

INTERNATIONAL CONFERENCE: DYNAMICS OF MINING MACHINES  
DYNAMACH '89

Владимир Николаевич ДМИТРИЕВ

Леонид Иванович КАНТОВИЧ

Анатолий Георгиевич КУРДЮМОВ

Горный институт Москва, СССР

ВЕРоятностная эмпирико-математическая модель  
динамической системы "Горная машина-массив"

**Резюме.** В статье предложен вероятностный эмпирико-математический метод моделирования динамической системы "горная машина-массив", идея которого в следующем. Динамика горных машин определяется не только собственными инерционными, упругими и диссипативными свойствами, но и характеристиками массива горных пород, с которыми они взаимодействуют. Динамическую систему с изначально несколькими степенями свободы рабочего органа можно представить эмпирико-математической моделью с одной степенью свободы и соответствующим числом вероятностных коэффициентов кинематических и силовых связей. Указанные коэффициенты характеризуют вероятностную природу динамической системы "горная машина-массив", могут быть определены с помощью теории планирования многофакторных экспериментов с достаточной достоверной вероятностью и использованы в математической модели для решения задач анализа и синтеза горных машин.

Динамика горных машин определяется не только собственными инерционными, упругими и диссипативными свойствами, но и механическими характеристиками массива, с которыми они взаимодействуют. Очевидно, что для расчета динамических параметров горной машины нужны не просто механические характеристики массива, а реакция машины на то или иное действие. Какие параметры могут характеризовать реакцию горной машины при разрушении массива, качественный и количественный анализ этих параметров, вид и форма модаль и другие вопросы являются предметом данной статьи.

Принято считать, что горная машина — это динамическая система с несколькими степенями свободы. Число степеней свободы определяется обобщенными координатами движения рабочего органа. Например, для бурового станка (рис. 1): угловое  $\varphi_c$  и поступательное  $\tilde{x}_c$  движения буро-

вого става; для роторного комбайна: угловое  $\Phi_{\bar{p}}$  перемещение ротора, угловое  $\Phi_{\bar{c}}$  перемещение стрелы, поступательное  $X_{\bar{z}}$  перемещение экскаватора; для проходческого комбайна: угловое  $\Phi_{\bar{f}}$  перемещение фрезы, угловое  $\Phi_{\bar{p}}^B$  перемещение рукояти в вертикальной и  $\Phi_{\bar{p}}^H$  горизонтальной плоскостях, поступательное  $X_{\bar{f}}$  перемещение фрезы, поступательное  $X_{\bar{k}}$  перемещение комбайна; для добычного комбайна: угловое  $\Phi_{\bar{f}}$  перемещение фрезы, угловое  $\Phi_{\bar{p}}$  перемещение рукояти, поступательное  $X_{\bar{k}}$  перемещение комбайна. Однако, выше указанные линейные и угловые координаты являются обобщенными до определенного момента-начала взаимодействия рабочего органа машины с массивом. Массив является тем связующим звеном, которое в корне меняет динамическую ситуацию, возникает задача динамического анализа и синтеза комплексной системы "горная машина-массив".

В первую очередь необходимо ввести параметр, характеризующий кинематическую связь между изначально обобщенными координатами. Получим этот параметр, например, для бурового станка (рис.1). Под действием внешних силовых факторов, в зависимости от динамических свойств системы "буровой станок-массив" на единицу углового перемещения

$d\Phi_{\bar{a}}$  имеет место определенное линейное перемещение  $dX_{\bar{a}}$  рабочего органа:

$$\begin{aligned} dX_{\bar{a}} &= K_{\bar{v}} d\Phi_{\bar{a}}; \\ X_{\bar{a}} &= \int_0^t K_{\bar{v}} \omega_{\bar{a}} dt; \quad \ddot{X}_{\bar{a}} = K_{\bar{v}} \ddot{\Phi}_{\bar{a}}; \quad \dot{X}_{\bar{a}} = K_{\bar{v}} \dot{\Phi}_{\bar{a}} + K_{\bar{v}} \ddot{\Phi}_{\bar{a}} \end{aligned} \quad (1)$$

где  $K_{\bar{v}}$  - коэффициент кинематической связи, имеющий вероятностную природу. Если предположить, что коэффициент  $K_{\bar{v}}$  не зависит от времени, то зависимости (1) могут быть упрощены без потери смысла:

$$X_{\bar{a}} = K_{\bar{v}} \int_0^t \omega_{\bar{a}} dt; \quad \ddot{X}_{\bar{a}} = K_{\bar{v}} \ddot{\Phi}_{\bar{a}}; \quad \dot{X}_{\bar{a}} = K_{\bar{v}} \dot{\Phi}_{\bar{a}}. \quad (2)$$

