

Kornelia ZMYŚŁOWSKA

Instytut Techniki Ciepłej

OBLICZANIE SPADKU CIŚNIENIA W RUROCIĄGU IZOTERMICZNYM  
DLA GAZÓW RZECZYWISTYCH

**Streszczenie.** W artykule przy obliczaniu spadku ciśnienia w rurociągu izotermicznym zastosowano termiczne równanie stanu gazu rzeczywistego Redlicha-Kwonga (6). Porównano wyniki obliczeń i przedstawiono błędy, jakie mogą wyniknąć ze stosowania modelu gazu doskonałego.

Podczas przepływu czynnika gazowego w rurociągu następują (na skutek nieodwracalnego zjawiska tarcia) spadek ciśnienia  $p$  gazu, wzrost objętości właściwej  $v$  i prędkości  $w$  oraz spadek temperatury  $T$ . Dla krótkich rurociągów zmiany objętości właściwej  $v$  są bardzo niewielkie - można założyć, że wzdłuż rurociągu zachodzi przemiana izochoryczna ( $v = \text{idem}$ ) i spadek ciśnienia obliczany wzorem:

$$p_1 - p_2 = \lambda_f \frac{L}{D} \frac{w_1^2}{2v}, \quad (1)$$

gdzie:

- $\lambda_f$  - liczba tarcia,
- $L$  - długość rurociągu,
- $D$  - średnica rurociągu,
- $w_1$  - prędkość początkowa.

W rurociągu długim nie można przyjąć założenia izochoryczności przepływu i należy spadek ciśnienia wyliczyć dokładniejszym wzorem:

$$p_1^2 - p_2^2 = \lambda_f \frac{L}{D} w_1^2 \frac{p_1}{v_1}, \quad (2)$$

czyli

$$\frac{p_2}{p_1} = \sqrt{1 - \lambda_f \frac{L}{D} w_1^2 \frac{1}{p_1 v_1}}. \quad (2a)$$

Oba powyższe wzory (1) i (2) są znane i powszechnie stosowane w praktyce inżynierskiej.

Wzór (2) został wyprowadzony z równania bilansu

$$v dp + \alpha_f d \frac{w^2}{2} + g dH + \lambda_f \frac{w^2}{2} \frac{dx}{D} = 0, \quad (3)$$

które dla przepływów burzliwych ( $\alpha_f=0$ ) oraz dla rurociągów poziomych ( $dH=0$ ) przyjmuje postać:

$$v dp + d \frac{w^2}{2} + \lambda_f \frac{w^2}{2} \frac{dx}{D} = 0. \quad (3a)$$

Przyjęto założenie, że wzdłuż rurociągu zachodzi przemiana izotermiczna czynnika, czyli, że jego temperatura nie zmienia się ( $T = \text{idem}$ ).

Gdyby zamiast założenia izotermy przyjąć, że przemianą zachodzącą w rurociągu jest adiabata, czyli, że rurociąg nie wymienia ciepła z otoczeniem, obliczenia spadku ciśnienia byłyby dokładniejsze, ale też bardziej skomplikowane. Natomiast wykonanie dokładnych obliczeń z uwzględnieniem wymiany ciepła czynnika z otoczeniem wymaga stosowania metod numerycznych. Należy też uwzględnić, że:

$$\frac{w}{v} = \text{idem} = \frac{w_1}{v_1}, \quad (4)$$

co wynika z zasady zachowania masy dla czynnika płynącego rurociągiem o stałym przekroju.

Dla każdego ciała istnieje ścisły związek pomiędzy ciśnieniem, temperaturą i objętością właściwą, to znaczy jeśli znane są dwa z tych parametrów, to zawsze można jednoznacznie wyliczyć trzeci. Zależność ta przedstawiana jest w postaci termicznego równania stanu. Dla gazu doskonałego, który jest tylko pewnym modelem fizycznym, równanie stanu znane jest jako równanie Clapeyrona:

$$p v = R T, \quad (5)$$

gdzie  $R$  - indywidualna stała gazowa.

