

Jerzy GRYCHOWSKI

NAPÓR OSIOWY NA WIRUJĄCĄ W OSŁONIE CYLINDRYCZNEJ TARCZE

Streszczenie. W pracy podano wyniki badań doświadczalnych naporu osiowego działającego na wirującą w osłonie cylindrycznej tarczę. Podano zależność pomiędzy wartością naporu osiowego a cechami geometrycznymi urządzenia i parametrami ruchu. Wyniki badań przedstawiono w postaci wzoru liczbowego. Wzór ten umożliwia między innymi ocenę naporu osiowego działającego na zespół wirujący pompy wirowej odśrodkowej.

1. Wstęp

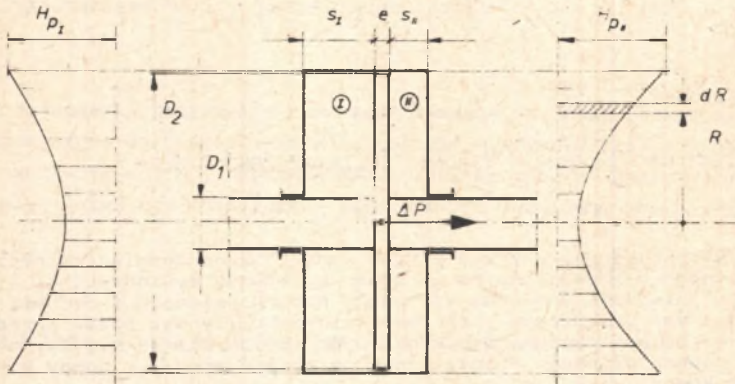
W czasie pracy pomp wirowych ustalają się w przestrzeniach kadłuba pola ciśnień. Wypadkowa działania sił wynikających z rozkładu ciśnienia musi być zrównoważona odpowiednim układem łożysk i odciążen hydraulicznych. Szczególnie dużą wartość osiąga siła naporu na zespół wirujący pompy odśrodkowej wielostopniowej. Przestrzenie zawarte pomiędzy kadłubem maszyny a powierzchniami tarcz wirnika są podobne do przestrzeni zawartej w osłonie cylindrycznej ograniczonej wirującą tarczą. Dlatego zjawisko naporu cieczy na zespół wirujący można badać w uproszczonym modelu, jakim jest wirująca w osłonie cylindrycznej tarcza. A szczególnie wpływ ważniejszych cech geometrycznych oraz parametrów pracy, które w dalszej części artykułu zostaną szczegółowo omówione.

Napór działający na wirującą tarczę wynika z rozkładu ciśnienia po obu stronach tarczy. Napór ten można wyznaczyć ze wzoru (rys. 1):

$$\Delta P = \int_{R_1}^{R_2} R \left(\int_0^{2\pi} [p_I(R, \varphi) - p_{II}(R, \varphi)] d\varphi \right) dR \quad (1)$$

Zwykle można założyć osiową symetrię rozkładu ciśnienia i wówczas wzór można uprościć:

$$\Delta P = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} [p_I(R) - p_{II}(R)] R dR \quad (2)$$



Rys. 1. Siła osiowa działająca na zespół wirujący

Osiowa symetria ciśnienia może występować w rzeczywistych maszynach, np. w pompach wirowych z kierownicami łopatkowymi. Gdy przyjąć dodatkowo, że prędkość kątowna wirowania cieczy jest stała, niezależna od promienia, można promieniowy rozkład ciśnienia wyrazić wzorem:

$$dp = \frac{1}{g} \omega_c^2 R dR \quad (3)$$

gdzie:

γ N/m³ - ciężar właściwy cieczy,

ω_c s⁻¹ - prędkość kątowna wirowania cieczy.

Założenie powyższe jest dyskusyjne, badania wykazują, że prędkość kątowna wirowania cieczy nie jest stała wzdłuż promienia (rys. 2). Brak jednak dostatecznych danych, aby można było precyzyjnie i w sposób jednoznaczny określić zachowanie się cieczy w osłonie.

