ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979

Seria: ENERGETYKA z. 74 Nr kol. 634

Henryk GÓRNIAK
Instytut Techniki Cieplnej

PRZYCZYNEK DO ZAGADNIENIA ADIATERMICZNEGO (ADIABATYCZNEGO) PRZEPŁYWU BURZLIWEGO GAZU DOSKONAŁEGO W RUROCIĄGACH DŁUGICH

Streszczenie. W pracy przedstawiono metodę obliczania parametrów stanu i prędkości przepływu gazu doskonałego przy adiatermicznym przepływie burzliwym w długich rurociągach - w zależności od miejsca położenia rozpatrywanego przekroju, uwzględniając także zmienność liczby tarcia wzdłuż długości rurociągu.

Przy przepływie płynu ściśliwego rurociągiem występuje tarcie, które powoduje spadek ciśnienia. Równocześnie rośnie prędkość i objętość właściwa, a jeżeli rurociąg jest adiatermiczny ($dq = 0$), wtedy w miarę oddalania się od przekroju początkowego maleje temperatura czynnika. Zatem zmianę tych parametrów jakościowo można by najogólniej scharakteryzować następująco:

gdy $dx > 0$, czyli $x_2 > x_1$ oraz $dq = 0$, wtedy

$dp < 0$, czyli $p_2 < p_1$, a więc jest rozprężanie,

$dw > 0$, czyli $w_2 > w_1$ - przyrost prędkości,

$dv > 0$, czyli $v_2 > v_1$ - ekspansja,

$dT < 0$, czyli $T_2 < T_1$ - ochładzanie płynu.

Stan czynnika wzdłuż drogi przepływu zmienia się według linii FANNO, której równanie ma postać

$$i + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}}{A}\right)^2 v^2 = i_o = \text{idem}, \tag{1}$$

gdzie: i oraz v - entalpia oraz objętość właściwa w rozpatrywanym przekroju rurociągu o współrzędnej x, i_o - właściwa entalpia spoczynkowa (po izentropowym zahamowaniu strugi płynu), $\dot{m}$ - strumień masy, A - pole przekroju rurociągu.

Przekształcając równanie (1) można dla gazu doskonałego napisać

$$p = \frac{RT_o}{v} - \frac{\varkappa - 1}{2\varkappa}\left(\frac{\dot{m}}{A}\right)^2 v = \frac{RT_o}{v} - \frac{\varkappa - 1}{2\varkappa}\frac{w^2}{v}, \tag{2}$$

gdzie: p oraz w - statyczne ciśnienie bezwzględne oraz prędkość gazu doskonałego w rozpatrywanym przekroju rurociągu o współrzędnej x, R - indywidualna stała gazowa, T_o - temperatura spoczynkowa gazu, $\varkappa = c_p/c_v$ - stosunek ciepła właściwego (wykładnik izentropowy) gazu doskonałego.

Wykorzystując równanie bilansu energii dla przepływu płynu aidatermicznym rurociągiem

$$i + \frac{w^2}{2} = i_1 + \frac{w_1^2}{2}$$

oraz równanie ciągłości strugi

$$w = w_1 \frac{\varrho_1}{\varrho} = w_1 \frac{p_1}{T_1} \frac{T}{p}$$

można znaleźć następującą zależność pomiędzy temperaturą bezwzględną T i statycznym ciśnieniem bezwzględnym p gazu doskonałego na linii FANNO

$$c_p(T - T_1) + \frac{w_1^2}{2}\left[\left(\frac{p_1}{T_1}\frac{T}{p}\right)^2 - 1\right] = 0, \tag{3}$$

gdzie: p_1, T_1 oraz w_1 - statyczne ciśnienie bezwzględne, temperatura bezwzględna i prędkość w początkowym przekroju rurociągu, c_p - kilogramowe ciepło właściwe gazu pod stałym ciśnieniem.

