ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2001
Seria: AUTOMATYKA z. 133 Nr kol. 1526

Paweł BOBROWSKI

PROBLEM RÓWNOWAŻNOŚCI CHARAKTERYSTYK WYBRANYCH REGULATORÓW KONWENCJONALNYCH I ROZMYTYCH

Streszczenie. W pracy dokonano porównania charakterystyk regulatorów rozmytych typu P oraz PD z odpowiednimi charakterystykami regulatorów konwencjonalnych. W tym celu wyprowadzono analityczne postaci charakterystyk regulatorów rozmytych. Dokonano także analizy wpływu elementów mechanizmów inferencji i defuzyfikacji na jakość modelowania rozmytego.

INPUT - OUTPUT SURFACE EQUIVALENCE OF FUZZY MODELS OF CONTINUOUS CONTROLLERS

Summary. In the work there was given a comparison of input-output transformation surface of fuzzy P and PD controlers with appropriate continuous P and PD controllers. The input-output surfaces was analyticaly derived from the general assumptions for fuzzy systems. Additionaly an detailed analysis of inferention and defuzzification mechanisms influence on the modeling quality were performed.

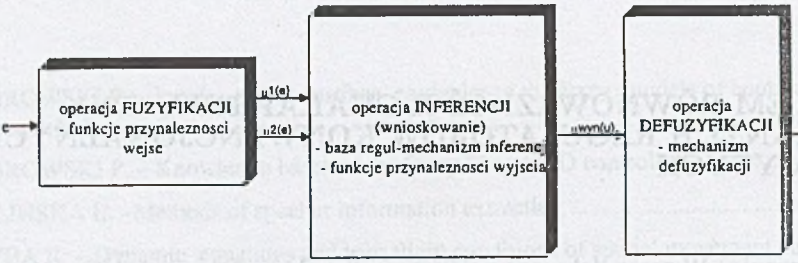
1. Wprowadzenie

Rozpatrzmy regulator statyczny, który w podejściu konwencjonalnym zdefiniowany jest przez zależność funkcyjną (charakterystykę) $u = f(e)$, gdzie e i u są odpowiednio sygnałem wejściowym oraz wyjściowym.

W przypadku regulatora proporcjonalnego (P) charakterystyka ta określona jest przez jeden parametr (wzmocnienie), w przypadku regulatora P z nasyceniem przez co najmniej dwa parametry, zaś w przypadku dowolnej funkcji przez odpowiednią tablicę oraz procedurę interpolacji.

Strojenie regulatora sprowadza się do określenia parametrów charakteryzujących funkcję $u = f(e)$ i jego trudność wzrasta wraz ze wzrostem liczby parametrów.

W przypadku opisu regulatora modelem rozmytym istnieje możliwość wykorzystania w sposób bezpośredni wiedzy ludzkiego operatora procesu. Jego struktura przedstawiona jest na rys. 1.



Rys. 1. Struktura modelu rozmytego
Fig. 1. Fuzzy model structure

Na wejście modelu podawana jest konkretna wartość sygnału e.

W bloku **Fuzyfikacja** wyznaczane są wartości stopni przynależności $\mu_i(e)$, $i = 1, 2, ..., n$ na podstawie wcześniej zdefiniowanych funkcji przynależności charakteryzujących sygnał wejściowy e.

W bloku **Inferencja** wyznaczana jest tzw. wynikowa funkcja przynależności sygnału wyjściowego u, oznaczona na rys 1 przez $\mu_{wyn}(u)$. Do jej wyznaczenia niezbędna jest znajomość bazy reguł, mechanizmu inferencyjnego oraz funkcji przynależności wyjścia $\mu(u)$.

W bloku **Defuzyfikacja** na podstawie postaci wynikowej funkcji przynależności $\mu_{wyn}(u)$ i zdefiniowanego sposobu defuzyfikacji obliczana jest konkretna wartość sygnału wyjściowego u.

