ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1999
Seria: ELEKTRYKA z. 165 Nr kol. 1412

Henryk URZĘDNICZOK
Instytut Metrologii i Automatyki Elektrotechnicznej
Politechnika Śląska

ODTWARZANIE WARTOŚCI WIELKOŚCI WEJŚCIOWYCH PRZETWORNIKA DWUPARAMETROWEGO NIELINIOWEGO

Streszczenie. W artykule omawiana jest nieiteracyjna metoda odtwarzania wartości wejściowych przetwornika dwuparametrowego nieliniowego. Odtwarzanie oparte jest na przybliżeniu charakterystyk przetwarzania modelem liniowym w przedziałach pomiędzy punktami kalibracji przetwornika. Wykazano, że dla jednoznacznego odtworzenia wielkości mierzonych zachodzi konieczność jednoczesnego wykorzystania liniowego odwrotnego modelu przetwornika do obliczania estymat wartości mierzonych i liniowego modelu przetwornika do weryfikacji poprawności otrzymanych estymat.

RECONSTRUCTION OF INPUT VALUES FOR 2-D NONLINEAR TRANSDUCER

Summary. A noniterative method of reconstruction of input values of the 2-D nonlinear transducer is considered. The method is based on a linear approximation among the calibration point. It is shown, that both the linear model of the invert transfer function and the linear model of transfer function are required to realize the proper reconstruction.

1. WPROWADZENIE

1.1. Przetwornik dwuparametrowy

Przetwornik pomiarowy dwuparametrowy odwzorowuje jednocześnie wartości dwu wielkości wejściowych (mierzonych) X_1, X_2 na wartości dwu wielkości wyjściowych Y_1, Y_2, przy czym każda z wielkości wyjściowych zależy od obu wielkości mierzonych. Istotne jest, że żadna z wielkości wejściowych nie jest traktowana jako wielkość wpływająca, powodująca dodatkowe błędy, które należy korygować.

Model matematyczny przetwornika dwuparametrowego w warunkach statycznych stanowi układ równań przetwarzania:

$$Y_i = f_i(X_1, X_2), \qquad i = 1,2 \tag{1}$$

Przykładem takiego przetwornika może być magnetosprężysty przetwornik siły i momentu na napięcia [1] lub przetwornik ciśnienia i temperatury [2].

Przetwornik dwuparametrowy jest określany jako liniowy w przypadku, gdy jego model ma postać układu równań liniowych, co macierzowo można zapisać jako:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{S}\,\mathbf{X} + \mathbf{Y}_0, \qquad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \tag{2}$$

gdzie:

$\mathbf{Y} = [Y_1\ Y_2]^T$ - wektor wielkości wyjściowych,

$\mathbf{Y}_0 = [Y_{10}\ Y_{20}]^T$ - wektor wartości przesunięcia wielkości wyjściowych,

$\mathbf{X} = [X_1\ X_2]^T$ - wektor wielkości wejściowych,

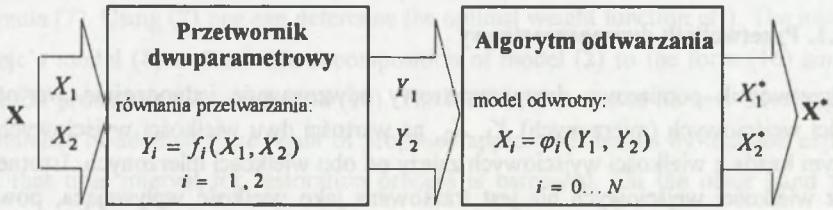
s_{ij} - czułości ($i=j$) i czułości wzajemne($i \neq j$), $i,j = 1..2$.

Równania modelu przetwornika mogą być uzyskane w wyniku analizy zjawisk fizycznych, na których oparte jest działanie przetwornika. W praktyce jednak nie jest możliwe uwzględnienie wszystkich zjawisk i wielkości, co sprawia, że dokładność takiego modelu zwykle nie jest zadowalająca. Z tego względu zachodzi potrzeba przeprowadzenia wzorcowania przetwornika. Na podstawie wyników uzyskanych w procesie wzorcowania dokonuje się identyfikacji strukturalnej i parametrycznej [3] modelu.

