

Andrzej SZAFRANIEC

Instytut Maszyn
i Urządzeń Energetycznych

REZULTATY OBLICZEŃ ANALITYCZNYCH
I BADAŃ ANALOGOWYCH PALISAD KOŁOWYCH

Streszczenie. Przedstawiono własną metodę obliczeń przepływu potencjałnego w palisadach wentylatorów promieniowych o dowolnym kształcie profilu, a także metodę modelowania elektrycznego takich palisad w ośrodku elektrolitycznym. Porównano wyniki otrzymane tymi dwiema metodami oraz dokonano oceny obu metod.

Ważniejsze oznaczenia

ψ	- funkcja prądu
ω	- prędkość kątowna
	- kąt
$\varphi, \varphi_m, \beta$	
$\lambda = \frac{\pi}{t}$	- liczba podziałości
$\varphi_{2r} = \frac{C_{2r}}{U_2}$	- liczba wydatku
r	- promień
C_u, C_v, C_r	- stałe
p	- stała
M	- moment dipolowy
u_2	- prędkość obwodowa
W	- prędkość
U	- potencjał elektryczny

indeksy

n	- normalny
Q	- źródłowy
w	- wyporowy
i	- indukowany
Γ	- cyrkulacyjny
o	- wirowy
r	- promieniowy
\min	- minimalny
\max	- maksymalny
prof	- na profilu.

1. Wstęp

Zagadnienie przepływu płynu przez wirujące wieńce promieniowe jest jednym z trudniejszych zadań aerodynamiki ze względu na to, że przepływ taki jest trójwymiarowy, nieustalony, a płyn jest lepki.

Pierwsze przybliżenie zwykle polega na przyjęciu płaskiego przepływu potencjalnego. I taki przepływ został rozwiązany metodą analityczną i analogową.

Równanie opisujące przepływ względny przez taką palisadę kołową jest równaniem Poissona

$$\nabla^2 \psi = 2\omega. \quad (1)$$

Niepotencjalność przepływu względnego wynika z uwzględnienia siły odśrodkowej i siły Coriolisa. Stanowi to podstawową trudność zarówno w modelowaniu, jak i obliczeniach analitycznych. Całki równania (1) poszukuje się w obu przypadkach jako superpozycji

$$\psi = C_u \psi_Q + C_v \psi_o + C_\Gamma \psi_\Gamma + \psi_w, \quad (2)$$

gdzie:

$\psi_Q, \psi_o, \psi_\Gamma, \psi_w$ oznaczają kolejno (zgodnie z interpretacją fizyczną) funkcje prądu przepływów: źródłowego, wirowego, cyrkulacyjnego i wyporowego,

C_u, C_v, C_Γ liczby wagowe.

Z czterech składowych funkcji prądu jedynie ψ_w jest składową niepotencjalną. Przedstawia się ją jako

$$\psi_w = \psi_{wJ} + \frac{1}{2} \omega r^2, \quad (3)$$

gdzie:

ψ_{wJ} - potencjalna funkcja prądu reprezentująca wpływ łopatek na pole przepływu $\frac{1}{2} \omega r^2$.

Składową ψ_{wJ} wyznacza się z warunku, by profil był linią prądu w przepływie ψ_w .

$$\left(\frac{1}{2} \omega r^2 + \psi_{wJ}\right)_{\text{prof}} = \text{idem}. \quad (4)$$

Otrzymuje się stąd warunek brzegowy dla przepływu ψ_{wJ} .

Przepływ źródłowy ψ_Q , będący efektem umieszczenia źródła o wydajności Q w $z_1 = 0$, przekształca się w poprzeczny opływ takiej palisady. Przepływ ψ_Q będący rezultatem obecności wiru o cyrkulacji Γ_1 w $z_1 = 0$ przekształca się w opływ wzdłużny palisady na płaszczyźnie z . Natomiast ψ_Γ - przepływ cyrkulacyjny wynika z obecności cyrkulacji Γ na łopatkach daje cyrkulacyjny opływ palisady prostoliniowej. Te trzy składowe można wyznaczyć metodą odwzorowania na palisadę walców, gdzie znana jest postać analityczna takich przypadków opływów. Sposób określenia funkcji odwzorującej podano między innymi w [2]. Pozostaje do rozwiązania składowa ψ_w a raczej ψ_{wJ} . Ponieważ wszystkie opływy rozwiązane zostały na walcach, proponuje się również ψ_{wJ} wyznaczać na walcach. Przyjmując wartość funkcji prądu na profilu jako równą 0 otrzymuje się

