

Edward KOSTOWSKI, Janusz STEFANIK

MODEL MATEMATYCZNY NAGRZEWANIA WLEWKA
Z UWZGLĘDNIENIEM PROCESU TWORZENIA SIĘ ZGORZELINY

Streszczenie. Dla przyjętego modelu tworzenia się zgorzeliny opracowano model matematyczny nagrzewania wlewka. Przedstawiono rezultaty obliczeń otrzymane dla różnych założeń dotyczących zgorzeliny. Wynika z nich, że w obliczeniach w których chodzi o określenie rozkładu temperatur i czasu nagrzewania wystarczającymi dla potrzeb praktycznych mogą być metody uproszczone, w których nie uwzględnia się zgorzeliny.

1. Wstęp

Podczas nagrzewania stali w piecach komorowych około 1-2% jej masy ulega utlenieniu i przekształca się w zgorzelinę. Skład chemiczny, struktura i ilość zgorzeliny zależy od konkretnych warunków nagrzewania, a przede wszystkim od składu atmosfery w komórce pieca, temperatury spalin i czasu nagrzewania. Powstająca zgorzelina wpływa na proces nagrzewania wsadu, co przedstawiono w niniejszym artykule.

2. Matematyczny opis procesu tworzenia się zgorzeliny

Proces tworzenia się zgorzeliny opisany jest równaniem

$$\frac{dz}{d\tau} = \frac{k^2}{2z} \quad (1)$$

gdzie:

z - grubość warstwy zgorzeliny,

τ - czas,

k - współczynnik utleniania.

Jeśli początkowa grubość warstwy zgorzeliny wynosiła z_0 , to z równania (1) otrzymuje się zależność

$$z^2 = z_0^2 + k^2\tau \quad (2)$$

W przypadku, gdy k zmienia się podczas nagrzewania

$$z^2 = z_0^2 + \int_0^{\tau} k(\tau) d\tau \quad (2a)$$

jeśli k zmienia się skokowo, to

$$z^2 = z_0^2 + \sum_1 k_1^2 \tau_1 \quad (2b)$$

gdzie:

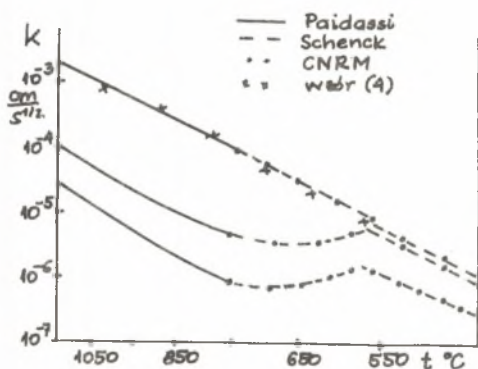
τ_1 - kolejny odcinek czasu, w którym $k = \text{idem}$.

Współczynnik utleniania k jest funkcją temperatury i składu chemicznego atmosfery pieca. Największy wpływ na intensywność tworzenia się zgorzeliny ma tlen, jego wpływ na wartość k uwzględnia się zwykle według zależności podanej przez Wagnera

$$k_1 = k_2 \sqrt{\frac{(O_2)_1}{(O_2)_2}} \quad (3)$$

gdzie:

k_1 - wartość współczynnika dla atmosfery pieca zawierającej $(O_2)_1$ tlenu.



Rys. 1. Zależność współczynnika utleniania od temperatury

Zależność k od temperatury była badana między innymi przez Paidassiego (w zakresie 700-1250°C), Schencka (200-1250°C) oraz w laboratoriach CNRM [1]. Wszystkie te badania były prowadzone w atmosferze czystego powietrza. Przedstawione na rys. 1 wyniki wymienionych badań wykazują dobrą zgodność. Zależność k od temperatury można aproksymować funkcją

$$k = \exp\left(-\frac{A}{t} + B\right) \quad (4)$$

gdzie:

t - temperatura w °C,
 A, B - stałe doświadczalne.