Tak więc dla zadanych wartości sygnału wejściowego e model rozmyty generuje nierozmyte wartości sygnału wyjściowego u. Powstaje zatem odwzorowanie $u = f_r(e)$, zwane też charakterystyką przetwarzania. Dla modeli o dwu sygnałach wejściowych charakterystyka ta przedstawia powierzchnię odwzorowania wejścia - wyjścia.

Liczba parametrów (funkcji) potrzebnych do zdefiniowania regulatora rozmytego jest w oczywisty sposób większa od liczby parametrów występujących w regulatorze konwencjonalnym. Jednak wybór tych parametrów jest bardziej naturalny, gdyż można w nim uwzględnić istniejącą bazę wiedzy.

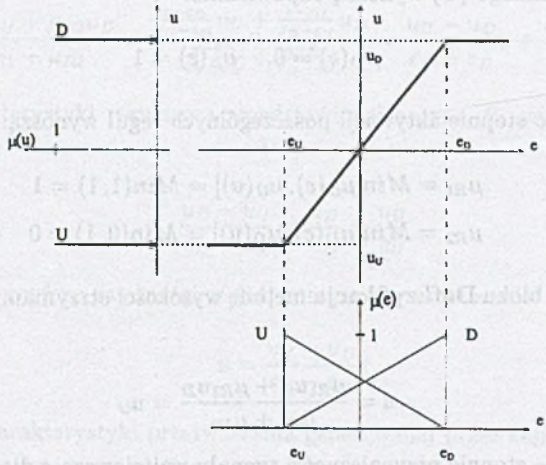
Powstają problemy związane między innymi z doborem reguł bazy wiedzy w celu uzyskania zadanej charakterystyki, z badaniem wpływu poszczególnych fragmentów regula-

tora rozmytego na postać charakterystyki przetwarzania oraz z możliwością wyznaczenia tej charakterystyki w postaci analitycznej.

W pracy podejmuje się próbę odpowiedzi na postawione wyżej zagadnienia. W szczególności zostaną wyprowadzone analityczne postaci charakterystyk przetwarzania dla modeli rozmytych regulatora proporcjonalnego z nasyceniem oraz dla regulatora PD.

2. Model rozmyty dla regulatora proporcjonalnego

Rozpatrzmy regulator proporcjonalny, którego charakterystyka statyczna $u = f(e)$ przedstawiana jest na rys. 2.



Rys. 2. Charakterystyka regulatora i funkcje przynależności modelu rozmytego
Fig. 2. The controller characteriscic and membership functions of the fuzzy model

Przy konstrukcji modelu rozmytego tego regulatora założymy, że funkcje przynależności wejścia $\mu(e)$ oraz wyjścia $\mu(u)$ mają postaci jak na rys. 2.

Założymy też, że

1. operator implikacji rozmytej $A \to B$ jest typu Mamdaniego, tzn., że
   $\mu_{A\to B}(x, y) = Min[\mu_A(x), \mu_B(y)]$,
2. wnioskowanie oparte jest na operatorach Min dla iloczynu oraz Max dla sumy zbiorów rozmytych, tzn., że
   $\mu_{A\cap B}(x) = Min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$ oraz $\mu_{A\cup B}(x) = Max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$,

3. agregacja przesłanek dokonywana jest za pomocą operatora Max,

4. defuzyfikacja dokonywana jest metodą wysokości [2].

Niech baza reguł w bloku **Inferencja** składa się z dwóch reguł o postaci:

$$R1: \text{Jeżeli } (e = U) \text{ To } (u = U) \tag{1}$$

$$R2: \text{Jeżeli } (e = D) \text{ To } (u = D) \tag{2}$$

W celu wyprowadzenia analitycznej postaci charakterystyki przetwarzania generowanej przez zaproponowany model rozmyty podzielmy zakres zmian sygnału wejściowego $e_U \leq e \leq e_D$ na trzy zakresy: $e \leq e_U$, $e_U < e < e_D$ oraz $e \geq e_D$.