$$(\psi_{wJ})_{\text{prof}} = -\frac{\omega r^2}{2}. \quad (9)$$

Pole tego przepływu zamodelowano prostym rozkładem dipoli wewnątrz walców. Jak wiadomo potencjał zespolony pojedynczego dipola wynosi

$$\phi(z) = -\frac{M}{2\pi} \cdot \frac{1}{z} \quad (10)$$

a dipoli rozmieszczonych w i.t

$$\phi(z) = -\frac{M}{2\pi} \lambda \operatorname{oth}(\lambda \cdot z), \quad (11)$$

gdzie

$$\lambda = \frac{-\pi}{t}.$$

Wobec tego

$$\psi_{wJ} = \sum_1^N A_j \operatorname{IMAGE} (B_j \operatorname{oth}(\lambda(z-z_j))), \quad (12)$$

gdzie:

- A_j - stała zawierająca moment dipola,
- B_j - stała zespolona reprezentująca kierunek dipola,
- z_j - współrzędna dipola,
- N - liczba dipoli.

Istnieje wiele możliwych rozkładów dipoli. W konkretnym przypadku wybrano $N = 100$, $z_j = 0,9 \cdot e^{i\theta_j}$, a kierunek był prostopadły do promienia wodzącego. Zależność (12) stanowi j -te równanie układu N równań z liczbą N niewiadomych A_j . Po rozwiązaniu można określić już funkcję prądu ψ_w z (3) a prędkość jako

$$w_w = w_{wJ} + \omega \cdot r \cdot e^{i(\varphi - \frac{\pi}{2})} \left(\frac{dz}{dz} \right) \left(\frac{dz_1}{dz} \right) \quad (13)$$

gdzie:

r, φ - współrzędne punktu na płaszczyźnie Σ_1 .

Po wyznaczeniu przepływów jednostkowych należy przeprowadzić ich superpozycję. Punktem wyjścia jest przepływ ψ_w (wynika z kształtu palisady i obrotów wirnika). Dalej można określić udział przepływu źródłowego z wydatku wentylatora

$$\varphi_{2r} = \frac{C_{2r}}{U_2} \quad (14)$$

jako

$$Q = 2\pi r_2 U_2 \varphi_{2r} \quad (15)$$

a stąd

$$C_u = r_2 U_2 p_p |a| \varphi_{2r}. \quad (16)$$

W przypadku braku zawirowania wstępnego, sumaryczna cyrkulacja w punkcie $\Sigma_1 = 0$ (lub przy $\Sigma, z \rightarrow \infty$) musi być równa zero, co prowadzi do warunku

$$C_y - \lambda C_r = 0. \quad (17)$$

Z kolei należy wprowadzić warunek Żukowskiego (ewentualnie inny) o spływie w ostrzu

$$|w|_{\text{ostrzu}} = 0,$$

czyli

$$C_u w'_u + C_v w'_v + C_r w'_r + W_w = 0, \quad (18)$$

gdzie:

w'_u, w'_v, w'_r - prędkości na walcu w punkcie S_2 przy $C_u = C_v = C_r = 1$.

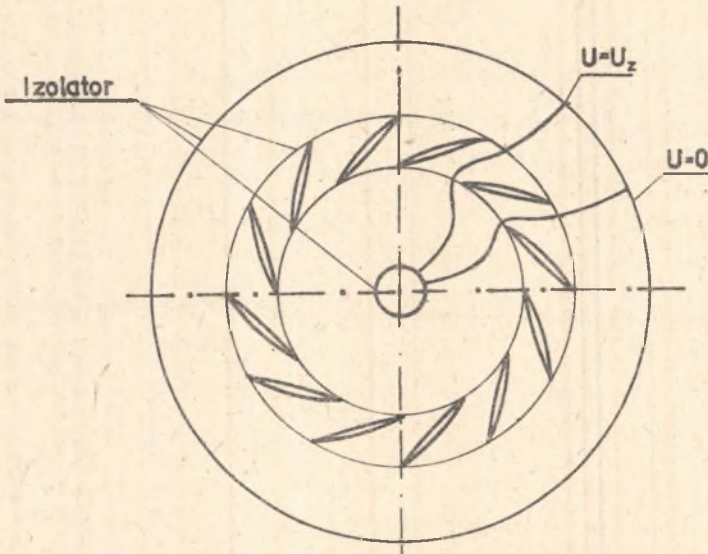
związki 17 i 18 tworzą układ równań z których można wyznaczyć C_v i C_r .

