ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1978

Seria: ENERGETYKA z. 69 Nr kol. 565

Andrzej NOWAK, Roman WEBER

OPTYMALIZACJA CIŚNIENIA MIĘDZYSTOPNIOWEGO W PROCESIE DWUSTOPNIOWEGO SPRĘŻANIA ADIABATYCZNEGO Z MIĘDZYSTOPNIOWYM CHŁODZENIEM DO TEMPERATURY POCZĄTKOWEJ[x)]

Streszczenie: Praca zawiera rozwiązanie problemu optymalnego doboru ciśnienia międzystopniowego w procesie dwustopniowego sprężania adiabatycznego z międzystopniowym chłodzeniem gazu do temperatury początkowej. Gazy potraktowano jak rzeczywiste. Wyniki obliczeń pozwoliły na opracowanie zależności poprawki k charakteryzującej odstępstwa optymalnego ciśnienia od średniej geometrycznej ciśnień skrajnych jako funkcji wlotowych parametrów zredukowanych i sprężu.

1. Wstęp

Wiele procesów technologicznych wymaga sprężania różnych czynników do wysokich ciśnień. Przy stosunkach ciśnień większych niż 4 zaniechano już całkowicie stosowania sprężania jednostopniowego zastępując je wielostopniowym. Zwykle ilość stopni wynosi 2-4.

W niniejszej pracy rozpatrujemy przypadek dwustopniowego sprężania adiabatycznego z międzystopniowym chłodzeniem izobarycznym do temperatury początkowej. Gazy traktujemy jak rzeczywiste. Do opisu stanu gazu przyjęto równanie Redlicha-Kwonga, które stosuje się do bardzo wielu czynników, a jego zgodność z danymi doświadczalnymi jest bardzo dobra. Równanie to ma postać [1]

$$\left(p + \frac{a}{\sqrt{T}\, v(v + b)}\right)(v - b) = RT, \tag{1}$$

przy czym stałe równania są wyznaczane z następujących wzorów

$$b = \frac{\sqrt[3]{2}-1}{3} \cdot \frac{R\, T_{kr}}{p_{kr}},$$

x) Pracę wykonano w Studenckim Kole Naukowym Termodynamiki, działającym przy Wydziale Technologii i Inżynierii Chemicznej Politechniki Śląskiej w Gliwicach pod kierunkiem prof.dr hab. inż. Stanisława Jerzego GDULI.

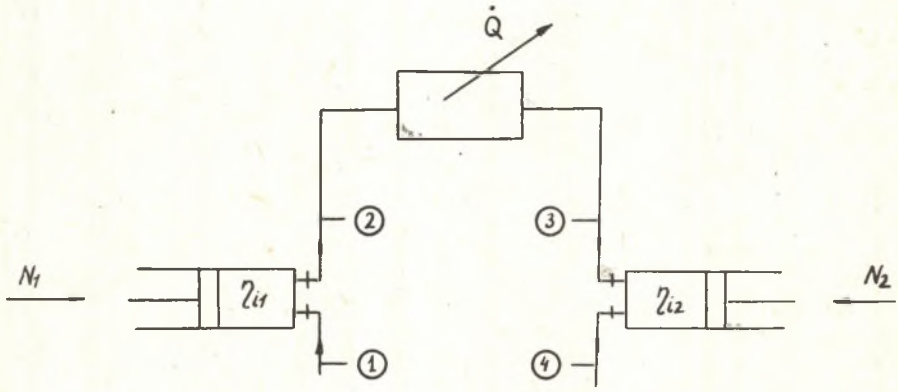
$$a = \frac{R^2 \, T_{kr}^{2,5}}{27 \, t \, p_{kr}},$$

gdzie:

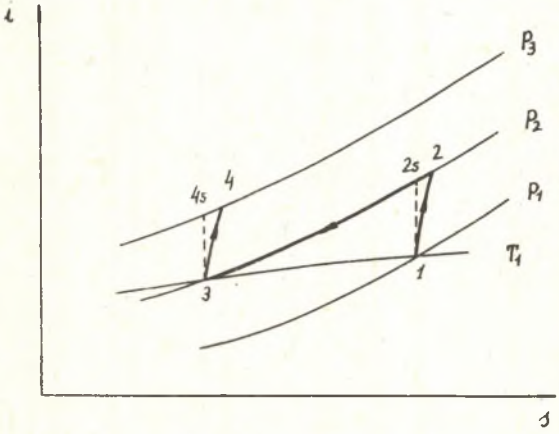
p_{kr}, T_{kr} - parametry krytyczne czynnika,

R - indywidualna stała gazowa.

