ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1978

Seria: ENERGETYKA z. 67 Nr kol. 563

Maciej PRUS
Instytut Maszyn i Urządzeń Energetycznych

Jan SKŁADZIEŃ
Instytut Techniki Cieplnej

WYZNACZANIE ROZKŁADÓW TEMPERATURY W WYKŁADZINIE KOMINÓW W STANACH NIEUSTALONYCH

Streszczenie. W pracy podano metodę analityczną i numeryczną wyznaczenia rozkładu temperatury w ścianie komina podczas ochładzania. Rozważania zilustrowano przykładem liczbowym.

Wstęp

Celem pracy jest wyznaczenie rozkładu temperatury w ścianie komina podczas ochładzania, tzn. po przerwaniu pracy kotła. W szczególności istotny jest rozkład ten w chwili osiągania przez czynnik wewnątrz komina temperatury minimalnej. Gradient temperatury na powierzchni wewnętrznej przyjmuje wtedy maksymalną wartość. Gradientowi temu odpowiadają określone naprężenia termiczne. Przy zbyt gwałtownym ochładzaniu komina naprężenia te mogą spowodować pęknięcia wykładziny.

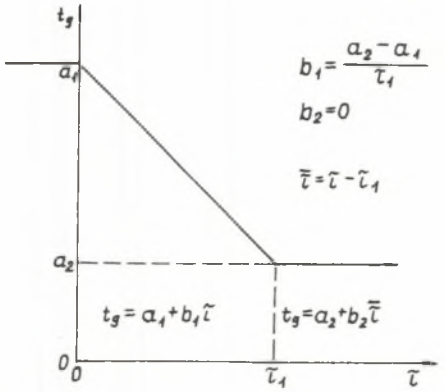
Zagadnienia przewodzenia ciepła można rozwiązywać na drodze analitycznej lub numerycznej. Zaletą metod analitycznych jest możliwość otrzymania rozwiązania w postaci ogólnej. Obliczenia cyfrowe w takim przypadku są na ogół dość proste. Wadą rozwiązań analitycznych jest konieczność wykonania wielu operacji algebraicznych niejednokrotnie bardzo złożonych i czasochłonnych, a przede wszystkim konieczność przyjęcia szeregu założeń upraszczających, zmieniających nieraz w sposób wyraźny istotę zjawiska. W bardziej złożonych przypadkach zatem możliwe jest stosowanie jedynie metod numerycznych [3].

W pracy rozpatrzono rozkład temperatury w ścianie komina od momentu rozpoczęcia jego ochładzania, przy czym zagadnienie rozwiązano na drodze analitycznej i numerycznej. W obu przypadkach założono, że w chwili początkowej występuje rozkład temperatury odpowiadający ustalonemu przenikaniu ciepła od gorących spalin do otoczenia. Przyjęto, że rozkład temperatury w ścianie jest taki, jak w przypadku nieskończenie rozległej płaskiej płyty. Uzasadnione to jest dużą wartością stosunku promienia do grubości ściany. Podana metoda zatem odnosi się ogólnie do ścian płaskich wielowarstwo-

