ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979

Seria: ENERGETYKA z. 73 Nr kol. 617

Joachim OTTE

PORÓWNANIE METOD ANALIZY OSIOWO-SYMETRYCZNEGO PRZEPŁYWU PŁYNU PRZEZ UKŁADY ŁOPATKOWE MASZYN WIRNIKOWYCH WYKORZYSTUJĄCYCH OGÓLNY MODEL PRZEPŁYWU W ZAKRESIE PRĘDKOŚCI PODDŹWIĘKOWYCH

Streszczenie. W pracy dokonano krytycznego przeglądu metod analizy przepływu. Scharakteryzowano poszczególne metody, podano zakresy stosowalności i przedstawiono wnioski odnośnie ich skuteczności.

1. Wstęp

Opracowanie metod obliczeniowych przepływu przez układy łopatkowe maszyn wirnikowych bazujących na ogólnym modelu zjawiska przepływu, stanowi obecnie temat prac w wielu zagranicznych ośrodkach naukowych, przy czym zdecydowana większość prac wykonywana jest w pracowniach i laboratoriach wielkich firm przemysłowych, względnie w instytutach na zlecenie tychże firm. Można stwierdzić, że każdy z tych ośrodków dąży do opracowania własnej w pełni sprawdzonej kompleksowej metody obliczeniowej, która w gruncie rzeczy jest zbiorem metod regulujących zagadnienie tworzenia modelu matematycznego, formułowania zagadnień brzegowych, rozwiązywania równań różniczkowych, konstruowania algorytmu obliczeń, budowy programu na EMC itp. Korzyści wynikające z opanowania i wdrożenia metod obliczeń opartych na ogólnych modelach przepływu są szczególnie widoczne w takich dziedzinach jak konstrukcja maszyn wirnikowych (optymalizacja konstrukcji, obliczenia charakterystyk maszyn) oraz badania mechanizmu przepływu na drodze eksperymentu cyfrowego, (np. badania wpływu cech geometrycznych na pole parametrów przepływu).

Jeżeli chodzi o literaturę krajową, to mimo niemałego już potencjału w dziedzinie budowy turbin, pomp i wentylatorów, można stwierdzić, że nie był on do tej pory poparty odpowiednim poziomem prac podstawowych i opracowań aplikacyjnych z zakresu badania przepływu w tych maszynach.

W Instytucie Maszyn i Urządzeń Energetycznych dążąc do opracowania kompleksowej obliczeniowej metody syntezy zjawiska przepływu przez układy łopatkowe maszyn wirnikowych w pierwszej kolejności wiele uwagi poświęcono zagadnieniom analizy przepływu. Niniejszy przegląd oparto na niepublikowanej pracy autora [21] i poszerzono o najnowsze pozycje literaturowe.

2. Ogólny model przepływu

Niniejsza praca obejmuje jedynie metody dotyczące zagadnienia analizy osiowo-symetrycznego przepływu płynu na powierzchniach typu S_2 (według oznaczenia zaproponowanego przez WU [33]). Rozważania ograniczone są tu do obszaru strumienia głównego, przy czym obszar ten rozciąga się na podobszary zajęte wieńcami łopatkowymi jak i podobszary międzywieńcowe (przestrzenie międzywieńcowe). Rozpatruje się tu zarówno pojedyncze wieńce łopatkowe, stopnie jak i układy wielostopniowe.

Podstawowe założenia określające ogólny model przepływu są następujące:

- przepływ jest uśredniony względem czasu i współrzędnej obwodowej stąd też należy uważać go jako ustalony i osiowo-symetryczny na średniej powierzchni S_2' kanału międzyłopatkowego. W wyniku operacji uśredniania w równaniach ruchu pojawia się tzw. masowa siła oddziaływania łopatek F_2, natomiast w równaniu ciągłości współczynnik zwężenia przekroju τ,
- płyn uważa się jako rzeczywisty, co wynika z przybliżonego uwzględnienia w postaci energetycznej, uśrednionych efektów lepkości wyrażonych przez gradienty entropii wzdłuż linii prądu,
- przepływ w ogólnym przypadku jest wirowy charakteryzujący się gradientami rotalpii całkowitej, entropii i cyrkulacji rc_u,
- pomiędzy poszczególnymi strugami płynu nie ma wymiany ciepła, czyli zakłada się, że przepływ jest adiatermiczny,
- dopuszcza się dowolność geometrii łopatek i dowolność geometrii linii ograniczających kanał przepływowy w przekroju merydionalnym.