Znany jest więc związek między parametrami stanu gazu doskonałego podczas jego przepływu rurociągiem, ale nadal nie wiadomo, w jakim miejscu rurociągu wystąpi rozpatrywany stan czynnika. Aby móc uzależnić parametry stanu gazu od miejsca położenia przekroju rurociągu (współrzędnej x), należy wykorzystać równanie bilansu energii dla przepływu czynnika kanałem w postaci

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) = -v\,dp - dl_f, \tag{4}$$

gdzie dl_f oznacza jednostkową pracę tarcia, którą określa równanie Darcy'ego

$$dl_f = \lambda_f \frac{w^2}{2} \frac{dx}{D_e}. \tag{5}$$

W równaniu ostatnim oznaczają: λ_f - liczbę tarcia, D_e - średnicę ekwiwalentną (równoważną) rurociągu, którą dla przewodów nieokrągłych można wyliczyć ze wzoru

$$D_e = \frac{4A}{U},$$

gdzie U oznacza zwilżony obwód rurociągu.

Ponadto do wzoru (4) podstawia się różniczkę ciśnienia obliczoną z równania (2) linii FANNO

$$dp = -\frac{RT_o}{v^2}\,dv - \frac{\varkappa - 1}{2\varkappa}\left(\frac{\dot{m}}{A}\right)^2 dv \tag{2a}$$

otrzymując

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) = \frac{RT_o}{v}\,dv + \frac{\varkappa - 1}{2\varkappa}\left(\frac{\dot{m}}{A}\right)^2 v\,dv - \lambda_f\,\frac{w^2}{2}\,\frac{dx}{D_e}. \tag{3a}$$

Ostatnie równanie należy podzielić przez $w^2/2$, a następnie wyrugować objętość właściwą za pomocą równania ciągłości strugi

$$v = \frac{A\,w}{\dot{m}}, \qquad dv = \frac{A}{\dot{m}}\,dw, \tag{6}$$

w wyniku czego otrzymuje się równanie różniczkowe

$$\frac{d\left(\frac{w^2}{2}\right)}{\frac{w^2}{2}} = \frac{2RT_o}{w^3}\,dw + \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\,\frac{dw}{w} - \lambda_f\,\frac{dx}{D_e}. \tag{7}$$

1. <u>Liczba tarcia jest stała (λ_f = idem)</u>

Jeżeli liczba tarcia ma stałą wartość we wszystkich przekrojach rozpatrywanego rurociągu, wtedy równanie (7) jest równaniem różniczkowym o rozdzielonych zmiennych i z łatwością da się scałkować. Całkując je w granicach od przekroju początkowego i współrzędnej $x_1 = 0$, w którym prędkość gazu wynosi w_1, do jakiegoś pośredniego bieżącego przekroju o współrzędnej x, gdzie prędkość przepływu gazu wynosi w, otrzymuje się

$$\ln\left(\frac{w}{w_1}\right)^2 = -RT_o\left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{w_1^2}\right) + \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\ln\frac{w}{w_1} - \lambda_f\,\frac{x}{D_e}$$

Po połączeniu ze sobą wyrażeń zawierających stosunek prędkości w/w_1 otrzymuje się

$$\frac{\varkappa+1}{2\varkappa}\ln\frac{w}{w_1} = -RT_o\left(\frac{1}{w^2}-\frac{1}{w_1^2}\right) - \lambda_f\frac{x}{D_e}.$$

Mnożąc ostatnie równanie przez w_1^2 i wykorzystując zależność obowiązującą dla rurociągów o stałym przekroju (A = idem)

$$\frac{w}{w_1} = \frac{v}{v_1} \tag{6a}$$

otrzymuje się zależność

$$w_1^2\frac{\varkappa+1}{2\varkappa}\ln\frac{v}{v_1} - RT_o\left[1-\left(\frac{v_1}{v}\right)^2\right] + \lambda_f w_1^2\frac{x}{D_e} = 0. \tag{8}$$

