ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1978

Seria: ENERGETYKA z. 69 Nr kol. 565

Stanisław Jerzy GDULA

Instytut Techniki Cieplnej

SPADEK CIŚNIENIA W KRÓTKIM RUROCIĄGU ADIABATYCZNYM

Streszczenie: Wyprowadzono przybliżone równanie do obliczania spadku ciśnienia w rurociągu adiabatycznym. Założono, że zmiany parametrów gazu w rurociągu są niewielkie. Uzyskane równanie jest słuszne również dla gazów rzeczywistych. Dla płynów nieściśliwych równanie to przechodzi w klasyczny wzór dla rurociągu krótkiego.

Pod pojęciem "rurociągu krótkiego" rozumie się powszechnie model przepływu, przy którym płyn traktuje się jako nieściśliwy (v=idem). Uzyskane dla tego modelu wyrażenie na spadek ciśnienia

$$\Delta p = \lambda_f \frac{\varrho w^2}{2} \frac{L}{D}, \tag{1}$$

lub w postaci bezwymiarowej

$$Eu = \frac{1}{2} \lambda_f \frac{L}{D} \tag{2}$$

może być stosowane do przybliżonego, lecz za to prostego, obliczania tego spadku w rurociągach, w których występuje niewielka zmiana parametrów (a więc i objętości właściwej). Stosowanie jego jest jednak uzasadnione wtedy, gdy brak jest informacji o warunkach przebiegu przemiany w rurociągu. W przypadku, gdy są to warunki adiabatyczne, z założenia, że zmiany parametrów w rurociągu są niewielkie, można uzyskać inny uproszczony wzór, dający lepsze przybliżenie od równania (1). W tym celu należy wykorzystać ogólne równanie jednowymiarowego przepływu adiabatycznego gazu rzeczywistego [2]

$$\frac{dA}{A} = \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{a^2}\right) v dp + \left(\frac{1}{w^2} + \frac{\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p}{v\, c_p}\right) dl_f. \tag{3}$$

Dla rurociągu dA = 0, a pracę tarcia możemy wyrazić znanym równaniem

$$dl_f = \lambda_f \frac{w^2}{2} \frac{dx}{D}. \tag{4}$$

Po przekształceniach równania (3) dochodzimy do zależności

$$-dp = \left(1 + \frac{k\,w^2}{a^2 - w^2}\right) \lambda_f \frac{\varrho w^2}{2} \frac{dx}{D}, \tag{5}$$

przy czym

$$k = 1 + \frac{\varkappa\, p \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p}{c_p} \tag{6}$$

jest wielkością zbliżoną do wykładnika adiabaty

$$\varkappa = -\frac{v}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s \tag{7}$$

i równą temu wykładnikowi dla gazu doskonałego i półdoskonałego. Ten ostatni fakt łatwo stwierdzić obliczając pochodną $(\partial v/\partial T)_p$ z równania Clapeyrona oraz korzystając z tego, że dla gazów tych $(\varkappa - 1)\, c_p = R$.

Wyrażenie stojące przy różniczce dx po prawej stronie równania (5) zależy od parametrów gazu, a te zmieniają się wzdłuż długości rurociągu. Jeżeli jednak rurociąg jest krótki, to zmianę parametrów można zaniedbać, a tym samym potraktować to wyrażenie jako stałe

$$\left(1 + \frac{k\,w^2}{a^2 - w^2}\right) \lambda_f \varrho w^2 \approx \text{idem}. \tag{8}$$

Zauważmy, że założenie to nie jest równoznaczne z założeniem ϱ = idem (klasyczna teoria rurociągu krótkiego). Korzystając z założenia (8) możemy scałkować równanie (5), po lewej stronie w granicach od $p = p_1$ do $p = p_2$, po prawej w granicach od $x = 0$ do $x = L$. Uwzględniając, że $\Delta p = p_2 - p_1$ otrzymujemy poszukiwane równanie

$$\Delta p = \left(1 + \frac{k\,w^2}{a^2 - w^2}\right) \lambda_f \frac{\varrho w^2}{2} \frac{L}{D}. \tag{9}$$