wych. Przyjęto również zwykle stosowane uproszczenia dotyczące stałości własności cieplnych materiałów. W metodzie analitycznej poczyniono dodatkowe uproszczenia. Założono, że temperatura czynnika wewnątrz komina maleje liniowo w funkcji czasu aż do momentu osiągnięcia wartości minimalnej. Możliwe jest również przyjęcie zależności tej temperatury od czasu w postaci linii łamanej, jednak spowoduje to znaczne skomplikowanie zależności końcowych. Przyjęto, że współczynnik wnikania ciepła wewnątrz komina zmienia się skokowo w chwili rozpoczęcia ochładzania oraz w momencie osiągnięcia przez gaz w kominie temperatury minimalnej. Rozpatruje się jedynie warstwę wewnętrzną i zakłada się, że jest ona z jednej strony doskonale zaizolowana cieplnie. W rzeczywistości z tej strony znajduje się szczelina powietrzna oraz warstwa izolacji termicznej. Przyjęcie takiego założenia jest zatem uzasadnione przy rozpatrywaniu niezbyt długich okresów czasu. Przy obliczeniach numerycznych - w pracy zastosowano równania różnicowe z ilorazem centralnym - można założyć dowolną postać funkcji określającej zmienność temperatury czynnika i współczynnika wnikania ciepła wewnątrz komina. W przykładzie liczbowym obie te wielkości aproksymowano za pomocą linii łamanej. Rozpatrzono całą ścianę komina składającą się z kilku warstw, przy czym szczelinę powietrzną potraktowano jak warstwę materiału o zastępczym współczynniku przewodzenia ciepła, uwzględniającym promieniowanie oraz konwekcję w szczelinie. Przyjęto stałość temperatury otoczenia oraz współczynnika wnikania ciepła na zewnątrz komina.

1. Rozwiązanie analityczne

W celu znalezienia rozkładu temperatury w wykładzinie komina rozpatrzono nieskończenie rozległą płytę o grubości δ. Środek układu współrzędnych znajduje się na powierzchni zaizolowanej cieplnie; powierzchni stykającej się z gazem wewnątrz komina odpowiada zatem współrzędna przestrzenna $x = \delta$. Czynnik w kominie posiada temperaturę zmienną w czasie, jak na rys.1. Chwila $\tau = 0$ odpowiada początkowi procesu ochładzania. Począwszy od chwili τ_1 temperatura gazu stabilizuje się. Rozwiązanie zagadnienia ma inną końcową postać dla czasu $\tau = 0 \div \tau_1$, inną zaś dla $\tau \geq \tau_1$. W pierwszym przypadku warunkiem początkowym jest rozkład temperatury t w stanie



Rys. 1. Założona zmiana w czasie temperatury t_g czynnika wewnątrz komina

ustalonym, będący liniową funkcją zmiennej x. Dla drugiego rozpatrywanego przedziału czasu warunkiem początkowym jest funkcja otrzymana uprzednio w chwili τ_1. Zakłada się, że w obu przedziałach czasu współczynniki wnikania ciepła α wewnątrz komina są stałe, choć w każdym przedziale mogą być inne. Dla obu przypadków równanie przewodzenia ciepła z warunkami granicznymi ma postać:

$$\frac{\lambda}{c \cdot \varrho} \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

$$t\Big|_{\tau=0} = t_p(x)$$

$$\frac{\partial t}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0$$

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial x}\Big|_{x=\delta} = \alpha\left(t\Big|_{x=\delta} - tg\right); \qquad tg = a + b\tau$$

W powyższych wzorach λ, c i ϱ oznaczają współczynnik przewodzenia ciepła, pojemność cieplną właściwą i gęstość materiału. Dla przypadku $\tau > \tau_1$ w miejscu zmiennej τ wystąpi $\overline{\tau} = \tau - \tau_1$. Przedstawione równania można sprowadzić do postaci:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} = \frac{\partial T}{\partial FO}$$

$$T\Big|_{FO=0} = T_p(\xi)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \xi}\Big|_{\xi=0} = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial \xi}\Big|_{\xi=1} + BiT\Big|_{\xi=1} = Bi \cdot b \cdot FO,$$

gdzie:

$$\xi = \frac{x}{\delta}; \qquad FO = \frac{\lambda \cdot \tau}{c \cdot \varrho \cdot \delta^2}$$

$$Bi = \frac{\alpha \cdot \delta}{\lambda}; \quad T = t - a$$

Rozwiązanie przedstawionego zagadnienia, które można otrzymać w prosty sposób metodą rozdziału zmiennych i przez założenie wyniku w postaci sumy całki ogólnej i szczególnej, ma postać:

$$T = b \cdot FO - \frac{b}{2}(1 - \xi^2) - \frac{b}{B_i} + 2 \cdot \sum_{i=1}^{\infty}\left(\mu_i C_i + b\,\frac{\sin\mu_i}{\mu_i^2}\right) \cdot \frac{\cos(\mu_i \xi)}{\mu_i + \sin\mu_i \cos\mu_i} \cdot e^{-\mu_i^2 FO},$$

gdzie:

$$C_i = \int_0^1 T_p(\xi)\,\cos(\mu_i \xi)\,d\xi$$

Wartości własne μ_i będące rozwiązaniem równania:

$$\frac{\mu}{B_i} = \mathrm{ctg}\,\mu$$

można w obliczeniach za pomocą EMC wyznaczyć np. na podstawie [1].
Dla przedziału czasu $\tau = 0 \div \tau_1$:

$$T_p = A + B\xi,$$

a stąd:

$$T = b_1 \cdot FO - \frac{b_1}{2}(1 - \xi^2) - \frac{b_1}{B_i} + 2\sum_{i=1}^{\infty}\left[A + B\left(\frac{1}{B_i} + 1 - \frac{1}{\mu_i \sin\mu_i}\right) + \frac{b_1}{\mu_i^2}\right]\frac{\sin\mu_i \cos(\mu_i \xi)}{\mu_i + \sin\mu_i \cos\mu_i}\, e^{-\mu_i^2 FO}$$

Po podstawieniu do powyższej zależności bezwymiarowego czasu FO_1 odpowiadającego chwili τ_1 otrzyma się wyrażenie określające rozkład temperatury w krytycznym, ze względu na naprężenia termiczne, momencie. Wyrażenie to jest równocześnie warunkiem początkowym T_p dla drugiego rozpatrywanego przedziału czasu. Po uwzględnieniu tego warunku otrzymuje się:

$$\bar{T} = 2\sum_{i=1}^{\infty}\left\{\left[\left(FO_1 - \frac{1}{B_i} + \frac{a_1 - a_2}{b_1}\right)\sin\bar{\mu}_i + \frac{1}{\bar{\mu}_i}\left(\cos\bar{\mu}_i - \frac{\sin\bar{\mu}_i}{\bar{\mu}_i}\right)\right]\frac{b_1}{\bar{\mu}_i} + \sum_{j=1}^{\infty}\left[A + B\left(\frac{1}{B_i} + 1 - \right.\right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{1}{\mu_j \sin\mu_j}\right) + \frac{b_1}{\mu_j^2}\right] \cdot \left[\frac{\sin(\mu_j - \bar{\mu}_i)}{\mu_j - \bar{\mu}_i} + \frac{\sin(\mu_j + \bar{\mu}_i)}{\mu_j + \bar{\mu}_i}\right]\frac{\sin\mu_j}{\mu_j + \sin\mu_j \cos\mu_j} \cdot e^{-\mu_j^2 FO_1}\Bigg] \cdot$$

$$\cdot \frac{\bar{\mu}_i \cos(\bar{\mu}_i \xi)}{\bar{\mu}_i + \sin\bar{\mu}_i \cos\bar{\mu}_i} \cdot e^{-\bar{\mu}_i^2 \bar{FO}}$$

Wielkości oznaczone kreską u góry odnoszą się do drugiego przedziału czasowego, np.:

$$T = t - a_1; \quad \bar{T} = t - a_2; \quad FO = \frac{\lambda \cdot \tau}{c \cdot \varrho \cdot \delta^2}; \quad \overline{FO} = \frac{\lambda \cdot (\tau - \tau_1)}{c \cdot \varrho \cdot \delta^2}$$

Gdy współczynniki wnikania ciepła w obu przedziałach są takie same, to wówczas:

$$\alpha = \bar{\alpha}; \quad Bi = \overline{Bi}; \quad \mu_i = \bar{\mu}_i$$

Dla tego przypadku temperatura $\bar{T}$ jest określona wzorem:

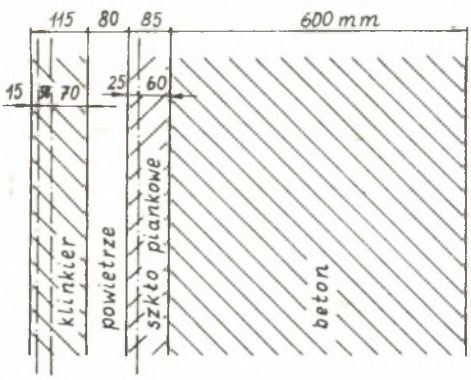
$$\bar{T} = 2 \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \left[\left(FO_1 - \frac{1}{B_i} + \frac{a_1 - a_2}{b_1} \right) \sin\mu_i + \frac{1}{\mu_i} \left(\cos\mu_i - \frac{\sin\mu_i}{\mu_i} \right) \right] b_1 + \right.$$

$$\left. + \sin\mu_i \left[A + B\left(\frac{1}{B_i} + 1 - \frac{1}{\mu_i \sin\mu_i} \right) + \frac{b_1}{\mu_i^2} \right] e^{-\mu_i^2 FO_1} \right\} \frac{\cos(\mu_i \xi)}{\mu_i + \sin\mu_i \cos\mu_i} e^{-\mu_i^2 \overline{FO}}$$

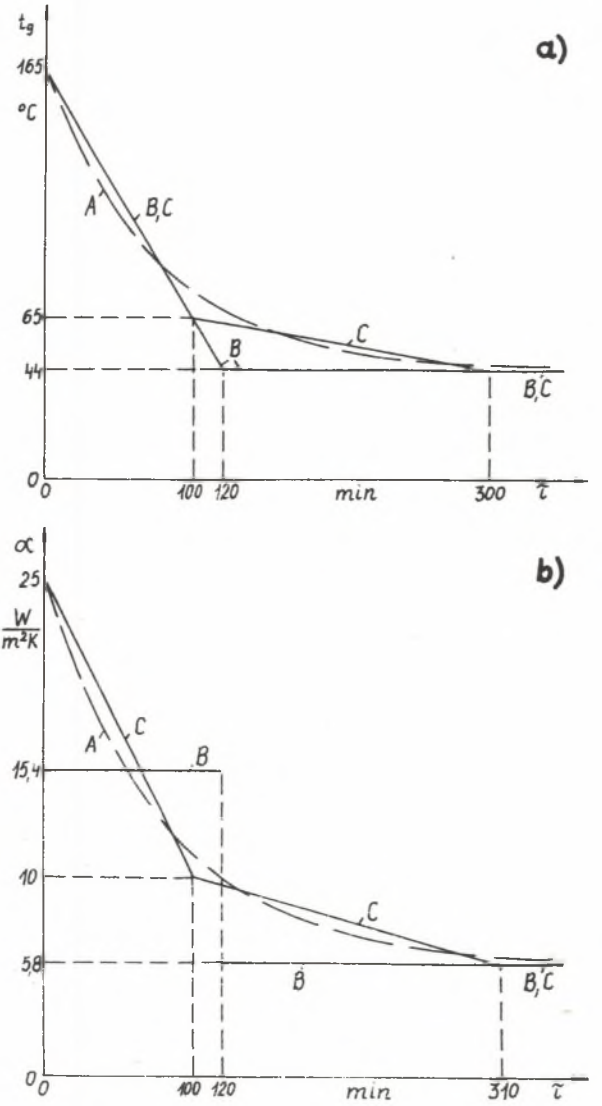
W podobny sposób można postępować przy rozpatrywaniu większej ilości przedziałów czasowych pod warunkiem, że w każdym z nich współczynnik wnikania ciepła wewnątrz komina jest stały, temperatura zaś czynnika zmienia się liniowo w czasie.