Przy tych założeniach zagadnienie analizy przepływu opisane jest układem równań [21]:

- równanie ruchu

$$-\bar{w} \times \mathrm{rot}\,\bar{w} + 2\bar{\omega} \times \bar{w} = T\nabla s - \nabla h^* + \bar{F}_2 + \bar{f} \tag{1}$$

- równanie ciągłości

$$\mathrm{div}(\varrho\tau\bar{w}) = 0 \tag{2}$$

- równanie stanu gazu

$$p = \varrho RT \tag{3}$$

- równanie przemiany

$$\left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} \frac{T_o}{T} = \sigma \tag{4}$$

Układ ten uzupełniają dodatkowe związki pomiędzy jednostkowym wektorem normalnym do powierzchni S_2' oraz siłą $\bar{F}_2$ i wektorem prędkości $\bar{w}$:

- warunek ortogonalności siły $\bar{F}_2$ względem powierzchni S_2'

$$\bar{n} \times \bar{F}_2 = 0 \tag{5}$$

- związek określający powierzchnię S_2' jako powierzchnię prądu

$$\bar{w} \cdot \bar{n} = 0 \tag{6}$$

Forma końcowa równań różniczkowych opisujących zagadnienie analizy w pierwszym rzędzie uzależniona jest od obranych wielkości niewiadomych w równaniach końcowych. Jako zasadniczą niewiadomę obiera się najczęściej albo jedną z prędkości (najczęściej jest to składowa merydionalna c_m) albo funkcję prądu ψ. Po przekształceniach układu równań otrzymuje się wtedy następujące postacie równania końcowego:

$$c_m \frac{\partial c_m}{\partial q} + Ac_m^2 + Bc_m + C = 0 \tag{7}$$

$$A \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + 2B \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial z} + C \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + D \frac{\partial \psi}{\partial r} + E \frac{\partial \psi}{\partial z} + F = 0 \tag{8}$$

3. Podział metod analizy przepływu

Ogólnie można dokonać podziału na metody, których równania końcowe stanowią przypadek przedstawionych wyżej równań (7) i (8) oraz na metody specjalne korzystające jeszcze z innych założeń.

Można więc wyróżnić:

- metody wykorzystujące pojęcie linii prądu (równanie (7)),
- metody wykorzystujące pojęcie funkcji prądu (równanie (8)),
- metody specjalne.

Metody wykorzystujące pojęcie linii prądu mają tę zaletę, że w równaniach opisujących przepływ łatwo można wyodrębnić poszczególne człony dokonując fizycznej ich interpretacji, tak jak to uczyniono w pracy SMITHA [27].

Stąd też w tych metodach wskutek przyjmowania odpowiednich założeń, przede wszystkim w zakresie własności geometrycznych linii prądu, otrzymano uproszczone modele przepływu. Można tu wyszczególnić:

- model przepływu cylindrycznego, gdy zakłada się, że linie prądu są prostymi równoległymi do osi obrotu,

- model przepływu stożkowego, gdy linie prądu są tworzącymi stożkowych obrotowych powierzchni prądu,
- model przepływu falistego, gdy przyjmuje się, że merydionalne linie prądu przebiegają faliście,
- ogólny model przepływu, którego algorytmy numerycznej realizacji określono nazwą metody krzywizny linii prądu (MKLP) [10], [11], [13], [15].

W metodach wykorzystujących pojęcie funkcji prądu zwanych dalej metodami funkcji prądu (MFP) w zależności od stosowanych numerycznych procedur rozwiązywania można wyróżnić:

- metodę różnic skończonych (MRS),
- metodę elementów skończonych (MES).

Rozwój techniki obliczeniowej sprawił, że metody analizy bazujące na uproszczonych modelach przepływu straciły już rację bytu. Stąd też dalsze rozważania poświęcone zostaną metodom MKLP, MFP + MRS, MFP + MES.

4. Metody krzywizny linii prądu

Szczególną cechą tych metod jest konieczność odpowiednio dokładnego wyznaczenia charakterystyk geometrycznych linii prądu na podstawie położenia punktów węzłowych w kolejnych przekrojach obliczeniowych. Poszukuje się tu funkcji aproksymujących, na których można by wykazać m.in. takie operacje analityczne jak różniczkowanie z rozsądną dokładnością.