W zakresie $e \leq e_U$ stopnie przynależności sygnału wejściowego e dla zbioru dodatniego (D) oraz zbioru ujemnego (U) wynoszą odpowiednio:

$$\mu_D(e) = 0, \quad \mu_U(e) = 1 \tag{3}$$

Wynikające z tego stopnie aktywacji poszczególnych reguł wynoszą:

$$\mu_{R1} = Min[\mu_U(e), \mu_U(u)] = Min(1,1) = 1 \tag{4}$$

$$\mu_{R2} = Min[\mu_D(e), \mu_D(u)] = Min(0,1) = 0 \tag{5}$$

Wykorzystując w bloku **Defuzyfikacja** metodę wysokości otrzymamy sygnał wyjściowy w postaci:

$$u = \frac{\mu_{R1} u_U + \mu_{R2} u_D}{\mu_{R1} + \mu_{R2}} = u_U \tag{6}$$

W zakresie $e \geq e_D$ stopnie przynależności sygnału wejściowego e dla zbioru dodatniego (D) oraz zbioru ujemnego (U) wynoszą odpowiednio:

$$\mu_D(e) = 1, \quad \mu_U(e) = 0 \tag{7}$$

Wynikające z tego stopnie aktywacji poszczególnych reguł wynoszą:

$$\mu_{R1} = Min[\mu_U(e), \mu_U(u)] = Min(0,1) = 0 \tag{8}$$

$$\mu_{R2} = Min[\mu_D(e), \mu_D(u)] = Min(1,1) = 1 \tag{9}$$

Wykorzystując w bloku **Defuzyfikacja** metodę wysokości otrzymamy sygnał wyjściowy w postaci:

$$u = \frac{\mu_{R1} u_U + \mu_{R2} u_D}{\mu_{R1} + \mu_{R2}} = u_D \tag{10}$$

W zakresie $e_U < e < e_D$ stopnie przynależności sygnału wejściowego e dla zbioru dodatniego (D) oraz zbioru ujemnego (U) wynoszą odpowiednio:

$$\mu_D(e) = \frac{e - e_U}{e_D - e_U}, \quad \mu_U(e) = \frac{e - e_D}{e_U - e_D} \tag{11}$$

Wynikające z tego stopnie aktywacji poszczególnych reguł wynoszą:

$$\mu_{R1} = Min[\mu_U(e), \mu_U(u)] = Min[\mu_U(e), 1] = \frac{e - e_D}{e_U - e_D} \tag{12}$$

$$\mu_{R2} = Min[\mu_D(e), \mu_D(u)] = Min[\mu_D(e), 1)] = \frac{e - e_U}{e_D - e_U} \tag{13}$$

Wykorzystując w bloku **Defuzyfikacja** metodę wysokości otrzymamy sygnał wyjściowy w postaci:

$$u = \frac{\mu_{R1} u_U + \mu_{R2} u_D}{\mu_{R1} + \mu_{R2}} = \frac{\frac{e-e_D}{e_U-e_D} u_U + \frac{e-e_U}{e_D-e_U} u_D}{\frac{e-e_D}{e_U-e_D} + \frac{e-e_U}{e_D-eU}} = \frac{u_U - u_D}{e_U - e_D} e + \frac{e_U u_D - e_D u_U}{e_U - e_D} \tag{14}$$

Z postaci charakterystyki regulatora przedstawionej na rys. 2. wynikają następujące zależności:

$$\frac{u_D - u_U}{e_D - e_U} = \frac{u_D}{e_D} = \frac{u_U}{e_U} \tag{15}$$

Wykorzystując powyższe zależności w (14) otrzymamy ostatecznie:

$$u = \frac{u_U - u_D}{e_U - e_D} e \tag{16}$$

Zatem postać charakterystyki przetwarzania generowanej przez zaprojektowany model rozmyty pokrywa się z charakterystyką regulatora.

Przedstawiona w powyższych rozważaniach baza wiedzy dla elementu proporcjonalnego jest bardzo prosta.

Zwiększając liczbę reguł w bazie wiedzy i odpowiednio dobierając funkcje przynależności można otrzymać charakterystykę odcinkami liniową jak na rys. 3 lub też charakterystykę odcinkowo liniową ze strefą nieczułości.