Gazy występujące w przyrodzie, czyli gazy rzeczywiste, stosują się do tego modelu tylko przy niezbyt wysokich ciśnieniach i przy dostatecznie wysokich temperaturach względem parametrów krytycznych. Gdy ciśnienie gazu przekracza jego ciśnienie krytyczne lub gdy temperatura jest bliska temperatury krytycznej, stosowanie modelu gazu doskonałego daje bardzo duże błędy.

Obecnie istnieje ponad sto różnych równań stanu dla gazów rzeczywistych. Niektóre z nich są bardzo dokładne, ale też bardzo skomplikowane i zawierają dużą liczbę stałych współczynników.

Przy wyprowadzaniu równania (2) korzysta się z równania Clapeyrona, czyli zakłada się model gazu doskonałego. W niniejszym artykule porównano wartości spadków ciśnień otrzymane ze wzoru (2) ze spadkami ciśnienia, przy obliczaniu których zastosowano zamiast równania Clapeyrona równanie Redlicha-Kwonga [1], [2]. Równanie to ma postać:

$$\left(p + \frac{a}{\sqrt{T} v (v+b)}\right) (v-b) = R T \quad (6)$$

i jest ono najdokładniejszym ze znanych prostych równań stanu, posiadających tylko trzy dodatkowe stałe współczynniki. Współczynniki  $a$  i  $b$  można wyliczyć przy znajomości parametrów krytycznych  $p_c$  i  $T_c$  oraz czynnika acentrycznego  $\omega$  z zależności:

$$a = \frac{\Omega_a R^2 T_c^{2.5}}{p_c} \quad (7)$$

$$b = \frac{\Omega_b R T_c}{p_c} \quad (8)$$

gdzie:

$$\Omega_b = 0.0867 - 0.0125\omega + 0.011\omega^2 \quad (0 \leq \omega < 0.6)$$

$$\Omega_a = \left(\frac{R T_c}{v_c - b} - p_c\right) \frac{p_c v_c (v_c + b)}{(R T_c)^2}$$

Równanie bilansu (3a) przekształcamy do postaci:

$$2 \frac{v}{w^2} dp + \frac{2}{w} dw + \frac{\lambda f}{D} dx = 0. \quad (9)$$

Z zasady zachowania masy (równania ciągłości) (4) wyznaczamy:

$$\frac{v}{w^2} = \left(\frac{v_1}{w_1}\right)^2 \frac{1}{v}. \quad (10)$$

a z równania Redlicha-Kwonga, przy założeniu izotermiczności przepływu ( $dT = 0$ ), wartość  $dp$ :

$$dp = \left[ -\frac{R T}{(v-b)^2} + \frac{a(2v+b)}{\sqrt{T} v^2 (v+b)^2} \right] dv. \quad (11)$$

Po podstawieniu (10), (11) do (9) i scałkowaniu równania od punktu początkowego rurociągu 1 do punktu 2 (zakłada się przy tym, że  $\lambda_f = \text{idem}$ ), otrzymujemy:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{w_1^2} \left[ \frac{a v_1^2}{\sqrt{T} b^3} \ln \left| \frac{s + \frac{b}{v_1}}{s(1 + \frac{b}{v_1})} \right| + \frac{a}{2b\sqrt{T}} \left( 1 - \frac{1}{s^2} \right) + \right. \\ & + \frac{a v_1}{\sqrt{T} b^2} \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{v_1}} - \frac{1}{s + \frac{b}{v_1}} \right) + \frac{R T v_1^2}{b^2} \ln \left| \frac{s - \frac{b}{v_1}}{s(1 - \frac{b}{v_1})} \right| + \\ & \left. + \frac{R T v_1}{b} \left( \frac{1}{s - \frac{b}{v_1}} - \frac{1}{1 - \frac{b}{v_1}} \right) \right] + 2 \ln s + \lambda_f \frac{L}{D} = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