Jest to równanie podające zależność pomiędzy współrzędną x rozpatrywanego przekroju rurociągu i objętością właściwą gazu doskonałego v występującą w tym przekroju

$$v = v(x),$$

przy założeniu, że parametry spoczynkowe gazu p_o, T_o, początkowe v_1, w_1 są stałe, a średnica ekwiwalentna (zastępcza) rurociągu D_e oraz liczba tarcia na rozpatrywanym odcinku rurociągu o długości x nie ulegają zmianie. Aby móc korzystać ze wzoru (8) także wtedy, gdy liczba tarcia zmienia się wyraźnie z długością rurociągu (prędkością w przepływu gazu), należałoby zastosować średnią wartość liczby tarcia na rozpatrywanej długości x.

Równanie (8) jest przestępne ze względu na objętość właściwą v i przy znanej współrzędnej x można obliczać v np. metodą prób. Znacznie prościej da się obliczyć długość (współrzędna) x na podstawie znanej objętości właściwej v. Tą drogą, zakładając różne wartości v, można obliczyć odpowiadające im współrzędne x i sporządzić na tej podstawie wykres lub tablicę funkcji

$$v = v(x).$$

Znając wartości objętości właściwej v odpowiadające różnym współrzędnym x można by na ich podstawie z równania (2) znaleźć ciśnienia i sporządzić wykres funkcji

$$p = p(x),$$

a wykorzystując wzór redukcyjny

$$T = T_1 \frac{p}{p_1} \frac{v}{v_1} \tag{9}$$

znaleźć zależność temperatury od współrzędnej x

$$T = T(x).$$

Aby zależności te miały znaczenie bardziej ogólne (uniwersalne), można by wprowadzić zredukowane parametry bezwymiarowe

$$v_r = \frac{v}{v_1}, \qquad w_r = \frac{w}{w_1}, \qquad p_r = \frac{p}{p_1}, \qquad T_r = \frac{T}{T_1}$$

oraz zredukowaną współrzędnę

$$x_r = \lambda_f \frac{x}{D_e}.$$

Wtedy z równań (8), (2) i (9) otrzymuje się zależności

$$\frac{\varkappa + 1}{2\varkappa} w_1^2 \ln v_r - RT_o\left[1 - \frac{1}{v_r^2}\right] + w_1^2 x_r = 0, \tag{8a}$$

czyli zgodnie z zależnością (6a)

$$v_r = w_r = f(x_r),$$

$$p_r = \frac{1}{v_r} \frac{T_o}{T_1} - \frac{\varkappa - 1}{2\varkappa} \frac{w_1^2}{RT_1} v_r = \varphi(x_r) \tag{2b}$$

oraz

$$T_r = \frac{p}{p_1} \frac{v}{v_1} = p_r v_r = \varphi(x_r) f(x_r) = \Psi(x_r). \tag{9a}$$

Jeżeli do równania (8) podstawi się

$$\frac{v}{v_1} = v_r = w_r = w_{rk} = \frac{a_k}{w_1},$$

wtedy można znaleźć zredukowaną długość rurociągu, przy której przepływ w nim byłby mamksymalny

$$x_{r\,max} = \left(\lambda_f \frac{L}{D_e}\right)_{max} = \frac{RT_o}{w_1^2}\left[1 - \frac{1}{w_{rk}^2}\right] - \frac{\varkappa + 1}{2\varkappa} \ln w_{rk}. \tag{10}$$

Dla określenia zredukowanej długości rurociągu $x_{r\,max}$, przy której strumień gazu byłby maksymalny, potrzebna jest wartość prędkości gazu w_1 w przekroju początkowym rurociągu, stałej gazowej R oraz temperatury spoczynkowej T_o, aby móc obliczyć prędkość dźwięku a_k występującą w końcowym przekroju rurociągu zgodnie z zależnością

$$w_k = a_k = \sqrt{\varkappa R T_k} = \sqrt{\varkappa R T_o \frac{2}{\varkappa + 1}}. \tag{11}$$