Schemat urządzenia realizującego analizowany proces pokazano na rys. 1, natomiast rys. 2 przedstawia przebieg przemian termodynamicznych na wykresie i-s.



Rys. 1. Schemat urządzenia realizującego proces dwustopniowego sprężania adiabatycznego z międzystopniowym izobarycznym chłodzeniem gazu do temperatury początkowej



Rys. 2. Przebieg przemian termodynamicznych na wykresie i-s

Bilans energijny układu prowadzi do następującego równania na jednostkowe zapotrzebowanie pracy, przy sprężaniu dwustopniowym:

$$l_t = (i_2 - i_1) + (i_4 - i_3) =$$

$$= \frac{i_{2s} - i_1}{\eta_{i1}} + \frac{i_{4s} - i_3}{\eta_{i2}} \qquad (2)$$

Minimum funkcji l_t znajdujemy iteracyjną metodą dzielenia przedziału, porównując wartość funkcji l_t obliczoną aktualnie z wartoś-

cią obliczoną w poprzednim kroku. Do obliczania wartości funkcji l_t korzystamy z zależności entalpii gazu od ciśnienia i temperatury. Temperatury T_{2s} i T_{4s} obliczamy z warunku niezmienności entropii w przemianach izentropowych 1-2s i 3-4s. Ponieważ równanie stanu (1) uniemożliwia uzyskanie prostych zależności funkcji termicznych od temperatury i ciśnienia obliczamy je jako zależne od temperatury i liczby ściśliwości, tę zaś wyliczamy z równania stanu jako funkcję ciśnienia i temperatury. Procedura obliczeń wygląda więc tak, że dla danych ciśnienia i temperatury znajdujemy liczbę ściśliwości $Z = Z(p,T)$, a następnie pozostałe funkcje termiczne zależne od temperatury i liczby ściśliwości.

2. Obliczanie liczby ściśliwości Z

Przekształcając równanie stanu (1) można otrzymać

$$p\sqrt{T}\,v^3 - RT\sqrt{T}\,v^2 + (a - p\sqrt{T}\,b^2 - RTb)v - ab = 0 \qquad (3)$$

Po wprowadzeniu do powyższego równania zależności

$$Z = \frac{pv}{RT}$$

otrzymujemy [2]

$$\frac{R^3T^{3,5}}{p^2}Z^3 - \frac{R^3T^{3,5}}{p^2}Z^2 + \left(\frac{aRT}{p} - RTb^2 - \frac{R^2T^{2,5}b}{p}\right)Z - ab = 0 \qquad (5)$$

Równanie to rozwiązujemy metodą Cardano otrzymując, zależnie od wyróżnika, jeden albo trzy pierwiastki rzeczywiste.
W przypadku otrzymania trzech pierwiastków rzeczywistych do dalszych obliczeń wybieramy największą wartość spośród nich (wartość charakterystyczna dla fazy gazowej).