Аналогичные функциональные кинематические зависимости могут быть получены и для других горных машин. Принимая за аргументы угловые перемещения ротора  $\Phi_{\bar{p}}$  или фрезы  $\Phi_{\bar{f}}$ , имеем:

для роторного экскаватора:

$$\begin{aligned}
 \dot{\varphi}_a &= K_a \dot{\omega}_a dt; & \dot{x}_a &= K_x \dot{\omega}_a dt; \\
 d\varphi_a &= K_a d\varphi_a; & dx_a &= K_x d\varphi_a; \\
 \ddot{\varphi}_a &= K_a \ddot{\varphi}_a; & \ddot{x}_a &= K_x \ddot{\varphi}_a; \\
 \dot{\varphi}_a &= K_a \dot{\varphi}_a; & \dot{x}_a &= K_x \dot{\varphi}_a;
 \end{aligned} \quad (3)$$

для проходческого комбайна:

$$\begin{aligned}
 d\varphi_p &= K_p d\varphi_p; & dx_p &= K_x d\varphi_p; & d\dot{\varphi}_p &= K_{\dot{\varphi}} d\varphi_p; & d\dot{x}_p &= K_{\dot{x}} d\varphi_p; \\
 \dot{\varphi}_p &= K_p \dot{\omega}_p dt; & \dot{x}_p &= K_x \dot{\omega}_p dt; & \dot{\varphi}_p &= K_{\dot{\varphi}} \dot{\omega}_p dt; & \dot{x}_p &= K_{\dot{x}} \dot{\omega}_p dt; \\
 \ddot{\varphi}_p &= K_p \ddot{\varphi}_p; & \ddot{x}_p &= K_x \ddot{\varphi}_p; & \ddot{\varphi}_p &= K_{\ddot{\varphi}} \ddot{\varphi}_p; & \ddot{x}_p &= K_{\ddot{x}} \ddot{\varphi}_p; \\
 \dot{\varphi}_p &= K_p \dot{\varphi}_p; & \dot{x}_p &= K_x \dot{\varphi}_p; & \dot{\varphi}_p &= K_{\dot{\varphi}} \dot{\varphi}_p; & \dot{x}_p &= K_{\dot{x}} \dot{\varphi}_p;
 \end{aligned} \quad (4)$$

для добычного комбайна:

$$\begin{aligned}
 d\varphi_p &= K_p d\varphi_p; & dx_p &= K_x d\varphi_p; \\
 \dot{\varphi}_p &= K_p \dot{\omega}_p dt; & \dot{x}_p &= K_x \dot{\omega}_p dt; \\
 \ddot{\varphi}_p &= K_p \ddot{\varphi}_p; & \ddot{x}_p &= K_x \ddot{\varphi}_p; \\
 \dot{\varphi}_p &= K_p \dot{\varphi}_p; & \dot{x}_p &= K_x \dot{\varphi}_p;
 \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнения движения рабочего органа горной машины могут быть получены с помощью уравнения Лагранжа второго рода [1]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + Q_i \quad (6)$$

где  $T$  — кинетическая энергия системы;  $\Pi$  — потенциальная энергия системы;  $Q_i$  — обобщенные силы системы;  $q_i$  — обобщенные координаты.

Рассмотрим более подробно динамику бурового станка (рис.1). Приводим параметры вращательно-подающего механизма к ведущим звеньям вращения  $\varphi_a$  и подачи  $x_a$ , а также к рабочему звену, совершающему два движения в направлении координат  $\varphi_p$  и  $x_p$ . Воспользуясь кинематическими зависимостями  $\dot{\varphi}_p = \dot{\varphi}_a \dot{u}_{\varphi}$ ,  $\dot{x}_p = \dot{x}_a \dot{u}_{x}$ , где  $\dot{u}_{\varphi}$ ,  $\dot{u}_{x}$  — передаточные отношения механизмов вращения и подачи соответственно, получаем выражение кинетической энергии в виде

$$T = \frac{J_{\overline{a}} \dot{\varphi}_a^2}{2} + \frac{m_{\overline{a}} \dot{x}_a^2}{2}, \quad (7)$$

где  $J_{\overline{a}} = J_a + J_p \dot{u}_{\varphi}^2$ ;  $m_{\overline{a}} = m_a + 2 \dot{m}_p \dot{u}_{x}^2$

С помощью кинематических связей типа (1), возникающих в процессе

разрушения массива, выражение кинетической энергии (7) можно представить в виде

$$\underline{T} = (\underline{J}_{np} + \underline{m}_{np} \underline{K}_v^2) \underline{\dot{\varphi}}_c^2 / 2; \quad \underline{T} = (\underline{J}_{np} / \underline{K}_v^2 + \underline{m}_{np}) \underline{\dot{X}}_c^2 / 2. \quad (8)$$

Выражение (7) определяет кинетическую энергию вращательно-подающего механизма при свободном движении, а выражения (8) – при разрушении массива (рабочий процесс). Очевидно существенное влияние коэффициента  $\underline{K}_v$  на величину кинетической энергии.