Jeżeli prędkość w_1 w przekroju początkowym rurociągu jest niewielka ($w_1 < 50$ m/s), wówczas można przyjąć, że temperatura spoczynkowa jest niemal dokładnie równa temperaturze początkowej ($T_o \approx T_1$) i wtedy prędkość dźwięku występującą w końcowym przekroju rurociągu można określić w przybliżeniu wzorem

$$w_k = a_k \approx \sqrt{\frac{2\varkappa}{\varkappa + 1} R T_1}. \tag{11a}$$

Jeżeli dodatkowo będzie znana średnica wewnętrzna (ekwiwalentna) przewodu D_e i statyczne ciśnienie bezwzględne p_1 w przekroju początkowym rurociągu, wtedy można ustalić zależność funkcyjną pomiędzy długością rurociągu L_{max}, przy której strumień byłby maksymalny i wielkością tego strumienia $\dot{m}_{max}$

$$L_{max} = F(\dot{m}_{max}),$$

gdyż

$$w_1 = \frac{\dot{m}_{max}}{A} w_1 = \frac{\dot{m}_{max}}{A} \frac{RT_1}{p_1}.$$

2. Uwzględnienie zmienności liczby tarcia ($\lambda_f = f(w)$)

Liczbę tarcia dla przepływu burzliwego bardzo często wyraża się w zależności od liczby Reynoldsa za pomocą równania typu

$$\lambda_f = C\,Re^{-n}, \tag{12}$$

gdzie: Re - liczba kryterialna Reynoldsa, C oraz n - stałe. Np. równanie podane przez Blasiusa ma postać

$$\lambda_f = 0{,}316\,Re^{-0{,}25}. \tag{12a}$$

Po wykorzystaniu wzoru na liczbę Reynoldsa

$$Re = \frac{w\,D_e}{\nu}$$

otrzymuje się

$$\lambda_f = C_1\,w^{-n}, \tag{12b}$$

gdzie

$$C_1 = C\left(\frac{D_e}{\nu}\right)^{-n}.$$

W równaniach powyższych ν oznacza kinematyczny współczynnik lepkości gazu (lub cieczy).

Wstawiając zależność (12b) do równania (3a) otrzymuje się

$$wdw = \frac{RT_o}{v}\,dv + \frac{\varkappa - 1}{2\varkappa}\left(\frac{\dot{m}}{A}\right)^2 vdv - \frac{C_1}{2}\,w^{2-n}\,\frac{dx}{D_e}.$$

Po podzieleniu ostatniego równania przez w^{2-n}, wykorzystaniu zależności (6), scałkowaniu w granicach od x_1, v_1 do x, v oraz przekształceniach podobnych do tych, jakie wykonano w punkcie 1 artykułu, ostatecznie otrzymuje się

$$\frac{\varkappa + 1}{2\varkappa n}\,w_1^2\left[\left(\frac{v}{v_1}\right)^n - 1\right] + \frac{RT_o}{2 - n}\left[\left(\frac{v_1}{v}\right)^{2-n} - 1\right] + \lambda_{f1}\,w_1^2\,\frac{x}{2D_e} = 0, \tag{13}$$

gdzie λ_{f1} zgodnie z równaniem (12b) wynosi

$$\lambda_{f1} = C_1 w_1^{-n}.$$

Postępując analogicznie jak poprzednio w punkcie 1 artykułu, można uzyskać zależność parametrów gazu od współrzędnej x, albo też parametrów zredukowanych od zredukowanej współrzędnej x_r.

