrz rys. 1) wielkość θ_S obliczona jest (przy założeniu linowości charakterystyki termopary) z prostego wzoru

$$\theta_S = \frac{\Delta V|_{\tau}}{\Delta V|_{\tau=0}}$$

4. Budowa urządzenia pomiarowego

Z założeń uproszczających przyjętych w modelu matematycznym wynikają zalecenia dotyczące kształtu, wielkości oraz wyboru materiału konstrukcyjnego sondy. Model matematyczny przepływu ciepła obowiązuje dla sondy nieskończenie długiej, wykonanej z materiału o nieskończenie dużym współczynnikiem przewodzenia ciepła. W praktyce pierwszy postulat jest spełniony jeżeli stosunek średnicy sondy do jej długości jest dostatecznie mały. Średnicy sondy przy jej projektowaniu nie można przyjmować dowolnie.

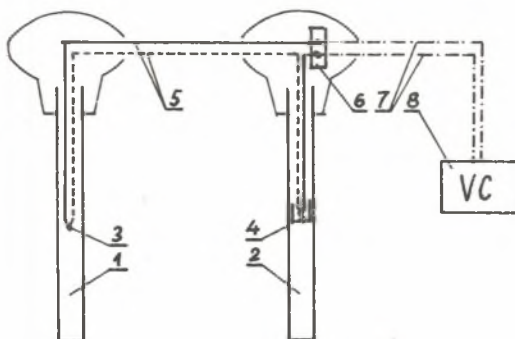
Ograniczeniem jest tutaj zmniejszenie wytrzymałości na zginanie i skłonność do wyboczeń, występująca dla cienkich prętów. Mała średnica sondy utrudnia zainstalowanie w niej termopar.

Jako materiał konstrukcyjny przyjęto miedź, ze względu na wysoką wartość współczynnika przewodzenia ciepła tego metalu ($\lambda = 395 \text{ W/m K}$). Do pomiaru temperatury sondy służą termopary żelazo-konstantan zainstalowane w osi sondy w połowie jej czynnej długości. Termopary są połączone w układzie kompensacyjnym, co powoduje, że woltomierz cyfrowy wskazuje się termoelektryczną proporcjonalną do różnicy temperatur $T_S - T_G$ obu sond.

Spoina termopary zainstalowanej wewnątrz sondy odniesienia jest od niej odizolowana elektrycznie. Ma to na celu zapobiec wpływom prądów błądzących w próbce na wyniki pomiarów. Sondę odniesienia przed pomiarem umieszcza się w gruncie, aby jej temperatura wyrównała się z temperaturą gruntu.

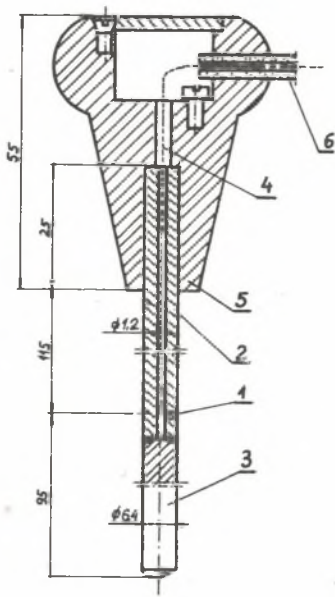
Sonda pomiarowa posiada zasadniczą różnicę konstrukcyjną w porównaniu z sondą odniesienia. Termopara zainstalowana wewnątrz niej ma zapewniony metaliczny kontakt. W ten sposób osiągnięto skrócenie do minimum stałej czasowej przyrządu.

Spoina termopary jest przylutowana cyną do ścianki sondy pomiarowej, podczas gdy w sondzie odniesienia spoina jest osadzona na żywicy epoksydowej. Każda z sond posiada głowicę wykonaną z materiału o niskim współczynnikiem przewodzenia ciepła. Głowica umożliwia łatwe umieszczanie sondy w otworze pomiarowym. W wydrążeniu głowicy sondy pomiarowej znajdują się połączenia termopary z przewodem kompensacyjnym. Głowica sondy odniesienia zawiera wewnątrz miedzianą płytkę z dwoma otworami. W otworach tych zostały umieszczone zaizolowane połączenia elektryczne termopar z miedzianymi przewodami łączącymi sondę z woltomierzem cyfrowym. Miedziana płytka wyrównawcza służy do zapewnienia jednakowej temperatury połączeń przewodów termopar z przewodem do woltomierza cyfrowego. Takie rozwiązanie eliminuje możliwość powstania w obwodzie pomiarowym dodatkowych sił termoelektrycznych fałszujących wyniki pomiarów. Przewód kompensacyjny łączący obie sondy jest przewodem z tych samych materiałów co termopary. Do pomiaru siły termoelektrycznej zastosowano woltomierz cyfrowy typu V 534.