Потенциальная энергия системы равна нулю ( $\underline{П}=0$ ), т.к. на первом этапе исследования не учитываем деформацию звеньев и диссипативные свойства. Обобщенная сила в направлении координаты  $\underline{X}_c$  [I]:

$$\underline{Q}_{X_c} = \underline{F}_0 (\partial \underline{X}_n / \partial \underline{X}_c) - \underline{F}_c + \underline{M}_g (\partial \varphi_g / \partial \underline{X}_c) - \underline{M}_c (\partial \varphi_c / \partial \underline{X}_c); \quad (9)$$

где  $\partial \underline{X}_n / \partial \underline{X}_c = \underline{u}_{nc}$ ;  $\partial \varphi_g / \partial \underline{X}_c = \underline{u}_{gc} / \underline{K}_v$ ;  
 $\partial \varphi_c / \partial \underline{X}_c = 1 / \underline{K}_v$ .

С учетом последних выражений имеем

$$\underline{Q}_{X_c} = \underline{F}_0 \underline{u}_{nc} - \underline{F}_c + \underline{M}_g \underline{u}_{gc} / \underline{K}_v - \underline{M}_c / \underline{K}_v, \quad (10)$$

где  $\underline{F}_0$ ,  $\underline{F}_c$  – силы движущие и сопротивлений механизма подачи;  $\underline{M}_g$ ,  $\underline{M}_c$  – моменты сил движущих и сопротивлений механизма вращения.

Анализируя природу сил  $\underline{F}_c$  и моментов сил  $\underline{M}_c$  сопротивлений движению рабочего органа станка в массиве горных пород [2,3], приходим к выводу, что они являются функциями силовых, кинематических, геометрических параметров станка и механических характеристик массива. Могут быть предложены следующие эмпирические зависимости

$$\underline{F}_c = \underline{K}_F d_g (\underline{V}_c / \underline{\omega}_c) = \underline{K}_F \underline{K}_v d_g \dot{\varphi}_c; \quad (11)$$

$$\underline{M}_c = \underline{K}_M \underline{F}_0 \underline{\omega}_c d_g \underline{v}_c,$$

где  $\underline{K}_F$ ,  $\underline{K}_M$  – коэффициенты силовых связей механических систем станка с массивом, имеют вероятностную систему природу;  $d_g$  – диаметр долота (инструмента). Эмпирические формулы (11) можно уточнять по мере необходимости учета других факторов, однако функциональные связи  $\underline{F}_c$  и  $\underline{M}_c$  ими определены. С учетом эмпирических зависимостей (11) имеем следующее выражение обобщенной силы:

$$\underline{Q}_{\bar{c}} = \underline{F}_0 \underline{U}_{\bar{c}} (1 - \underline{K}_M \underline{\omega}_{\bar{c}} \underline{d}_q \underline{l}_c) + \underline{M}_q \underline{U}_{\bar{c}} / \underline{K}_F - \underline{K}_F \underline{K}_M \underline{d}_q \quad (12)$$

Подставив выражения (8) и (12) в уравнение (6), получаем уравнение движения рабочего органа бурового станка в массиве:

$$d\underline{V}_{\bar{c}}/dt = [\underline{F}_0 \underline{U}_{\bar{c}} (1 - \underline{K}_M \underline{\omega}_{\bar{c}} \underline{d}_q \underline{l}_c) + \underline{M}_q \underline{U}_{\bar{c}} / \underline{K}_F - \underline{K}_F \underline{K}_M \underline{d}_q] / (\underline{I}_{\bar{c}} / \underline{K}_F^2 + \underline{m}_{\bar{c}}), \quad (13)$$

интегрировать которое можно при следующих начальных условиях:

$$\text{при } t=0 \quad \underline{V}_{\bar{c}}(0) = 0; \quad \text{при } t=t_* \quad \underline{V}_{\bar{c}}(t_*) = \underline{V}_{\bar{c}0}, \quad (14)$$

где  $\underline{V}_{\bar{c}0}$  - скорость движения рабочего органа в массиве. Интеграл уравнения (13) имеет вид

$$\underline{V}_{\bar{c}} = \int_0^{t_*} \frac{\underline{F}_0 \underline{U}_{\bar{c}} (1 - \underline{K}_M \underline{\omega}_{\bar{c}} \underline{d}_q \underline{l}_c) + \underline{M}_q \underline{U}_{\bar{c}} / \underline{K}_F - \underline{K}_F \underline{K}_M \underline{d}_q}{\underline{I}_{\bar{c}} / \underline{K}_F^2 + \underline{m}_{\bar{c}}} dt. \quad (15)$$

Из формулы (15) можно определить необходимые силовые и массовые параметры, необходимые для достижения заданной скорости бурения  $\underline{V}_{\bar{c}0}$  в течение времени  $t_*$  - времени выхода на режим (рис.2).