Pierwotnie zastosowanie MKLP odnosiło się głównie do wieńców typu osiowo-promieniowego o długich kanałach prowadzących czynnik, co przedstawiono w pracy [7] jak również w [28] i [29]. Według przedstawionych tu algorytmów w pracy [12] dokonano analizy przepływu w wirniku promieniowo osiowej turbiny wodnej, natomiast w pracy [32] przeprowadzono analizę parametrów przepływu w wieńcu sprężającym z merydionalnym przyspieszeniem strumienia.

W wyżej wymienionych pracach przepływ traktowany jest przeważnie jako izentropowy, a także jako homoenergetyczny. Ogólniejsze ujęcie zagadnienia analizy z uwzględnieniem strat przepływu jest rozpatrywane przez szereg autorów [9], [16], [24], [44].

Przedstawione prace dotyczyły głównie analizy przepływu na odcinku wieńca łopatkowego, co też jest jedną z przyczyn błędów w określeniu parametrów w strefach brzegowych przy krawędzi wlotowej i wylotowej łopatek.

Jedną z pierwszych prac ujmujących w zadowalający sposób ogólny model przepływu jest praca STIEPANOWA [46], gdzie między innymi rozpatrzono także problem dokładności opisu osiowo-symetrycznego ruchu płynu równaniami uśrednionymi. Dalsze rozwinięcie teoretycznych podstaw analizy przepływu osiowo-symetrycznego zostało dokonane przez SIROTKINA [43], [44].

Stosunkowo kompletny model przepływu przedstawiono w pracach [17] i [19] w odniesieniu do czynnika nieściśliwego oraz w pracy [18] w odniesieniu do płynu ściśliwego.

Ważnym problemem przy tego rodzaju metodach jest konstrukcja efektywnych algorytmów obliczeniowych. Zagadnieniom obliczeń numerycznych poświęcono rozdział w książce HORLOCKA [10], pewne procedury opisano także w pracach [18] i [19], zaś w pracy [25] rozpatrzono problem numerycznego wyznaczania charakterystyk linii prądu wraz z analizą stosowanych w tym względzie metod.

5. Metody funkcji prądu

W odróżnieniu od metod opartych na pojęciu linii prądu, które rozwijały się stopniowo, metody funkcji prądu, ze względu na bezpośredni związek z postępami elektronicznej techniki obliczeniowej znalazły zastosowanie od razu w ogólnym modelu przepływu. Klasyczną już pracą bazującą na pojęciu funkcji prądu jest praca WU [33], dająca początek współczesnym metodom analizy przepływu przestrzennego. Ściślejsze ujęcie tego samego zagadnienia zostało rozpatrzone przez SIROTKINA [45] tak w odniesieniu do modelu przestrzennego jak i quasi-trójwymiarowego.

Jeżeli chodzi o numeryczną realizację, to stosuje się głównie dwie współczesne metody dyskretyzacji zagadnienia; metodę różnic skończonych i metodę elementów skończonych.

5.1. Metody różnic skończonych

Pierwszą pracą bazującą na uproszczonym modelu WU i wykorzystującą metodę różnic skończonych jest praca MARSHA [14] Przedstawiono tu w ogólnym zarysie opis programu obliczeniowego. Podstawowe równanie opisujące przepływ, po aproksymacji wyrażeniami różnicowymi, sprowadzono do postaci macierzowej, który to zapis wykorzystano następnie przy budowie programu obliczeniowego.

W pracy GOLDINA [35] rozważono możliwości otrzymania rozwiązania na drodze iteracyjnej, konkretne zaś zagadnienie analizy przepływu beztarciowego (izentropowego) przez stopnie osiowe rozpatrzono w pracach BINIARISA [3], [4], przy czym rozwiązania uzyskano na drodze iteracyjnych obliczeń relaksacyjnych. Przytoczone tu przykładowo wyniki obliczeń podobnie jak w referacie [23] odnoszą się do stopni turbinowych.

W pracy [21] na bazie uogólnionego modelu przepływu z dysypacją energii sformułowano zagadnienie brzegowe sprowadzające się do rozwiązania nieliniowego eliptycznego równania różniczkowego w postaci (8). W tej pracy, jak i we wcześniejszej [20] dotyczącej wyłącznie przepływu płynu nieściśliwego, algorytm obliczeń oparto na metodzie nadrelaksacyjnej. W pracach tych przedstawiono wyniki analizy przepływu w osiowym stopniu sprę-

żającym. W pracach [5] i [22] podano natomiast rozwiązania przepływu przez bazłopatkowy kanał wirnika promieniowego.

