ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1978

Seria: ENERGETYKA z. 69 Nr kol. 565

Stanisław Jerzy GDULA

Instytut Techniki Cieplnej

LICZBA PRZEPŁYWU I KRYTYCZNY STOSUNEK CIŚNIEŃ DLA PRZEGRZANEJ PARY WODNEJ

Streszczenie: Dla przepływu izentropowego wyznaczono zależność krytycznego stosunku ciśnień oraz liczby przepływu masy do parametrów spoczynkowych strumienia. Parę wodną traktowano jak gaz rzeczywisty, stosując termiczne równanie stanu (10). Wykazano, że stosowanie równań gazu doskonałego, przy stałym wykładniku adiabaty, prowadzi do istotnych błędów.

Do obliczeń przepływów izentropowych, a w szczególności do obliczeń dysz stosuje się powszechnie równanie gazu doskonałego, operując przy tym stałą wartością wykładnika adiabaty. W nielicznych publikacjach [2, 3], przy rozpatrywaniu przepływów pary wodnej traktowano ją jak gaz rzeczywisty.

Jeżeli dane są parametry spoczynkowe p_o, T_o strumienia, to parametry krytyczne p_k, T_k tego strumienia można uzyskać dwoma drogami. Pierwsza z nich polega na wykorzystaniu faktu wystąpienia w przekroju krytycznym lokalnej prędkości dźwięku, co wraz z warunkiem izentropowości przepływu daje układ równań

$$i(T,p) - i_o = \frac{1}{2} a^2(T,p), \tag{1}$$

$$s(T,p) = s_o. \tag{2}$$

Rachunkowo, szczególnie skomplikowane jest równanie (1), gdyż dla obliczenia prędkości dźwięku należy wyliczyć ciepło właściwe c_p gazu rzeczywistego, różnicę $c_p - c_v$ (dla obliczenia c_v) oraz pochodną $(\partial v/\partial_p)_T$. Rozwiązanie układu równań (1), (2) jest możliwe dla gazu rzeczywistego wyłącznie na drodze numerycznej.

Drugi sposób wyznaczenia parametrów krytycznych polega na wykorzystaniu faktu, że w przekroju krytycznym gęstość strumienia masy

$$b = \frac{\dot{m}}{A} = \frac{w}{v} \tag{3}$$

osiąga maksimum. Ponieważ jest to dodatnia funkcja parametrów T, p więc i jej połowa kwadratu też osiąga maksimum

$$\frac{1}{2} b^2 = \frac{\frac{1}{2} w^2}{v^2}. \tag{4}$$

Wykorzystując dla obliczenia prędkości w równanie bilansu i dołączając do warunku b = max warunek izentropowości, otrzymujemy ostatecznie

$$\frac{i(T,p) - i_o}{v^2(T,p)} = \max, \tag{5}$$

$$s(T,p) = s_o. \tag{6}$$

Numeryczne rozwiązanie zagadnienia ekstremum funkcji nieliniowej nie jest problemem bardziej złożonym od numerycznego rozwiązania równania nieliniowego, natomiast równanie (5) zawiera o wiele mniej operacji rachunkowych od równania (1). Drugi sposób wyznaczania parametrów krytycznych jest zatem efektywniejszy. Tok obliczeń jest następujący:

1. Wyznaczamy pierwsze przybliżenie ciśnienia krytycznego, posługując się równaniem gazu doskonałego, przy wykorzystaniu lokalnego wykładnika adiabaty $\varkappa$ obliczonego dla parametrów spoczynkowych [1].
2. Po obliczeniu temperatury krytycznej (z równania (6)), obliczenia powtarzamy dla wykładnika adiabaty obliczonego dla parametrów średnich $T_m = (T_o + T_k)/2$, $p_m = (p_o + p_k)/2$.
3. Badamy, czy w uzyskanym punkcie prędkość jest większa od prędkości dźwięku, tzn., czy został przekroczony rzeczywisty stan krytyczny.
4. W zależności od uzyskanego wyniku zmieniamy ciśnienie krytyczne w górę lub w dół ze stałym krokiem, badając po każdej zmianie wartości funkcji (5). Po przekroczeniu maksimum zmniejszamy krok (np. o połowę) i odwracamy kierunek zmian ciśnienia. Operację tę powtarzamy tak długo, aż kolejny zmniejszony krok jest mniejszy od narzuconej dokładności wyznaczenia ciśnienia.

W każdym etapie wyżej opisanych obliczeń zachodzi potrzeba numerycznego znajdowania końcowej temperatury przemiany izentropowej (rozwiązanie równania (6)). W niniejszej pracy zastosowano w tym celu metodę Newtona (metodę stycznych) sprowadzającą się do następującego równania wiążącego dwa kolejne przybliżenia temperatury

$$T^{(n+1)} = T^{(n)} \left(1 - \frac{s(T^{(n)}, p) - s_o}{c_p(T^{(n)}, p)}\right), \tag{7}$$

przy czym wartość startową obliczano z równania gazu doskonałego, przy zastosowaniu lokalnego wykładnika adiabaty dla związku pomiędzy temperaturą i ciśnieniem [1].