2. ODTWARZANIE WARTOŚCI MIERZONYCH

2.1. Model odwrotny nieliniowy

Wyznaczenie wartości wielkości mierzonych na podstawie odpowiadających im wartości wielkości wyjściowych należy do klasy zagadnień określanych jako "zadania odwrotne" [3]. W omawianym przypadku może ono być realizowane w sposób pokazany na rys. 1. Celem odtwarzania jest uzyskanie równości wartości wskazywanych $\mathbf{X}^*$ i wejściowych $\mathbf{X}$.



Rys. 1. Odtwarzanie wartości mierzonych dla przetwornika dwuparametrowego
Fig. 1. Reconstruction of measured values for 2-D transducer

Odtwarzanie metodą pokazaną na rysunku wymaga znajomości odwrotnego modelu przetwornika:

$$X_i = \varphi_i(Y_1, Y_2), \qquad i = 1,2 \tag{3}$$

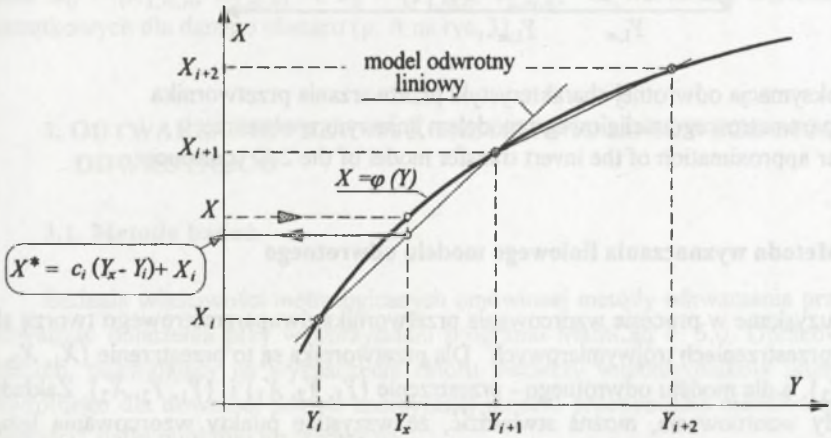
Model odwrotny można otrzymać dwiema metodami:

1. Przez wykorzystanie danych uzyskanych w procesie wzorcowania do identyfikacji modelu opisanego równaniem (1). Model odwrotny uzyskuje się przez rozwiązanie układu równań tworzących model przetwornika względem wielkości wejściowych X_1 i X_2. Zagadnienie jest proste jedynie w przypadku szczególnym, gdy przetwornik jest liniowy.
2. Przez wykorzystanie danych uzyskanych w procesie wzorcowania do bezpośredniej identyfikacji modelu odwrotnego. Jest to możliwe w przypadku, gdy wielkości wejściowe X_1 i X_2 będą potraktowane jako zmienne zależne, a wielkości wyjściowe Y_1 i Y_2 jako zmienne niezależne.

Obie metody wyznaczania modelu odwrotnego wymagają stosowania zaawansowanych metod dwuwymiarowej regresji nieliniowej. Uzyskane nieliniowe modele odwrotne nie są ponadto dogodne do wykorzystania w systemach mikroprocesorowych o niewielkich możliwościach obliczeniowych.

2.2. Model odwrotny liniowy

W przypadku przetworników jednoparametrowych szeroko stosowana jest metoda przedziałowo-liniowej aproksymacji odwrotnego równania przetwarzania. Wykorzystanie takiej metody do odtwarzania wielkości mierzonej zilustrowano na rys. 2.



