

Lesław TOPÓR-KAMIŃSKI

Piotr HOLAJN

## UNIWERSALNY MAKROMODEL WIELOZACISKOWEGO KONWEJERA PRĄDOWEGO, UWZGLĘDNIAJĄCY IMPEDANCJE ZACISKOWE

**Streszczenie.** Wprowadzono koncepcję idealnego wielozaciskowego konwejera prądowego (WKP) na bazie modelu nullatorowo-noratorowego. Pokazano przykład jego zastosowania do przetwarzania obwodu  $n$ -zaciskowego w dwójnik uziemiony. Przedstawiono makromodel WKP jako układ idealnych źródeł sterowanych z uwzględnionymi skończonymi wartościami jego impedancji zaciskowych. Zastosowanie praktyczne makromodelu zilustrowano obwodem przekształcającym szeregowe połączenie elementów LC w równoległe. Uwzględnienie skończonych rezystancji wyjściowych  $R_x$  zacisków X konwejera ujawniło istotny wpływ ich wartości na właściwości otrzymanego obwodu rezonansowego.

## VERSATILE MACROMODEL OF MULTITERMINAL CURRENT CONVEYOR TAKING INTO ACCOUNT TERMINAL IMPEDANCES

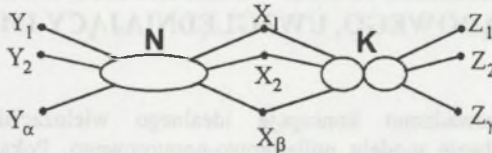
**Summary.** Conception of an ideal multiterminal current conveyor (MTCCII) based on nullator/norator model (Fig. 1) has been introduced. The example of its application for conversion of  $n$ -terminal circuit into a grounded one-port has been shown. MTCCII macromodel as a system of controlled ideal sources taking into account finite values of its terminal impedances, has been presented. Practical application of this macromodel has been illustrated by the circuit converting series connection of LC elements into parallel one. Taking into account finite output resistances  $R_x$  of the conveyor terminals X, disclosed the essential influence of their values upon the properties of the obtained resonance circuit.

### 1. WPROWADZENIE

W związku z pojawieniem się wielu nowych konstrukcji konwejerów prądowych, w tym także wielozaciskowych [1-6], zaistniała potrzeba ich jednolitego opisu. Dla analizy i syntezy idealnych układów teoretycznych zawierających konwejerów prądowych, zadanie to w zupełności spełniają nullatorowo-noratorowe obwody zastępcze [7]. Realizacje praktyczne konwejerów odbiegają właściwościami od ich modeli teoretycznych, a także różnią się między sobą wartościami parametrów pasożytniczych. W celu umożliwienia numerycznej analizy obwodów zawierających konwejerów nieidealne wprowadza się ich makromodele oparte na źródłach sterowanych z uwzględnieniem rzeczywistych transmitancji przejściowych oraz impedancji zaciskowych. W niniejszej pracy przedstawiono rozwinięcie makromodeli konwejerów klasycznych [8, 9] na uogólnione konwejerów wielozaciskowe.

## 2. IDEALNY WIELOZACISKOWY KONWEJER PRĄDOWY

Koncepcję wielozaciskowego konwejera prądowego wprowadzili autorzy niniejszej pracy [1-3] na bazie uogólnionych wielozaciskowych elementów osobliwych [7, 10]. Pojawiły się także nowe propozycje ich zastosowań zarówno w układach nieliniowych [4], jak i filtrach [6]. Idealny wielozaciskowy konwejer prądowy może być przedstawiony jako połączenie nullatora wielozaciskowego  $N$  o  $\alpha$  zaciskach wejściowych i  $\beta$  wyjściowych oraz wielozaciskowego noratora  $K$  o  $\beta$  zaciskach wejściowych i  $\gamma$  wyjściowych (rys. 1).