Dla procesu utleniania FeO przy $(\text{O}_2) = 21\%$ stałe wynoszą

$$A = 6044,29 \text{ K}, \quad B = -1,1513$$

Dla atmosfery pieca o zawartości tlenu (O_2) współczynnik utleniania wyraża się więc zależnością

$$k = \sqrt{\frac{(\text{O}_2)^1}{0,21}} \exp\left(-\frac{6044,29}{t} - 1,1513\right) \left[\frac{\text{cm}}{\text{s}^{1/2}}\right] \quad (4a)$$

Nieco inną zależność podaje Kazancew [2]

$$k = \exp\left(-\frac{10125}{t} + 5,25\right) [\text{mm}/\text{min}^{1/2}] \quad (5)$$

3. Efekt cieplny procesu tworzenia się zgorzeliny

Reakcje utleniania żelaza są reakcjami egzotermicznymi



Przyjmując przeciętny skład zgorzeliny: 90% FeO, 1% Fe₂O₃ i 9% Fe₃O₄, entalpia tworzenia zgorzeliny w temperaturze normalnej wynosi:

$$I_z = \frac{0,9}{M_{\text{FeO}}} I_{\text{FeO}} + \frac{0,09}{M_{\text{Fe}_3\text{O}_4}} I_{\text{Fe}_3\text{O}_4} + \frac{0,01}{M_{\text{Fe}_2\text{O}_3}} I_{\text{Fe}_2\text{O}_3} = 3829,41 \frac{\text{kJ}}{\text{kg zgorz.}}$$

W dalszych obliczeniach przyjęto, że I_z nie zmienia się ze zmianą temperatury. To dodatkowe założenie upraszczające nie powoduje dużego błędu, gdyż jak pokazały obliczenia dokonane w oparciu o prawo Kirchhoffa, I_z zmniejsza się ze wzrostem temperatury bardzo niewiele. Na przykład w temperaturze 1300°C wartość I_z jest tylko o 3% mniejsza niż w temperaturze normalnej.

4. Model matematyczny nagrzewania bryły metalu z uwzględnieniem procesu tworzenia się zgorzeliny

Bryłą metalu jest prostopadłościenny wledek o przekroju kwadratowym spoczywający na doskonale izolującym podłożu. Otaczający gaz ma stałą tem-

peraturę t_g i zawiera O_2 wolnego tlenu. Współczynnik wnikania ciepła wynosi α . Ze względu na symetrię do rozważań wybrano tylko część wlewka wyciętą przez osie symetrii, którą podzielono na elementy sześciennie o boku h . Czas nagrzewania został podzielony na przedziały $\Delta\tau$. Temperatury poszczególnych węzłów oblicza się według metody bilansów elementarnych przy ilorazie przednim. Współczynnik przewodzenia ciepła dla zgorzeliny jest zależny od temperatury w następujący sposób [3]

$$\left. \begin{aligned} \text{dla } t \leq 900^\circ\text{C} \quad \lambda_z &= a_0 \\ \text{dla } t > 900^\circ\text{C} \quad \lambda_z &= a_0 + a_1(t - 900) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

gdzie:

$$a_0 = 1.454 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}, \quad a_1 = 0.00233 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}^2)$$

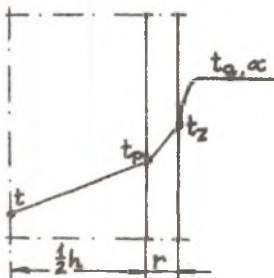
Średnia wartość λ_z w zakresie 0-1300°C obliczona z równania (6) wynosi $\lambda_{zs} = 1,582 \text{ W}/\text{m}\cdot\text{K}$. Jako temperaturę zgorzeliny przyjmuje się średnią arytmetyczną temperatur na obu jej powierzchniach. Można zatem napisać

$$\lambda_z = b_0 + b_1 \frac{t_p + t_z}{2} \quad (7)$$

Bilans energii dla elementów zewnętrznych ma postać

$$h^3 \rho c \frac{t'_1 - t_1}{\Delta\tau} = \sum_j \dot{Q}_{j1} + \dot{Q}_{F1} \quad (8)$$

$$\dot{Q}_{j1} = h^2 \frac{t_1 - t_{j1}}{h/\lambda}, \quad (9)$$



gdzie:

ρ, c, λ - gęstość, ciepło właściwe i współczynnik przewodzenia ciepła dla stali.

t_1 - temperatura węzła 1.

t'_1 - temperatura węzła 1 po upływie czasu $\Delta\tau$,

\dot{Q}_{F1} - strumień ciepła dopływającego z wewnętrznych powierzchni ciała do węzła 1; \dot{Q}_{F1} jest obliczany sposobem podanym w [4].