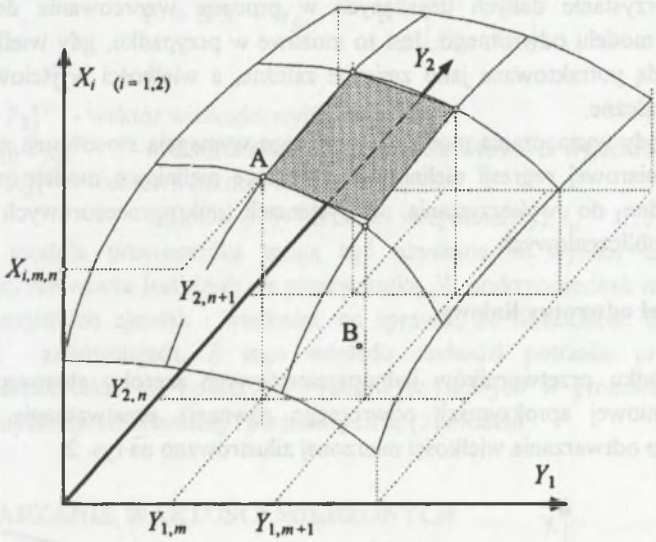
Rys. 2. Odtwarzanie wielkości mierzonej przy wykorzystaniu przedziałowo-liniowej aproksymacji odwrotnej charakterystyki przetwarzania

Fig. 2. Reconstruction of measured value by use linear approximation of invert transfer function

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki badań możliwości zastosowania analogicznej metody, którą poglądowo można określić jako "obszarowo-płaszczyznową", do odtwarzania wyników pomiaru dla przetwornika dwuparametrowego nieliniowego. Ilustrację tej metody przedstawia rys. 3. Metoda polega na aproksymacji odwrotnego modelu przetwarzania (3) modelem liniowym o postaci:

$$X^* = C\left(Y - Y_0\right) + X_0, \quad \text{gdzie } C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}, \tag{4}$$

w poszczególnych obszarach wartości wielkości wyjściowych.



Rys. 3. Aproksymacja odwrotnej charakterystyki przetwarzania przetwornika dwuparametrowego nieliniowego modelem liniowym w obszarze
Fig. 3. Linear approximation of the invert transfer model of the 2-D transducer

2.3. Metoda wyznaczania liniowego modelu odwrotnego

Dane uzyskane w procesie wzorcowania przetwornika dwuparametrowego tworzą zbiór punktów w przestrzeniach trójwymiarowych. Dla przetwornika są to przestrzenie $\{X_1, X_2, Y_1\}$ i $\{X_1, X_2, Y_2\}$, a dla modelu odwrotnego - przestrzenie $\{Y_1, Y_2, X_1\}$ i $\{Y_1, Y_2, X_2\}$. Zakładając zerowe błędy wzorcowania, można stwierdzić, że wszystkie punkty wzorcowania leżą na powierzchniach tworzących charakterystyki przetwarzania przetwornika i jednocześnie na powierzchniach tworzących odwrotne charakterystyki przetwarzania.

Aproksymacja przetwarzania odwrotnego modelem liniowym w poszczególnych obszarach pomiędzy punktami wzorcowania polega na wyznaczeniu współczynników macierzy stałych **C**. Jest to możliwe przez rozwiązanie dwóch układów równań.
Dla wielkości wejściowej X_1:

$$\begin{cases} c_{11}\left(Y_{1,m+1,n} - Y_{1,m,n}\right) + c_{12}\left(Y_{2,m+1,n} - Y_{2,m,n}\right) = X_{1,m+1,n} - X_{1,m,n} \\ c_{11}\left(Y_{1,m,n+1} - Y_{1,m,n}\right) + c_{12}\left(Y_{2,m,n+1} - Y_{2,m,n}\right) = X_{1,m,n+1} - X_{1,m,n} \end{cases} \tag{5a}$$

i dla wielkości wejściowej X_2:

$$\begin{cases} c_{21}\left(Y_{1,m+1,n} - Y_{1,m,n}\right) + c_{22}\left(Y_{2,m+1,n} - Y_{2,m,n}\right) = X_{2,m+1,n} - X_{2,m,n} \\ c_{21}\left(Y_{1,m,n+1} - Y_{1,m,n}\right) + c_{22}\left(Y_{2,m,n+1} - Y_{2,m,n}\right) = X_{2,m,n+1} - X_{2,m,n} \end{cases} \tag{5b}$$

gdzie indeksy m i n oznaczają numery punktów wzorcowania (patrz rys. 3).