Rys. 1. Idealny wielozaciskowy konwejer prądowy - model nullatorowo- noratorowy

Fig. 1. Ideal multiterminal current conveyor nullator/norator model

Opisuje go macierz hybrydowa:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{Y(\alpha)} \\ \mathbf{U}_{X(\beta)} \\ \mathbf{I}_{Z(\gamma)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{N}_{\beta\alpha} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{\gamma\beta} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{Y(\alpha)} \\ \mathbf{I}_{X(\beta)} \\ \mathbf{U}_{Z(\gamma)} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

w której:

$\mathbf{I}_{Y(\alpha)}$ ,  $\mathbf{U}_{Y(\alpha)}$  - wektory zmiennych zaciskowych na zaciskach  $Y$ ,

$\mathbf{I}_{X(\beta)}$ ,  $\mathbf{U}_{X(\beta)}$  - wektory zmiennych zaciskowych na zaciskach  $X$ ,

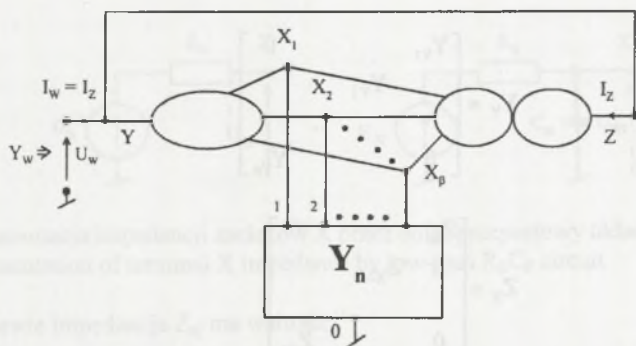
$\mathbf{I}_{Z(\gamma)}$ ,  $\mathbf{U}_{Z(\gamma)}$  - wektory zmiennych zaciskowych na zaciskach  $Z$ .

Niezerowe podmacierze  $\mathbf{N}_{\beta\alpha}$  i  $\mathbf{K}_{\gamma\beta}$  zawierają współczynniki przenoszenia napięć przez nullator wielozaciskowy  $N$  oraz współczynniki przenoszenia prądów przez norator wielozaciskowy  $K$ . Są one odpowiednio o wymiarach  $\beta \times \alpha$  i  $\gamma \times \beta$  i mają postać:

$$\mathbf{N}_{\beta\alpha} = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} & \dots & N_{1\alpha} \\ N_{21} & N_{22} & \dots & N_{2\alpha} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ N_{\beta 1} & N_{\beta 2} & \dots & N_{\beta\alpha} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{K}_{\gamma\beta} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1\beta} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2\beta} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{\gamma 1} & K_{\gamma 2} & \dots & K_{\gamma\beta} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

W układach praktycznych ilość poszczególnych grup zacisków konwejera ograniczona jest na ogół do kilku, w zależności od koncepcji realizującego go układu elektronicznego. W rozważaniach teoretycznych ilość zacisków konwejera zależna jest od celu, jakiemu ma służyć projektowany obwód. Ilustracją tego może być przykładowy układ pokazany na rys. 2.



Rys. 2. Przykładowy układ zastosowania konwejera prądowego wielozaciskowego  
 Fig. 2. Exemplary circuit of multiterminal current conveyor application

Ma on za zadanie przetworzyć obwód  $n$ -zaciskowy opisany macierzą admitancyjną  $Y_n$  w dwójnik uziemiony o admitancji  $Y_w$ . W tym celu należy zastosować wielozaciskowy konwejer prądowy o ilości zacisków:  $\alpha = 1, \beta = n, \gamma = 1$ . Opisują go wtedy macierze  $N$  i  $K$ :

$$N = [N_1 \quad N_2 \quad \dots \quad N_n]^T, \quad (4a)$$

$$K = [K_1 \quad K_2 \quad \dots \quad K_n], \quad (4b)$$

a obwód dołączony macierz:

$$Y_n = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

Stąd dla  $U_w = U_Y$  oraz  $I_w = I_Z$  admitancję wejściową układu opisuje relacja:

$$Y_w = \frac{I_w}{U_w} = - \sum_{m=1}^{m=\beta-n} K_m \sum_{j=1}^{m=\beta-n} N_j Y_{mj}. \quad (6)$$