5.2. Metody elementów skończonych

Metoda elementów skończonych znajduje się w okresie burzliwego rozwoju, przede wszystkim na gruncie mechaniki budowli. Może także znaleźć zastosowanie przy rozwiązywaniu problemów przepływu [34].

Do pierwszych opublikowanych prac wykorzystujących MES w odniesieniu do zagadnienia analizy przepływu przez wieńce łopatkowe należą prace ADLERA i KRIMERMANA [1] oraz HIRSCHA i WARZEE [8].

W pracy [8] końcowe równanie przepływu sprowadzono do postaci quasi-harmonicznej

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(k\,\frac{\partial \Psi}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\,\frac{\partial}{\partial z}\right) + Q = 0 \tag{9}$$

Do rozwiązania powyższego równania zastosowano odmianę metody elementów skończonych polegającej na postępowaniu według ważonej metody residualnej Galerkina, gdzie funkcja wagi jest równa funkcji kształtu. Dyskretyzację oparto na czterobocznych krzywoliniowych izoparametrycznych elementach z ośmioma punktami umieszczonymi na ich brzegach.

6. Porównanie metod analizy

Przedstawiony krótki przegląd poszczególnych metod wykazał, że najbardziej bogatą literaturę posiadają metody krzywizny linii prądu, zaś praktycznie w początkowym stadium rozwoju jest metoda elementów skończonych w zastosowaniu do analizy przepływów. Stąd też właściwe porównanie można przeprowadzić pomiędzy MKLP oraz MFP + MRS. Do takiego porównania upoważnia autora także zdobyte w tym zakresie doświadczenie obliczeniowe.

6.1. Ograniczenie ze względu na liczbę Macha

W zależności od prędkości przepływu w metodzie funkcji prądu zmienia się typ równania (8). I tak dla liczb Macha $M_w < 1$ równanie to jest typu eliptycznego, co fizykalnie sprowadza się do tego, że zakłócenia w przepływie rozchodzą się we wszystkich kierunkach.

Rozpatrzone wyżej prace dotyczą właśnie zagadnienia eliptycznego w przepływach zaś naddźwiękowych, gdy mamy do czynienia z zagadnieniem hiperbolicznym stosuje się najczęściej metodę charakterystyk. Obecnie mimo, że stosowanie osiowo-symetrychnego modelu do przepływów około- i naddźwiękowych nie jest jeszcze w pełni uzasadnione, rozwijane są prace nad efektywnymi procedurami numerycznymi z zakresu analizy przepływów transonicznych w sprężarkach [6], [26] jak i ostatnich stopniach turbin [41].

Jeżeli chodzi o MKLP to mimo, że uzupełniające równanie ciągłości w formie

$$\dot{m} = 2\pi \int_0^q \varrho c_m r \cos\check{\varepsilon} dq \tag{10}$$

sprawia, że mamy do czynienia z układem równań różniczkowo-całkowym, to jednak fakt zadawania odpowiednich warunków brzegowych na wlocie oraz wyznaczanie charakterystyk geometrycznych linii prądu na podstawie wszystkich punktów węzłowych danej linii powoduje, że układ ten ma także charakter "eliptyczny".

Porównanie metod dotyczyć więc będzie zakresu przepływów poddźwiękowych.

6.2. Metody rozwiązania

W metodach MKLP i MFP algorytm obliczeń numerycznych opiera się na dyskretyzacji zagadnienia. Jeżeli jednak w MFP dyskretyzację przeprowadza się bezpośrednio wychodząc z równania (8) to w MKLP wykorzystuje się jeszcze koncepcję rozwiązywania równań różniczkowych wszystkich metod prostych, której idea bazuje na iteracyjnym dochodzeniu do ostatecznego rozwiązania. Założenia tej metody pozwalają przejść od równania (7) o pochodnych cząstkowych do układu równań różniczkowych zwyczajnych, które z kolei rozwiązuje się przy zastosowaniu różnych odmian metod Runge - Kutty. Już na podstawie powyższego można wnioskować o znacznej "subtelności" metody krzywizny linii prądu.