Rys. 2. Rozkład temperatur w elemencie pokrytym warstwą zgorzeliny

Ze względu na to, że utlenieniu ulega zwykle nie więcej niż 1-2% masy wlewka, pominięto zmianę

masy elementów leżących przy powierzchni wlewka. Dla $\lambda_z = \text{idem}$ z bilansu strumieni ciepłych przepływających przez powierzchnię zewnętrzną elementu (rys. 2) oblicza się temperaturę na powierzchni wlewka

$$\frac{t_g - t_{p1}}{\frac{1}{\alpha} + \frac{r_1}{\lambda_z}} + \Delta r \rho_z I_z = \frac{t_{p1} - t_i}{\frac{h}{2\lambda}} \quad (10)$$

$$\dot{Q}_{F1} = n \frac{t_{p1} - t_i}{\frac{h}{2\lambda}} h^2 \quad (11)$$

gdzie:

- ρ_z, I_z - gęstość, entalpia tworzenia zgorzeliny.
- t_{p1} - temperatura na powierzchni elementu odpowiadającego węzłowi 1,
- n - liczba ścian elementu podlegających utlenieniu,
- Δr_1 - przyrost grubości warstwy zgorzeliny w czasie $\Delta \tau$, która zgodnie z (2b) wynosi

$$\Delta r_1 = \sqrt{r_1^2 + k^2 \Delta \tau} - r_1$$

Jeżeli λ_z zależy od temperatury, to w celu obliczenia \dot{Q}_{F1} należy obliczyć t_{p1} z układu równań:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\lambda_{z1}}{r_1} (t_{z1} - t_{p1}) &= \alpha (t_g - t_{z1}) \\ \frac{2\lambda}{h} (t_{p1} - t_i) &= \alpha (t_g - t_{z1}) + \Delta r_1 \rho_z I_z \\ \lambda_{z1} &= b_0 + \frac{1}{2} b_1 (t_{z1} + t_{p1}) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Po przekształceniach otrzymuje się równanie na t_{p1}

$$A t_{p1}^2 - B t_{p1} + C = 0.$$

gdzie:

$$A = \frac{1}{2} b_1 \left(\frac{4\lambda^2}{\alpha^2 h^2} - 1 \right),$$

$$B = b_0 + \frac{2\lambda}{\alpha h} (b_0 + \alpha r_1 + b_1 D),$$

$$C = D(b_0 + \alpha r_1 + \frac{1}{2} b_1 D) - \alpha r_1 t_g,$$

$$D = t_g + \frac{\Delta r_1}{\alpha} \rho_z I_z + \frac{2\lambda}{\alpha h} t_1.$$

Po wyznaczeniu t_{p1} można już obliczyć \dot{Q}_{F1} z równania (11), a z równania (8) wylicza się temperatury w poszczególnych węzłach po upływie czasu $\Delta \tau$.

W oparciu o przedstawiony model przeprowadzono obliczenia procesu nagrzewania wlewka o początkowej temperaturze $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Przyjęto: rozmiary wlewka - 0,6 . 0,6 . 2,0 m; bok elementu $h = 10$ cm; $\alpha = 150$ W/m² K; $t_g = 1300^\circ\text{C}$ (idem). Koniec nagrzewania nastąpił wtedy, gdy różnica średnich temperatur powierzchni wlewka t_F i w osi wlewka t_{0s} była mniejsza niż 50 K ($t_F - t_{0s} < 50$ K).

Wykonano 4 warianty obliczeń:

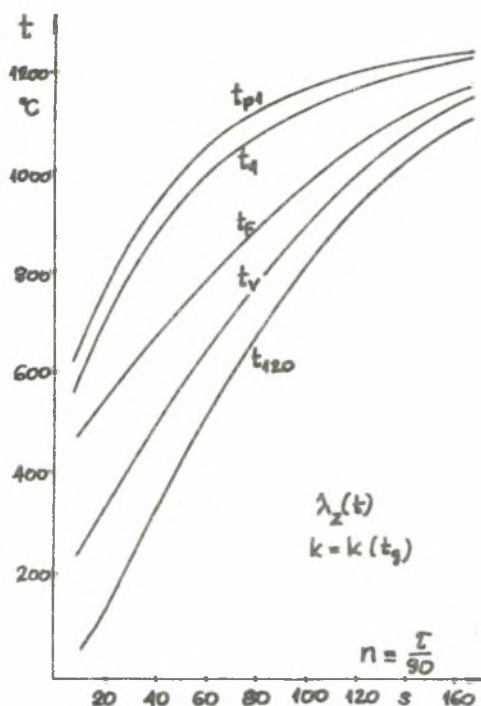
1) założono zmienność λ_z według równań (6), a jako temperaturę do obliczenia współczynnika utleniania przyjmowano t_p . Dla tak przyjętych warunków proces nagrzewania kończył się po 156 krokach czasowych (90 s każdy), maksymalna grubość zgorzeliny wynosiła $r_1 = 1,01$ mm, masa powstałej zgorzeliny stanowiła $z = 0,36\%$ początkowej masy wlewka, a średnia grubość $r_{\text{śr}} = 0,65$ mm.