Po wyznaczeniu parametrów krytycznych p_k T_k i krytycznej (maksymalnej) gęstości strumienia mas b_{max}, krytyczny stosunek ciśnień wyznaczamy z definicji

$$\beta = \frac{p_k}{p_o}, \tag{8}$$

a liczbę przepływu ψ_{smax} z równania

$$\psi_{smax} = b_{max}\sqrt{\frac{v_o}{p_o}}$$

wynikającego z porównania równań

$$\dot{m}_{max} = A_m \psi_{smax}\sqrt{\frac{p_o}{v_o}},$$

$$\dot{m}_{max} = A_m b_{max}.$$

Do obliczeń wykorzystano termiczne równanie stanu przegrzanej pary wodnej Wukałowicza i in. [4], mające postać

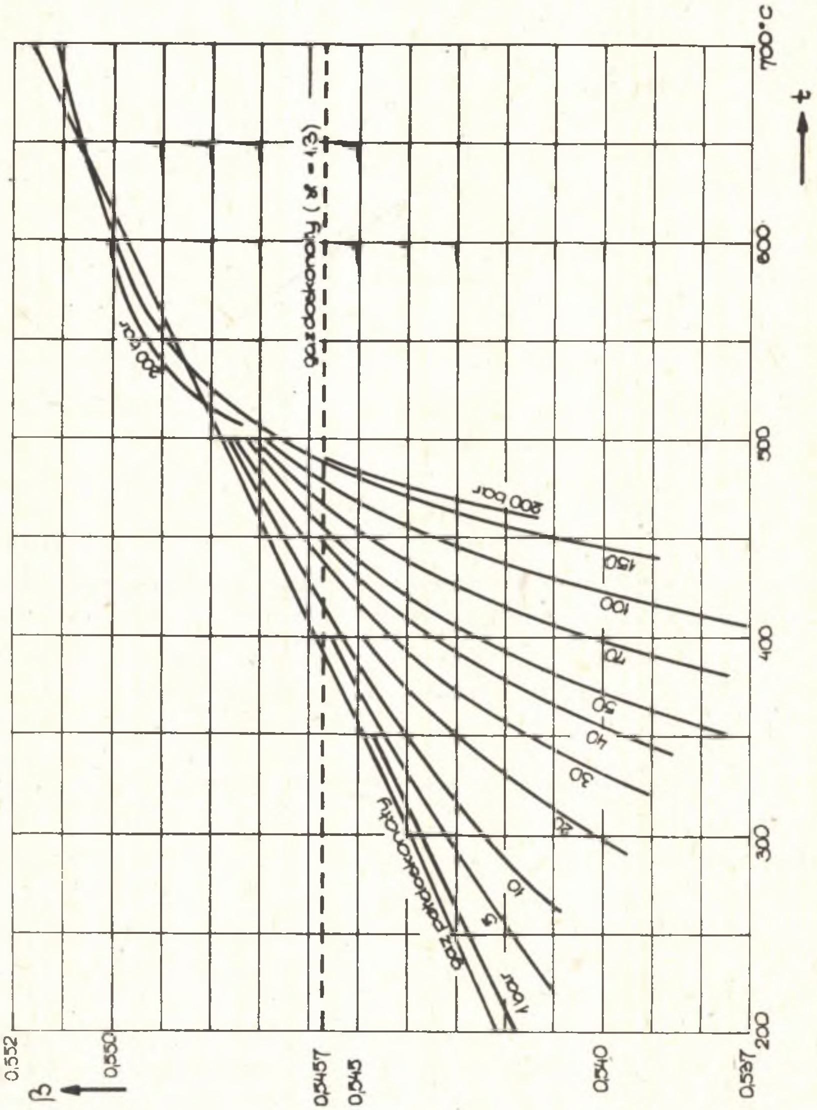
$$\frac{pv}{RT} = 1 + p \sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{8} a_{ij}\frac{p^i}{T^j} \tag{10}$$

oraz zależność od temperatury ciepła właściwego pary wodnej w stanie półdoskonałym