W MFR + MRS układ równań różniczkowych rozwiązuje się metodami macierzowymi [14] lub też metodami iteracyjnymi. W tym drugim przypadku najczęściej stosuje się proces nadrelaksacji

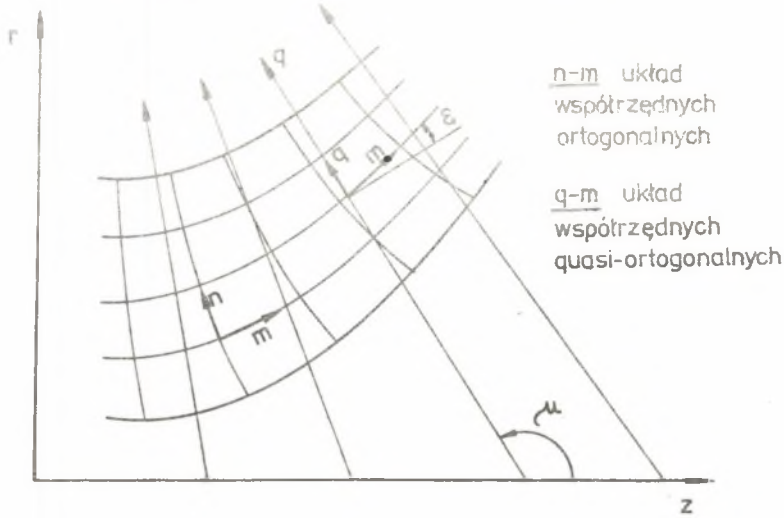
$$\psi^{(\mu+1)} = (1 - \Omega)\psi^{(\mu)} + \Omega\psi, \tag{11}$$

gdzie Ω jest czynnikiem relaksacji, zaś μ jest kolejnym numerem iteracji.

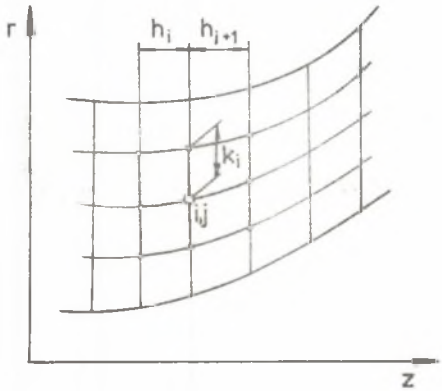
6.3. Siatka węzłów obliczeniowych

Ważnym zagadnieniem w istotny sposób wpływającym na skuteczność metody jest pokrycie obszaru analizy siatką węzłów obliczeniowych, ze szczególnym uwzględnieniem geometrii brzegów.

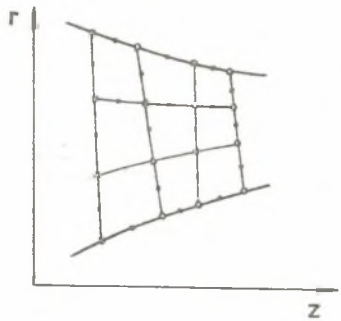
W metodzie MKLP początkowo obliczenia prowadzono w układzie współrzędnych krzywoliniowych ortogonalnych [7],[28],[29], co jest niezmiernie utrudnione przez zmiany położenia punktów węzłowych siatki w trakcie kolejnych iteracji. Znaczną poprawę w tym zakresie przyniosło wprowadzenie tzw.



Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3

quasi-ortogonalnej siatki przepływu [13, 24] (rys. 1). Mankamentem MKLP jest to, że zawodzi ona w przypadku nieregularnych brzegów obszaru przepływu.

Dyskretyzację zagadnienia brzegowego w przypadku MFP+MRS najczęściej przeprowadzano w oparciu o siatkę prostokątną [3, 4, 20, 21], co jednakże znacznie komplikowało program obliczeń, gdy obszar analizy odbiegał od prostokąta. Stąd też opracowano sposoby transformacji analizowanego obszaru przepływu na obszar prostokąta [30, 36, 40, 41]. Z powodzeniem zaczęto stosować także siatkę krzywoliniową [22] (rys. 2).

W MFP + MES uzyskuje się najlepsze dopasowanie siatki węzłów obliczeniowych. Przykład siatki zastosowanej w pracy [8] przedstawiono na rys. 3.