3. Model rozmyty dla regulatora PD

W poprzednim rozdziale zbudowano model rozmyty dla regulatora statycznego.

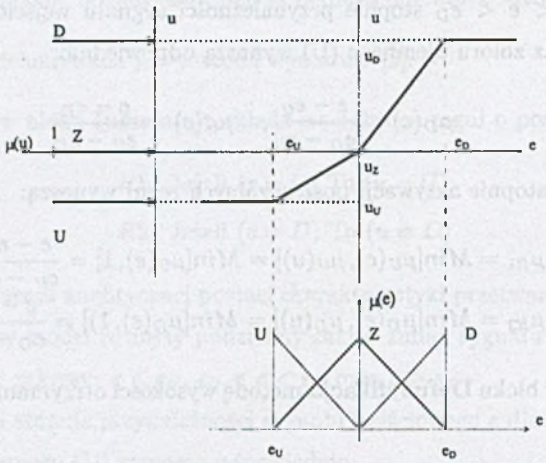


Fig. 3. Charakterystyka przetwarzania dla modelu rozmytego z trzema regułami
Fig. 3. Transfer function for three rules fuzzy model

Powstaje pytanie, czy można budować modele rozmyte dla regulatorów dynamicznych. Podstawowe problemy, jakie pojawiają się w tym przypadku, związane są głównie z konstrukcją bazy wiedzy, gdyż jej dobór rzutuje na kształt charakterystyki przetwarzania generowanej przez model rozmyty. Niezwykle interesującym zagadnieniem byłoby wyznaczenie analitycznej postaci tej charakterystyki i porównanie jej z charakterystyką regulatora, o ile jest ona znana.

W dalszych rozważaniach zostanie podjęta próba konstrukcji modelu rozmytego dla regulatora PD. Gotowe bazy reguł można też znaleźć w [1].

Podstawą do stworzenia bazy wiedzy dla regulatora rozmytego modelującego działanie elementu PD jest jego równanie opisujące zależność między sygnałem wejściowym e a sygnałem wyjściowym u w postaci:

$$u = k_P e + k_D \dot{e}, \tag{17}$$

gdzie k_P oraz k_D są znanymi współczynnikami, zaś $\dot{e}$ jest pochodną sygnału e podług czasu.

Z równania (17) wynika, że charakterystyka elementu PD, rozumiana jako zależność $u = f(e, \dot{e})$, jest płaszczyzną w układzie współrzędnych kartezjańskich $(e, \dot{e}, u)$, która przechodzi przez początek układu współrzędnych.

W dalszych rozważaniach przyjmiemy, dla ułatwienia rozważań, że k_P oraz k_D w równaniu (17) są równe jedności.

Będziemy więc rozważać element PD opisany równaniem

$$u = e + \dot{e} \tag{18}$$

Naszym zadaniem jest otrzymanie konstrukcji modelu rozmytego, który generuje charakterystykę przetwarzania odpowiadającą płaszczyźnie (18) lub bardzo do niej zbliżoną.

Równanie (18) sugeruje nam potrzebną liczbę sygnałów wejściowych do modelu rozmytego. Będzie to sygnał e i jego pochodna.

Za funkcje przynależności tych sygnałów przyjmijmy funkcje trójkątne przedstawione na rys. 4.

