ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979

Seria: ENERGETYKA z. 74 Nr kol. 634

Józef FOLWARCZNY
Instytut Techniki Cieplnej

# ODZYSKANA PRACA TARCIA

Streszczenie. W pracy została przeprowadzona dyskusja przemian adiatermicznych (adiabatycznych), w których część pracy tarcia jest zwana odzyskanym ciepłem tarcia. Z rozważań wynika, że o odzyskanym cieple tarcia można mówić tak przy ekspansji jak i przy kompresji adiatermicznej. Wielkość ta znosi się z częścią pracy tarcia i nie ma znaczenia praktycznego.

## 1. Wstęp

W przemianach adiatermicznych[x)] nieodwracalnych realizowana jest praca tarcia, co powoduje wzrost entropii i objętości właściwej czynnika powyżej wartości osiąganych w przemianach izentropowych. W przypadkach ekspansji czynnika w dyszach w zakresie ciśnień $p_1$ i $p_2$ część pracy tarcia, równą różnicy entalpii końcowej przemiany i entalpii końcowej po ekspansji izentropowej, zwie się stratą energii kinetycznej. Reszta pracy tarcia (równej ciepłu tarcia) nosi nazwę odzyskanego ciepła tarcia. Podczas ekspansji czynnika w tłokowych lub wirnikowych maszynach przepływowych występuje analogiczny podział pracy tarcia, z tym że określona wyżej różnica entalpii stanowi stratę pracy mechanicznej. Celem niniejszej pracy jest bliższe naświetlenie pojęcia odzyskanego ciepła tarcia. Rozważania będą prowadzone dla gazu doskonałego.

## 2. Ekspansja izentropowa

Praca techniczna ekspansji izentropowej jest wyrażana za pomocą (termicznych lub kalorycznych) parametrów stanu czynnika na początku i na końcu przemiany. Pracę tę można obliczyć z równania

$$l_{ts} = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\, p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right] \tag{1}$$

x) Nazwa używana przez profesora Stanisława Ochęduszkę zamiast tradycyjnej nazwy przemiany adiabatycznej.

lub

$$l_{ts} = c_p(T_1 - T_{2s}) = c_p\, T_1\left(1 - \frac{T_{2s}}{T_1}\right). \tag{2}$$

Dla przemiany izentropowej zachodzi równość

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} = \frac{T_{2s}}{T_1}. \tag{3}$$

Po uwzględnieniu powyższego widać, że we wzorach na pracę techniczną ekspansji izentropowej występuje dwumian, przedstawiający sprawność termiczną prawobieżnego, odwracalnego obiegu Carnota

$$\eta_C = \left(1 - \frac{T_{2s}}{T_1}\right), \tag{4}$$

który by działał między źródłami ciepła o temperaturach $T_1$ i $T_{2s}$. W rozważanych przypadkach nie ma zastosowania silnik Carnota, co nie jest przeszkodą w stosowaniu symbolu $\eta_C$ do określania wielkości pracy technicznej ekspansji izentropowej. Zatem

$$l_{ts} = c_p\, T_1\, \eta_C = i_1\, \eta_C. \tag{1a}$$

Wielkość $\eta_C$, jak widać z równań (3) i (4), zależy od wartości ciśnienia początkowego $p_1$ i ciśnienia końcowego $p_2$ przemiany oraz od rodzaju gazu[x)]. Równanie (1a) wskazuje, że wielkość $\eta_C$ można by nazwać stopniem wykorzystania entalpii dolotowej $i_1$ w procesie realizacji pracy $l_{ts}$.

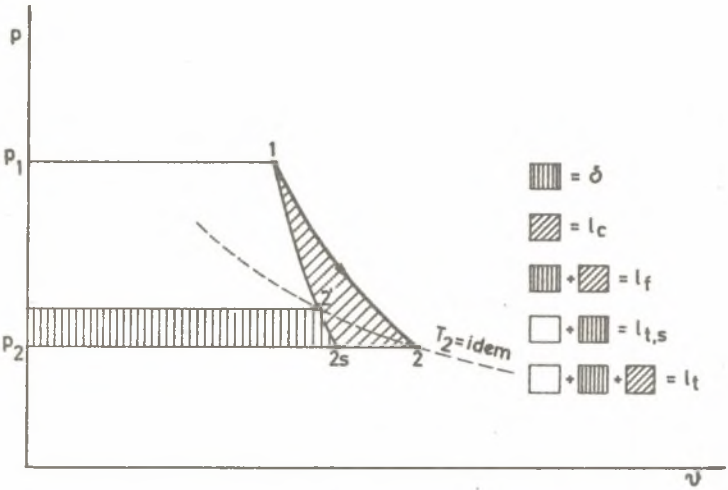
## 3. Przemiana adiatermiczna nieodwracalna