Równanie to może być również przedstawione w postaci bezwymiarowej

$$Eu = \left(1 - \frac{k\,Ma^2}{1 - Ma^2}\right) \frac{\lambda_f\, L}{2D}. \tag{10}$$

Równanie (10) przechodzi w równanie (2) dla klasycznego rurociągu krótkiego przy małych liczbach Macha, $Ma \to 0$. Ma to miejsce w jednym z dwóch przypadków:

a) płyn jest nieściśliwy (prędkość dźwięku $a \to \infty$),

b) płyn jest ściśliwy, ale prędkość przepływu jest znacznie mniejsza od lokalnej prędkości dźwięku ($w \ll a$).

Dla małych liczb Macha można ponadto, przy przepływie gazu rzeczywistego, stosować przybliżenie $k \cong \varkappa$, gdyż $kMa^2/(1-Ma^2) \ll 1$. W przypadku potrzeby dokładnego wyznaczenia wielkości k należy posłużyć się równaniem (6). Równanie to jest dogodne do użycia wtedy, gdy termiczne równanie stanu daje się rozwikłać względem objętości właściwej, $v = v(T,p)$. W praktyce jednak większość równań jest rozwikłalna względem ciśnienia, $p = p(T,v)$ i wówczas k można obliczać z równania

$$k = 1 + \frac{v\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)}{c_v}. \tag{11}$$

Równanie powyższe można wyprowadzić z równania (6) przez zastosowanie znanych związków

$$\varkappa = -\frac{c_p}{c_v}\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T, \tag{12}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v = -1. \tag{13}$$

I tak np. dla równania stanu Redlicha i Kwonga

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{\sqrt{T}\, v(v+b)} \tag{14}$$

ciepło właściwe pracy stałej objętości gazu rzeczywistego wyraża się zależnością [1]

$$c_v = c_v^* + \frac{0{,}75\, a}{T^{1,5}\, b} \ln \frac{v+b}{v}, \tag{15}$$

gdzie: $c_v^* = c_v^*(T)$ jest ciepłem właściwym gazu rzeczywistego traktowanego jak półdoskonały. Korzystając z równania (15) oraz obliczając pochodną $(\partial p/\partial T)_v$ funkcji (14), otrzymujemy ostatecznie

$$k = 1 + \frac{\frac{v}{v-b} + \frac{0{,}5\, a}{RT^{1,5}(v+b)}}{\frac{c_v^*}{R} + \frac{0{,}75}{RT^{1,5} b} \ln \frac{v+b}{v}}. \tag{16}$$

Stałe a i b figurujące w równaniu Redlicha i Kwonga oraz w wynikającym z niego równaniu (16) można wyrazić w funkcji parametrów krytycznych, a w dokładniejszym ujęciu, również w funkcji czynnika acentrycznego. Równanie to może być także stosowane dla mieszanin gazów rzeczywistych.

LITERATURA

[1] Edmister W.C.: Applied Hydrocarbon Thermodynamics, Part 34: Heat Capacity Functions from the Redlich-Kwong Equation of State.Hydrocarbon Processing, 47, 11, 1968.

[2] Gdula S.J.: Jednowymiarowy, ustalony przepływ gazu w zaizolowanym kanale. ZN Pol.Sl., Energetyka z. 15, 1964.

ПЕРЕПАД ДАВЛЕНИЯ В КОРОТКОМ, АДИАБАТИЧЕСКОМ ТРУБОПРОВОДЕ

Р е з ю м е

Выведено приближенное уравнение для расчёта перепада давления в коротком, адиабатическом трубопроводе. Было принято, что изменение параметров газа в трубопроводе невелико. Полученное уравнение правильно тоже для реальных газов. Для несжимаемой жидкости это уравнение переходит в классическую формулу для короткого трубопровода.

THE PRESSURE DROP IN SHORT ADIABATIC PIPELINE

S u m m a r y

The approximate equation determinig pressure drop in adiabatic pipeline is given. This equation applies to real gases as well. Only small variations of gases parameters pipeline are considered.

For incompressible fluids this equation converts to clasical equation of short pipeline.