### 3. OPIS UKŁADU MAKROMODELU WIELOZACISKOWEGO KONWEJERA PRĄDOWEGO

Makromodelem wielozaciskowego konwejera prądowego jest układ idealnych źródeł sterowanych: napięciowych sterowanych napięciem oraz prądowych sterowanych prądem, odwzorowujących zależności opisane równaniem macierzowym (1), przy czym wzmocnienie każdego z tych źródeł reprezentuje jeden wyraz podmacierzy  $N$  oraz  $K$ . Podstawowym objawem nieidealności rzeczywistych wielozaciskowych konwejerów prądowych są skończone wartości impedancji jego zacisków wejściowych i wyjściowych. Są one reprezentowane przez podmacierze  $Y_Y, Z_X, Y_Z$ , będące składnikami macierzy (1) opisującej cały konwejer. Zakładając w pierwszym przybliżeniu nieskończenie duże wartości impedancji przejściowych między zaciskami w poszczególnych ich grupach  $Y, X$  i  $Z$ , macierze te mają postać diagonalną:

$$Y_Y = \begin{bmatrix} Y_{Y1} & & 0 \\ & Y_{Y2} & \\ 0 & & \dots \\ & & & Y_{Ya} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$Z_X = \begin{bmatrix} Z_{X1} & & 0 \\ & Z_{X2} & \\ 0 & & \dots \\ & & & Z_{X\beta} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

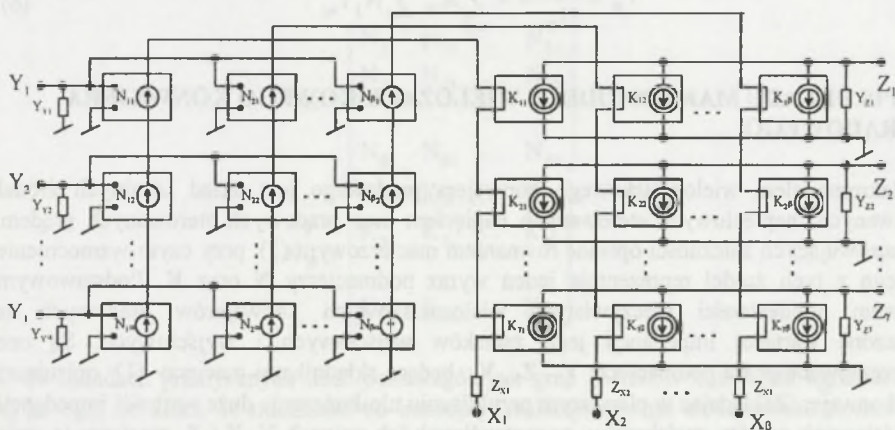
$$Y_Z = \begin{bmatrix} Y_{Z1} & & 0 \\ & Y_{Z2} & \\ 0 & & \dots \\ & & & Y_{Z\gamma} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

a cały konwejer nieidealny opisuje równanie:

$$\begin{bmatrix} I_Y \\ U_X \\ I_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_Y & 0 & 0 \\ N & Z_X & 0 \\ 0 & K & Y_Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_Y \\ I_X \\ U_Z \end{bmatrix}. \quad (10)$$

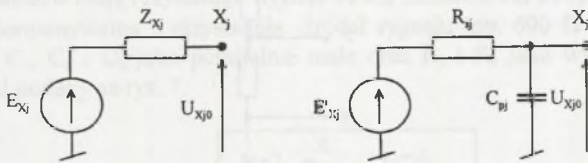
Odpowiadający mu makromodel przedstawiony jest na rys. 3.

Admitancje zacisków Y i Z przyjmuje się jako równoległe połączenie rezystancji  $R_y$  z pojemnością  $C_y$  oraz  $R_z$  z  $C_z$ . Impedancje zacisków X reprezentowane są natomiast przez układ dolnoprzepustowy  $R_s C_p$ . Dla dowolnego zacisku  $X_j$  odpowiada równoważnym obwodom pokazanym na rys. 4.