Движущая сила  $\underline{F}_0(t)$  и момент движущих сил  $\underline{M}_q(t)$  определяются характеристиками двигателей механизмов подачи и вращения, которые необходимо знать при исследовании интеграла (15) или можно их синтезировать, задаваясь условиями  $t_*$  и  $\underline{V}_{\bar{c}0}$ .

Рассмотрим сущность эмпирических коэффициентов  $\underline{K}_{\bar{V}}$ ,  $\underline{K}_{\bar{F}}$ ,  $\underline{K}_{\bar{M}}$ . Используя зависимости (I) и (II), находим:

$$\begin{aligned} \underline{K}_{\bar{V}} &= \underline{V}_{\bar{c}} / \underline{\omega}_{\bar{c}}; & \underline{K}_{\bar{F}} &= \underline{F}_{\bar{c}} / (\underline{K}_{\bar{V}} \underline{d}_q); \\ \underline{K}_{\bar{M}} &= \underline{M}_q / (\underline{K}_{\bar{F}} \underline{K}_{\bar{V}} \underline{\omega}_{\bar{c}} \underline{l}_c \underline{d}_q^2). \end{aligned} \quad (16)$$

Для экспериментальной оценки коэффициентов  $\underline{K}_{\bar{V}}$ ,  $\underline{K}_{\bar{F}}$ ,  $\underline{K}_{\bar{M}}$  применим теорию многофакторного планирования [3, 4, 5]. В качестве факторов используем усилие подачи  $\underline{F}_0$ , угловую скорость бурового става  $\underline{\omega}_{\bar{c}}$ , длину бурового става  $\underline{l}_c$ , диаметр долота  $\underline{d}_q$ , которые варьируем в определенных (реальных для конкретных буровых станков) пределах, на определенном числе уровней. Параметры процесса следующие: момент привода вращения става  $\underline{M}_q$  (или мощность  $\underline{P}_q$ ), скорость бурения  $\underline{V}_{\bar{c}}$ , коэффициенты  $\underline{K}_{\bar{V}}$ ,  $\underline{K}_{\bar{F}}$ ,  $\underline{K}_{\bar{M}}$ , приведенные движущая сила и сила сопротивлений, полученные из выражения (12), считая  $\underline{F}_{\bar{c}} = \underline{F}_0$  :

$$F_{\bar{q}\bar{q}}^{\bar{q}\bar{q}} = F_{\bar{q}} \bar{U}_{\bar{q}\bar{q}} + M_{\bar{q}} \bar{U}_{\bar{q}\bar{q}} / K_{\bar{q}}; \quad (I7)$$

$$F_{\bar{q}}^{\bar{q}\bar{q}} = K_{\bar{q}} K_{\bar{q}} d_{\bar{q}} (K_{\bar{q}} \bar{\omega}_{\bar{q}} \bar{l}_{\bar{q}} d_{\bar{q}} + 1);$$

мощность привода подачи:  $P_{\bar{n}} = F_{\bar{q}\bar{q}}^{\bar{q}\bar{q}} \bar{V}_{\bar{q}};$

энергоемкость бурения:  $\bar{\epsilon} = (P_{\bar{q}} + P_{\bar{n}}) / [V_{\bar{q}} (\bar{U} d_{\bar{q}}^2 / 4)].$

Программа экспериментов строится следующим образом: факторы системы варьируются на 4х или 5 уровнях в зависимости от заданной точности результатов [3, 5]. Из факторов усилия подачи  $F_{\bar{q}}$ , угловой скорости (частоты вращения) става  $\bar{\omega}_{\bar{q}}$ , длины става (глубины скважины)  $\bar{l}_{\bar{q}}$  формируется латинский квадрат порядка 5х5 (табл. I); вариация диаметра долота (инструмента)  $d_{\bar{q}}$  определяет латинский куб, а вариация характеристик массива ( $P_{\bar{M}}$ ) - пакет латинских кубов.