3. Obliczanie entalpii gazu

Entalpię gazu obliczamy z funkcji Gibbsa

$$i = u + pv. \qquad (6)$$

Wartość energii wewnętrznej obliczamy wg wzoru

$$u = u_o + \int_{T_o}^{T} C_v^* dt + \int_{\infty}^{v} \left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p\right] dv. \qquad (7)$$

Po wstawieniu do (7) wartości pochodnej $(\frac{\partial p}{\partial T})_v$ obliczonej z równania stanu (1), skorzystaniu z zależności (4) i po wycałkowaniu otrzymujemy

$$i(T,Z) = i_o + ZRT + C_1T + \frac{1}{2}C_2T^2 + \frac{1}{3}C_3T^3 + C_4 \ln T - \frac{1,5a}{bT^{0,5}} \ln(1+\frac{pb}{ZRT}). \tag{8}$$

4. Obliczanie entropii gazu

Wartość entropii podaje następujące równanie

$$s = s_o + \int_{T_o}^{T} \frac{C_v^*}{T} dT + \int_{\infty}^{v} (\frac{\partial p}{\partial T})_v dv. \tag{9}$$

Po wstawieniu do (9) wartości pochodnej $(\frac{\partial p}{\partial T})_v$ obliczonej z równania stanu (1), skorzystaniu z zależności (4) i po scałkowaniu otrzymujemy

$$s(T,Z) = s_o + C_1 \ln T + C_2T + \frac{1}{2}C_3T^2 + C_4 \cdot \frac{1}{T} +$$

$$+ R \ln (\frac{Z}{p} - \frac{b}{RT}) - \frac{0,5}{T^{1,5}}\frac{a}{b} \ln (1 + \frac{pb}{ZRT}). \tag{10}$$

5. Obliczanie izobarycznego ciepła właściwego gazu

Punktem wyjścia jest następująca zależność

$$C_p(T,v) = C_v^* - T\int_{v}^{\infty} (\frac{\partial^2 p}{\partial T^2})_v dv - T\frac{(\frac{\partial p}{\partial T})_v^2}{(\frac{\partial p}{\partial v})_T} \tag{11}$$

Obliczając wartości pochodnych $(\frac{\partial p}{\partial T})_v$ i $(\frac{\partial p}{\partial v})_T$ z równania stanu (1) i korzystając z (4) mamy

$$(\frac{\partial p}{\partial T})_v = \frac{Rp}{ZRT - pb} + \frac{0,5\ ap^2}{T^{2,5}Z\ R(ZRT - pb)} \tag{12}$$

$$(\frac{\partial p}{\partial v})_T = \frac{a}{T^{2,5}} \cdot \frac{Zp^3\ RT + pb^4}{Z^2R^2(ZRT + pb)^2} - \frac{p^2\ RT}{(ZRT-pb)^2} \tag{13}$$

Z równania stanu (1) obliczamy $(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2})_v$, wstawiamy do (11) i korzystając z (4) mamy

$$c_p(T,Z) = C_1 + C_2T + C_3T^2 + \frac{C_4}{T} + \frac{0.75\,a}{b\,T^{1,5}} \ln\left(1 + \frac{bp}{ZRT}\right) - T\frac{\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v^2}{\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T} \tag{14}$$

Potrafimy więc korzystać z zależności (12), (13), (14) znaleźć $c_p = c_p(T,Z)$.

5. Poszukiwanie minimum jednostkowego zapotrzebowania pracy

W oparciu o powyższe zależności możemy w każdym punkcie obliczyć wartość jednostkowego zapotrzebowania pracy i poszukiwać jego minimum.

Jak już zaznaczono minimum funkcji l_t znajdujemy metodą dzielenia przedziału, przy czym jako punkt startowy przyjęto ciśnienie międzystopniowe traktując gaz jak doskonały.

Czyli

$$p_2^{(o)} = \sqrt{p_1 \cdot p_4}\,. \tag{15}$$

Po obliczeniu ciśnienia międzystopniowego $p_2^{(o)}$ temperaturę T_{2s} znajdujemy z warunku stałości entropii w izentropowym sprężeniu na drodze 1-2s. Temperatura T_{2s} jest więc pierwiastkiem następującego równania

$$f(T_{2s}) = s(T_{2s}, p_2^{(o)}) - s(T_1, p_1) = 0 \tag{16}$$

Równanie (16) rozwiązujemy metodą stycznych Newtona w myśl algorytmu

$$T_{2s}^{(i+1)} = T_{2s}^{(i)} - \frac{f(T_{2s}^{(i)})}{f'(T_{2s}^{(i)})} = T_{2s}^{(i)}\left(1 - \frac{s(T_{2s}^{(i)}, p2^{(o)}) - s(T_1, p_1)}{c_p(T_{2s}^{(i)}, p_2^{(o)})}\right) \tag{17}$$

przyjmując jako wartość startową temperaturę obliczoną z równania adiabaty gazu doskonałego. Obliczenia prowadzimy aż do żądanej dokładności na T_{2s}. W analogiczny sposób szukamy temperatury T_{4s}, będącej temperaturą końcową w izentropowym sprężaniu od ciśnienia p_2 do p_4.