Wprowadzając wzór (3) do równania (2) otrzymuje się:

$$\Delta P = \gamma (H_{pI} - H_{pII}) (R_2^2 - R_1^2) - \frac{\gamma}{4g} (\omega_{cI}^2 - \omega_{cII}^2) (R_2^2 - R_1^2)^2 \quad (4)$$

Zwykle można przyjąć, że ciśnienie statyczne na wypływie z wirnika H_p jest po obu stronach wirnika tej samej wartości, tzn. $H_{pI} = H_{pII}$. Również i w przypadku modelu wirującej tarczy, można przyjąć powyższe założenie.

W tym przypadku napór działający na tarczę można wyznaczyć ze wzoru:

$$\Delta P = \frac{\gamma}{4g} (\omega_{cII}^2 - \omega_{cI}^2) (R_2^2 - R_1^2)^2 \quad (5)$$

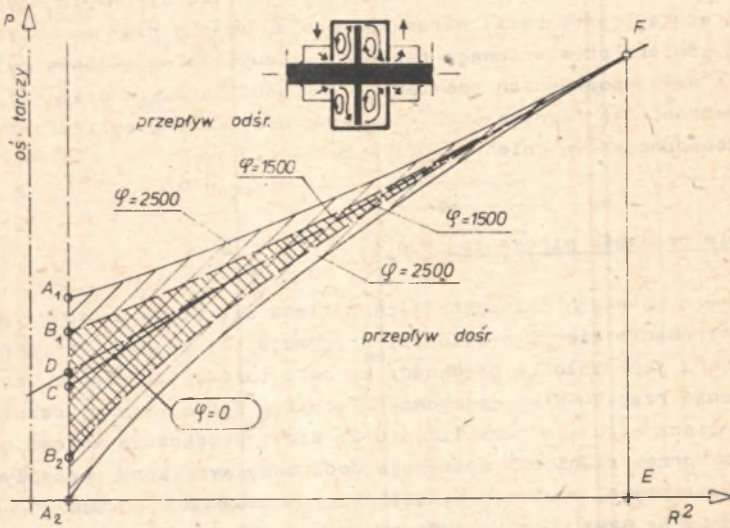
W przedstawionym artykule, na podstawie badań doświadczalnych [1], [2], [3], omówiono sposób obliczenia średniej prędkości wirowania cieczy. Obliczenie średniej prędkości wirowania cieczy oparto nie jak dotychczas na wynikach pomiaru promieniowego rozkładu ciśnienia na osłonie cylindrycznej, ale na bezpośrednich pomiarach wartości nacisków osiowych. Badania przeprowadzono dla różnych cech geometrycznych komory cylindrycznej. Dodatkowo przebadano wpływ zmiennej średnicy wału.

2. Średnia prędkość wirowania cieczy

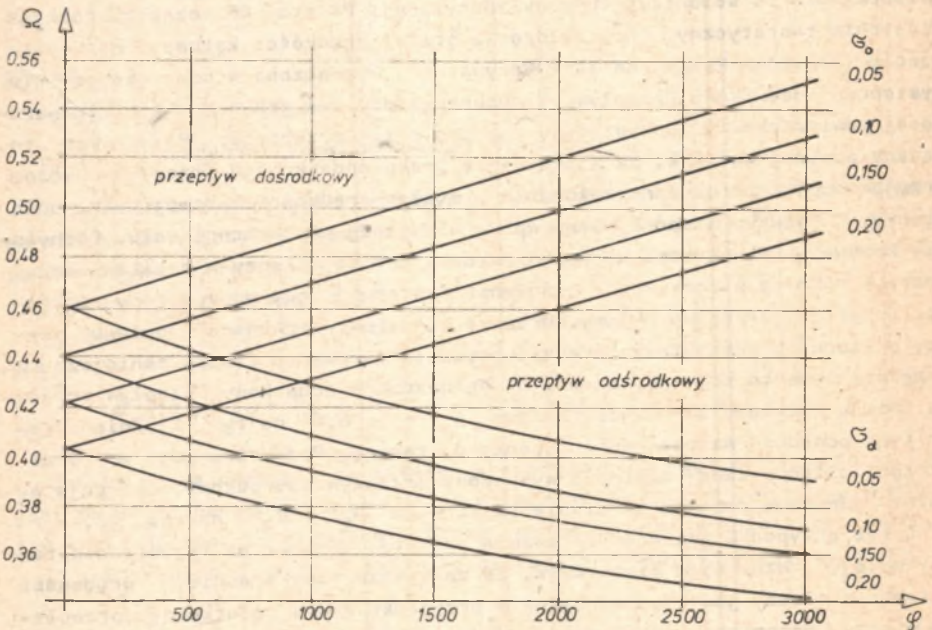
W znanych metodach obliczeniowych zakłada się stałą wartość prędkości kątowej wirowania cieczy w osłonie. Przyjmuje się zwykle, że wartość powyższa równa jest połowie prędkości kątowej tarczy. Założenie to stanowi przybliżenie rzeczywistego zachowania cieczy. Badania doświadczalne wskazują, że ciecz wiruje w przybliżeniu ze stałą prędkością kątową, gdy w rozpatrywanej przestrzeni nie występuje dodatkowy wymuszony przepływ cieczy. W pompach wirowych, z powodu nieuniknionych przecieków cieczy przez uszczelnienia na szyi wirnika lub uszczelnieniach międzystopniowych, występuje dodatkowy przepływ cieczy. Jest to zwykle przepływ w kierunku dośrodkowym.