Zakładając, że wzorcowanie dokonywane jest dla M punktów w zakresie pomiarowym wielkości X_1 i N punktów w zakresie pomiarowym wielkości X_2, model odwrotny liniowy tworzy zbiór macierzy **C** o liczności $(M\text{-}1)(N\text{-}1)$ wraz z wartościami wielkości w punktach wzorcowania.

Odtwarzanie wymaga wybrania właściwej macierzy $\mathbf{C}_{m,n}$ i obliczenia wartości mierzonych wielkości według wzoru:

$$\mathbf{X}^* = \mathbf{C}_{m,n}\left(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0\right) + \mathbf{X}_0 \tag{6}$$

gdzie $\mathbf{X}_0 = [X_{1,m,n}, X_{2,m,n}]^T$ i $\mathbf{Y}_0 = [Y_{1,m,n}, Y_{2,m,n}]^T$ są wektorami wartości w punktach początkowych dla danego obszaru (p. A na rys. 3).

3. ODTWARZANIE PRZY WYKORZYSTANIU LINIOWEGO MODELU ODWROTNEGO

3.1. Metoda badań

Badania właściwości metrologicznych omówionej metody odtwarzania przeprowadzono prowadząc obliczenia przy wykorzystaniu programu MathCad v. 5.0. Opracowano schemat obliczeń, pozwalający na wyznaczenie zbioru macierzy współczynników liniowego modelu odwrotnego dla dowolnej postaci analitycznej modelu przetwornika nieliniowego i dowolnej "gęstości" siatki punktów wzorcowania.

Wzorcowanie polegało na:

1. Wyliczeniu wartości na wyjściach przetwornika według zależności tworzących jego analityczny model dla zadanych wartości wielkości wejściowych (punkty wzorcowania).

Takie podejście pozwala uniknąć wpływu błędów pomiarowych powstających w procesie wzorcowania rzeczywistego przetwornika.

2. Wyliczeniu współczynników wszystkich macierzy $C_{m,n}$. Zbiór tych macierzy tworzy model liniowy odwrotny.

Sprawdzanie możliwości i dokładności odtwarzania omawianą metodą prowadzono w następujący sposób:

1. Wyliczano wartości na wyjściach przetwornika dla założonych wartości wielkości wejściowych leżących poza punktami wzorcowania, a ściślej w środkach obszarów wzorcowania (jak p. B na rys. 3)
2. Odtwarzanie na podstawie tak wyliczonych wielkości wyjściowych realizowane było w trzech etapach:
   a) wyznaczenie obszaru, w którym leżą wartości wielkości mierzonych (określonego przez numery węzłów początkowych m i n),
   b) obliczenie wartości wielkości wejściowych X_1^* i X_2^* według wzoru (6).

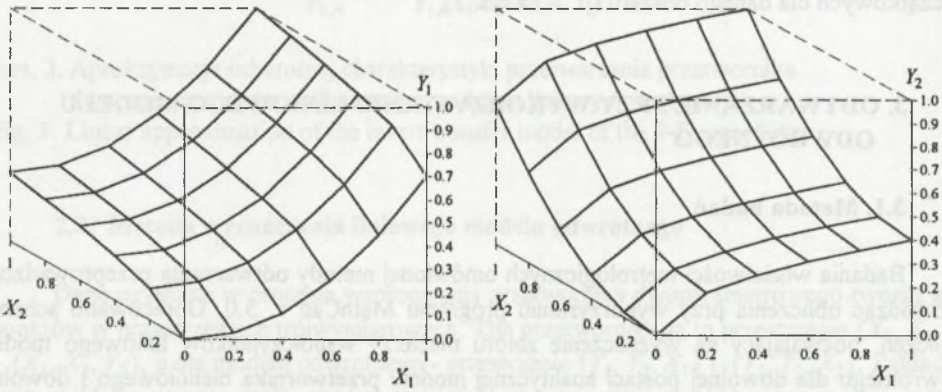
Błędy odtwarzania zdefiniowano w następujący sposób:

$$\Delta_{X_i} = X_i^* - X_i \qquad \text{przy } i = 1,2. \tag{7}$$

W dalszym ciągu przedstawiono wyniki uzyskane dla założonej następującej postaci modelu przetwornika:

$$\begin{cases} Y_1 = 0{,}7X_1^2 + 0{,}3\sqrt{X_2} \\ Y_2 = 0{,}4\sqrt{X_1} + 0{,}6X_2^2 \end{cases} \tag{8}$$

Charakterystyki przetwarzania pokazane są na rysunku 4.



Rys. 4. Charakterystyki przetwarzania modelu przetwornika przyjętego do badań w układzie trójwymiarowym

Fig. 4. The transfer models of the investigated 2-D transducer

3.2. Niejednoznaczność odtwarzania

Ustalenie właściwego obszaru, w którym leżą poszukiwane wartości wielkości wejściowych jest niezbędne do wybrania właściwej macierzy $\mathbf{C}_{m,n}$, zawierającej współczynniki modelu liniowego. W praktycznych pomiarach z wykorzystaniem przetwornika dwuparametrowego znane są wartości wielkości na wyjściach przetwornika, lecz nie wiadomo, w którym przedziale pomiędzy punktami wzorcowania mieszczą się wartości wielkości mierzonych. Jednoznaczne wyznaczenie tego obszaru nie zawsze jest możliwe. Stwierdzenie to uzasadnia podany niżej przykład.

Przykład

W tabelach 1 i 2 podano wartości uzyskane na wyjściach podczas kalibracji przetwornika opisanego modelem (8). Załóżmy, że na wyjściach przetwornika uzyskano wartości Y_1=0,3871 i Y_2=0,4328 (dla przyjętego modelu takie wartości uzyskuje się przy X_1=0,5 i X_2=0,5). Przeglądanie wartości brzegowych dla kolejnych obszarów pozwala stwierdzić, że dla podanych wartości na wyjściach przetwornika istnieją dwa obszary, w których mogą leżeć poszukiwane wartości wielkości mierzonych. Obszary te wyróżniono w tabelach 1 i 2 ciemnym tłem. Obszar właściwy zaznaczono dodatkowo grubszą ramką.

Tablica 1

Wartości na wyjściu Y_1 przetwornika

X_1	X_2=0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
0	0.0000	0.1342	0.1897	0.2324	0.2683	0.3000
0.2	0.0280	0.1622	0.2177	0.2604	0.2963	0.3280
0.4	0.1120	0.2462	0.3017	0.3444	0.3803	0.4120
0.6	0.2520	0.3862	0.4417	0.4844	0.5203	0.5520
0.8	0.4480	0.5822	0.6372	0.6804	0.7163	0.7480
1	0.7000	0.8342	0.8897	0.9324	0.9683	1.0000

Tablica 2

Wartości na wyjściu Y_2 przetwornika

X_1	X_2=0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
0	0.0000	0.0240	0.0960	0.2160	0.3840	0.6000
0.2	0.1789	0.2029	0.2749	0.3949	0.5629	0.7789
0.4	0.2530	0.2770	0.3490	0.4690	0.6370	0.8530
0.6	0.3098	0.3338	0.4058	0.5258	0.6938	0.9098
0.8	0.3578	0.3818	0.4538	0.5738	0.7418	0.9578
1	0.4000	0.4240	0.4960	0.6160	0.7840	1.0000

Wyniki odtwarzania na podstawie modelu liniowego są następujące:
(I) dla obszaru o punkcie brzegowym (X_1=0,4; X_2=0,4): X_1^*=0,4928 i X_2^*=0,4958
(II) dla obszaru o punkcie brzegowym: (X_1=0,6; X_2=0,2): X_1^*=0,5051 i X_2^*=0,5382