$$T_{4s}^{(i+1)} = T_{4s}^{(i)}\left(1 - \frac{s(T_{4s}^{(i)}, p4) - s(T_1, p_2)}{c_p(T_{4s}^{(i)}, p4)}\right) \tag{18}$$

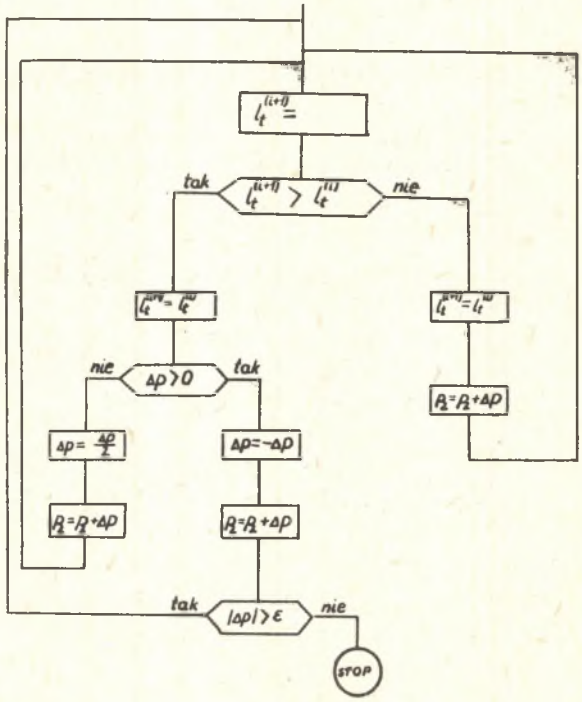
Mając obliczoną wartość $T_{2s}^{(o)}$, $T_{4s}^{(o)}$ i $p_2^{(o)}$ obliczamy wartości entropii w punktach 1, 2s, 3, 4s i wartość jednostkowego zapotrzebowania pracy $l_t^{(o)}$ w myśl wzoru (2). W drugiej iteracji zwiększamy wartość ciśnienia międzystopniowego o wartość Δp

$$p_2^{(1)} = p_2^{(o)} + \Delta p \tag{19}$$

i obliczamy ponownie jednostkowe zapotrzebowanie mocy $l_t^{(1)}$ wg przytoczonej uprzednio procedury.
Porównujemy obie wartości jednostkowego zapotrzebowania pracy i w przypadku gdy funkcja ta maleje wykonujemy kroki w tym samym kierunku (Δp nie zmienia znaku). Natomiast, gdy funkcja rośnie wykonujemy krok w kierunku przeciwnym (Δp zmienia znak) zgodnie z równaniem

$$p_2^{(1)} = p_2^{(o)} - \Delta p \tag{20}$$

Poruszając się w odpowiednim już kierunku dochodzimy do minimum i przekraczamy je. Następuje teraz ponowna zmiana kierunku i dwukrotne zmniejszenie kroku Δp. Algorytm ten powtarza się aż do uzyskania żądanej dokładności. Zaletą niniejszej procedury jest jej prostota. Jednocześnie metoda gwarantuje znalezienie minimum z dowolną dokładnością, nie wymagając przy tym dużych czasów obliczeń. Dla lepszego zobrazowania opisanej procedury na rys. 3 zamieszczono jej organigram.