Na rys. 1 przedstawiono w układzie p,v ekspansję adiatermiczną gazu doskonałego, rozpiętą między punktami 1 i 2. Jest to szkic, na którym naniesiono również przemianę beztarciową 1 - $2_s$ oraz pokazano pracę tarcia, z wyodrębnieniem straty pracy mechanicznej. Te same przemiany i wielkości przedstawiono w układzie ciepła T,s na rys. 2. W układzie T,s różnicę entalpii można przedstawić jako pole pod dowolną izobarą gazu doskonałego w zakresie skrajnych temperatur danej izentropy. Na rys. 2 przed-

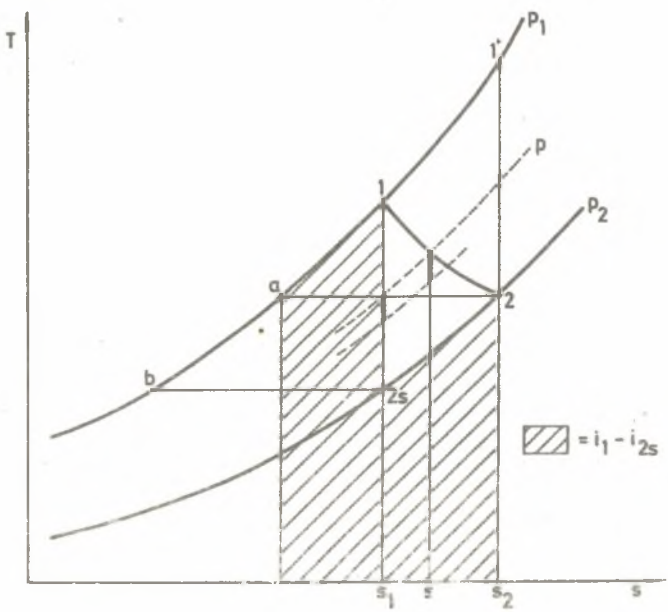
---

x) Wielkość $\eta_C$ w wyrażeniu na pracę techniczną izentropy została użyta przez autora również w pracy [2].

stawiono za pomocą zakreskowanego pola różnicę entalpii $i_1 - i_{2s} = l_{t_{1-2s}}$. Skorzystano przy tym z równości pól pod odcinkiem a-b izobary $p_1$ i pod odcinkiem $2-2_s$ izobary $p_2$.




Rys. 1. Ekspansja adiatermiczna gazu doskonałego w układzie pracy (p,v)




Rys. 2. Ekspansja adiatermiczna gazu doskonałego w układzie ciepła (T,s)

Gdyby gaz o ciśnieniu $p_1$ podgrzać izobarycznie do temperatury $T_{1'}$, wtedy jego zdolność do wykonania pracy wzrosłaby wyraźnie. Po ekspansji izentropowej tak podgrzanego gazu do stanu określonego na rys. 2 arabską dwójką uzyskano by pracę techniczną równą spadkowi entalpii $i_{1'}-i_2$, równą polu pod odcinkiem $1'$-a izobary $p_1$. Widoczne na rys. 2 pole, ograniczone obu izobarami oraz izentropami $s_1$ i $s_{1'}$, przedstawia wzrost $\Delta l_t$ pracy technicznej, zawdzięczany podgrzaniu czynnika dolotowego przez doprowadzenie ciepła

$$q_{1-1'} = c_p(T_{1'} - T_1). \tag{5}$$

Opisany wzrost pracy technicznej można też wyrazić wzorem

$$\Delta l_t = ?_C\, q_{1-1'}. \tag{6}$$

Na rys. 2 naniesiono liniami przerywanymi odcinki dwóch dowolnych izobar, przy czym różnica obu ciśnień może być tak mała, jak chcemy. Dowolna wartość entropii $s > s1$ wytycza izentropę, która wraz z izentropą $s1$ określa w układzie ciepła wielkość poletka zawartego między izobarami dodatkowymi. Poletko to - podobnie jak pole $\Delta l_t$ - przedstawia różnicę między pracą techniczną izentropy "s" i pracą techniczną izentropy "$s_1$". Wzrost ten związany jest ze stanem termicznym gazu w punkcie początkowym przemiany i nie ma znaczenia, czy wzrost entalpii czynnika zawdzięczany jest ciepłu pochodzącemu z zewnętrznych źródeł ciepła, czy też ciepłu tarcia.