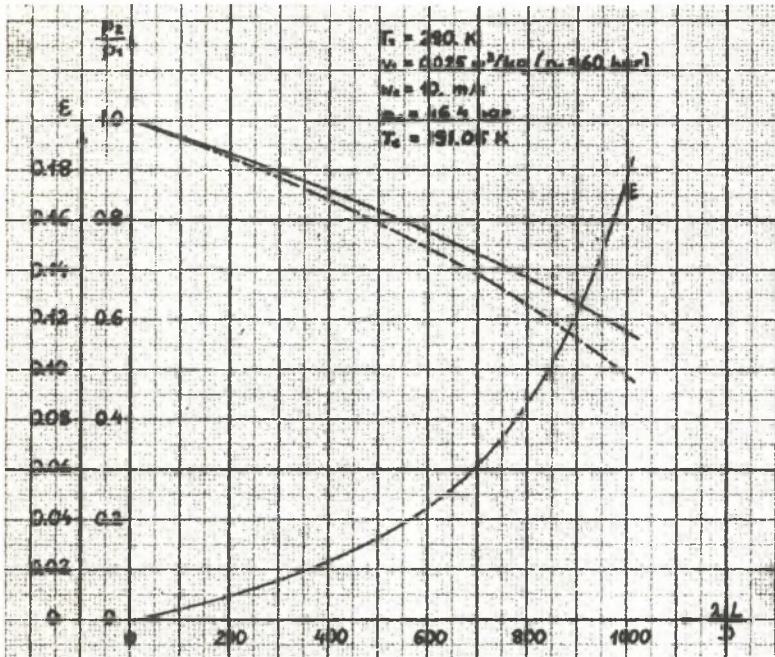
gdzie  $s = v_2/v_1$ .

Mając dane parametry początkowe przepływu  $w_1$ ,  $v_1$ ,  $T_1$  oraz liczbę  $\lambda_f L/D$  można metodą kolejnych przybliżeń obliczyć stosunek objętości właściwych na końcu i początku rurociągu, a stąd też stosunek ciśnień:

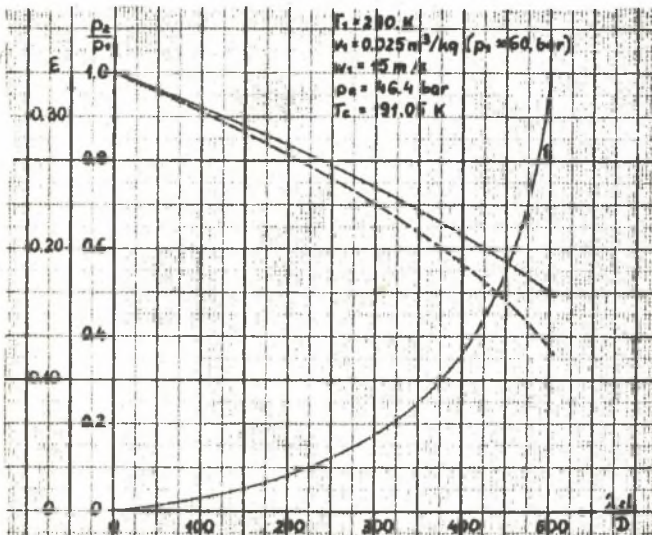
$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{R T}{v_1(s - \frac{b}{v_1})} - \frac{a}{\sqrt{T} v_1^2 s(s + \frac{b}{v_1})}}{\frac{R T}{v_1(1 - \frac{b}{v_1})} - \frac{a}{\sqrt{T} v_1^2 (1 + \frac{b}{v_1})}}. \quad (13)$$

Obliczenia przeprowadzono na komputerze ODRA 1305, w języku FORTRAN.