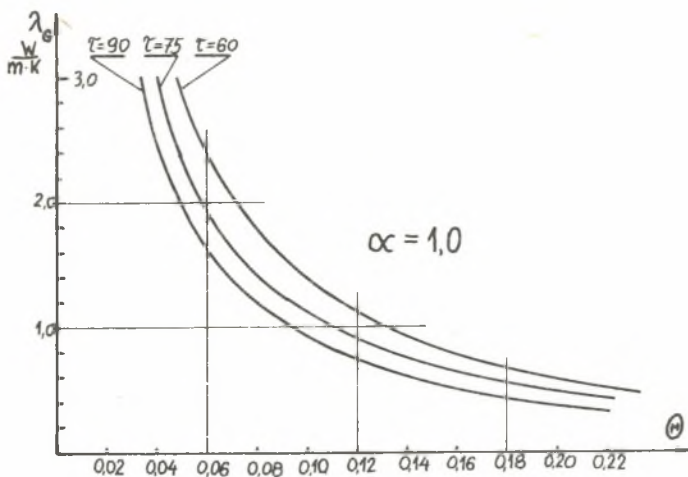
Rys. 1. Schemat urządzenia pomiarowego

1 - sonda pomiarowa, 2 - sonda odniesienia, 3, 4 - spoiny termopar, 5 - przewody kompensacyjne, 6 - płytki wyrównawcza, 7 - przewody elektryczne, 8 - woltomierz cyfrowy

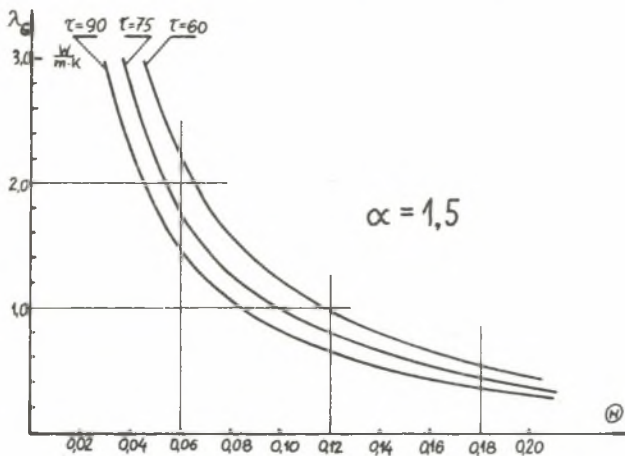


Rys. 2. Konstrukcja sondy

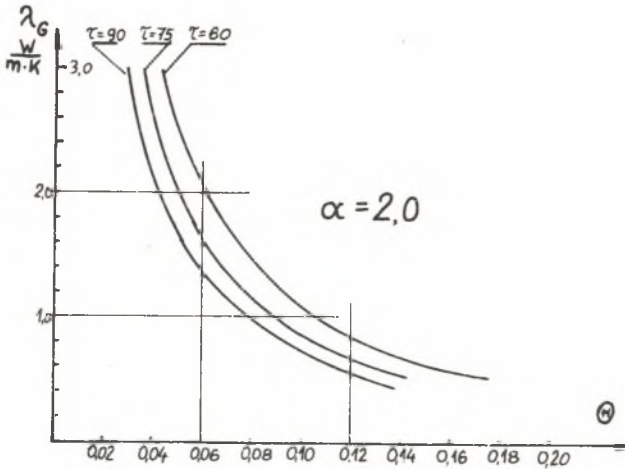
1 - spoina termopary, 2, 3 - pręt sondy, 4 - przewody termopary, 5 - uchwyt z tekstolitu, 6 - wyprowadzenie przewodów termopary



Rys. 3. Zależność $\lambda_G = \lambda_G(\theta)$ dla $\alpha = 1,0$



Rys. 4. Zależność $\lambda_G = \lambda_G(\theta)$ dla $\alpha = 1,5$



Rys. 5. Zależność $\lambda_G = \lambda_G(\theta_G)$ dla $\alpha = 2.0$

5. Wnioski

Zaproponowana szybka, prosta i tania metoda umożliwia pomiar "in situ" współczynnika przewodzenia ciepła gorotworu (także zamrożonego). Metoda znajduje zastosowanie do materiałów o niskiej wartości współczynnika przewodzenia ciepła. Przeprowadzone badania [5] wskazują, że błąd proponowanej metody w porównaniu z metodą klasyczną nie przekracza 10%.

LITERATURA

- [1] Carslaw H., Jaeger J.: Conduction of Heat in Solids. Clarendon Press Oxford 1959.
- [2] Jaeger J.: Conduction of Heat in an Infinite Region Bounded Internally by a Circular Cylinder of a Perfect Conductor. Australian Journal of Physics, Vol. 9, (1956) 167-179.
- [3] Benson G., Benjamin L.: Numerical values of Some Integrals Occuring in the Theory of Heat Conduction Within Cylindrically Symmetrics Regions. Canadian J. Phys., Vol. 40 Nr 3 (1962) 317-321.
- [4] Pitchie R., Sakakura A.: Asymptotic Expansions of Solutions of the Heat Conduction Equation in Internally Bounded Cylindrical Geometry. J. Appl. Phys. Vol. 37, nr 12, (1956), 1453-1459.
- [5] Figa A., Drożdż R.: Zastosowanie metody sondy do wyznaczania współczynnika przewodzenia ciepła materiałów sypkich. Praca magisterska Gliwice 1977 (praca w druku).

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД

Р е з ю м е

Представлен простой метод определения коэффициента теплопроводности, основанный на наблюдении скорости выравнивания температуры зонда, помещённого в среде, имеющей другую начальную температуру, чем начальная температура зонда. Метод может применяться для измерения коэффициента теплопроводности материалов плохо проводящих тепло, как горные породы, сыпучие материалы и др.

A METHOD OF MEASURING THERMAL SOIL CONDUCTIVITY

S u m m a r y

A simple and rapid method of measuring thermal conductivity based on observing the speed of equalizing of the temperature of probe immersed in the medium whose initial temperature differs from that of the probe is proposed. The method can be used for measuring thermal soil conductivity, bulk materials and other insulating media.