6.4. Zagadnienie stabilności i zbieżności obliczeń

Z góry założone iteracyjne dochodzenie do ostatecznego rozwiązania wyłania w metodzie krzywizny linii prądu kompleks problemów związanych ze stabilnością i zbieżnością procedur obliczeniowych. W trakcie kolejnych obliczeń iteracyjnych obserwuje się tu bowiem zjawisko "przenoszenia błędów". Tym zagadnieniom wiele uwagi poświęcono w pracach [2, 31]. Dla zabezpieczenia zbieżności procesu iteracyjnego wprowadza się najczęściej tzw. współczynniki (czynniki) relaksacji [10, 18, 37, 38, 42], przy czym znajdują one zastosowanie przy określeniu nowych współrzędnych linii prądu i prędkości

$$r = r^{(\mu)} + \omega_1 (r^{(\mu+1)} - r^{(\mu)}), \tag{12}$$

$$c_m = c_m^{(\mu)} + \omega_2 (c_m^{(\mu+1)} - c_m^{(\mu)}), \tag{13}$$

gdzie ω_1, ω_2 są czynnikami relaksacji, natomiast μ jest numerem przybliżenia. Czynniki ω wyznaczane są tu przede wszystkim na drodze eksperymentu cyfrowego.

Po rozpatrywaniu zagadnień dokładności, stabilności i zbieżności obliczeń, na korzyść metod funkcji prądu przemawia fakt, że wykorzystuje się tu nagromadzone doświadczenia z dziedziny rozwiązywania równań fizyki matematycznej. Stosowany tutaj najczęściej iteracyjny proces obliczeń nadrelaksacyjnych jest wynikiem wyboru. Dla wyznaczenia optymalnego czynnika relaksacji wykorzystuje się tu następujące oszacowanie

$$\omega_{opt} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \varrho(G)}}, \tag{14}$$

gdzie $\varrho(G)$ jest promieniem spektralnym macierzy iteracyjnej Gaussa-Seidla.

6.5. Realizacja programu na EMC

Oceniając budowę programu obliczeniowego pod kątem jego złożoności i ilości rozwiązań logicznych, to program realizujący metodę funkcji prądu jest pod tym względem znacznie bardziej przejrzysty. Jeżeli chodzi o pojemność pamięci maszyny cyfrowej to w warunkach jednakowej liczby punktów węzłowych obie metody MKLP i MFP są mniej więcej równorzędne. Porównując natomiast czasy obliczeń pierwszeństwo należy dać metodzie funkcji prądu.

7. Wnioski

Spośród przytoczonych wyżej metod, metoda krzywizny linii prądu jest, jak już stwierdzono, najbardziej subtelna i skuteczność jej stosowania w dużej mierze zależy od nabytego doświadczenia obliczeniowego. Efektywność jej wzrasta w przypadku analizy pola przepływu w wieńcach typu osiowo-promieniowego, w których linie prądu posiadają wyraźnie określoną krzywiznę.

Ocena metody funkcji prądu w swej odmianie wykorzystującej metodę różnic skończonych w dużym stopniu uzależniona jest od typu zastosowanej obliczeniowej siatki przepływu. Dysponując algorytmem bazującym na transformacji obszaru analizy w celu zastosowania siatki prostokątnej lub też algorytmem opartym na siatce krzywoliniowej ocena tej metody względem pozostałych wypada bardzo korzystnie.

Metoda elementów skończonych znajduje się dopiero w początkowym stadium rozwoju, przy czym wykorzystuje się tu doświadczenia wyniesione głównie z dziedziny mechaniki budowli. Pewną korzyścią tego jest możliwość wykorzystania niektórych gotowych podprogramów.

LITERATURA

[1] Adler D., Krimerman Y.: The Numerical Calculation of the Meridional Flow Field in Turbomachines Using the Finite Element Method. Israel Journal of Technology, Vol. 12 (1974), pp. 268-274.

[2] Bindon J.P.: Stability and Convergence of Streamline Curvature Flow Analysis Procedures. Int. Journal f. Numerical Methods in Engineering, Vol. 7, 69-83 (1973).

[3] Biniaris S.: Die Berechnung der quasidreidimensionalen reibungs-freien kompressiblen Stromung in axialen Turbomaschinen. VDI - Berichte Nr 193 (1973).

[4] Biniaris S.: The Calculation of the Quasi - Three-Dimensional Flow in an Axial Gas Turbine. Trans. ASME, Journal of Engineering for Power, April (1975).