2. Rozwiązanie numeryczne

W przypadku wykonywania obliczeń metodą numeryczną wygodnie jest zastosować równania różnicowe z ilorazem centralnym [2, 3]. Szczegółowy opis zastosowanego w pracy algorytmu podany jest w [2]. Rozpatrywany obszar dzieli się na elementy różnicowe np. w sposób pokazany na rys. 2. W równaniach różnicowych występują charakterystyczne temperatury dla każdej warstwy na początku i na końcu rozpatrywanego przedziału czasu. Temperatury te odnoszą się do środkowych węzłów każdej warstwy. W przykładzie podanym w [2] w równaniach występuje temperatura powierzchni wewnętrznej. Przy znanym współczyn-

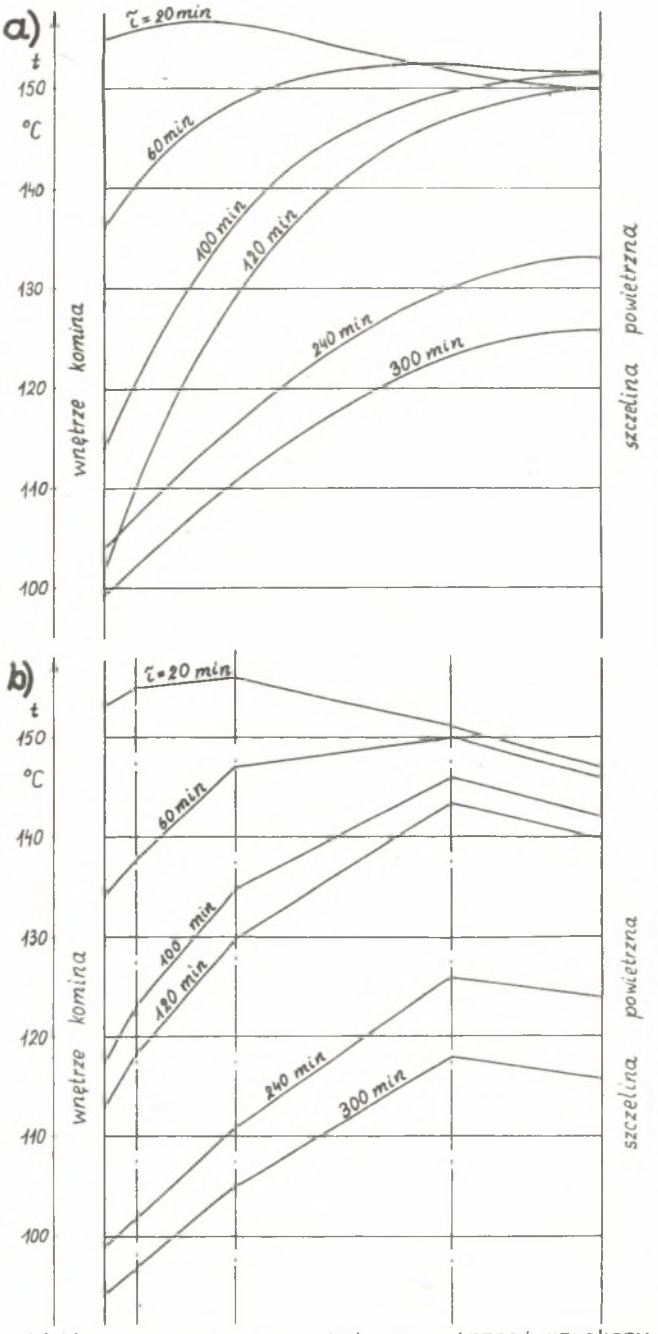


Rys. 2. Przekrój ściany komina wraz z przyjętym podziałem różnicowym



Rys. 3. Przebieg zmian

a) temperatury czynnika, b) współczynnika wnikania ciepła wewnątrz komina: A - rzeczywisty, B - przyjęty w obliczeniach analitycznych, C - przyjęty w obliczeniach różnicowych



Rys. 4. Rozkład temperatury w warstwie wewnętrznej uzyskany metodą a) analityczną, b) różnicową

niku wnikania ciepła wewnątrz komina oraz przy znanym przebiegu temperatury czynnika temperaturę powierzchni wewnętrznej na końcu interwału czasu można [4] wyrugować z warunku brzegowego i otrzymuje się wówczas układ równań liniowych. Rozwiązaniem tego układu są temperatury w poszczególnych węzłach na końcu rozpatrywanego interwału czasu.