Rzeczywistą przemianę adiatermiczną obarczoną tarciem można rozumieć jako przemianę złożoną z nieskończenie wielu elementarnych przemian izentropowych, łączonych z sobą elementarnymi izobarami, przy realizacji których pochłaniane jest ciepło tarcia. Każdej elementarnej izentropie przy wartości entropii s odpowiada elementarna przemiana izentropowa, leżąca na linii $1-2_s$, a realizowana w tym samym zakresie ciśnień, tj. od ciśnienia p do ciśnienia p+dp. Z rozważania tego widać, że suma elementarnych prac izentropowych wzdłuż przemiany rzeczywistej jest większa od spadku entalpii $i_1-i_{2s}$ o pole ograniczone linią przemianową 1-2, izentropą $1-2_s$ izobarą $2_s-2$. Pole to składa się z pól elementarnych, z których każde leży między dwoma izobarami (p, p+dp) i ograniczone jest izentropami elementarnymi. Wielkość każdego takiego pola elementarnego może być wyrażona w sposób podobny jak wzrost pracy technicznej w równaniu (6). Różnica polega na tym, że

$$?_C = - \frac{dT}{T} \tag{4a}$$

jest wielkością elementarną. Wynika to z nieskończenie małej różnicy temperatur źródeł ciepła obiegów elementarnych. W równaniu (4a), podobnie jak w równaniu (4), temperatura $T$ i jej różniczka dotyczą tej samej przemiany izentropowej.

Ciepło doprowadzone wzdłuż izobary górnej pola elementarnego wynosi

$$q_d = c_p(T_\vartheta - T). \tag{7}$$

W równaniu tym indeksem $\vartheta$ oznaczono temperaturę w końcowym punkcie izobary górnej. Temperatura $T$ jest temperaturą początkową tej izobary i dotyczy punktu leżącego na linii $1\text{-}2_s$.

Ostatnie dwa równania pozwalają wielkość pola elementarnego wyrazić wzorem

$$dl_C = -c_p(T_\vartheta - T)\frac{dT}{T}. \tag{8}$$

Dalszą analizę rozważanego zagadnienia ułatwia założenie, że przemiana 1-2 przebiega zgodnie z równaniem

$$p\, v^\vartheta = p_1\, v_1^\vartheta. \tag{9}$$

Przyjęto więc, że adiatermę nieodwracalną można zastąpić przemianą politropową. Ciepło właściwe takiej przemiany

$$c = c_v\,\frac{\vartheta - \varkappa}{\vartheta - 1}. \tag{10}$$

Przyrost entropii czynnika w dowolnym punkcie przemiany nad entropię $s_1$ stanu początkowego można obliczać, idąc wzdłuż adiatermy rzeczywistej lub też wzdłuż izobary górnej pola elementarnego. Obie te możliwości uwzględnia równanie

$$s - s_1 = c\,\ln\left(\frac{T_\vartheta}{T_1}\right) = c_p\,\ln\left(\frac{T_\vartheta}{T}\right). \tag{11}$$

Zależność powyższa służy do rugowania temperatury $T_\vartheta$ z równania (8). Tą drogą otrzymujemy nową postać wyrażenia na interesującą nas wielkość elementarną

$$dl_C = -c_p\,T_1\left[\left(\frac{T}{T_1}\right)^{\frac{\vartheta - \varkappa}{\vartheta(\varkappa - 1)}} - 1\right]d\left(\frac{T}{T_1}\right). \tag{8a}$$

Po scałkowaniu równania (8a) w granicach od $T_1$ do $T_{2s}$ otrzymuje się sumę odzyskanego ciepła tarcia wzdłuż przemiany 1-2

$$l_C = c_p \left\{ T_1 \frac{\vartheta(\varkappa-1)}{\varkappa(\vartheta-1)} \left[ 1 - \left( \frac{T_{2s}}{T_1} \right)^{\frac{\varkappa(\vartheta-1)}{\vartheta(\varkappa-1)}} \right] - \left( T_1 - T_{2s} \right) \right\} \tag{12}$$