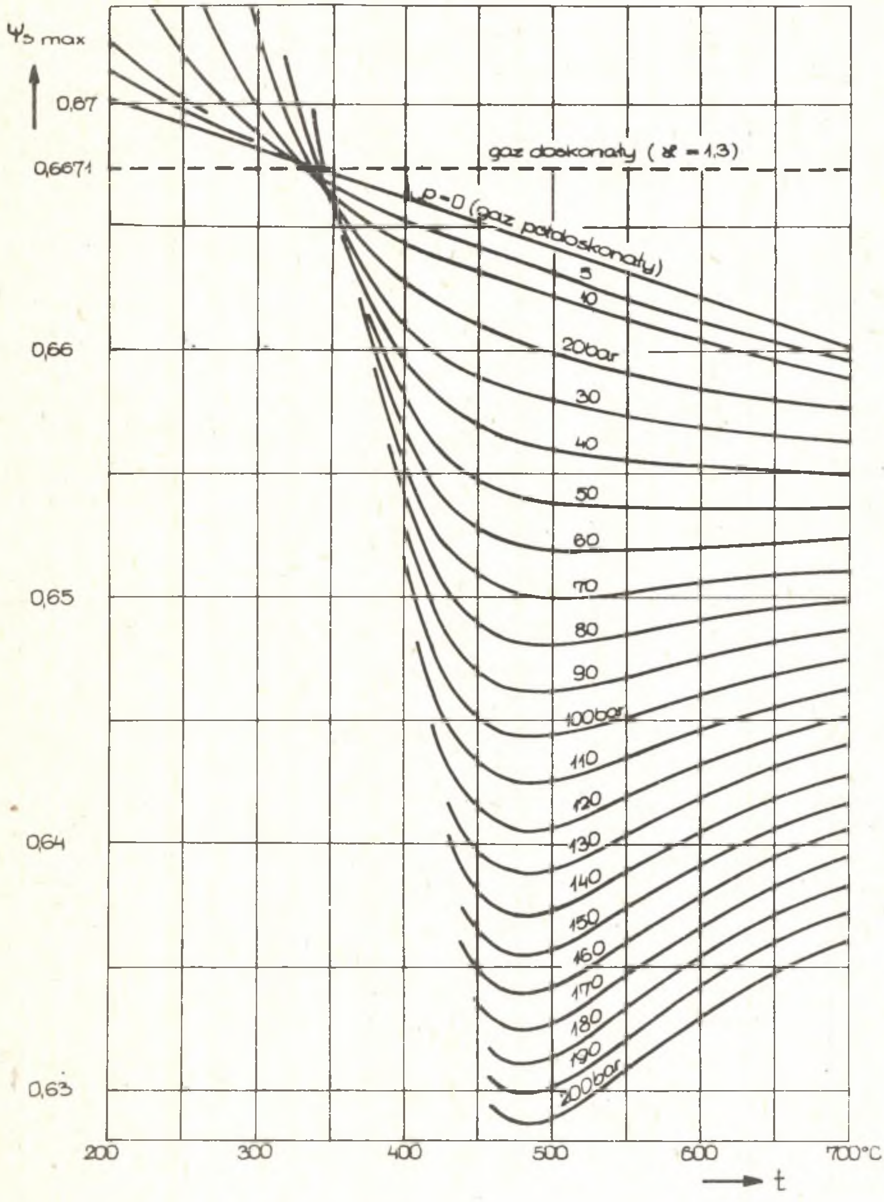
$$c_p = a + bT + \frac{c}{T}. \tag{11}$$

Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunkach 1 i 2. Wykresy obejmują tylko te stany spoczynkowe T, p, dla których parametry krytyczne leżą w obszarze pary przegrzanej.

Z wykresów, a zwłaszcza z zależności ψ_{smax} od parametrów spoczynkowych, jest widoczne, że stosowanie równań gazu doskonałego przy stałym wykładniku adiabaty $\varkappa = 1,3$ daje dobre wyniki dla temperatur spoczynkowych ok. 350°C, natomiast dla temperatur spoczynkowych rzędu 500° wyniki uzyskane tą drogą dają znacznie zawyżone wartości strumienia masy.



Rys. 1. Krytyczny stosunek ciśnień dla przegrzanej pary wodnej



Rys. 2. Liczba przepływu dla przegrzanej pary wodnej

LITERATURA

[1] Gdula S.J.: O stosowaniu równań gazu doskonałego do przepływu izentropowego pary wodnej ZN. Pol.Śl., Energetyka nr 39, Gliwice 1971.

[2] Pientka J.: Adiatermiczny stabilny i metastabilny przepływ wrzącej cieczy oraz pary nasyconej mokrej w kanałach prostoliniowych. Politechnika Poznańska, Rozprawy nr 50, 1971.

[3] Steltz W.G.: The critical and two-phase flow of steam. Paper ASME, 1959, Nr A-223, 8.

[4] Wukałowicz M.P. i inni: Urawnienije sostojanija pieriegretogo wodianogo para. Tiepłoenergietika, 1967 nr 5.

ФУНКЦИЯ ИСТЕЧЕНИЯ И КРИТИЧЕСКОЕ ОТНОШЕНИЕ ДАВЛЕНИЙ ДЛЯ ПЕРЕГРЕТОГО ВОДЯНОГО ПАРА

Р е з ю м е

Для изентропического течения было разработана зависимость критического отношения давлений и функции истечения от параметров торможения. Водяной пар считается реальным газов, применяя термическое уравнение состояния (10). Доказано, что применение уравнений идеального газа, при постоянном показателе адиабаты, приводит к значительным погрешностям.

MASS FLOW NUMBER AND CRITICAL PRESSURE RATIO FOR SUPERHEATED STEAM

S u m m a r y

Dependence of critical pressure ratio and mass flow number on static variable was determined. Steam was considered to be real gas satisfying the state equation (10).

It was shown, that perfect gas equations give significant errors.