3. Przykład liczbowy

Przykładowe obliczenia wykonano dla ściany komina [4] pokazanej na rys. 2. Przyjęto następujące własności fizyczne (współczynnik przewodzenia ciepła λ, $\frac{W}{mK}$, gęstość ϱ, $\frac{kg}{m^3}$ oraz pojemność cieplną właściwą c, $\frac{J}{kg\ K}$) dla klinkieru, szkła piankowego i betonu:

- klinkier: $\varrho = 1900$; $c = 880$; $\lambda = 0{,}73$
- szkło: $\varrho = 500$; $c = 840$; $\lambda = 0{,}0145 + 0{,}000725 \cdot t$,
- beton: $\varrho = 1900$; $c = 840$; $\lambda = 1{,}16$.

Rzeczywisty i przyjęty w obliczeniach przebieg zmienności temperatury czynnika oraz współczynnika wnikania ciepła wewnątrz komina pokazano na rys. 3. W obliczeniach różnicowych przyjęto ponadto, że otoczenie posiada temperaturę $-10^{o}C$, współczynnik wnikania ciepła na zewnątrz komina wynosi 20 $\frac{W}{m^2\ K}$ oraz, że emisyjność powierzchni otaczających szczelinę powietrzną jest równa 0,8. Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunkach 4. Rys. 4a obrazuje rozkład temperatury otrzymany metodą analityczną dla wybranych momentów czasu w warstwie klinkieru. Rys. 4b zawiera wykresy zmienności temperatury w ścianie komina otrzymane w rezultacie obliczeń wykonanych za pomocą równań różnicowych z ilorazem centralnym.

Metoda analityczna jest bardziej przydatna od różnicowej w przypadku niewielkich zmian współczynnika wnikania ciepła oraz, gdy zmiana temperatury gazu w kominie jest w przybliżeniu liniowa. W przeciwnym przypadku, jak również przy rozpatrywaniu procesów trwających przez dłuższy okres czasu, dokładniejsze wyniki daje metoda różnicowa.

LITERATURA

[1] Gdula S.J.: Pierwiastki równania charakterystycznego dla nieustalonego, symetrycznego przewodzenia ciepła w płycie, ZN Pol.Śl. Energetyka 57.

[2] Kostowski E.: Analiza czynników wpływających na zużycie paliwa podczas nagrzewania wsadu w piecu wgłębnym, praca habilitacyjna, ZN, Pol. Śl. Energetyka 49.

[3] Szargut J.: Metody numeryczne w obliczeniach cieplnych pieców przemysłowych, Wyd. Śląsk, Katowice 1977.

[4] Opracowanie NB-175/RME-3/74/75, praca zbiorowa pod red. E.Kostowskiego, maszynopis, ITC, Politechnika Śląska, Gliwice 1975-76.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ФУТЕРОВКЕ ДЫМОВЫХ ТРУБ В НЕУСОЙЧИВОМ СОСТОЯНИИ

Р е з ю м е

В статье приведён аналитический и численный метод определения распределения температуры в стене дымовой трубы во время охлаждения.Приведён численный пример.

DETERMINING TEMPERATURE DISTRIBUTIONS IN CHIMNEY WALLS DURING COOLING

S u m m a r y

In the paper an analytical and numerical method of determining temperature distributions in chimney walls during cooling is shown. An example demonstrates a way of using the method.