Wzór na wielkość $l_C$ można też uzyskać na krótszej drodze: jako różnicę między wielkością pracy tarcia i stratę pracy mechanicznej

$$l_C = q_f - (i_2 - i_{2s}). \tag{a}$$

Ciepło tarcia można rozumieć jako ciepło przemiany politropowej

$$q_f = c_v \frac{\vartheta - \varkappa}{\vartheta - 1} (T_2 - T_1), \tag{b}$$

co jest konsekwencją uczynionego wcześniej założenia. Po skojarzeniu ostatnich dwóch równań otrzymuje się drugą wersję wzoru (12)

$$l_C = c_p \left\{ T_1 \frac{\vartheta - \varkappa}{\varkappa(\vartheta-1)} \left[ \frac{T_2}{T_1} - 1 \right] - (T_2 - T_{2s}) \right\} \tag{12a}$$

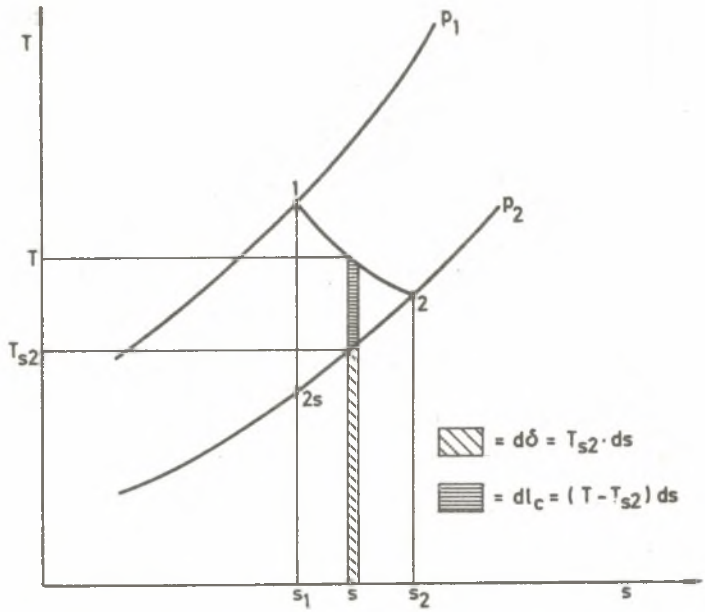
Wzory (12) i (12a) dają oczywiście te same wyniki. Dłuższa droga została obrana dla wykazania, jak ciepło tarcia jest zamieniane częściowo w pracę mechaniczną w każdym elemencie przemiany adiatermicznej nieodwracalnej. Suma tych elementarnych efektów została wyrażona równaniem (12).

Z równania (a) widać, że wielkość $l_C$ jest skrawkiem pola pracy technicznej, widocznym na rys. 1 z prawej strony izentropy $1\text{-}2_s$. Wprowadzenie oznaczenia pomocniczego $d\delta$ dla elementarnej straty pracy mechanicznej lub straty energii kinetycznej pozwala elementarną pracę tarcia wyrazić wzorem