Таблица I

Программа экспериментов (латинский куб)

$d_{\bar{q}1}$	Глубина скважины, м	$\bar{l}_{\bar{q}1}$	$\bar{l}_{\bar{q}2}$	$\bar{l}_{\bar{q}3}$	$\bar{l}_{\bar{q}4}$	$\bar{l}_{\bar{q}5}$
$d_{\bar{q}2}$	Усилие подачи, кН	Угловая скорость става, с <sup>-1</sup>				
	$F_{\bar{q}1}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}1}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}5}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}4}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}3}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}2}$
	$F_{\bar{q}2}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}2}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}1}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}5}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}4}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}3}$
	$F_{\bar{q}3}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}3}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}2}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}1}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}5}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}4}$
	$F_{\bar{q}4}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}4}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}3}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}2}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}1}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}5}$
	$F_{\bar{q}5}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}5}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}4}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}3}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}2}$	$\bar{\omega}_{\bar{q}1}$

Таким образом, латинский квадрат содержит 25 опытов, латинский куб - 25х5=125 опытов, а пакет латинских кубов - 125х5= 625 опытов. Если уменьшить число уровней до 4х, то соответственно имеем: 16; 64; 256, но точность результатов будет меньшей [2,3]. Эксперименты, проведенные согласно программе (табл. I), позволяют получить соответствующие опытные значения скоростей  $V_{\bar{q}i}$  и моментов двигателя вращателя  $M_{\bar{q}i}$  (или мощностей  $P_{\bar{q}i} = M_{\bar{q}i} \bar{\omega}_{\bar{q}i}$ ), которые сведены в таблицы 2,3.

По формулам (I6), (I7) и данным таблиц 2,3 проводим расчет парамет-

ров  $\bar{K}_{v(ij)}$ ,  $\bar{K}_{f(ij)}$ ,  $\bar{K}_{m(ij)}$ ,  $\bar{M}_{q(ij)}$ ,  $\bar{M}_{c(ij)}$ ,  $\bar{F}_{q(ij)}$ ,  $\bar{F}_{c(ij)}$ ,  $\bar{P}_{q(ij)}$ ,  $\bar{z}_{(ij)}$ , значения которых сводим в таблицы типа 2, 3

Таблица 2.

Экспериментальные значения скорости бурения

$\bar{V}_{c11}$	!	...	!	$\bar{V}_{c15}$
...	!	...	!	...
$\bar{V}_{c51}$	!	...	!	$\bar{V}_{c55}$

Таблица 3

Экспериментальные значения мощности двигателя

$\bar{P}_{q11}$	!	...	!	$\bar{P}_{q15}$
...	!	...	!	...
$\bar{P}_{q51}$	!	...	!	$\bar{P}_{q55}$

По этим локальным экспериментальным данным параметров, используя теорию многофакторного планирования [3,5], получаем закономерности изменения в зависимости от факторов  $\bar{F}_0$ ,  $\bar{L}_0$ ,  $\bar{\omega}_0$ ,  $d_q$  и др. согласно модели эксперимента, имеющей вид, например, для мощности двигателя механизма вращения:

$$\bar{P}_q = a_p \underline{P}(F) \underline{P}(\omega) \underline{P}(L_c), \tag{18}$$

где  $a_p$  - коэффициент пропорциональности,  $\underline{P}(F)$ ,  $\underline{P}(\omega)$ ,  $\underline{P}(L_c)$  - частные функции мощности в зависимости от отдельных факторов, которые находим по методике, приведенной в таблице 4.

Таблица 4

Методика расчета частных функций мощности  $\bar{P}_{qi}$ .

$\bar{L}_{c11}$	!	$\lg \bar{P}_{q11}$ (табл.3)	!	$\sum \lg \bar{P}_{q1i}$	!	$\frac{1}{5} \sum \lg \bar{P}_{q1i}$	!	$\underline{P}(F) / \underline{P}(L)$		
$\bar{L}_{c15}$	!	$\lg \bar{P}_{q15}$	...	$\lg \bar{P}_{q15}$	!	$\sum \lg \bar{P}_{q1i}$	!	$\frac{1}{5} \sum \lg \bar{P}_{q1i}$	!	$\bar{P}_q(F_{01})$
...	!	...	...	...	!	...	!	...	!	...
$\bar{L}_{c51}$	!	$\lg \bar{P}_{q51}$	...	$\lg \bar{P}_{q55}$	!	$\sum \lg \bar{P}_{q5i}$	!	$\frac{1}{5} \sum \lg \bar{P}_{q5i}$	!	$\bar{P}_q(F_{05})$
$\sum \lg \bar{P}_{q1i}$	!	$\sum \lg \bar{P}_{q1i}$	...	$\sum \lg \bar{P}_{q15}$	!	$\sum \lg \bar{P}_{q1i}$	!	$\frac{1}{5} \sum \lg \bar{P}_{q1i}$	!	$\bar{P}_q(L_{c1})$
$\frac{1}{5} \sum \lg \bar{P}_{q1i}$	!	$\frac{1}{5} \sum \lg \bar{P}_{q1i}$	...	$\frac{1}{5} \sum \lg \bar{P}_{q15}$	!	...	!	...	!	...
$\bar{P}_q(\omega)$	!	$\bar{P}_q(\omega_{c1})$	...	$\bar{P}_q(\omega_{c5})$	!	$\sum \lg \bar{P}_{q1i}$	!	$\frac{1}{5} \sum \lg \bar{P}_{q1i}$	!	$\bar{P}_q(L_{c1})$