Na rys. 2 przedstawiono promieniowe rozkłady ciśnienia, wyznaczone doświadczalnie na ścianie osłony cylindrycznej. Prosta DF oznacza rozkład ciśnienia teoretyczny, przy założeniu stałej prędkości kątowej wirowania cieczy. Zbliżona kształtem jest krzywa CF wyznaczona w momencie, gdy nie występował dodatkowy przepływ. Z rysunku widać, że jedynie w pobliżu wirującej powierzchni wału występują różnice w ich przebiegu. Potwierdza to podany powyżej wniosek, że w przypadku braku dodatkowego przepływu można przyjąć ogólnie stosowane założenie o stałej prędkości kątowej wirowania cieczy. Z rysunku widać wyraźny wpływ wirującej powierzchni wału. Odchylenie krzywej CF oznacza wzrost prędkości kątowej cieczy w pobliżu wału. Znaczne różnice w rozkładzie ciśnienia występują, gdy wprowadzony zostanie dodatkowy przepływ cieczy. Wraz ze wzrostem natężenia przepływu cieczy w kierunku odśrodkowym średnia prędkość wirowania cieczy zmniejsza się. Przedstawiono to również na rys. 3. Wprowadzony dodatkowy przepływ powoduje zmiany rozkładu ciśnienia (krzywe A_1F i B_1F na rys. 2). Zmiana tego typu powoduje wzrost naporu cieczy na tarczę. Podobnie, gdy w przestrzeni cylindrycznej zostanie wymuszony przepływ dośrodkowy, występują wyraźne różnice w rozkładzie ciśnienia (krzywe A_2F i B_2F na rys. 2).

W tym przypadku prędkość wirowania wzrasta, a napór po tej stronie tarczy maleje. Można więc stwierdzić, że założenie tzw. średniej prędkości wirowania cieczy jest dopuszczalne w przypadku braku dodatkowego przepływu cieczy. Natomiast gdy występuje dodatkowy przepływ, powyższe założenie może powodować błędne wyniki obliczeń. Szczególnie wtedy, gdy występuje dośrodkowy kierunek dodatkowego przepływu.



Rys. 2. Promieniowy rozkład ciśnienia w osłonie cylindrycznej ograniczonej wirującą tarczą



Rys. 3. Wpływ szerokości zredukowanej szczeliny promieniowej δ na średnią prędkość wirowania cieczy w osłonie ($R = 5,3198 \cdot 10^3$, $\rho = 0,2$)