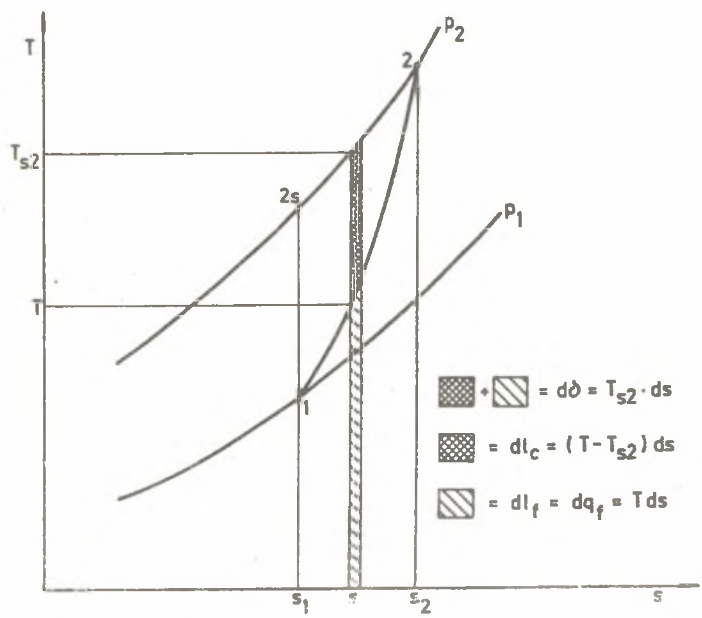
$$dl_f = d\delta + dl_C. \tag{13}$$

Jeżeli przyjmiemy, że na rys. 1 ciśnienie $p_1 = p$, $p_2 = p + dp$, to widoczne tam pola będą przedstawiały pola elementarne, a wśród nich pola równe wielkościom występującym w równaniu (13). Składniki elementarnej pracy tarcia pokazano też na rys. 3 i 4.

Na rysunku 1 (dotyczy on wielkości elementarnych) wielkość $d\delta$ została przedstawiona jako praca techniczna elementarnej izentropy. Równie dobrze można przez wielkość $d\delta$ rozumieć elementarny przyrost entalpii, uwidoczniony na rys. 3 jako pole elementarne pod izobarą $p_2$. Praca elementarna




Rys. 3. Elementarna ekspansja adiatermiczna w układzie ciepła (T,s)




Rys. 4. Elementarna kompresja adiatermiczna w układzie ciepła (T,s)

$dl_C$ została na tym rysunku przedstawiona jako pole stanowiące część elementarnej pracy tarcia. Wielkość $dl_C$ można uważać za pracę prawobieżnego obiegu Carnota, działającego między źródłem ciepła o temperaturze T czynnika ekspandującego i źródłem ciepła o temperaturze $T_{s2}$, jaka - przy entropii równej entropii czynnika - występuje na izobarze $p_2$. Sprawność takiego obiegu można uzyskać z równania (4) po zastosowaniu w nim podanych wyżej symboli temperatur źródeł ciepła

$$\eta_C = 1 - \frac{T_{s2}}{T}. \tag{4b}$$

Ciepło doprowadzane do elementarnego obiegu Carnota jest równe elementarnemu ciepłu tarcia. Zatem

$$dl_C = \eta_C \, dq_f. \tag{4c}$$

Na rys. 4 pokazano omawiane tu wielkości elementarne, dotyczące przemiany nieodwracalnego sprężania adiatermicznego. I tym razem przemiana biegnie od punktu 1 do punktu 2. Nie zmienia się też sens wielkości elementarnych. Tak jak i poprzednio, $d\delta$ jest polem elementarnym pod izobarą $p_2$, a pole elementarne $dl_C$ jest uzupełnieniem wielkości $d\delta$ do wielkości elementarnej pracy tarcia. Jak widać z rys. 4, praca elementarna $dl_C$ tym razem jest mniejsza od zera. Potwierdza to również wynik zastosowania do tego przypadku równań (4b) i (4c). Zgodnie z równaniem (4c) o znaku algebraicznym wielkości elementarnej $dl_C$ decyduje mnożnik $\eta_C$.

Równanie (13) znajduje zastosowanie w równaniu różniczkowym, wyrażającym pierwszą zasadę termodynamiki

$$d\delta + dl_C = di - v\,dp. \tag{14}$$

Po scałkowaniu tego równania otrzymuje się wzór na pracę techniczną w postaci

$$l_t = i_1 - i_2 + \delta + l_C. \tag{15}$$

Inną postać powyższego wzoru uzyskuje się po dodaniu i odjęciu z prawej jego strony entalpii $i_{2s}$ oraz po uwzględnieniu, że $\delta = i_2 - i_{2s}$

$$l_t = i_1 - i_{2s} + l_C. \tag{15a}$$

Suma wielkości $\delta$ i $l_C$ jest równa pracy tarcia

$$l_f = \delta + l_C, \tag{13a}$$

Jak widać z równania (15a), praca techniczna przemiany 1-2 jest równa sumie pracy przemiany izentropowej $1\text{-}2_s$ i odzyskanego ciepła tarcia $l_c$. Część tej pracy poświęcić trzeba na realizację pracy tarcia $l_f = q_f$ przemiany.