Rys. 3. Organigram programu do poszukiwania minimum funkcji l_t

6. Optymalizacja ciśnień międzystopniowych w sprężarce wielostopniowej

Nasuwa się również możliwość rozwiązania problemu optymalnego rozkładu ciśnień międzystopniowych w przypadku sprężania wielostopniowego. Jest to mianowicie problem poszukiwania minimum funkcji.

$$l_t = \frac{i_{2s} - i_1}{\eta i_1} + \frac{i_{4s} - i_3}{\eta i_2} + \ldots + \frac{i_{(2n)s} - i_{(2n-1)}}{\eta i_n} \tag{21}$$

przy "n" warunkach ograniczających, wynikających z niezmienności entropii w poszczególnych stopniach (n - ilość stopni). Zagadnienie to rozwiązujemy metodą mnożników nieoznaczonych Lagrange'a. Po zbudowaniu funkcji Lagrange'a

$$\varphi = \frac{i_{2s} - i_1}{\eta i_1} + \ldots + \ldots + \frac{i_{(2n)s} - i_{(2n-1)}}{\eta i_n} + \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \left[s(T_{(2j)s}, p_{2j}) - s(T_1, p_{2j-1}) \right] \tag{22}$$

żądamy, aby osiągała ona minimum ze względu na niewiadome ciśnienie międzystopniowe $p_2 = p_3$, $p_4 = p_5, \ldots, p_{2n-2} = p_{2n-1}$, temperatury T_{2s}, T_{4s}, $\ldots T_{(2n)s}$ i mnożniki $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$. Otrzymujemy zatem następujący układ równań

$$\frac{\partial \varphi}{\partial p_2} = \frac{1}{\eta i_1} \left(\frac{\partial i_{2s}}{\partial p_2}\right) - \frac{1}{\eta i_2} \left(\frac{\partial i_3}{\partial p_2}\right) + \lambda_1 \left(\frac{\partial s(T_{2s}, p_2)}{\partial p_2}\right) - \lambda_2 \left(\frac{\partial s(T_1, p_2)}{\partial p_2}\right) = 0$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial p_4} = \frac{1}{\eta i_2} \left(\frac{\partial i_{4s}}{\partial p_4}\right) - \frac{1}{\eta i_3} \left(\frac{\partial i_5}{\partial p_4}\right) + \lambda_2 \left(\frac{\partial s(T_{4s}, p_4)}{\partial p_4}\right) - \lambda_3 \left(\frac{\partial s(T_1, p_4)}{\partial p_4}\right) = 0$$

.....

$$\frac{\partial \varphi}{\partial p_{(2n-2)}} = \frac{1}{\eta i_{(n-1)}} \left(\frac{\partial i_{(2n-2)s}}{\partial p_{(2n-2)}}\right) - \frac{1}{\eta i_n} \left(\frac{\partial i_{(2n-1)}}{\partial p_{(2n-2)}}\right) +$$

$$+ \lambda_{(n-1)} \left(\frac{\partial s(T_{(2n-2)s}, p_{(2n-2)})}{\partial p_{(2n-2)}}\right) - \lambda_n \left(\frac{\partial s(T_1, p_{(2n2)})}{\partial p_{(2n-2)}}\right) = 0 \tag{23}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial T_{2s}} = \frac{1}{\eta i_1} \left(\frac{\partial i_{2s}}{\partial T_{2s}}\right) + \lambda_1 \left(\frac{\partial s(T_{2s}, p_2)}{\partial T_{2s}}\right) = 0$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial T_{4s}} = \frac{1}{\eta_{i2}} \left(\frac{\partial i_{4s}}{\partial T_{4s}}\right) + \lambda_2 \left(\frac{\partial s(T_{4s}-p_4)}{\partial T_{4s}}\right) = 0$$

.....

$$\frac{\partial \varphi}{\partial T_{(2n)s}} = \frac{1}{\eta_{in}} \left(\frac{\partial i_{(2n)s}}{\partial T_{(2n)s}}\right) + \lambda_n \left(\frac{\partial s(T_{(2n)s}, p_{(2n)})}{\partial T_{(2n)s}}\right) = 0$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_1} = s(T_{2s}, p_2) - s(T_1, p_1) = 0$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_2} = s(T_{4s}, p_4) - s(T_1, p_2) = 0$$

.....

