

Kornelia ZMYŚŁOWSKA

Instytut Techniki Ciepłej

ANALIZA PORÓWNAWCZA METOD OBLICZANIA SPADKÓW CIŚNIENIA W RUROCIĄGACH*)

Streszczenie: W pracy przeanalizowano błędy wynikię z zastąpienia modelu przepływu adiabatycznego w rurociągach długich następującymi modelami przepływów: adiabatycznym w rurociągach krótkich, izotermicznym i izochorycznym (klasyczny rurociąg krótki). Przyjmując dopuszczalny błąd względny spadku ciśnienia w wysokości 0,01 podano zakresy stosowalności poszczególnych metod. Praca dotyczy gazów doskonałych.

W czasie przepływu płynu przez rurociąg zachodzi bardzo wiele skomplikowanych zjawisk mechanicznych i termicznych (tarcie cząstek płynu o siebie, tarcie płynu o ściany przewodu, wymiana ciepła między płynem a otoczeniem), które powodują zmiany parametrów przepływającego czynnika. Można by wymienić poza tym takie zjawiska, jak korozja i erozja ścian rurociągu, osadzanie zanieczyszczeń zawartych w płynie na ścianach rurociągu, dyfuzja między płynem a kanałem i wiele innych, które wprawdzie mają duże znaczenie w czasie eksploatacji rurociągów, jednak ich wpływ na zmianę parametrów płynu może być w zupełności pominięty. Spadek ciśnienia płynu wzdłuż długości rurociągu jest głównie wynikiem tarcia zachodzącego między płynem a ścianami kanału. W celu obliczenia tego spadku ciśnienia przyjmujemy dla uproszczenia pewne modele przepływu, które z mniejszym lub z większym przybliżeniem odzwierciedlają przepływ rzeczywisty. I tak przy założeniu, że temperatura gazu wzdłuż rurociągu nie zmienia się, a gaz zachowuje się jak doskonały lub półdoskonały korzystając z podstawowych równań termodynamiki [1] otrzymujemy następujący wzór:

$$p_1^2 - p_2^2 = \lambda_f \frac{L}{D} w_1^2 \frac{p_1}{v_1}, \quad (1)$$

gdzie:

 λ_f - współczynnik tarcia,

*) Skróć pracy dyplomowej wykonanej pod kierunkiem prof.dr hab. Stanisława Jerzego Gduli

L, D - długość i średnica rurociągu,

v_1, w_1 - objętość właściwa i prędkość średnia w punkcie 1.

Wzór powyższy jest prawdziwy przy założeniu

$$\ln \frac{p_1}{p_2} \ll \frac{\lambda_f L}{2D}.$$

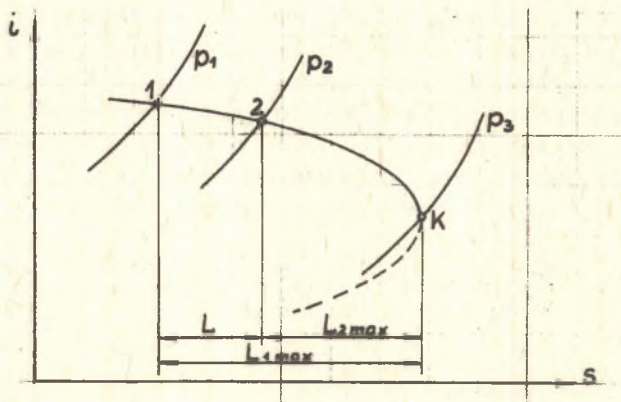
Jeśli czynnikiem przepływającym przez rurociąg jest ciecz lub też w przypadku gazu, gdy rurociąg jest krótki, można założyć izochoryczny model przepływu ($\Delta v/v_1 \ll 1$) i wtedy spadek ciśnienia wynosi:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \lambda_f \frac{L}{D} \frac{w_1^2}{2} \rho_1, \quad (2)$$

gdzie $\rho_1 = \frac{1}{v_1}$ - gęstość płynu.

Dla rurociągów rzeczywistych lepszym przybliżeniem od modelu izotermicznego jest adiabatyczny model przepływu, w którym pomijamy wymianę ciepła między płynem a otoczeniem ($dq = 0$). Metoda adiabatyczna została opisana szczegółowo w pracy [2]. Zmianę stanu gazu płynącego rurociągiem adiabatycznym obrazuje krzywa Fanno. W punkcie krytycznym K tej krzywej prędkość czynnika jest równa prędkości dźwięku. Długość rurociągu, przy której osiąga się punkt krytyczny, jest długością maksymalną L_{max} , która może jeszcze przepuścić strumień masy $\dot{m} = Aw_1/v_1$ o parametrach dolotowych 1.