Для того чтобы воспользоваться формулой (18), необходимо определить среднестатистическое значение коэффициента  $a_p$  по локальным его значениям  $a_{pi}$ :

$$a_{pi} = \bar{P}_{qi} / [\bar{P}_q(F_{0i}) \bar{P}_q(L_{ci}) \bar{P}_q(\omega_{ci})], \tag{19}$$

где  $\bar{P}_{qi}$  - экспериментальные значения мощности двигателя (таб.3);  $\bar{P}_q(F_{0i})$ ,  $\bar{P}_q(L_{ci})$ ,  $\bar{P}_q(\omega_{ci})$  - соответствующие локальные значения мощности (табл.4).

Тогда 
$$a_{pi} = (1/25) \sum a_{pi}. \quad (20)$$

Разброс  $a_{pi}$  относительно среднестатистического значения коэффициента  $a_{pi}$  определяет точность эксперимента. Аналогичным образом находим частные и общие функции (типа (18)) для параметров  $K_{\bar{N}}$ ,  $K_{\bar{P}}$ ,  $K_{\bar{M}}$  и др. в зависимости от наиболее значимых факторов  $F_{\bar{D}}$ ,  $l_{\bar{C}}$ ,  $\omega_{\bar{C}}$ ,  $d_{\bar{D}}$  и др. Функциональные значения параметров используем в моделях горных машин, т.е. в эмпирико-математических моделях, учитывающих вероятностную природу динамической системы "горная машина-массив".

В качестве примера рассмотрим результаты экспериментальных исследований динамики бурового станка типа БГА. На рис.3 представлена типовая осциллограмма функции мощности  $P_{\bar{Q}}$  двигателя вращателя. Эксперимент был проведен согласно плану (табл.5) - латинскому квадрату (ранг 4x4). Там же даны локальные значения мощности  $P_{\bar{Q}ij}$ , соответствующие факторам  $F_{\bar{D}i}$ ,  $l_{\bar{C}j}$ ,  $\omega_{\bar{C}i}$  данного опыта.

Таблица 5.

План эксперимента и локальные значения мощности вращателя

$l_{\bar{C}i}$ , м	!	0	!	5	!	10	!	15
$F_{\bar{D}i}$ , кН	!	$\omega_{\bar{C}i}(l_{\bar{C}j}) / P_{\bar{Q}ij}$ (кВт)						
60	!	6/16,4	!	12/19,1	!	10/13,1	!	8/17,3
80	!	8/20,4	!	6/16,3	!	12/16,4	!	10/20,7
100	!	10/22,1	!	8/20,6	!	6/14,2	!	12/26,3
120	!	12/24,4	!	10/21,3	!	8/19,5	!	6/24,8

Экспериментальные данные (табл.5) определены по методике, представленной в таблице 4, а результаты сведены в таблицу 6.

Чтобы определить затраченную мощность в зависимости от  $F_{\bar{D}}$ ,  $l_{\bar{C}}$  и  $\omega_{\bar{C}}$  одновременно необходимо воспользоваться моделью эксперимента (18), предварительно определив среднестатистическое значение коэффициента

$a_{\bar{P}}$  (19). Например, для опыта  $i = 1, j = 1$  (табл.5) имеем

$$a_{\bar{P}11} = 16,4 / (20,6 \cdot 16,3 \cdot 17,9) = 2,73 \cdot 10^{-3} (\text{кВт})^{-2}.$$

Аналогично находим  $a_{\bar{P}ij}$  для всех остальных опытов, а также среднее



значение коэффициента  $\alpha_{\underline{P}} = (1/16) (\sum \alpha_{\underline{P}i}) = 2,82 \cdot 10^{-3} (\text{кВт})^{-2}$ .

Таблица 6

Результаты обработка экспериментальных значений частных функций  $\underline{P}_g(F)$ ,  $\underline{P}_g(\omega)$ ,  $\underline{P}_g(\ell)$ .