Przedstawiony przykład ilustruje, że nie zawsze możliwe jest jednoznaczne odtworzenie wartości wielkości mierzonych w opisany sposób. Istnieją bowiem dwa obszary, w których mogą leżeć poszukiwane wartości wielkości wejściowych i rozstrzygnięcie, który z nich jest właściwy, nie jest możliwe. Tego typu niejednoznaczność nie wynika z niejednoznaczności charakterystyk przetwarzania omawianego przetwornika (patrz rys. 4). Zagęszczenie punktów, dla których dokonana zostanie kalibracja, również nie zmienia sytuacji, choć zawęża przedział możliwych wartości wielkości wejściowych.

Omawiana metoda odtwarzania wymaga zatem uzupełnienia o sprawdzenie, które z uzyskanych wartości (I) czy (II) są poprawne (ściślej obarczone mniejszym błędem). Sprawdzenie takie jest możliwe na podstawie zależności (2), stanowiącej model "obszarowo-liniowy" przetwornika. Konieczna jest jednak znajomość macierzy czułości **S**. Zbiór macierzy czułości dla poszczególnych obszarów pomiędzy punktami wzorcowania może być wyznaczony w analogiczny sposób jak zbiór macierzy stałych **C** dla modelu odwrotnego "obszarowo-liniowego" (patrz punkt 3). W tym przypadku należy jednak, odwrotnie niż poprzednio, wartości wielkości wejściowych X_1 i X_2 traktować jako zmienne niezależne, a wartości wielkości wyjściowych Y_1 i Y_2 jako zmienne zależne. Aby wyznaczyć współczynniki macierzy **S**, konieczne jest rozwiązanie dwóch układów równań.

Dla wielkości wyjściowej Y_1:

$$\begin{cases} s_{11}\left(X_{1,m+1,n} - X_{1,m,n}\right) + s_{12}\left(X_{2,m+1,n} - X_{2,m,n}\right) = Y_{1,m+1,n} - Y_{1,m,n} \\ s_{11}\left(X_{1,m,n+1} - X_{1,m,n}\right) + s_{12}\left(X_{2,m,n+1} - X_{2,m,n}\right) = Y_{1,m,n+1} - Y_{1,m,n} \end{cases} \tag{9a}$$

i dla wielkości wyjściowej Y_2:

$$\begin{cases} s_{21}\left(X_{1,m+1,n} - X_{1,m,n}\right) + s_{22}\left(X_{2,m+1,n} - X_{2,m,n}\right) = Y_{2,m+1,n} - Y_{2,m,n} \\ s_{21}\left(X_{1,m,n+1} - X_{1,m,n}\right) + s_{22}\left(X_{2,m,n+1} - X_{2,m,n}\right) = Y_{2,m,n+1} - Y_{2,m,n} \end{cases} \tag{9b}$$

gdzie m=0,1,...M-1 i n=0,1,...N-1 oznaczają numery punktów wzorcowania.

Dla danych jak w podanym wyżej przykładzie, podstawionych do zależności (2), uzyskuje się:
- dla obszaru (I):
  - wartości wejściowe odtworzone: X_1^*=0,4928 X_2^*=0,4958 ,
  - wartości na wyjściach przetwornika obliczone według modelu liniowego (2) w tym obszarze: Y_1^*=0,3931 (błąd względem rzeczywistej wartości na wyjściu Y_1, odniesiony do zakresu wynosi -0,6%);
    Y_2^*=0,4374 (błąd -0,5%)

- dla obszaru (II):
  - wartości wejściowe odtworzone: $X_1^*=0{,}5051$ $X_2^*=0{,}5382$,
  - wartości na wyjściach przetwornika obliczone według modelu liniowego (2) w tym obszarze: $Y_1^*=0{,}3715$ (błąd 1,6%); $Y_2^*=0{,}4179$ (błąd 1,5%).