Np. wykorzystując wzór Blasiusa (12a) otrzymuje się wykładnik n = 0,25= = 1/4. Wtedy z równania (13) uzyskuje się

$$\frac{2(\varkappa+1)}{\varkappa} w_1^2\left[\left(\frac{v}{v_1}\right)^{0,25} - 1\right] + \frac{4}{7} RT_o\left[\left(\frac{v_1}{v}\right)^{1,75} - 1\right] + \lambda_{f1} w_1^2 \frac{x}{2D_e} = 0. \qquad (14)$$

Jeżeli natomiast wykorzysta się dla określenia liczby tarcia wzór pochodzący z literatury amerykańskiej

$$\lambda_f = 0,184\ Re^{-0,2},$$

wtedy n = 0,2 = 1/5 i otrzymuje się zależność

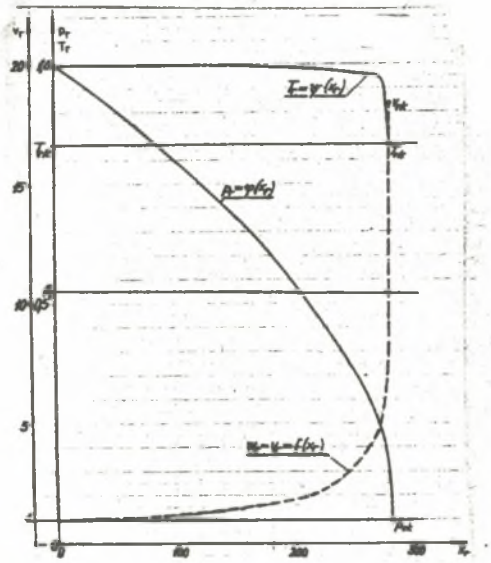
$$\frac{5}{2}\frac{\varkappa+1}{\varkappa} w_1^2\left[\left(\frac{v}{v_1}\right)^{0,2} - 1\right] + \frac{5}{9} RT_o\left[\left(\frac{v_1}{v}\right)^{1,8} - 1\right] + \lambda_{f1} w_1^2 \frac{x}{2D_e} = 0. \qquad (15)$$

Zgodnie z równaniem (10) długość rurociągu, przy której strumień gazu w nim byłby maksymalny, wynosi

$$L_{max} = \frac{2D_e}{\lambda_{f1}}\left\{\frac{RT_o}{n-2}\frac{1}{w_1^2}\left[\left(\frac{w_1}{a_k}\right)^{2-n} - 1\right] - \frac{\varkappa+1}{2\varkappa n}\left[\left(\frac{a_k}{w_1}\right)^{n} - 1\right]\right\} \qquad (16)$$

3. Analiza wyników obliczeń

W zestawieniu 1 oraz na wykresie 1 zebrano wyniki obliczeń dla powietrza (2-atomowy gaz doskonały; $\varkappa$ = 1,4; R = 287,04 $\frac{J}{kg.K}$) przy następujących parametrach początkowych: T_1 = 400 K, w_1 = 20 m/s. Wykorzystując równania (1) oraz (6) obliczono temperaturę spoczynkową T_o = 400,2 K.



Rys. 1. Zredukowane parametry p_r, T_r, $v_r = w_r$ przy adiatermicznym przepływie powietrza (gaz doskonały) rurociągiem, jeżeli T_1 = 400K, w_1 = 20 m/s

Zestawienie 1

Parametry zredukowane powietrza
w adiatermicznym rurociągu, jeżeli T_1 = 400 K, w_1 = 20 m/s

Lp.	$v_r = w_r$	p_r	T_r	x_r
1	1,001	0,9990	0,99999	0,6
2	1,005	0,9950	0,99998	2,8
3	1,010	0,9901	0,99997	5,6
4	1,050	0,9523	0,99995	26,6
5	1,100	0,9090	0,99990	49,7
6	1,500	0,6663	0,99938	159
7	2,000	0,4990	0,99806	214
8	5,000	0,1976	0,98805	272,9
9	7,000	0,1394	0,9761	277,9
10	10,000	0,0951	0,9508	280,4
11	18,3043	0,045554	0,83383	281,337

Jak wynika z przedstawionego zestawienia i załączonego wykresu, zmiany parametrów zredukowanych p_r, T_r, $v_r = w_r$ ze zwiększeniem zredukowanej

długości (współrzędnej) x_r początkowo są nieznaczne, przy czym najmniejsze są zmiany temperatury. Dopiero po przekroczeniu $x_r = 200$ w niewielkim zakresie długości zredukowanej (do około $x_r = 281,3$) występują gwałtowne zmiany parametrów zredukowanych.