W ten sposób względny przepływ palisadę przez został określony. Wielkościami wyjściowymi są: geometria palisady, obroty i wskaźnik wydatku φ_{2r} . Przedstawiony tok obliczeń pozwala na wyznaczenie prędkości funkcji prądu w dowolnym punkcie palisady kołowej. Ciśnienie obliczyć można z równania

$$\frac{\Delta p}{\rho} + \frac{U^2}{2} - \frac{W^2}{2} = \text{idem}. \quad (19)$$

3. Metoda modelowania analogowego

We wszystkich uprzednio wymienionych składowych przepływach profil jest linią prądu. Jedynie w ψ_{wJ} jak warunek brzegowy otrzymuje się rozkład funkcji prądu na profilu. Do zamodelowania palisady wybrano metodę superpozycji przepływów składowych [4], [3]. Modelowaniu podlegają ψ_Q , ψ_{wJ} oraz superpozycja przepływu wirowego i cyrkulacyjnego $\psi_{o\Gamma}$ (jedynie przy braku zawilrowania wstępnego). Pomiaru wykonywano na kołowym modelu elektrolitycznym przy wykorzystaniu analogii elektrycznej typu B_1 , tzn. gdzie linii prądu odpowiada linia stałego napięcia elektrycznego. Schemat modelu ψ_Q wraz z układem pomiarowym przedstawia rys. 2.



Rys. 2

W tym przypadku elektrody umieszczone są na dwóch hipotetycznych liniach prądu (uprzednio wyznaczonych). Profile wykonane są z materiału przewodzącego (oklejone folią miedzianą). Obrzeża modelu są izolowane. W przypadku przepływu $\psi_{o\Gamma}$ zasilane są profile oraz obrzeża zewnętrzne modelu. Dla składowej ψ_{wJ} natomiast, zasilanie odbywa się dyskretnie na profilu za pomocą dzielnika napięć. Wielkość napięcia zasilającego wynika z (9)

$$U(r) = \frac{r^2 - r_{\min}^2}{r_{\max}^2 - r_{\min}^2} U_{\max} \quad (20)$$

Superpozycję przeprowadza się wychodząc z tych samych związków jak poprzednio. Pomiarzy prowadzone sondą trójkońcówkową, mierząc w danym punkcie wartość potencjału oraz różnicę potencjałów ΔU_r i $\Delta U\varphi$. Dla przepływu ψ_{wJ} można łatwo przyporządkować pomierzonym różnicom napięć wartości prędkości w $\left[\frac{m}{s}\right]$. A mianowicie

$$\psi_{wJ} = \psi_{wJ \min} + \frac{U}{U_{\max}} (\psi_{wJ \max} - \psi_{wJ \min}) \quad (21)$$

$$\bar{w}_{wJ} = \left(\frac{\Delta U}{\Delta r}\right) \frac{\psi_{wJ} - \psi_{wJ \min}}{U_{\max}} \quad (22)$$

i dalej $\bar{w}_w = \bar{w}_{wJ} + \bar{\omega} \times r$.

Na podstawie warunku (14) można teraz przeprowadzić superpozycję

$$\psi_{Qw} = \psi_Q + \psi_w, \quad (23)$$

$$\bar{w}_{Qw} = \bar{w}_Q + \bar{w}_w.$$

Wydaźność źródła Q można obliczyć z (15).

Wydaźność na jeden profil

$$Q' = \frac{Q}{n}. \quad (24)$$

Wartość Q' odpowiada wartości U'_z

$$U'_z = \frac{U^Q_{\max}}{k}, \quad (25)$$

gdzie:

U^Q_{\max} - napięcie zasilania modelu ψ_Q ,

k - ilość łopatek na modelu.