3. Napór osiowy

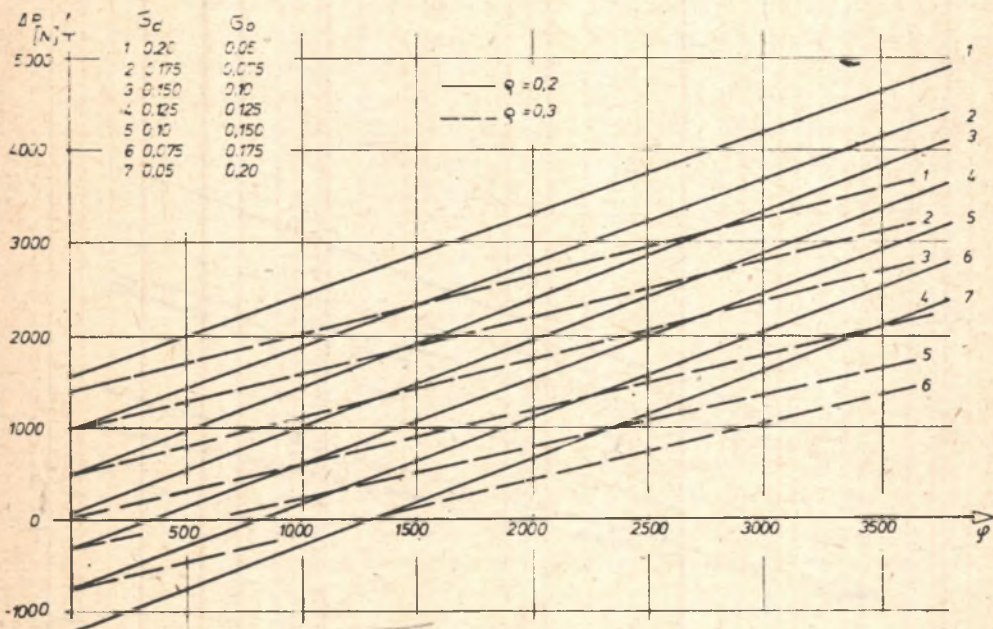
Napór osiowy na wirującą tarczę wynika z rozkładu ciśnienia po obu stronach tarczy. Napór jest proporcjonalny do wartości zakreskowanych pól na rys. 2. W przypadku symetrii geometrycznej układu i braku dodatkowego przepływu napór na tarczę równy jest zeru. Wymuszony dodatkowy przepływ powoduje powstanie naporu osiowego. Napór osiowy wzrasta, gdy zwiększa się natężenie dodatkowego przepływu cieczy (pola B_1B_2F i A_1A_2F na rys. 2). Oprócz omówionego wpływu o wartości naporu osiowego decydują cechy geometryczne układu. Ważniejsze cechy geometryczne można zdefiniować następującymi parametrami [2]:

- zredukowana szczelina promieniowa

$$\sigma = \frac{s}{R_2} \quad (6)$$

- zredukowana średnica wału

$$\rho = \frac{R_1}{R_2} \quad (7)$$



Rys. 4. Wpływ szerokości szczeliny promieniowej, średnicy wału oraz natężenia dodatkowego przepływu cieczy na wartość siły osiowej ($R = 5,3196 \cdot 10^3$)

gdzie:

s m - szczelina promieniowa,

r_1, r_2 m - promień wału i tarczy.

Parametry urządzenia określić można następującymi wyróżnikami:

- wyróżnik przepływu

$$\psi = \frac{Q}{\sqrt{R_2}} \quad (8)$$

- liczba Reynoldsa

$$R = \frac{\omega_t R_2^2}{\nu} \quad (9)$$

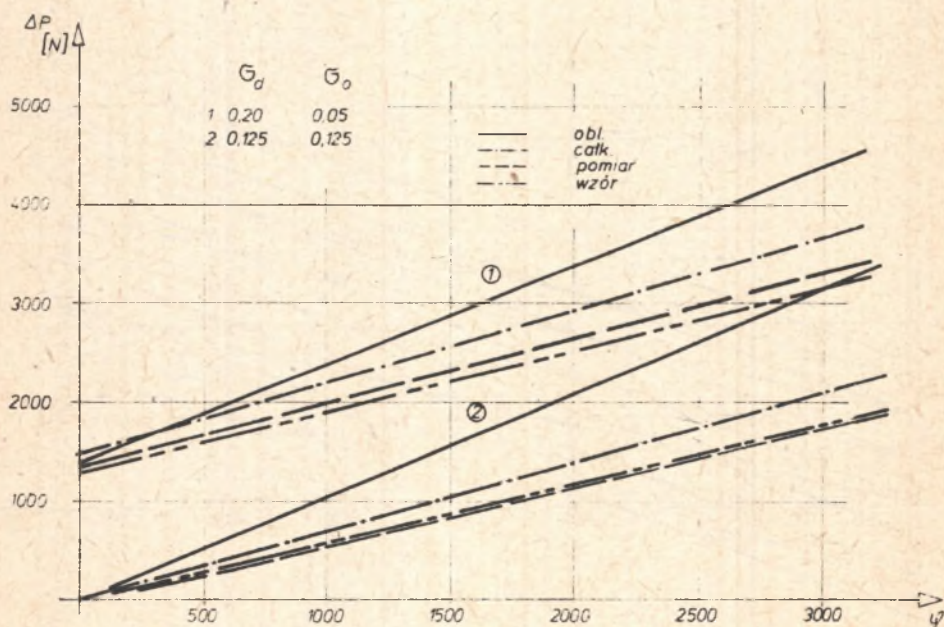
gdzie:

Q m³/s - natężenie dodatkowego przepływu,

ν m²/s - współczynnik lepkości kinematycznej,

ω_t s⁻¹ - prędkość kątowa tarczy.

Można wyznaczyć teoretycznie [1], że wzrost szczeliny promieniowej zmniejsza wirowanie cieczy. Badania doświadczalne potwierdzają ten fakt. Podobnie zmniejszenie średnicy wału zmniejsza oddziaływanie wirującego zespołu na ciecz. Zjawiska powyższe mają wpływ na napór osiowy.



Rys. 5. Porównanie wyników obliczeń naporu osiowego z wynikami doświadczalnymi ($R = 5,3198 \cdot 10^3$, $\varphi = 0,3$)

Wyniki bezpośrednich pomiarów nacisku osiowego, w zależności od powyższych parametrów przedstawiono na rys. 4. Z rysunku wynika stały wzrost naporu osiowego ΔP , gdy wzrasta natężenie dodatkowego przepływu. Wzrost ten jest mniejszy dla większych średnic wału. Ponadto napór osiowy wzrasta, gdy występuje większa różnica szerokości szczelin osiowych po obu stronach tarczy. Napór osiowy można wyznaczyć ze wzoru (5) dla znanych wartości prędkości wirowania cieczy w osłonie. Średnią prędkość wirowania cieczy można wyznaczyć na podstawie pomiarów promieniowego rozkładu ciśnienia, przy uwzględnieniu podanych wcześniej uwag. Można również, korzystając z wykresów rozkładu ciśnienia (rys. 2), wyznaczyć napór osiowy jako wielkość proporcjonalną do odpowiednich pól.

Przykładowe porównanie wyników obliczeń przeprowadzonych tymi metodami przedstawiono na rys. 5. Na rysunku tym podano również wyniki bezpośredniego pomiaru nacisków osiowych.

4. Wyznaczenie wzoru liczbowego

Regularny przebieg krzywych na wykresie przedstawionym na rys. 4 sprzyja wyprowadzeniu wzoru empirycznego. Aby wyprowadzony wzór był również przydatny, gdy wirująca tarcza ograniczona jest tylko z jednej strony osłoną cylindryczną lub gdy po obu stronach tarczy są różne średnice wału, postanowiono zachować postać wzoru podaną w rozdziale 2 (wzór (5)). Tym samym zachowuje się pojęcie średniej prędkości wirowania cieczy w osłonie. Teraz jednak wartości te wyznaczone zostaną na podstawie bezpośrednich pomiarów nacisku osiowego. Korzystne jest wprowadzenie do wzoru wyróżnika prędkości wirowania cieczy:

$$\Omega = \frac{\omega_s}{\omega_t} \quad (10)$$

stąd:

$$\Delta P = \frac{\pi \eta}{4g} \omega_t^2 (R_2^2 - R_1^2)^2 (\Omega_d^2 - \Omega_o^2) \quad (11)$$

Indeksy "d" i "o" zostały wprowadzone dla oznaczenia komory po stronie dopływu cieczy do układu i po stronie odpływu cieczy z układu. W komorze po stronie dopływu do układu występuje przepływ odśrodkowy, po przeciwnej stronie tarczy - dośrodkowy. Aby uprościć zapis, uwzględniający wpływ zmiennej średnicy wału, wprowadza się następujące bezwymiarowe parametry:

$$\psi = \frac{\phi}{\rho} = \frac{s}{R_1} \quad (12)$$

$$\lambda = \frac{\varphi}{\rho} = \frac{Q}{\sqrt{R_1}} \quad (13)$$

Zgodnie z wynikami pomiarów ustala się następującą postać wzoru na obliczenie współczynnika wirowania cieczy:

$$\Omega = M_1 - M_2 \cdot \psi \pm M_3 \lambda \quad (14)$$

Znak dodatni obowiązuje dla komory, w której dodatkowy przepływ cieczy ma kierunek dośrodkowy. Gdy kierunek przepływu cieczy jest odśrodkowy, wówczas obowiązuje znak minus. Występujące we wzorze (14) stałe M_1 należy wyznaczyć na podstawie danych doświadczalnych.