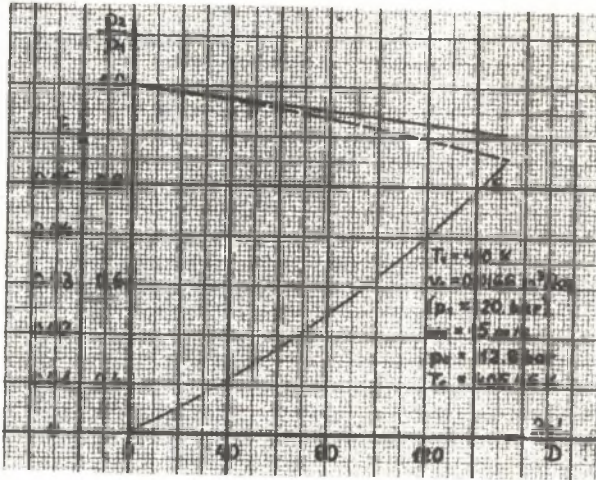
Wyniki obliczeń dla różnych gazów przedstawione są na wykresach. Oprócz spadku ciśnienia przedstawiono błąd względny  $\epsilon$  popełniany przy stosowaniu wzoru (2), w porównaniu z wynikami uzyskanymi ze wzoru (13). Błąd ten jest największy wtedy, gdy ciśnienie płynącego czynnika przekracza ciśnienie krytyczne oraz gdy temperatura jest niewiele wyższa od krytycznej. Rośnie on szybko ze wzrostem liczby  $\lambda_f L/D$ , czyli ze wzrostem długości rurociągu. W przemyśle chemicznym wprawdzie mamy do czynienia z rurociągami na wysokie parametry (rys. 3.4), ale są to zazwyczaj rurociągi krótkie (ich długość nie przekracza 1 km) i błąd  $\epsilon$  nie powinien przekroczyć 10%. Dla rurociągów parowych na terenie elektrowni ( $p < p_c$ , nieduże długości) błąd ten nie przekracza 1%. Spadek ciśnienia w typowym rurociągu pary wodnej dla celów technologicznych ( $p_1 \cong 15$  bar,  $t_1 = 210^\circ\text{C}$ ) przedstawiono na rys. 5. Błąd  $\epsilon$  dochodzi najwyżej do 2% przy długości  $L = 2,5$  km, średnicy  $D = 0,5$  m i prędkości początkowej  $w_1 = 40$  m/s. Błędy te są tak małe, ponieważ przy obliczaniu spadku ciśnienia w rurociągach parowych przy danych parametrach początkowych  $p_1$ ,  $T_1$  wartość  $v_1$ , którą należy wstawić do



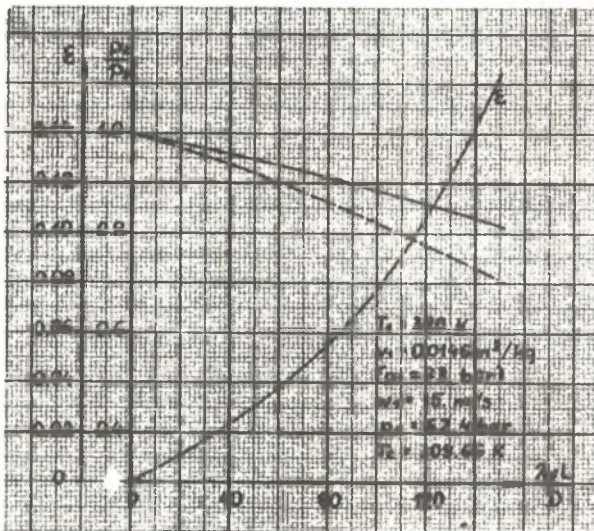
Rys. 1. Spadek ciśnienia metanu  $\text{CH}_4$  w rurociągu i błąd względny  $\epsilon$  popełniany przy założeniu modelu gazu doskonałego ——— gaz doskonały, - - - gaz rzeczywisty



Rys. 2. Spadek ciśnienia metanu  $\text{CH}_4$  w rurociągu i błąd względny  $\epsilon$  popełniany przy założeniu modelu gazu doskonałego ——— gaz doskonały, - - - gaz rzeczywisty