Wobec tego

$$\psi_Q = U \frac{Q'}{U_z} \quad (26)$$

$$\bar{w}_Q = \frac{\Delta U}{\Delta n} \frac{Q'}{U_z} \quad (27)$$

W rezultacie pomiaru otrzymuje się superpozycję ψ_{QW} . Przepływ ten nie spełnia warunku Żukowskiego. Wobec tego należy tak dobrać stałą K w (28), aby linia prądu wyszła z ostrza profilu

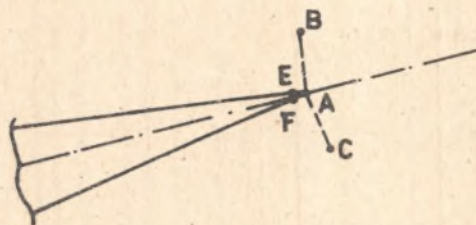
$$\psi = \psi_{QW} + K \psi_{o\Gamma}. \quad (28)$$

Warunek ten można zapisać w postaci

$$\begin{aligned} & (\psi_{QW})_B + (\psi_{QW})_A + K \left[(\psi_{o\Gamma})_B - (\psi_{o\Gamma})_A \right] = \\ & = (\psi_{QW})_A - (\psi_{QW})_C + K \left[(\psi_{o\Gamma})_A - (\psi_{o\Gamma})_C \right] \end{aligned} \quad (29)$$

lub też jako

$$(W_{QW} + K w_{o\Gamma})_E = (W_{QW} + K w_{o\Gamma})_F. \quad (30)$$



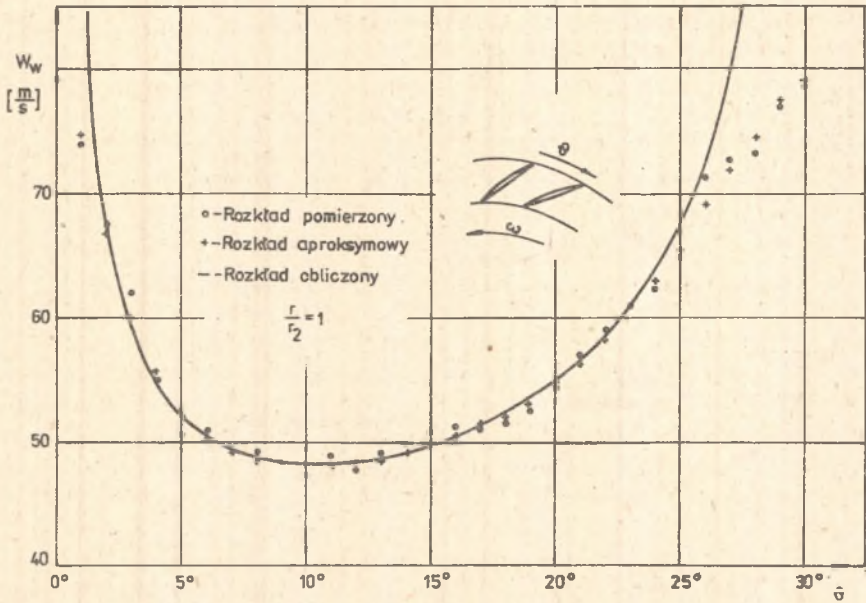
Rys. 3

Stałą K można wyznaczyć podstawiając w miejsce $\psi_{o\Gamma}$ wartości pomierzonych napięć $U_{o\Gamma}$ i podobnie w (30) zamiast $W_{o\Gamma}$ można użyć $\frac{\Delta U_{o\Gamma}}{\Delta n}$.

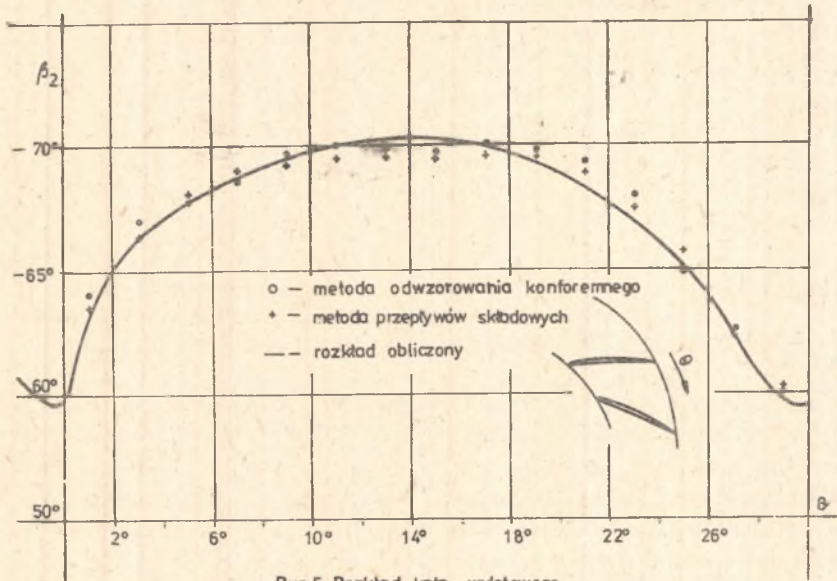
Opracowanie wyników pomiaru następowało przy użyciu maszyny cyfrowej ze względu na dużą liczbę punktów pomiarowych. Pomierzone rozkłady różnic potencjałów aproksymowano szeregiem trygonometrycznym.