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_n} = s(T_{(2n)s}, p_{(2n)}) - s(T_1, p_{(2n-2)}) = 0$$

Układ, który zawiera (3n-1) równań z (3n-1) niewiadomymi można znacznie uprościć wprowadzając doń następujące zależności

$$\left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p = C_p$$

$$\left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T = v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$$

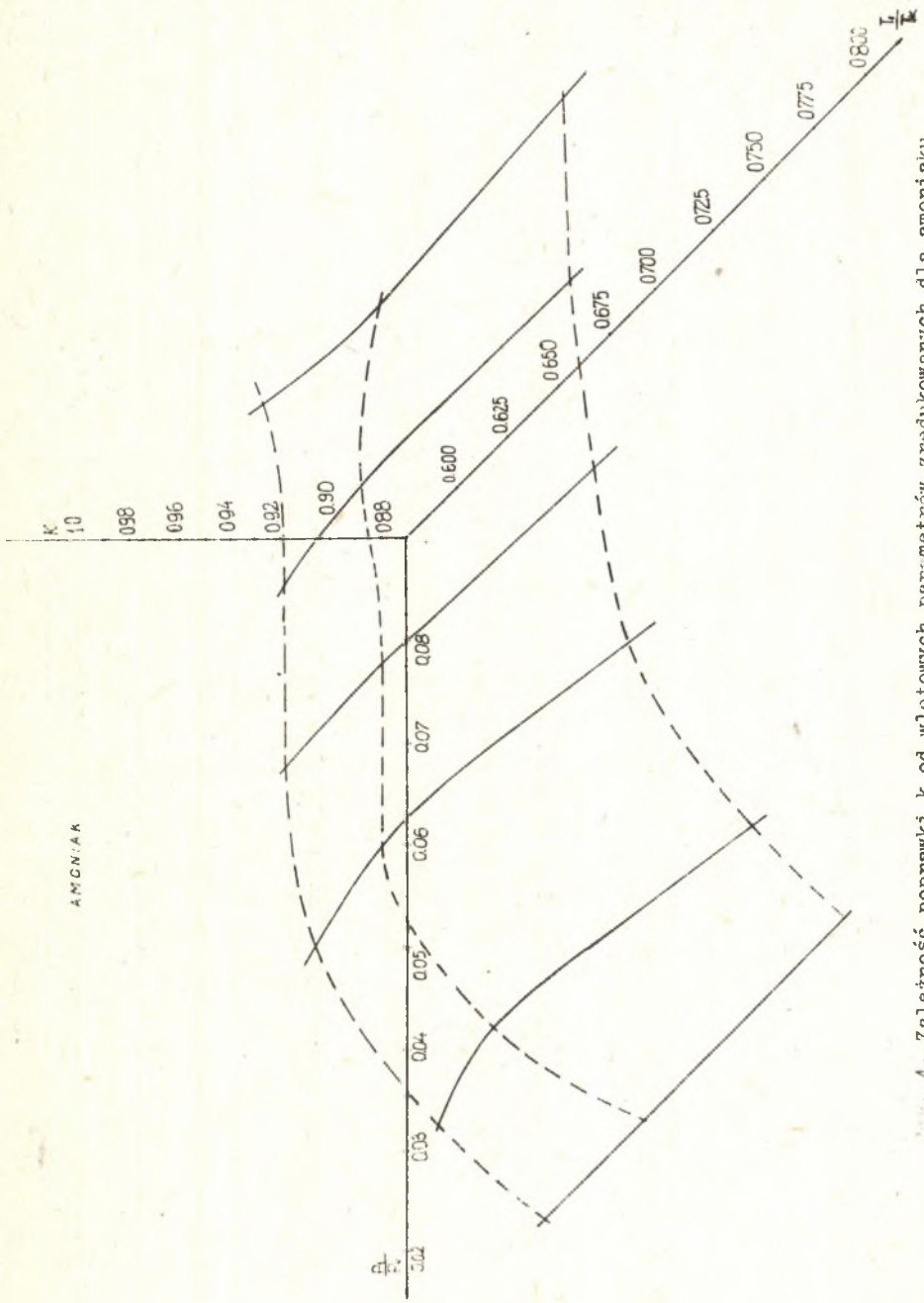
$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p = \frac{C_p}{T}$$