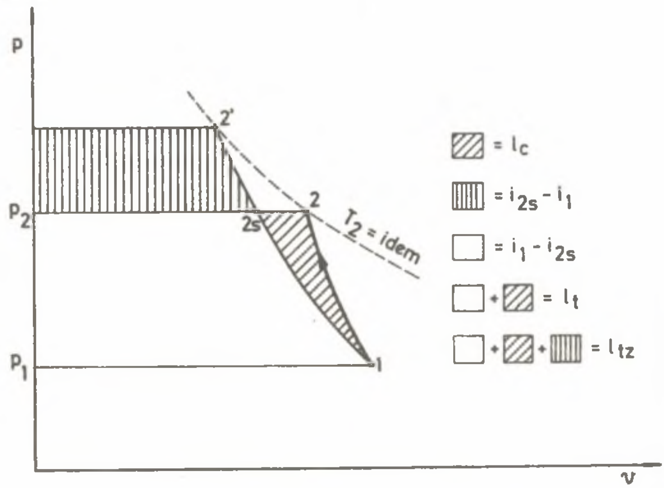
Jeżeli przez zewnętrzną[x)] pracę techniczną $l_{tz}$ oznaczy się pracę techniczną pomniejszoną o pracę tarcia

$$l_{tz} = l_t - l_f, \tag{16}$$

to po uwzględnieniu równań (13a) i (15) pracę tę można przedstawić w postaci

$$l_{tz} = i_1 - i_2. \tag{16a}$$

Przy ekspansji gazu w dyszy praca zewnętrzna oznacza przyrost energii kinetycznej.




Rys. 5. Kompresja adiatermiczna w układzie pracy (p,v)

Wzór (16a) może być użyty również do obliczenia pracy zewnętrznej kompresji adiatermicznej. Dla kompresji praca zewnętrzna, praca techniczna i odzyskane ciepło tarcia są wielkościami ujemnymi (rys. 5). Jednostkowy wkład pracy natomiast

$$l_{tz\,d} = -\,l_{tz} \tag{17}$$

x) Nazwa wprowadzona przez prof. S. Ochęduszkę [1].

jest wielkością dodatnią. Indeks d w równaniu (17) wskazuje, że chodzi tu o pracę doprowadzaną do układu, nazwaną wyżej wkładem pracy. W przypadku ekspansji praca zewnętrzna uzyskana z równania (16) lub (16a) jest dodatnia i równa pracy $l_{tz\ w}$, wyprowadzonej na zewnętrz układu.

## 4. Uwagi końcowe

O odzyskanym cieple tarcia mówi się przy analizie termodynamicznej wielostopniowych maszyn wirnikowych. Z przeprowadzonych w niniejszej pracy rozważań wynika, że dla pojedynczej przemiany adiatermicznej odzyskane ciepło tarcia powiększa pracę techniczną przemiany ponad różnicę entalpii $i_1 - i_{2s}$. W przejściu od pracy technicznej (równanie (15)) do pracy $l_{tz}$ (równanie (16a)) znosi się odzyskane ciepło tarcia $l_C$ z częścią pracy tarcia. Odzyskane ciepło tarcia nie ma więc żadnego wpływu na wielkość pracy zewnętrznej. Niezależnie bowiem od wielkości odzyskanego ciepła tarcia, pozostającego w związku z kształtem linii przemianowej 1-2, wielkość pracy zewnętrznej $l_{tz}$ zależy tylko od parametrów czynnika na początku i na końcu przemiany.

## LITERATURA

[1] Ochęduszko St.: Termodynamika stosowana. WNT, Warszawa 1970.

[2] Folwarczny J.: O możliwości zwiększenia sprawności ekonomicznej siłowni powietrznej...Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Energetyka, z. 74, 1979.

## ВОЗВРАЩЁННАЯ РАБОТА ТРЕНИЯ

Р е з ю м е

В статье проведена дискуссия адиабатических процессов, в которых часть работы трения называют возвращённой работой трения. Из рассуждений следует, что о возвращённой работе трения можно говорить как при адиабатическом расширении, так и при сжатии. Эта величина ликвидируется вместе с частью работы трения и не имеет практического значения.

## RECOVERED FRICTION WORK

S u m m a r y

The paper discusses the adiabatic processes in which a past of friction work is called recovered friction work (heat). From the discussion, it follows that the recovered friction heat exists both at adiabatic expansion and compression this value is of no practical significance since it is cancelled by past of friction work.