Rys. 3. Makromodel nieidealnego wielozaciskowego konwejera prądowego

Fig. 3. Macromodel of non-ideal multiterminal current conveyor



Rys. 4. Reprezentacja impedancji zacisków X przez dolnoprzepustowy układ  $R_s C_p$   
 Fig. 4. Representation of terminal X impedance by low-pass  $R_s C_p$  circuit

Na ich podstawie impedancja  $Z_{Xj}$  ma wartość:

$$Z_{Xj} = \frac{R_{sj}}{sR_{sj}C_{pj} + 1} \quad (11)$$

Zmianie ulegają także współczynniki przenoszenia napięć  $N_{jm}$ . Zakładając, że:

$$E_{Xj} = \sum_{m=1}^n N_{jm} U_{Ym} \quad (12)$$

$$E'_{Xj} = \sum_{m=1}^n N'_{jm} U_{Ym} \quad (13)$$

oraz na podstawie równości napięć  $U_{Xj0}$  na nieobciążonych zaciskach obu obwodów z rys. 4, otrzymuje się nowe wartości współczynników przenoszenia prądów:

$$N'_{jm} = (sR_{sj}C_{pj} + 1)N_{jm} \quad (14)$$

które należy uwzględnić w makromodelu.

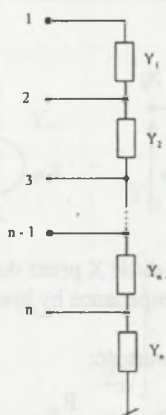
#### 4. PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA MAKROMODELU WIELOZACISKOWEGO KONWEJERA PRĄDOWEGO DO TRANSFIGURACJI SZEREGOWEGO POŁĄCZENIA ADMITANCJI NA RÓWNOLEGLE

Jeżeli w układzie na rys. 2 obwód dołączony  $Y_n$  ma postać n admitancji połączonych szeregowo, łączących kolejno wszystkie węzły łącznie z punktem odniesienia (rys. 5), to opisuje go macierz admitancyjna:

$$Y_{sz} = \begin{bmatrix} Y_1 & -Y_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -Y_1 & (Y_1 + Y_2) & -Y_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -Y_2 & (Y_2 + Y_3) & -Y_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & (Y_{n-1} + Y_n) \end{bmatrix} \quad (15)$$

Wtedy admitancję wejściową układu opisuje na podstawie zależności (6) relacja:

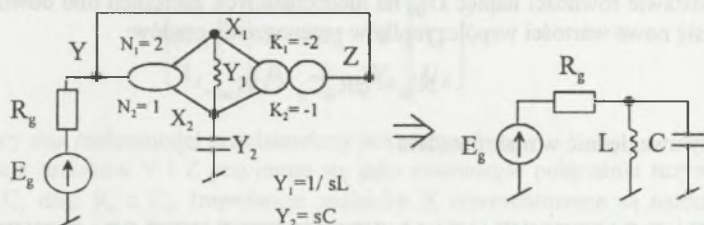
$$Y_w = \sum_{i=1}^{n-1} Y_i (K_{i+1} - K_i)(N_i - N_{i+1}) - Y_n K_n N_n \quad (16)$$



Rys. 5. Obwód dołączony do zacisków WKP jako połączenie szeregowe n admitancji  
 Fig. 5. The circuit connected to MTCC terminals as series connection of n admittance's

Reprezentuje ona równoległe połączenie admitancji składających się na szeregowy układ dołączony, przemnożonych przez czynniki modyfikujące zależne od współczynników przenoszenia napięć i prądów zastosowanego konwejera.

Na rys. 6 pokazano przykładowy idealny konwejer wielozaciskowy typu 1-2-1, obciążony na zaciskach X szeregowym układem dwójników reaktancyjnych LC.