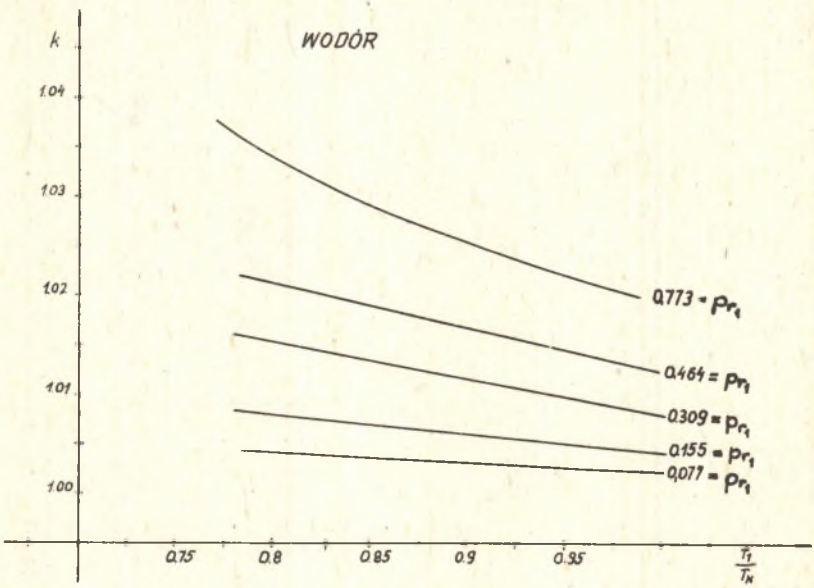
Rozwiązanie możemy znaleźć jedną z metod iteracyjnych np. metodą najszybszego spadku.

7. Wnioski

Jak już zaznaczono, w niniejszej publikacji rozpatrzono tylko przypadek optymalizacji ciśnienia międzystopniowego w procesie dwustopniowego sprężania adiabatycznego. Przeliczono po 12 kompletów danych dla wodoru



Rys. 4. Zależność poprawki k od wlotowych parametrów zredukowanych dla amoniaku



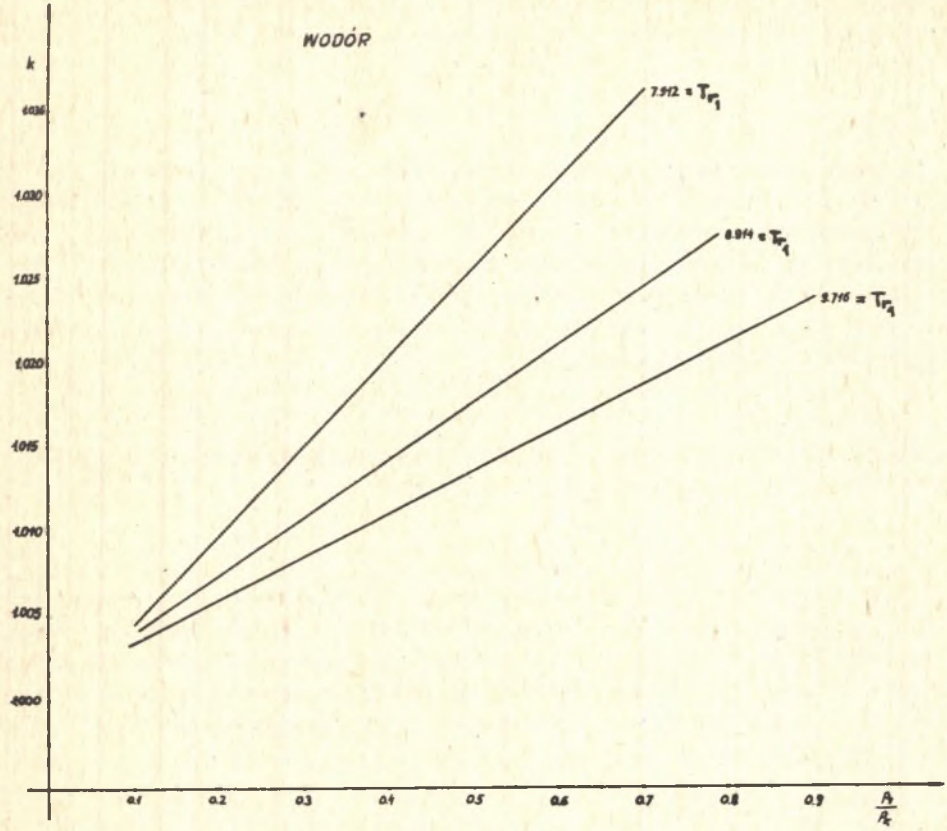
Rys. 5. Zależność poprawki k od wlotowych parametrów zredukowanych dla wodoru