Za poprawne wartości wielkości wejściowych należy zatem uznać te, które uzyskano dla obszaru (I). Poprawność tak uzyskanych wyników potwierdzają wartości błędów. Dla obszaru (I) wynoszą one $\Delta_{X_1}=-0{,}7\%$ i $\Delta_{X_2}=-0{,}7\%$ i są mniejsze niż dla obszaru (II), dla którego $\Delta_{X_1}=5{,}1\%$, a $\Delta_{X_2}=3{,}8\%$.

4. PODSUMOWANIE

Przedstawione rozważania pozwalają na stwierdzenie, że możliwe jest odtwarzanie wartości wielkości wejściowych dla przetwornika dwuparametrowego nieliniowego, na podstawie jego modelu odwrotnego, liniowego w obszarach pomiędzy punktami wzorcowania. Procedura odtwarzania jest analogiczna do przypadku przetworników jednoparametrowych. Przy stosowaniu tej metody dla przetworników dwuparametrowych uzyskuje się jednak rozwiązania niejednoznaczne. Algorytm odtwarzania musi zatem zostać uzupełniony procedurą weryfikacji wyników, zapewniającą uzyskanie najmniejszych błędów. Procedura taka może być oparta na liniowym modelu przetwornika. Zarówno liniowy model przetwornika, jak i jego liniowy model odwrotny mogą być wyznaczone przy wykorzystaniu danych uzyskanych w trakcie wzorcowania przetwornika.

LITERATURA

1. Zakrzewski J. - A new Magnetoelastic Transducer for Torque and Force Measurement". IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, Brussels, Belgium, June, 4-6, 1996.
2. Schnatz F. i inni - Smart CMOS capacitive pressure transducer with on-chip calibration capability. Sensors and Actuators, vol. A34, ss. 77-83, 1992.
3. Morawski R. Z. - Zadania odwrotne w metrologii. Mat. Konferencji Podstawowe Problemy Metrologii, Gliwice, 1998, ss. 37-49.

Wpłynęło do redakcji dnia 1 grudnia 1998 r.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Adam Żuchowski

Abstract

The term "two-dimensional sensor" means a sensor realizing simultaneously the measurement of two variables in such a way, that separating of measuring channels is impossible. Another words, cross-sensitivity in such a sensor is not a source of additional errors only but has to be considered as its normal state of operation. The task of output signal processing is to extract the values of two results corresponding to the measured variables.

Transfer functions of the multidimensional (two-dimensional) measuring sensor could be express by a set of nonlinear equations (1). To find the transfer model, the advanced methods of multidimensional nonlinear approximation have to be applied. To estimate the values of measured quantities ($X_1^* ... X_N^*$), in the case of known of the output values ($Y_1 ... Y_N$), the solving of model (1) is necessary. Because of the model non-linearity, it becomes complicated.

In practice, therefore, the aim of calibration procedure is to find an inverted transfer model (3).

In that case the measured values are calculated directly from equations (2), as it is shown in Fig. 1. However, to find such an inverted model, the advanced methods of approximation are still necessary.

Another idea, based on the use of a linear approximation in intervals, is described. The method of reconstruction for one-dimensional converter is explained in fig. 2. The transfer functions of two-dimensional converter could be approximate by a model (4) linear in intervals, as shown in fig. 3. The nodes of each interval are determined by set of the input quantities values applied in calibration procedure. By solving of equations (5), a set of coefficient matrixes **C** of the linear inverted model (4) is determined.

To do reconstruction of measured values, when output values are known, the next two steps should be done:

(1) basing on the output values, find the proper coefficients matrix $C_{m,n}$

(2) using linear inverted model – equ. (6), calculate the estimates of measured values

Some numerical simulations for nonlinear two-dimensional converter described by equations (8) were done. The most important result could be expressed as follows:

- it is possible to do reconstruction of measured values by applying a model linear in interval
- the procedure of reconstruction is similar to procedure applied for one-dimensional converters
- it is necessary to verify of the obtained results, because the ambiguous is possible

To verify the results, a linear model (2) of converter should be determined. The set of sensitivity matrixes could be determined basing on the calibration data, by solving of equations (9).