Podstawiając wzór (14) do wzoru (11) otrzymuje się:

$$\Delta P = \frac{\pi \pi}{4g} \omega_t^2 R_2^4 (1 - \rho^2)^2 \left[(M_1 - M_2 \cdot \psi_d + M_3 \lambda_d)^2 - (M_1 - M_2 \cdot \psi_o - M_3 \lambda_o)^2 \right] \quad (15)$$

Następnie wprowadza się dla uproszczenia zapisu następujące oznaczenia:

$$A = \frac{\pi \pi}{4g} \omega_t^2 R_2^4 \quad (16)$$

$$B = (1 - \rho^2)^2 \quad (17)$$

$$C = \psi_d + \psi_o \quad (18)$$

$$\Delta \psi = \psi_d - \psi_o \quad (19)$$

Zgodnie z warunkami przeprowadzonego doświadczenia $\lambda_d = \lambda_o = \lambda$ oraz $C = \text{const.}$ Wprowadzając powyższe oznaczenia otrzymuje się:

$$\Delta P = AB \left[(2 M_1 M_2 - C M_2^2) \Delta \psi + (4 M_1 M_3 - 2 C M_2 M_3) \lambda \right] \quad (20)$$

Poszukiwane parametry można wyznaczyć metodą najmniejszych kwadratów. Ponieważ współczynniki M_1 powinny również spełniać równanie (14), z którego wyznacza się średnią prędkość wirowania cieczy, należy do obliczeń wprowadzić wyniki pomiarów promieniowego rozkładu ciśnienia. Wyznaczone w powyższy sposób wartości współczynników są następujące:

$$M_1 = 0,4866 \quad (21)$$

$$M_2 = 0,1097 \quad (22)$$

$$M_3 = 4,2293 \cdot 10^{-6} \quad (23)$$

Stąd postać liczbowa wzoru (20) jest następująca:

$$\Delta P = \frac{\pi \eta}{4g} \omega_t^2 R_2^4 (1 - \rho^2)^2 \left[(0,1068 - 0,0120 \cdot C) \Delta \psi + (8,2319 - 0,9279 \cdot C) \lambda \cdot 10^{-6} \right] \quad (20a)$$

Siłę działającą na jedną stronę tarczy można obliczyć ze wzoru:

$$P = \pi \eta H_p R_2^2 (1 - \rho^2) - \frac{\pi \eta}{4g} \omega_t^2 R_2^2 (1 - \rho^2)^2 (M_1^2 - 2M_1 M_2 \psi + 2M_2 M_3 \psi \lambda + \frac{1}{2} \psi^2 + 2M_1 M_3 \lambda + M_3^2 \lambda^2) \quad (24)$$

Ponieważ wartość naporu cieczy na tarczę zależy od kierunku dodatkowego przepływu cieczy, stąd w powyższym wzorze niektóre składniki posiadają zmienne znaki. Górne znaki dotyczą komory, w której dodatkowy przepływ cieczy ma kierunek dośrodkowy. Gdy przepływ ma kierunek odśrodkowy, wówczas obowiązują znaki dolne. Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymuje się wzór:

$$P = \pi \eta H_p R_2^2 (1 - \rho^2) - \frac{\pi \eta}{4g} \omega_t^2 R_2^2 (1 - \rho^2)^2 (0,2368 - 0,1068 \psi + 0,9279 \cdot 10^{-6} \psi \lambda + 0,0120 \psi^2 + 4,1160 \cdot 10^{-6} \lambda + 1,7887 \cdot 10^{-11} \lambda^2) \quad (24a)$$

Wyznaczone stałe M_1 umożliwiają obliczenie średniej prędkości wirowania cieczy w osłonie ze wzoru (14). Są to wartości w przybliżeniu równe rzeczywistej prędkości wirowania cieczy. Należy je jednak rozumieć w tym sensie, że są to średnie prędkości wirowania cieczy, w wyniku którego wywołany został napór osiowy na wirującą w osłonie cylindrycznej tarczę o określonej wartości zmierzonej na wale urządzenia.