Wartość współrzędnej zredukowanej $x_{rk} = 281,337$ dotyczy rurociągu, w którym przepływ jest maksymalny i wtedy prędkość wylotowa jest prędkością dźwięku. Zgodnie z równaniem (11) wynosi ona

$$a_k = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,4}{1,4 + 1} \cdot 287,04 \cdot 400,2} = 366,086 \text{ m/s},$$

co odpowiada prędkości zredukowanej

$$w_{rk} = v_{rk} = \frac{a_k}{w_1} = \frac{366,086}{20} = 18,3043.$$

Wówczas zredukowana temperatura powinna wynosić

$$T_{rk} = \frac{T_k}{T_1} = \frac{2}{\varkappa + 1} \frac{T_o}{T_1} = 0,83375,$$

czego jednak dokładnie nie udało się uzyskać ze względu na błędy spowodowane przez zaokrąglanie wyników poszczególnych operacji rachunkowych.

Minimalny, prawie niedostrzegalny spadek temperatury, szczególnie przy mniejszych zredukowanych długościach, można wytłumaczyć tym, że spadkowi temperatury przeciwdziała pochłaniane przez gaz ciepło wywiązujące się wskutek tarcia wewnętrznego. Tak więc w początkowej fazie przepływ adiatermiczny można traktować jak dławienie izentalpowe.

Dlatego też w dużym zakresie zredukowanej długości (nawet niemal do $x_r = 270$) z powodzeniem można dla przepływu adiatermicznego stosować wzory wyprowadzone dla przepływu izotemperowego (izotermicznego, T = idem) bez obawy, że popełni się poważniejsze błędy. Świadom tego był Prof. Stanisław Ochęduszko [1], który wykorzystywał tę niewielką zmianę temperatury przy przepływie adiatermicznym, traktując go jako adiatermiczno-izotemperowy (adiabatyczno-izotermiczny), co niektórych wówczas szokowało.

Porównując adiatermiczny rurociąg z izentropową dyszą należy stwierdzić, że krytyczny stosunek ciśnień β_s w rurociągu występuje dopiero wtedy, gdy jego zredukowana długość przekroczy wartość 200.

Podany sposób obliczeń można między innymi z powodzeniem zastosować do zaizolowanych rurociągów parowych, gdyż - jak wiadomo - parę wodną dość często przy rozpatrywaniu jej przepływu traktuje się w przybliżeniu jak gaz doskonały, przyjmując dla pary przegrzanej wielkość $\varkappa = 1,3$, a dla pary nasyconej $\varkappa = 1,135$.

LITERATURA

[1] Ochęduszko St.: Termodynamika stosowana. WNT, Warszawa 1974.
[2] Szargut J.: Teoria procesów cieplnych. PWN, Warszawa 1973.
[3] Shapiro: The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow. t. I, 1953.

НЕКОТОРЫЕ МАТЕРИАЛЫ К ВОПРОСУ АДИАБАТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА ПО ДЛИННЫМ ТРУБАМ

Р е з ю м е

В статье представлен метод вычисления параметров состояния и скорости потока идеального газа при адиабатическом турбулентном его течении по длинным трубопроводам - в зависимости от местоположения рассматриваемого сечения.

SOME MATERIALS FOR THE PROBLEM OF ADIABATIC FLOW OF IDEAL GAS THROUGH THE LONG PIPES

S u m m a r y

Are presented metods for the calculation of parameters of the state and velocity of the flow of ideal gas by adiabatic turbulent flow through the long pipes - dependent on the place.