[5] Deptuła B.: Przepływ czynnika nielepkiego przez promieniowe wieńce wirujące. Politechnika Poznańska 1971. Praca doktorska.

[6] Frühauf H.H.: Ein Differenzverfahren für die axialsymmetrische Überschallströmung in rotierenden Ringgittern mit lokalen Unterschallgebieten. Forschung Ing.-Wesen, Nr 5, Bd 40 (1974).

[7] Hamrick G.T., Ginsburg A., Osborn W.M.: Method Analysis for Compressible Flow Through Mixed-Flow Centrifugal Impellers of Arbitrary Design. NACA Report 1082 (1952).

[8] Hirsch Ch., Warzee G.: A Finite-Element Method for Through Flow Calculations in Turbomachines. Journal of Fluids Engineering, September (1976).

[9] Hoffmeister M., Seifert G.: Über die Bestimmung der meridionalen Stromlinien in einem Diagonalgitter bei Unterschallströmung. Maschinenbautechnik H. 7, 16 (1967).

[10] Horlock J.H.: Axial Flow Turbines 1966, (tłumaczenie w języku rosyjskim).

[11] Horlock J.H.: Axialkompressoren. Karlsruhe 1967 G. Braun.

[12] Jansen W.: Flow Analysis in Francis Water Turbinen. Trans. ASME, Nr 3, ser. A (1967).

[13] Katsanis T.: Use of Arbitrary Quasi-Orthogonals for Calculating Flow Distribution in a Turbomachine, Trans. ASME, Journal of Engineering for Power, Nr 2, (1966).

[14] Marsh H.: A Digital Computer Program for the Through-flow Fluid Mechanics in an Arbitrary Turbomachine using a Matrix Method. Reports and Memoranda, No 3509, July (1966).

[15] Novak R.A.: Streamline Curvature Computing Procedures for Fluid-Flow Problems. Trans. ASME, Nr 4, ser. A (1967).

[16] Otte J.J.: Równania przepływu płynu nieściśliwego w kanałach łopatkowych maszyn wirnikowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Energetyka, z. 53, s. 131-143.

[17] Otte J.J.: Osiowo-symetryczny przepływ płynu nieściśliwego w kanałach łopatkowych osiowych maszyn wirnikowych. Archiwum Budowy Maszyn, z. 4, t. XXII (1975), s. 475-488.

[18] Otte J.J.: A Method of Analysis of Axial-Symmetric Flow in Blade Chanels of Turbines. III Conference on Steam Turbines of Great Output, Gdańsk 1974, Prace IMP, z. 70-72, s. 597-614.

[19] Otte J.J.: Wyznaczenie pola prędkości i ciśnień w kanałach łopatkowych osiowych maszyn wirnikowych przy przepływie płynu nieściśliwego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Energetyka, z. 56.

[20] Otte J.J.: Zagadnienia analizy przepływu nieściśliwego w układach łopatkowych osiowych maszyn wirnikowych. Praca Konkursowa PTMTS, Łódź 1975 (niepublikowa).

[21] Otte J.J.: Metoda analizy przepływu przez układy łopatkowe maszyn wirnikowych. Politechnika Śląska, Gliwice 1976, Praca doktorska.

[22] Otte J.J.: Numeryczne modelowanie quasi-trójwymiarowego przepływu w maszynach wirnikowych. Zbiór prac z IV Konferencji "Technologia maszyn przepływowych", Rzeszów 1978.

[23] Rais M.: A Method of Solution of Three-dimensional Flow of a Nonviscous Fluid Through Axial Turbine and Some Practical Applications. VI Konference Parni Turbiny Velkeho Vykonu, Plzeń, 1975.

[24] Senoo Y., Nakase Y.: An Analysis of Flow Through a Mixed Flow Impeller. Trans. ASME, ser. A, Nr 1(1972).

[25] Shaalan M.R.A., Daneshyar H.: A Critical Assesment of Methods of Calculating Slope and Curvature of Streamlines in Fluid Problems. Institution of Mechanical Engineers. Proccedings 1972, Vol. 186.

[26] Simon H.: Entwicklungsarbeiten an Ueberschallaxialverdichterstufen. Technische Rundschau. Nr 16, 21 (1974).

[27] Smith L.H.jr: The Radial Equilibrium of Turbomachinery. Trans. ASME, Journal of Engineering for Power, Nr 1 (1966).