5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych badań można podać następujące uwagi i wnioski:

- 5.1. Pomiary promieniowego rozkładu ciśnienia wskazują, że ciecz wiruje w osłonie cylindrycznej z prędkością kątową zmienną wzdłuż promienia. Stała wartość prędkości kątowej wirowania cieczy występuje, gdy wirującą tarczą osadzana jest na wale o małej średnicy oraz gdy nie występuje dodatkowy przepływ cieczy.

- 5.2. Ruch cieczy w osłonie cylindrycznej powoduje ustalenie się rozkładu ciśnienia działającego na wirującą tarczę. Naporu cieczy na tarczę zależy od cech geometrycznych osłony i wirującego zespołu a także od natężenia dodatkowego przepływu cieczy. Dodatkowy przepływ cieczy odzwierciedla w modelu warunki występujące, gdy w rzeczywistej maszynie powstaje wymuszony przepływ cieczy przez uszczelnienia.
- 5.3. W pracy wyprowadzono wzór liczbowy na określenie naporu osiowego działającego na wirującą tarczę, przy założeniu średniej prędkości wirowania cieczy w osłonie. Obliczenie średniej prędkości wirowania cieczy oparto na bezpośrednich pomiarach nacisków osiowych, a nie na pomiarach promieniowego rozkładu ciśnienia. Wzór jest ważny dla wartości zredukowanej szczeliny promieniowej od $\delta = 0,5$ do $0,20$ i zredukowanej średnicy wału od $\phi = 0,2$ do $0,3$. W czasie doświadczenia zmieniano wyróżnik przepływu w zakresie od $\psi = 0$ do 3300 przy zachowaniu stałej wartości liczby Reynoldsa równej $5,3198 \cdot 10^6$. Biorąc pod uwagę regularność obserwowanych w doświadczeniu zmian, należy przypuszczać, że podany wzór obowiązuje również i poza podanymi granicami.
- 5.4. W pracy podano również wzór na obliczenie średniej prędkości wirowania cieczy w osłonie w zależności od cech geometrycznych i parametrów ruchowych. Są to wartości w przybliżeniu równe rzeczywistej prędkości wirowania cieczy. Należy je traktować jako średnie prędkości wirowania cieczy w osłonie, wywołujące rozkład ciśnienia dający napór osiowy na wirującą tarczę równy wartości bezpośrednio zmierzonej na wale.

LITERATURA

- [1] Grychowski J.: Średnia prędkość wirowania cieczy w osłonie cylindrycznej ograniczonej wirującą tarczą z dodatkowym przepływem cieczy. Prace IMP PAN Gdańsk, z. 67-68, 1975.
- [2] Grychowski J.: Ocena naporu osiowego zespołu wirującego na podstawie pomiaru promieniowego rozkładu ciśnienia na cylindrycznej osłonie, Zeszyty Naukowe Pol. Sl. "Energetyka" z. 61, 1978.
- [3] Dobranowski J., Jakubek M.: Praca dyplomowa magisterska nr 1820/76/77 wykonana pod kierunkiem dr inż. J. Grychowskiego, 1977.

Recenzent: Doc. dr inż. Janusz PLUTECKI

Praca wpłynęła do Redakcji w dniu 23 maja 1980 r.

Осевой напор на вращающийся диск в цилиндрическом кожухе

Резюме

В статье приводятся результаты испытательных исследований осевого напора действующего на вращающийся диск в цилиндрическом кожухе.

Приводится зависимость между величиной осевого напора а геометрическими признаками устройства и параметрами движения.

Результаты исследования даются в виде численной формулы. Формула эта даёт возможность, между прочим, на оценку осевого напора, действующего на вращающийся агрегат центробежного насоса.

Axial thrust on a disk rotating in a cylindrical casing

Summary

The paper presents the results of experimental investigations on the axial thrust exerted upon a disk rotating in a cylindrical casing. The relations existing between the value of the axial thrust and the geometrical characteristics of the device as well as its working parameters have been discussed. The results of these investigations have been expressed in the form of a numerical formula. This formula makes it possible, among others things to evaluate the axial thrust acting upon the spinning unit of a rotodynamic centrifugal pump.