Rzeczywisty rurociąg o długości L , realizujący zmianę stanu gazu od parametrów początkowych 1 do parametrów 2, można traktować jako różnicę dwóch rurociągów o długościach L_{1max} i L_{2max} (rys. 1). Dla opisanego zja-



Rys. 1. Krzywa Fanno i zasada "odejmowania rurociągów"

wiska przepływu gazu w rurociągu o dowolnej długości i dowolnych parametrach na wlocie i wylocie wystarczy więc opracować opis zjawiska przepły-

wu gazu przez rurociąg o długości maksymalnej L_{\max} . W metodzie tej, dostosowanej do gazów doskonałych, korzysta się z tablic funkcji dynamicznych, które podają następujące zależności:

$$\frac{T}{T_c} = \frac{\kappa + 1}{2 + (\kappa - 1)Ma^2} = f_T(Ma) \quad (3)$$

$$\frac{p}{p_c} = \frac{1}{Ma} \sqrt{\frac{\kappa + 1}{2 + (\kappa - 1)Ma^2}} = f_p(Ma), \quad (4)$$

$$\frac{\lambda_f L_{\max}}{D} = \frac{1 - Ma^2}{\kappa Ma^2} + \frac{\kappa + 1}{2\kappa} \ln \frac{(\kappa + 1) Ma^2}{2 + (\kappa - 1)Ma^2} = f_L(Ma), \quad (5)$$

gdzie:

T, p, Ma - oznaczają temperaturę, ciśnienie i wartość liczby Macha dla dowolnego punktu rurociągu,

T_c, p_c - oznaczają temperaturę i ciśnienie w punkcie krytycznym.

Dla krótkiego rurociągu adiabatycznego [3] można stosować następujący wzór na spadek ciśnienia:

$$\Delta p = \lambda_f \frac{L}{D} \frac{\rho_1 w_1^2}{2} \left(1 + \frac{\kappa w_1^2}{a_1^2 - w_1^2} \right). \quad (6)$$

Wszystkie podane wyżej wzory zostały wyprowadzone przy założeniu pewnych modeli przepływu, dlatego też przy każdej z tych metod popełniamy pewne błędy. Ponieważ dla rurociągów zaizolowanych model przepływu adiabatycznego jest najbardziej zbliżony do przepływu rzeczywistego, można obliczyć wielkości błędów poszczególnych metod względem metody adiabatycznej. W tym celu przekształcamy wzory na spadek ciśnienia w ten sposób, aby otrzymać stosunek ciśnień na końcu i początku odcinka rurociągu, jako funkcję tylko trzech wielkości zmiennych:

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 - \frac{\Delta p}{p_1} = f \left[\kappa, Ma_1, \frac{\lambda_f L}{D} \right]. \quad (7)$$

Po wykonaniu odpowiednich przekształceń wzorów (1), (2) i (6) otrzymujemy:
- dla modelu przepływu izotermicznego ($T = \text{idem}$)

$$\frac{p_2}{p_1} = \sqrt{1 - \lambda_f \frac{L}{D} \kappa Ma_1^2}, \quad (8)$$

- dla modelu przepływu izochorycznego ($v = \text{idem}$)

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 - \lambda_f \frac{L}{D} \frac{\kappa Ma_1^2}{2}, \quad (9)$$

- dla modelu adiabatyicznego w rurociągach krótkich

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 - \lambda_f \frac{L}{D} \frac{\kappa Ma_1^2}{2} \left(1 + \frac{\kappa Ma_1^2}{1 - Ma_1^2} \right), \quad (10)$$

- dla modelu adiabatyicznego ($dq=0$)

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\sqrt{x + b \frac{x}{z}}}{\sqrt{z + b \frac{z}{x}}}, \quad (11)$$

gdzie:

$$b = \frac{\kappa - 1}{2},$$

$$z = \frac{1}{Ma_1^2},$$

natomiast $x = 1/Ma_2^2$ należy wyznaczyć z równania

$$x - c = a \ln(x + b),$$

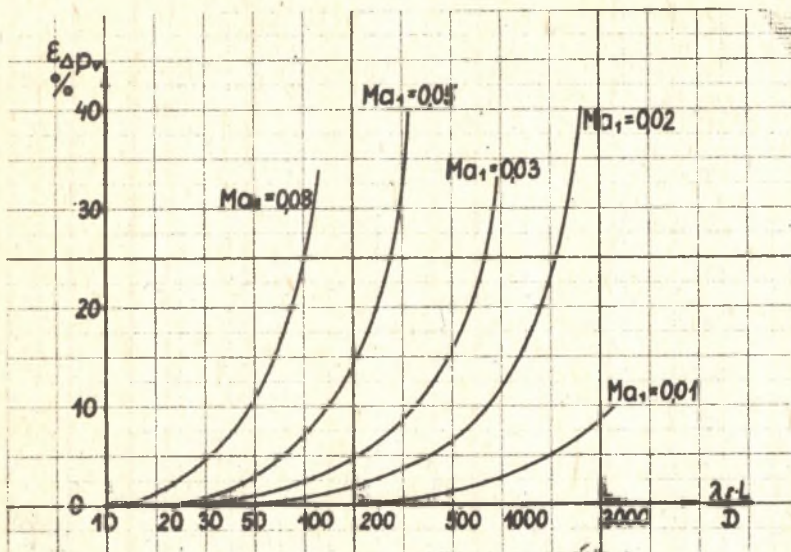
gdzie:

$$a = \frac{\kappa + 1}{2}$$

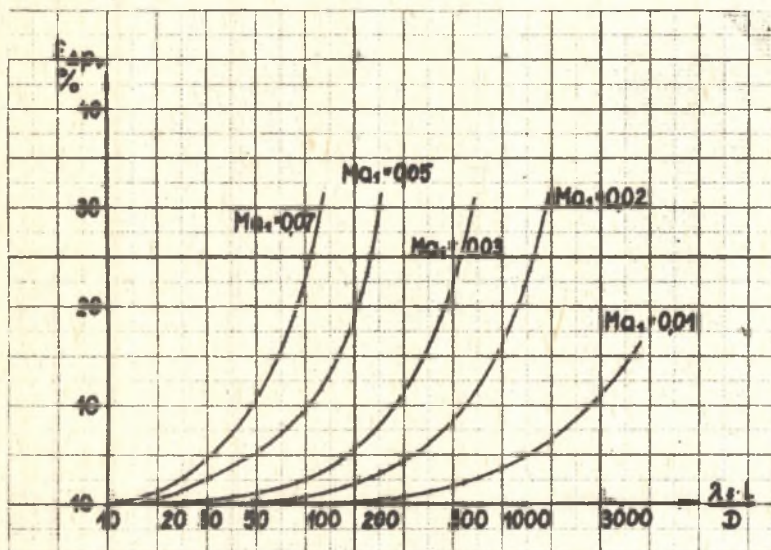
$$c = z - \kappa \lambda_f \frac{L}{D} - a \ln(z + b).$$

W celu porównania przedstawionych powyżej metod ułożono program w języku SAKO dla maszyny cyfrowej ZAM-41. Obliczono błędy względne popełniane przy zakładaniu poszczególnych modeli ($\epsilon_{\Delta p_t}$, $\epsilon_{\Delta p_v}$, $\epsilon_{\Delta p}$ adk) dla różnych wartości κ , Ma_1 , $\lambda_f L/D$, przy założeniu, że model adiabatyiczny jest dokładny.

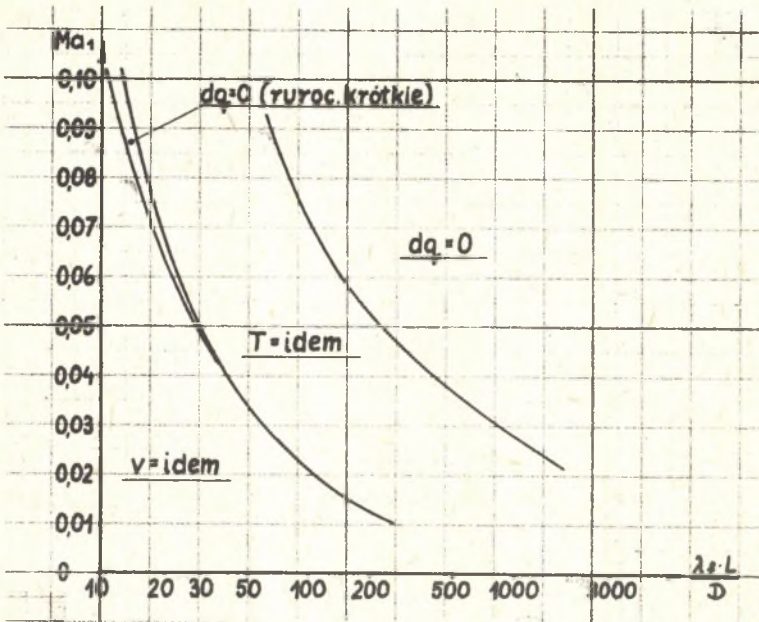
Na wykresach 3 i 4 zilustrowano zakresy stosowalności poszczególnych metod, przy maksymalnym dopuszczalnym błędzie względnym 1%. Mając podaną liczbę Ma_1 na początku rurociągu oraz wartość $\lambda_f L/D$ można z wykresu odczytać, którą metodą należy wykonywać obliczenia spadku ciśnienia, aby nie popełnić błędu większego niż 0,01.