Rys. 6. Transfiguracja połączenia szeregowego LC w połączenie równoległe za pomocą konwejera wielozaciskowego

Fig. 6. Transfiguration of series LC connection into parallel one by means of multiterminal conveyor

Symulowana admitancja ma na podstawie relacji (16) wartość:

$$Y_w = Y_1(K_2 - K_1)(N_1 - N_2) - Y_2K_2N_2, \quad (17)$$

gdzie:  $Y_1 = 1/sL$ ,  $Y_2 = sC$ .

Aby była równoległym połączeniem zadanych dwójników LC, musi być spełniona zależność:

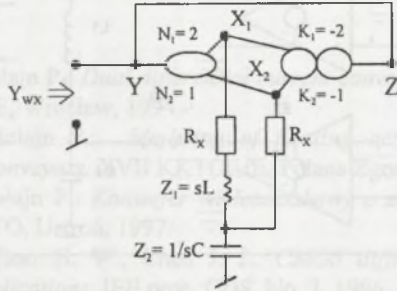
$$Y_w = Y_1 + Y_2, \quad (18)$$

a to zachodzi dla przykładowych wartości współczynników:

$$K_1 = -2, K_2 = -1, N_1 = 2, N_2 = 1. \quad (19)$$

W przypadku zastosowania rzeczywistego nieidealnego konwejera wielozaciskowego, pracującego w paśmie częstotliwości do 1 MHz, najistotniejszy wpływ na charakterystyki

symulowanych obwodów mają rezystancje wyjściowe  $R_{xi}$  zacisków  $X_i$ , których wartość rzędu setek omów jest porównywalna z rezystancją źródeł sygnału (np.  $600 \Omega$  dla generatora). Przyjmując zatem  $C_y$ ,  $C_p$  i  $C_z$  jako pomijalnie małe oraz  $R_y$  i  $R_z$  jako wystarczająco duże otrzymuje się układ podany na rys. 7.



Rys. 7. Transfiguracja połączenia szeregowego LC w równoległe za pomocą nieidealnego konwejera wielozaciskowego

Fig. 7. Transfiguration of series LC connection into parallel one by means of non-ideal multiterminal conveyor

W układzie tym ze względu na przyjęcie  $C_p = 0$  współczynniki  $N$  na podstawie wzoru (14) pozostają niezmienione. Włączając rezystancje  $R_x$  do obwodu zewnętrznego otrzymuje się opisującą go macierz admitancyjną:

$$Y_x = \frac{1}{\det Z} \begin{bmatrix} R_x + Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & R_x + Z_1 + Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

gdzie:

$$\det Z = R_x^2 + R_x Z_1 + 2R_x Z_2 + Z_1 Z_2. \quad (21)$$

Przyjmując niezmienione wartości współczynników  $N$  i  $K$  (relacja 19) otrzymuje się:

$$Y_{wx} = 4y_{11} + 2y_{12} + 2y_{21} + y_{22} \quad (22)$$

co uwzględniając (20) i (21) oraz  $Z_1 = sL$  i  $Z_2 = 1/sC$  prowadzi do postaci:

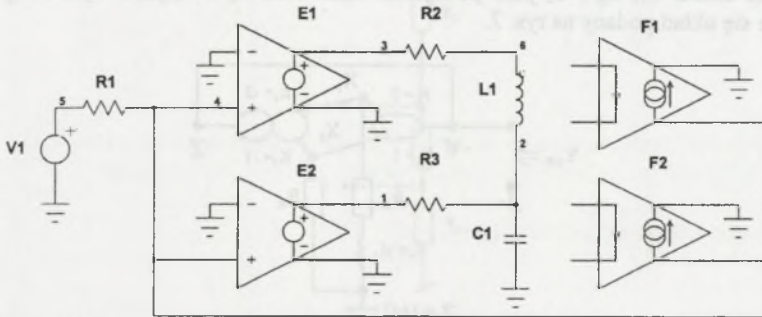
$$Y_{wx} = \frac{1}{R_x} \frac{s^2 + s \frac{4R_x}{L} + \frac{1}{LC}}{s^2 + s \frac{R_x^2 C + L}{R_x LC} + \frac{2}{LC}}. \quad (23)$$