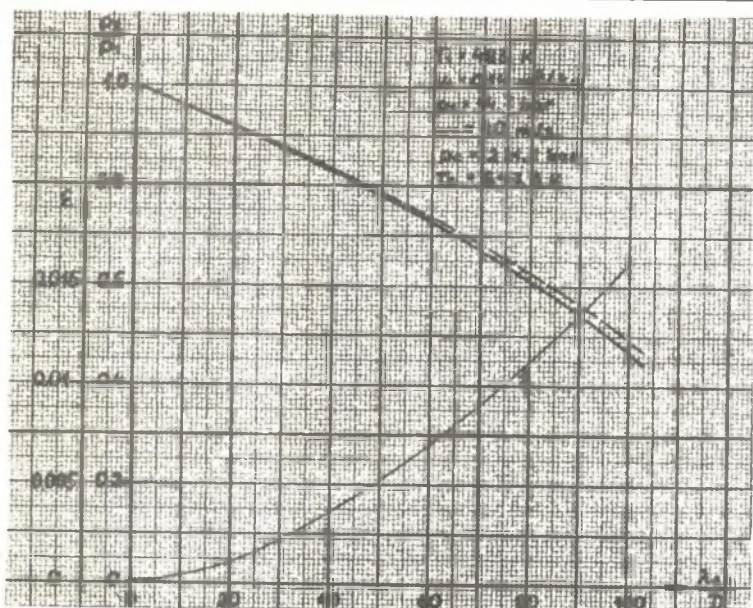


Rys. 3. Spadek ciśnienia amoniaku  $\text{NH}_3$  w rurociągu i błąd względny  $\delta$  popełniany przy założeniu modelu gazu doskonałego  
 ——— gaz doskonały, - - - gaz rzeczywisty



Rys. 4. Spadek ciśnienia acetyleny  $\text{C}_2\text{H}_2$  w rurociągu i błąd względny  $\delta$  popełniany przy założeniu modelu gazu doskonałego  
 ——— gaz doskonały, - - - gaz rzeczywisty

wzoru (2) jest obliczana nie z równania Clapeyrona, ale brana z tablic parowych, co bardzo zwiększa dokładność wyników. Z tego też powodu spadek ciśnienia obliczony wzorem (2) jest nawet większy od spadku ciśnienia obliczonego dla gazu rzeczywistego (patrz rys. 5 - krzywa ciągła leży poniżej przerywanej, w przeciwieństwie do wszystkich poprzednich wykresów).



Rys. 5. Spadek ciśnienia pary wodnej w rurociągu i błąd względny popełniany przy założeniu modelu gazu doskonałego  
 — gas doskonały, - - - gas rzeczywisty

Jak już wspomniano, błąd  $\epsilon$  szybko rośnie ze wzrostem długości rurociągu, dlatego też należy się z nim liczyć głównie przy obliczaniu długich magistrali gazowych (rys. 1, 2), dla których dochodzi on do kilkudziesięciu procent.

#### LITERATURA

- [1] Redlich O., Kwong J.N.S.: Chemical Reviews, vol. 44, 1949.  
 [2] Prausnitz J.M., Chueh P.L.: Computer Calculations for High-Pressure Vapor-Liquid Equilibria. Prentice-Hall, Inc. 1968.

#### РАСЧЁТ ПЕРЕПАДА ДАВЛЕНИЯ В ИЗОТЕРМИЧЕСКОМ ТРУБОПРОВОДЕ ДЛЯ РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

#### Р е з ю м е

В представленной статье при расчёте перепада давления в изотермическом газопроводе применено термическое уравнение состояния реального газа Редлиха-Квонга (6). Сравнены результаты расчёта и представлены ошибки, которые могут возникнуть в результате применения модели идеального газа (рис. 1-6).

CALCULATION OF PRESSURE DROP IN AN ISOTHERMAL PIPELINE  
FOR REAL GASES

S u m m a r y

A pressure drop calculation has been presented for an isothermal pipeline by the use of the Redlich-Kwong thermal equation of state for real gases (6) Results have been included and compared and errors are shown that are likely to arise in consequence of applying the model of an ideal gas (fig. 1-6).