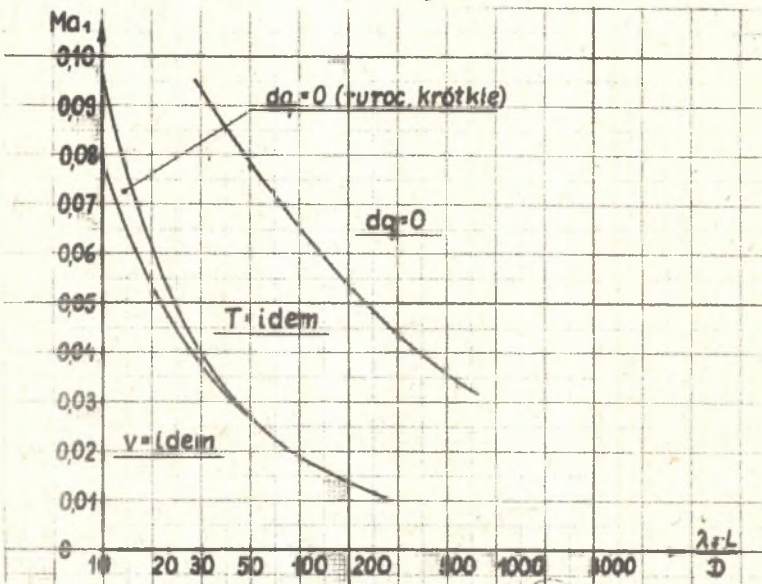
Rys. 2. Zależność błędu względnego obliczania spadku ciśnienia dla modelu przepływu izochorycznego $\epsilon_{\Delta p_v}$ od wielkości $\lambda_f L/D$ oraz liczby Ma_1 , dla wykładnika $\alpha = 1,3$



Rys. 3. Zależność błędu względnego obliczania spadku ciśnienia dla modelu przepływu izochorycznego $\epsilon_{\Delta p_v}$ od wielkości $\lambda_f L/D$ oraz liczby Ma_1 , dla wykładnika $\alpha = 1,667$



Rys. 4. Zakres stosowania poszczególnych modeli przepływu w zależności od wielkości $\lambda_f L/D$ i liczby Ma_1 dla wykładnika $\alpha = 1,3$ przy dopuszczalnym błędzie $\epsilon_{\Delta p} = 1\%$



Rys. 5. Zakres stosowania poszczególnych modeli przepływu w zależności od wielkości $\lambda_f L/D$ i liczby Ma_1 dla wykładnika $\alpha = 1,667$ przy dopuszczalnym błędzie $\epsilon_{\Delta p} = 1\%$

LITERATURA

- [1] Ochęduszek S.: Termodynamika stosowana, wyd. III, WNT, Warszawa 1970.
- [2] Hall N.A.: Thermodynamics of Fluid Flow. Longmans, London 1957.
- [3] Gdula St.J.: Spadek ciśnienia w krótkim rurociągu adiabatycznym. Zezszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Energetyka z. 69, 1976.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ПЕРЕПАДА ДАВЛЕНИЯ В ТРУБОПРОВОДАХ

Р е з ю м е

В работе проанализовано ошибки возникнувшие в результате заменимости модели адиабатического течения в длинных трубопроводах следующими моделями течения: адиабатической в коротких трубопроводах, изотермической и изохорической (классический короткий трубопровод). Принимая допустимую относительную ошибку расчёта перепада давления равную 0,01 определено диапазоны применимости отдельных методов. Работа касается только идеальных газов.

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE METHODS OF THE PRESSURE DROP CALCULATION IN PIPELINES

S u m m a r y

In this paper the errors are analysed, which are the results of the substitution of the adiabatic flow-model in long pipelines by the following flow-models: adiabatic flow in short pipelines, isothermal flow and isochorical flow (the classical short pipeline).

Considering, that the permissible relative error is 0,01, the ranges of application of individual methods are given. The work concerns only ideal gases.