Dla dużych wartości  $R_x$  odbiega ona istotnie od admitancji obwodu równoległego LC. Poglądowym wskaźnikiem zachowania się tak zasymulowanego obwodu mogą być wartości krytyczne rezystancji  $R_{xo}$  i  $R_{xB}$ , dla których zera i bieguny admitancji  $Y_{wx}$  zmieniają charakter z rzeczywistych na zespolone. Określają je relacje:

$$R_{xo} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (24)$$

$$R_{xB} = (\sqrt{2} \pm 1) \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (25)$$

Dla podanego przykładowego obwodu utworzono makromodel pokazany na rys. 8 i zasymulowano jego pracę z pomocą programu komputerowego SPICE.

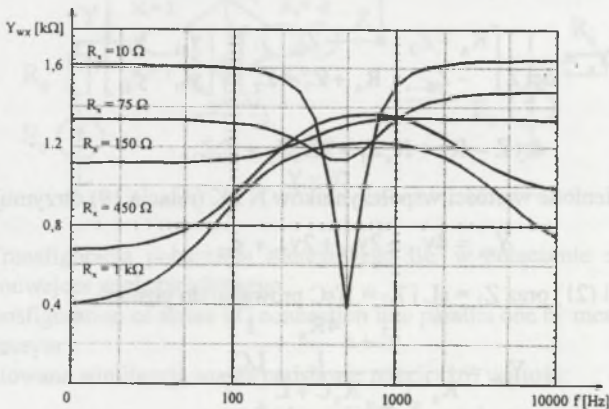


Rys. 8. Makromodel przykładowego obwodu z rys. 7

Fig. 8. Macromodel of an exemplary circuit presented in Fig. 7

Dla zadanych wartości indukcyjności  $L = 0,1$  H oraz pojemności  $C = 1$   $\mu$ F wartości krytyczne rezystancji  $R_x$  wynoszą:  $R_{x0} = 158,1$   $\Omega$ ,  $R_{xB1} = 763,4$   $\Omega$ ,  $R_{xB2} = 131$   $\Omega$ .

Na rys. 9 pokazano kształty modułu admittance  $Y_{wx}$  w funkcji częstotliwości otrzymanych w wyniku symulacji komputerowej dla różnych wartości rezystancji  $R_x$  w stosunku do jej wartości krytycznych.



Rys. 9. Przebiegi modułu admittance  $|Y_{wx}(2\pi f)|$  dla różnych wartości rezystancji  $R_x$

Fig. 9. Courses of admittance module  $|Y_{wx}(2\pi f)|$  for various values of  $R_x$  resistances

## 5. WNIOSKI KOŃCOWE

Przedstawiona koncepcja makromodelu wielozaciskowego konwejera prądowego umożliwia teoretyczną i praktyczną weryfikację komputerową obwodów symulowanych z zastosowaniem takiego konwejera. Na jej podstawie można określić wpływ rzeczywistych



parametrów konwejera, który, jak pokazano na przykładzie, może być dla danego obwodu istotny. W wyniku uzyskanej informacji możliwy jest dobór konstrukcji konwejera wielozaciskowego o odpowiednich parametrach.