4. Porównanie wyników. Wnioski

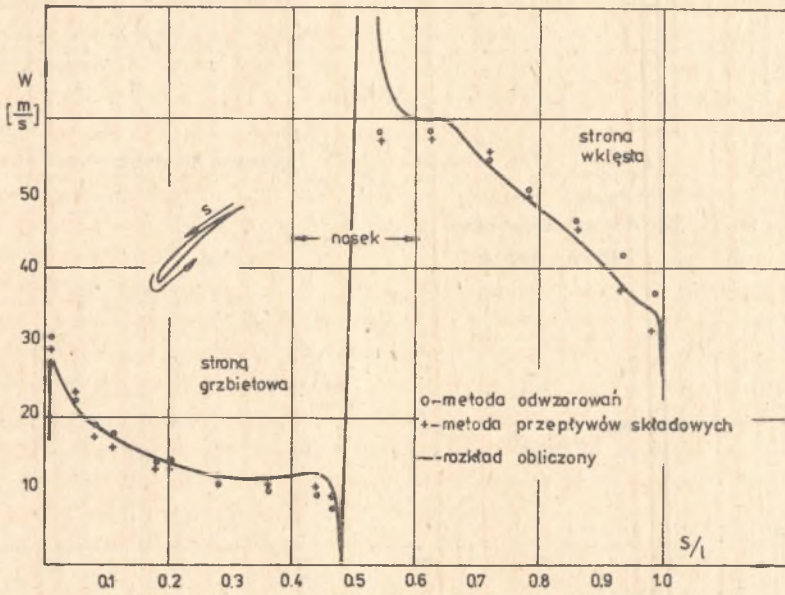
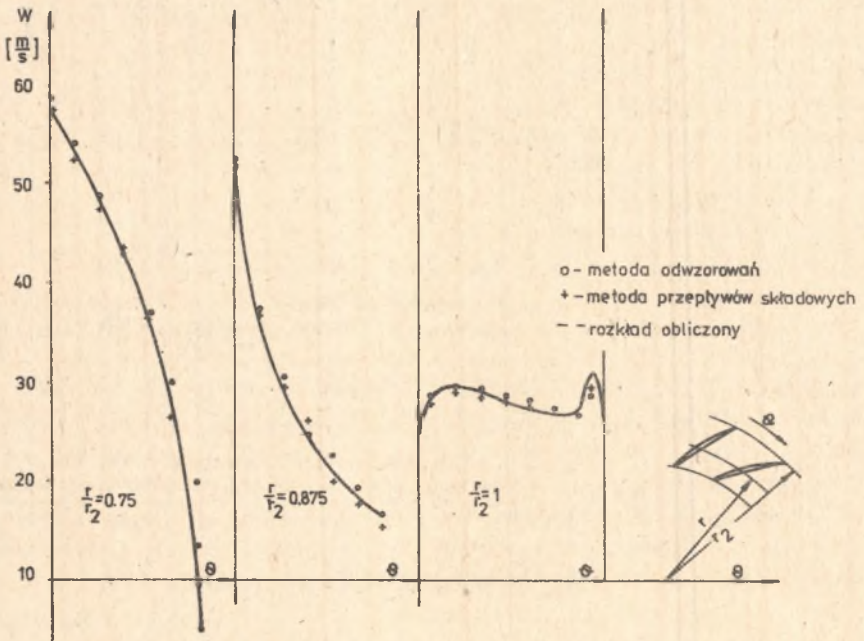
Do pomiaru i obliczeń przyjęto palisadę kołową dwunastołopatkowego wentylatora modelowego ($r_2 = 0.4$ m, $\omega = 152.9 \frac{1}{s}$). Porównania obu metod dokonano na rys. 4-7. I tak na rys. 4 przedstawiono obliczony i pomierzony rozkład prędkości na promieniu r_2 dla przepływu ψ_w . Oprócz punktów pomiarowych, na wykresie zaznaczono punkty otrzymane po aproksymacji. Widoczne są rozbieżności w okolicy ostrza. Wynikają one głównie z dyskretyzacji pomiaru $\frac{\Delta U}{\Delta n}$ (zmniejszanie odstępów w elektrodach sondy powoduje poprawę dokładności pomiaru).