$\underline{\ell}_i, \text{м}$	$\underline{\ell}_g, \underline{P}_{gi}$ (табл. 5)				$\sum \underline{\ell}_g \underline{P}_{gi}$	$\frac{1}{4} (\sum \underline{\ell}_g \underline{P}_{gi}) \underline{P}_g(F) / \underline{P}_g(\omega)$		
0	1,215	1,281	1,117	1,238	14,851	1,213	16,3	
5	1,310	1,212	1,215	1,316	15,053	1,263	18,3	
10	1,345	1,314	1,152	1,420	15,231	1,308	20,3	
15	1,388	1,328	1,290	1,394	15,400	1,350	22,3	
$\sum \underline{\ell}_g \underline{P}_{gi}$	15,258	15,135	14,774	15,368	15,009	1,252	17,9	
$\frac{1}{4} \sum \underline{\ell}_g \underline{P}_{gi}$	1,315	1,284	1,194	1,342	15,152	1,288	19,4	
$\underline{P}_g(\ell)$	20,6	19,2	15,6	22,0	15,106	1,277	18,9	
$\underline{\ell}_i, \text{м}$	0	5	10	15	15,304	1,326	21,2	

Таким образом, модель (18) имеет вид

$$\underline{P}_g = 2,82 \cdot 10^{-3} \underline{P}_g(F) \underline{P}_g(\omega) \underline{P}_g(\ell),$$

которую можно использовать для расчета мощности привода вращателя в пределах вариаций указанных факторов (табл. 5). Например,  $\underline{F}_0 = 100 \text{ кН}$ ,  $\underline{\omega}_0 = 10 \text{ с}^{-1}$ ,  $\underline{\ell}_0 = 15 \text{ м}$  - это сочетание факторов в плане не фигурирует. Имеем  $\underline{P}_g = 2,82 \cdot 10^{-3} \cdot 22,3 \cdot 18,9 \cdot 22,0 = 26,15 \text{ кВт}$ .

По указанной выше методике определяем значения коэффициентов  $\underline{K}_{\underline{V}}$ ,  $\underline{K}_{\underline{F}}$ ,  $\underline{K}_{\underline{M}}$  и других параметров, необходимых при проектировании станков (17). Исследования показали, что в зависимости от режимов работы, геометрии инструмента, механических характеристик массива, коэффициенты изменяются в пределах:  $\underline{K}_{\underline{V}} = (1 \dots 10) 10^{-3} \text{ м}$ ,  $\underline{K}_{\underline{F}} = (1 \dots 5) 10^8 \text{ Н/м}^2$ ,  $\underline{K}_{\underline{M}} = (1 \dots 10) \cdot 10^{-2} \text{ с/м}$ . Определение эмпирических параметров, входящих в интеграл (15), дает возможность решать задачи анализа и синтеза на этапе проектирования, оценить характеристики машины (рис. 2), ее возможности при различных значениях параметров и внешних условиях.

## ВЫВОДЫ

1. Предложен вероятностный эмпирико-математический метод моделирования динамической системы "горная машина-массив", в основе которого идея, что динамика горных машин определяется не только собственными инерционными, упругими и диссипативными свойствами, но и характеристиками массива, с которым они взаимодействуют.

2. Динамическую систему "горная машина-массив" с изначально несколькими степенями свободы рабочего органа можно с любой степенью точности и достоверности описать эмпирико-математической моделью с одной степенью свободы и соответствующим числом вероятностных эмпирических коэффициентов кинематических и силовых связей.

3. Вероятностные коэффициенты кинематических и силовых связей системы "горная машина-массив" зависят от режимов работы, геометрии рабочего органа, характеристик массива и пр., могут быть определены с помощью теории планирования многофакторных экспериментов и использованы в эмпирико-математической модели для решения задач анализа и синтеза горных машин на этапе проектирования и испытания.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Н.Н. Бужгольц: Основной курс теоретической механики. Ч.П., "Наука", М., 1972.
- [2] Л.И. Кантович, В.Н. Дмитриев: Статика и динамика буровых шарошечных станков. "Недра", М., 1984.
- [3] Шенк Х.: Теория инженерного эксперимента. Пер. с англ. "Мир", М., 1972.
- [4] Налимов В.В.: Теория эксперимента. "Наука", М., 1971.
- [5] Л.И. Кантович, В.Н. Дмитриев: Определение статистических эквивалентных нагрузок при расчетах на долговечность и усталость деталей горных машин. Доклад на международной конференции в ПНР. Гливице 1988.