i amoniaku, dobierając różne parametry wlotowe (T_1, p_1) i różne ciśnienia końcowe (p_4). Dla amoniaku wyniki obliczeń przedstawiono w postaci trójwymiarowego wykresu rys. 4, k=F (T_{r1}, p_{r1}), gdzie k oznacza stosunek optymalnego ciśnienia uzyskanego przy założeniu, że amoniak traktujemy jak gaz rzeczywisty, do optymalnego ciśnienia uzyskanego przy założeniu, że amoniak traktujemy jak gaz doskonały, natomiast T_{r1} i p_{r1} oznaczają wlotowe parametry gazu. Tak więc:

$$k = \frac{p_2}{p_{2\ dosk}} = \frac{p_2}{\sqrt{p_1 \cdot p_3}} . \tag{24}$$

Dla wodoru, wyniki obliczeń przedstawiono w postaci dwóch wykresów rys. 5 i 6, k=f(T_{r1}) dla ściśle określonych p_{r1} oraz k=f(p_{r1}) dla ściśle określonych T_{r1}.

Wyniki otrzymane w niniejszej pracy są identyczne jak wyniki uzyskane w publikacji [3], chociaż metody obliczeń (sposób znajdywania ekstremum) w obu pracach są różne.



Rys. 6. Zależność poprawki k od wlotowych parametrów zredukowanych dla wodoru

LITERATURA

[1] Reid R.C., Sherwood T.K.: Properties of Gases and Liquids, MC Graw-Hill Book Company, 1966.

[2] Edmister W.C.: Compressibility Factors and Coefficients from the R-K Equation of State, Hydrocarbon Processing 47, 9, 1968.

[3] Arora C.P., Dhar P.L.: Optimization of Multistage Refrigerant Compressors, XII Congress of Refrigeration in Washington.

ОПТИМАЛИЗАЦИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО ДАВЛЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ ДВУХСТЕПЕНЧАТОГО, АДИАБАТИЧЕСКОГО СЖИМА С ПРОМЕЖУТОЧНОМ ОХЛОЖДЕНЕМ К НАЧАЛЬНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

Р е з ю м е

В работе дано решение проблемы оптимального выбора промежуточного давления в процессе двухступенчатого адиабатического сжима газа с промежуточным охлаждением его к начальной температуре. Считается, что сжимаемый газ, это реальный газ. Результаты вычислений позволили разработать зависимость поправочного коэффициента "к", характеризующего отключения оптимального давления от средней геометрической давлений как функции начальных, безразмерных параметров и отношения давлений.

OPTIMIZATION OF INTERSTAGE PRESSURE IN DUBLESTAGE ADIABATIC COMPRESSING WITH INTERSTAGE COOLING TO INITIAL TEMPERATURE

S u m m a r y

The paper gives the optimum interstage pressure in the dublestage adiabatic compressing with interstage cooling to initial temperature. Gases are considered to be as real. The correction factor which given the differences between the optimum pressure and geometric mean of initial and final pressures as a function of compressing and dimensionless initial pressure and temperature is given.