## LITERATURA

1. Topór-Kamiński L., Holajn P.: *Dual differential current conveyor as an element of active circuits*. XVI KKTOiUE, Wrocław, 1994.
2. Topór-Kamiński L., Holajn P.: *Modeling of floating active circuits by means of multiterminal current conveyors*. XVII KKTOiUE, Polana Zgorzelisko, 1995.
3. Topór-Kamiński L., Holajn P.: *Konwejer wielozaciskowy o zmiennych współczynnikach wzmocnienia*. XX SPETO, Ustroń, 1997.
4. Chiu W., Liu S. I., Tsao H. W., Chen J. J.: *CMOS differential difference current conveyors and their applications*. IEE proc. CDS. No. 2, 1996.
5. Wu J., Masry E. El.: *Current-mode ladder filters using multiple output current conveyors*. IEE Proc. CDS. No 4, 1996.
6. Elvan H. O., Soliman A. M.: *Novel CMOS differential voltage current conveyor and its applications*. IEE. Proc. CDS. No 3, 1997.
7. Topór-Kamiński L.: *Bezinercyjne elementy osobliwe jako modele elektrycznych układów aktywnych*. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. s. Elektryka, z. 145. 1996.
8. Fabre A., Alami M.: *On the macromodeling approach of first generation current conveyors*. ECCTD' 97, Budapest, 1997.
9. Tarim N., Yenen B., Kutman H.: *Simple and accurate non-linear current conveyors macromodel suitable for simulation of active filters using CCII's*. Int. Journal of CTA, 26, 1998.
10. Topór-Kamiński L., Holajn P.: *Multiterminal singular elements as a analog electronic devices models*. 8 ISTEET, Thessaloniki, 1995.

Wpłynęło do Redakcji dnia 23 września 1998 r.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Kazimierz Mikołajuk

## Abstract

Conception of an ideal multiterminal current conveyor (MTCCII) based on nullator/norator model (Fig. 1) has been introduced. In general case it has  $\alpha$  terminals Y,  $\beta$  terminals X and  $\gamma$  terminals Z. It is described by the hybrid matrix (1). This matrix contains non-zero sub-matrices of voltage transmission coefficients  $N_{p\alpha}$  and current transmission coefficients  $K_{\gamma\beta}$  having dimensions  $\beta \times \alpha$  and  $\gamma \times \beta$  respectively. The circuit transforming n-terminal circuit (described by the admittance matrix (5)) into a grounded one-port (Fig. 2) is the illustration of MTCCII application. To obtain it conveyor having the following number of terminals:  $\alpha=1$ ,  $\beta=n$ ,  $\gamma=1$  described by the matrices (4a) and (4b) is used. Input admittance of the simulated one-port is then described by the relation (6). MTCCII Macromodel is made of the set of controlled ideal sources: voltage to voltage controlled and current to current controlled. They are connected in the circuit representing the dependences described by the

equation (1) and, at the same time, amplification of each of those sources is represented by one term of the sub-matrices  $N$  and  $K$ . Real non-ideal MTCCII has finite values of input terminal and output terminal impedances. They are represented by the sub-matrices (7), (8) and (9), which are the components of matrix (10) describing the whole non-ideal conveyor. The  $Y$  and  $Z$  terminal admittance are assumed to be parallel connection of resistance and capacitance. Terminals  $X$  impedances are however represented by the low-pass circuit RC (Fig. 4). MTCCII macromodel application is illustrated by the circuit transforming series connection of  $n$  admittances into the one-port representing parallel connection of them. Fig. 6 shows MTCCII loaded at the terminals  $X$  by the series circuit of LC reactance one-ports. The simulated admittance is described by the relation (17). In order to be equivalent to parallel connection LC it must fulfil the dependence (18), therefore the coefficients  $K$  and  $N$  having values (19) should be appropriately selected. For signals with  $f < 1$  MHz, output resistances  $R_X$  have most, whose values are comparable with signal source resistance the essential influence on characteristics of simulated circuits. Assuming  $C_X$ ,  $C_P$  and  $C_Z$  as negligibly small whereas  $R_Y$  and  $R_Z$  as large enough one obtains the circuit as in Fig. 7. Its admittance has value (23). For high values of  $R_X$  it differs remarkably from the admittance of parallel circuit LC. For the given example of the circuit (Fig. 1), macromodel (Fig. 8) has been made and its operation has been simulated by means of the computer program SPICE. As a result various shapes of the admittance absolute value as frequency function for various values of resistance  $R_X$  (Fig. 9) have been obtained. MTCCII macromodel conception presented in the paper enables to determine the influence of conveyor real parameters upon the properties of simulated circuits.