2) przyjęto stały współczynnik przewodzenia ciepła zgorzeliny równy wartości średniej $\lambda_z = 1,682$ W/m K, a za temperaturę t do wzoru na k również temperaturę powierzchni wlewka. Rezultaty obliczeń: czas - $n_2 = 156$ kroków; $r_{\text{max}} = r_1 = 1,01$ mm; $z = 0,36\%$; $r_{\text{śr}} = 0,65$ mm.

3) przyjęto współczynnik λ_z zmienny według zależności (6), jako temperaturę do wzoru na k podstawiano t_z , czyli temperaturę na powierzchni warstwy zgorzeliny. Otrzymano: $n_3 = 156$ kroków; $r_{\text{max}} = 1,02$ mm; $r_{\text{śr}} = 0,65$ mm; $z = 0,36\%$.

4) współczynnik λ_z zmienny jak wyżej, lecz do wyznaczenia k przyjmowano t_g - temperaturę spalin. Otrzymano: $n_4 = 164$ kroki; $r_{\text{max}} = r_{\text{śr}} = 1,84$ mm; $z = 1,03\%$.

Obliczone rozkłady temperatur dla pierwszych trzech wariantów w bardzo dużym stopniu pokrywają się, występujące różnice nie przekraczają 1-2 K. Jedynie dla czwartego wariantu występują pewne różnice, chociaż jakościowo przebiegi temperaturowe są takie same. Przebiegi wybranych temperatur dla wariantu czwartego przedstawia rys. 3. Na wykresie tym t_{p1} jest temperaturą na powierzchni elementu narożnego, t_1 jest temperaturą w środku tego elementu, t_F - średnią na powierzchni wlewka, t_v - średnią całego wlewka, t_{120} - temperaturą elementu znajdującego się w środku stopy wlewka (a więc najchłodniejszego).



Rys. 3. Przykładowy obliczeniowy przebieg temperatur we wlewku podczas nagrzewania (wyniki dla założeń wariantu 4)

5. Wnioski

A. Obliczona ilość wytworzonej zgorzeli jest tego samego rzędu, co ilości otrzymane z pomiarów tylko wówczas, gdy do obliczenia współczynnika utleniania k podstawią się temperaturę spalin.

B. Uwzględnienie w obliczeniach nagrzewania metalu procesu tworzenia się zgorzeli wydłuża nieznacznie czas nagrzewania lecz nie wpływa jakościowo na rozkład temperatur we wlewku. Natomiast wpływ ilościowy jest niewielki i w obliczeniach dla celów praktycznych można stosować takie równania jak dla przypadku bez powstawania zgorzeli.

C. Ponieważ uwzględnienie zmienności współczynnika λ zgorzeli z temperaturą nie wpływa w widocznym stopniu na czas nagrzewania wlewka, ilość wytworzonej zgorzeli ani też na rozkład temperatur we wlewku, można do obliczeń przyjmować jego średnią wartość - wielkość stałą (w zakresie temperatur 0-1300°C, $\lambda_z \approx 1,7$ W/m K).

LITERATURA

- [1] Kazancev E.I., Lorang F.: *Revue Universelle des Mines*, 1964, nr 2, s. 41.
- [2] Kazancev E.I.: *Sbornik vedeckich praci Vysoke Školy Banske v Ostrave*, 1968, nr 7, s. 173.
- [3] Senkara T.: *Obliczenia pieców grzewczych w hutnictwie żelaza, Śląsk, Katowice 1968*.
- [4] Szargut J.: *Metody numeryczne w obliczeniach cieplnych pieców przemysłowych, Śląsk, Katowice 1977*.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАГРЕВА СЛИТКА
С УЧЁТОМ ОКАЛИНООБРАЗОВАНИЯ

Р е з ю м е

Для принятого в технической литературе механизма окалинообразования разработано математическую модель нагрева слитка. Приведены результаты расчётов полученных для разных условий касающихся окалины. Эти результаты указывают что при определении температурного поля в слитке и времени его нагрева влияние окалины невеликое, для практических расчётов достаточны упрощённые модели, в которых окалины не учитывается.

A MATHEMATICAL MODEL OF INGOT HEATING WITH THE CONCERNING
OF THE SCALE FORMATION

S u m m a r y

For accepted model of scale formation a mathematical model of ingot heating has been worked out. Taking into account various assumptions concerning the scale, ingot heating calculations were carried out, which results has been presented. It appears that simplified methods, without regard to scale formation, are sufficient for calculations of temperature distribution in the ingot and heating time carried out for practical purposes.