Recenzent: Prof. zw. dr hab. inż. Jerzy Antoniak

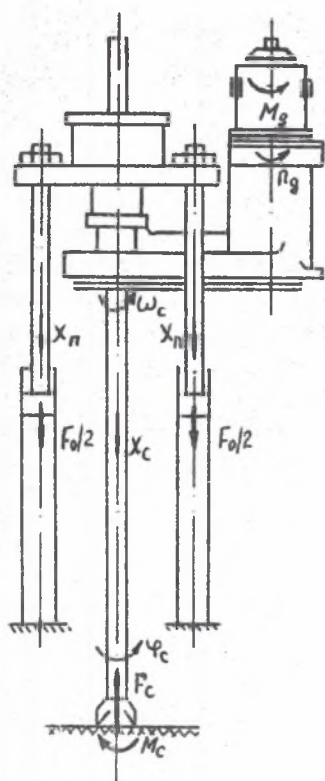


Рис. 1. Кинематическая схема бурового станка

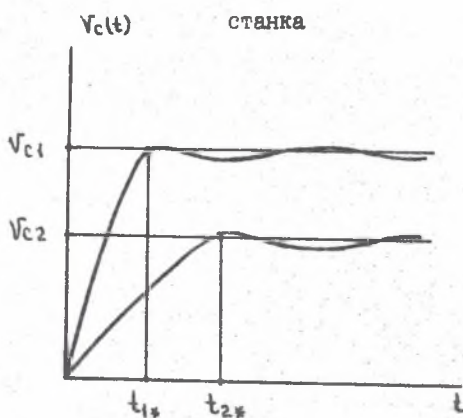


Рис. 2. Рабочая характеристика бурового станка

$v_{c1}, v_{c2}$  - заданные режимы бурения,  
 $t_{1*}, t_{2*}$  - время выхода на режим

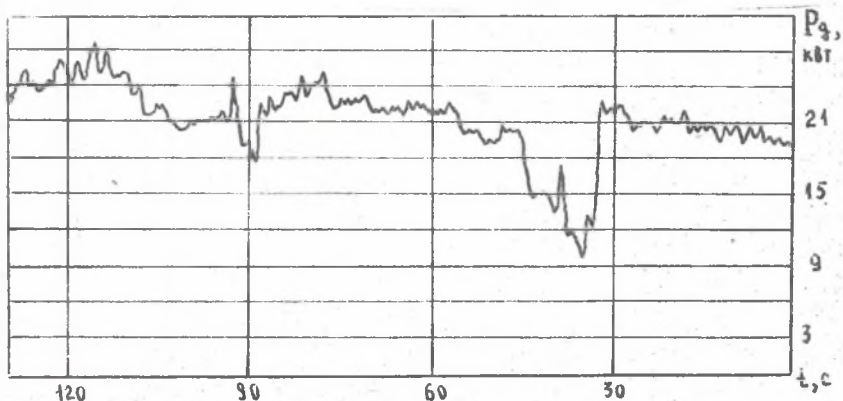


Рис. 3. Осциллограмма мощности двигателя вращателя буровой установки типа БГА

$l_c = 15$  м;  $d_g = 500$  мм;  $F_0 = 100$  кН;  $v_n = 0,5$  м/мин.

PROBABILISTYCZNY EMPIRYCZNO-MATEMATYCZNY DYNAMICZNY MODEL  
"URZĄDZENIE GÓRNICZE - CALIZNA"

S t r e s z c z e n i e

W artykule przedstawiono probabilistyczną empiryczno-matematyczną metodę modelowania dynamicznego "urządzenie górnicze - calizna", którego istotą jest następująca. Dynamikę urządzeń górniczych określają nie tylko jego własne cechy bezwładnościowe, sprężyste i dyssypacyjne, ale i charakterystyki analiz skalnych, z którymi one współdziałają. Układ dynamiczny z pierwotnie kilkoma stopniami swobody organu roboczego można przedstawić w formie modelu empiryczno-matematycznego o jednym stopniu swobody i odpowiedniej liczbie kinematycznych współczynników prawdopodobieństwa i więzów siłowych. Przedstawione współczynniki charakteryzują cechy prawdopodobieństwa układu dynamicznego "urządzenie górnicze - calizna", mogą być wyznaczone przy pomocy teorii planowania wieloczynnikowych eksperymentów z dostatecznym prawdopodobieństwem fiducjalnym i mogą zostać wykorzystane w modelu matematycznym do rozwiązania zadań analizy i syntezy urządzeń górniczych.

AN EMPIRICAL PROBABILISTIC DYNAMIC MODEL  
OF A MINING EQUIPMENT - COAL BODY SYSTEM

S u m m a r y

An empirical, probabilistic method of modelling of a dynamic mining equipment - Coal Body system is presented in the paper. The essence of the method is as follows. The dynamic properties of the mining equipment is determined not only by its inertial, elastic and dissipation properties but also by the characteristics of the rock being mined. The dynamic system, having several degrees of freedom, may be presented in from an empirical mathematical model with a single degree of freedom and a proper number of kinematic probability coefficients characterize the probability qualities of an equipment - Coal Body system. They may be derived by applying the multifactorial experiment design with a sufficient fiducial probability and may be applied in a mathematical model for solving the analysis and synthesis testes of the mining equipment.