Rys. 4. Rozkłady prędkości w przepływie ψw .



Rys. 5. Rozkład kąta wylotowego

Rys. 6. Rozkłady prędkości na profilu ($f = 0.175$)

Rys. 7. Rozkład prędkości w kanale łopatkowym

Z kolei na rys. 5 przedstawiono rozkład kąta wylotowego β_2 . Obliczenia wykonane przy $\varphi_{2r} = 0.265$. Jak widać istniejące tutaj różnice pomiędzy pomiarem analogowym nie przekraczają 1° i dotyczą obszaru środka kanału. Na rys. 6 porównano natomiast rozkłady prędkości na profilu, a na rys. 7 rozkłady prędkości w wybranych przekrojach kanału. Jak widać, maksymalne odchyłki występują w obszarze noska i ostrza profilu. Przeciętna dokładność wynosi około 3%. Natomiast rozkłady prędkości w kanale dobrze zgadzają się z obliczeniami. Wynika to z trudności pomiarowych na profilu przy prezentowanej metodzie pomiarowej.

Z porównania obu metod można wysnuć następujące wnioski.

Dla typowych, standartowych palisad praktyczniej jest wykonać obliczenia na maszynie cyfrowej, jeżeli posiadane jest odpowiednie oprogramowanie

Natomiast dla palisad nietypowych - specjalnych, jak np. palisady o niejednakowej podziałce, palisady segmentowe aparatów kierowniczych, palisady wieloszeregowo obliczenia są już na tyle kłopotliwe, że metody analogowe stają się konkurencyjne. W ośrodkach mało wyspecjalizowanych w dziedzinie badań palisad, również dla potrzeb badań jednostkowych opłacalnym może się okazać pomiarzenie palisady na modelu analogowym aniżeli tworzenie oprogramowania od podstaw.

Proponowana metoda analityczna posiada następujące zalety: oprogramowanie jej jest na tyle uniwersalne, że pozwala wyznaczyć opływ profilu pojedynczego palisady prostoliniowej i kołowej. Nadaje się zwłaszcza dla kanałów wentylatorowych, gdzie podziałka jest rzadka. Czas obliczeń jest stosunkowo krótki. Obliczenia wstępne - $25'$ (analiza geometrii) natomiast zmiany wariantu opływu wymagają czasu rzędu $10'$.

Przedstawione metody badań będą wykorzystywane do projektowania i oceny palisad łopatkowych istniejących i nowo projektowanych wentylatorów.

LITERATURA

- [1] Chmielniak T., Szafraniec A.: Badania wentylatorów metodami analogii. Opracowanie końcowe. Praca nie publikowana. Gliwice 1976.
- [2] Samońłowicz T.L.: Rozszet gidrodinamiozeskich rieszotok. PMM, t. 14, 1950.
- [3] Haackeschmidt M.: Die Elektroanalogie ein Mittel zur Lösung komplizierter Feldprobleme. Habilitationsschrift TU, Dresden 1964/65.
- [4] Szafraniec A.: Badania płaskich palisad łopatkowych wentylatorów promieniowych metodą analogii elektrycznej. ZN Pol.Śl. Energetyka z. 60, 1977.

РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ И АНАЛОГОВЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЦЕНТРОБЕЖНЫХ РЕШЕТОК

Р е з ю м е

Представлено новый метод расчета потенциального течения в решетках центробежных вентиляторов с профилями произвольной формы. Приведено тоже метод электрического моделирования таких решеток. Представлено некоторые результаты расчетов и измерений.

THE RESULTS OF ANALYTICAL CALCULATION AND ANALOGY MEASUREMENTS
CENTRIFUGAL GRID OF BLADES

S u m m a r y

The paper presents analytical method for calculating two dimensional flow in centrifugal grid and electrical analogy method in electrolytical medium. The results has been compared and assessed.