[28] Traupel W.: Die Theorie der Strömung Radialmaschinen, Karlsruhe 1962. Verlag G. Braun.

[29] Traupel W.: Thermische Trubomaschinen. Bd 1, 1966. Springer Verlag.

[30] Wachter J., Schulz B.: Numerische Berechnung Stationarer quasi-dreidimensionaler Strömungen in Kanälen beliebiger Formgebung, dargestellt am Beispiel eines Radialverdichter-Umlenkraumes. Forsch. Ing-Wesen, Nr 5, Bd. 43 (1977).

[31] Wilkinson D.H.: Stability, Convergence, and Accuracy of Two-Dimensional Streamline Curvature Methods using Quasi-Orthogonals. Institution of Mechanical Engineers. Proceedings 1969-60, Vol. 184, Pt3G I.

[32] Witkowski A.: Analiza przepływu w kanałach łopatkowych osiowego wieńca sprężającego z merydionalnym przyspieszeniem strumienia. Gliwice 1971, Praca doktorska.

[33] Wu Chung-Hua: A General Theory of Three-Dimensional Flow in Subsonic and Supersonic Turbomachines of Axial, Radial, and Mixed-Flow Types. Trans. ASME, Nr 8 (1952).

[34] Zienkiewicz O.C.: The Finite Element Method in Engineering Science. McGraw-Hill. London 1971 (tłumaczenie w języku polskim: Arkady, Warszawa 1972).

[35] Гольдин А.В.: Применение численных методов решения прямой осесимметричной задачи течения жидкости в проточной части гидромашин применительно к ЭЦВМ. Энергомашиностроение № 4 (1969).

[36] Гречаниченко Ю.В., Левина М.Е.: Расчет пространственного двупараметрического потока с произвольными границами. Энергетическое машиностроение, выпуск 1 (1966).

[37] Дорфман Л.А., Серазетдинов А.З., Ясеновская М.Л.: Програмирование расчета на ЭЦВМ вихревых течений идеальной жидкости в криволинейных каналах. Труды ЦКТИ, выпуск 74 (1966).

[38] Дорфман Л.А.: Численные методы в газодинамике турбомашин. Ленинград 1974 Энергия.

[39] Жуковский М.И.: Аэродинамический расчет потока в осевых турбомашинах. Ленинград 1967. Машиностроение.

[40] Жуковский М.И., Карякин Ю.Е.: Расчет вихревого течения газа в осесимметричных каналах. Энергомашиностроение № 7 (1971).

[41] Жуковский М.И., Новикова О.И., Попов Ф.Д.: Расчет пространственного потока в турбинных ступенях большой веерности. Теплоэнергетика № 12 1974 .

[42] Новикова О.И.: Расчет осесимметричного потока в проточной части осевых турбин. Теплоэнергетика № 4 (1965).

[43] Сироткин Я.А.: Расчет осесимметричного вихревого потока невязкой сжимаемой жидкости в осевых турбомашинах. Изв. АН СССР. ОТН, Механика и машиностроение № 2 (1961).

[44] Сироткин Я.А.: Расчет осесимметричного вихревого течения невязкой сжимаемой жидкости в радиальных турбомашинах. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение № 3 (1963).

[45] Сироткин Я.А.: К постановке двумерных задач вихревого течения сжимаемой жидкости в турбомашинах. Инженерный журнал, т. 4, выпуск 2, (1964)

[46] Степанов Г.Ю.: Гидродинамика решеток турбомашин. Москва 1962.

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ АНАЛИЗА ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ЛОПАСТНЫЕ СИСТЕМЫ ТУРБОМАШИН, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ ОБЩУЮ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ В ДИАПАЗОНЕ ДОЗВУКОВЫХ СКОРОСТЕЙ

Р е з ю м е

В статье проведён критический обзор методов анализа течения. Даны характеристики отдельных методов, пределы их применения и выводы, касающиеся их эффективности.

A COMPARISON OF METHODS OF ANALYSING AXIAL SYMMETRIC FLUID FLOW THROUGH BLADE SYSTEMS OF IMPELLER MACHINES USING THE GENERAL FLOW MODEL AT SUBSONIC VELOCITIES

S u m m a r y

A critical survey of analysing methods has been presented. Particular methods have been characterised utilisation ranges and reliabilities presented.