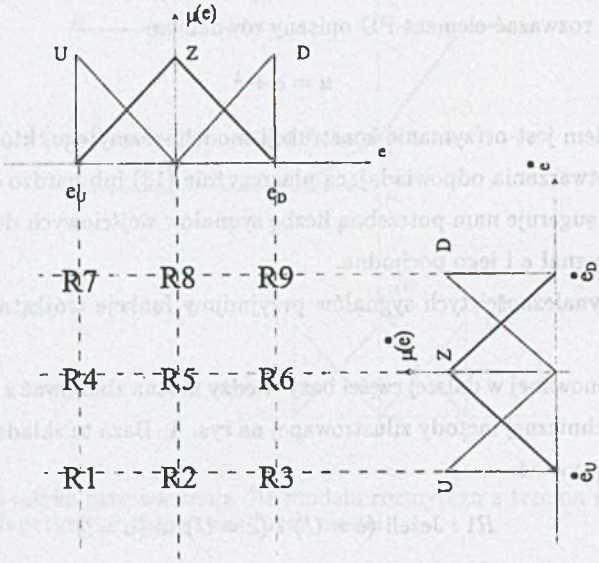
Postać zaproponowanej w dalszej części bazy wiedzy można zbudować z wykorzystaniem prostej mnemotechnicznej metody zilustrowanej na rys. 4. Baza ta składa się z dziewięciu reguł, które mają postać:

$$\begin{aligned}
&R1: \text{Jeżeli } (e = U) \text{ I } (\dot{e} = U) \text{ to } (u = ?)\\
&R2: \text{Jeżeli } (e = Z) \text{ I } (\dot{e} = U) \text{ to } (u = ?)\\
&R3: \text{Jeżeli } (e = D) \text{ I } (\dot{e} = U) \text{ to } (u = ?)\\
&R4: \text{Jeżeli } (e = U) \text{ I } (\dot{e} = Z) \text{ to } (u = ?)\\
&R5: \text{Jeżeli } (e = Z) \text{ I } (\dot{e} = Z) \text{ to } (u = ?)\\
&R6: \text{Jeżeli } (e = D) \text{ I } (\dot{e} = Z) \text{ to } (u = ?)\\
&R7: \text{Jeżeli } (e = U) \text{ I } (\dot{e} = D) \text{ to } (u = ?)\\
&R8: \text{Jeżeli } (e = Z) \text{ I } (\dot{e} = D) \text{ to } (u = ?)\\
&R9: \text{Jeżeli } (e = D) \text{ I } (\dot{e} = D) \text{ to } (u = ?)
\end{aligned} \tag{19}$$

W powyższych regułach znane są przesłanki, natomiast nieznane są konkluzje. Ich określenie polega na dopasowaniu charakterystyki obiektu i modelu rozmytego. Należy tak dobrać konkluzje, aby w punktach odpowiadających jądrom (wartościom maksymalnym funkcji przynależności) wartości obu charakterystyk były takie same. Dla uproszczenia załóżmy, że $|e_U| = |e_D| = |\dot{e}_U| = |\dot{e}_D| = e_m$. Wówczas płaszczyzna (18) przechodzi przez punkty $A(-e_m, -e_m, -2e_m)$, $B(0, -e_m, -e_m)$, $C(e_m, -e_m, 0)$, $D(-e_m, 0, -e_m)$, $E(0,0,0)$, $F(e_m, 0, e_m)$, $G(-e_m, e_m, 0)$, $G(0, e_m, e_m)$ oraz $H(e_m, e_m, 2e_m)$.

Z powyższego widać, że możliwych jest pięć wartości sygnału wyjściowego odpowiadających jądrom sygnałów wejściowych.

Postać otrzymanej w ten sposób bazy wiedzy można zilustrować na rys. 5, gdzie DD, D, Z, U oraz UU są zbiorami rozmytymi (singletonami) sygnału wyjściowego o wartościach



Rys. 4. Funkcje przynależności z zasadą tworzenia bazy reguł
Fig. 4. Input membership functions and the principle of knowledge base generation

$u_{UU} = -2e_m$, $u_U = -e_m$, $u_Z = 0$, $u_D = e_m$ oraz $u_{DD} = 2e_m$. Zgodnie z rys.5 np. reguła $R5$ ma postać:

$$R5: \text{Jeżeli } (e = Z) \text{ I } (\dot{e} = Z) \text{ to } (u = Z) \tag{20}$$

Obecnie wyprowadzimy analityczną postać funkcji przetwarzania $u = f_r(e, \dot{e})$ generowaną przez zaproponowany model rozmyty przy założeniach (1-4) sformułowanych dla regulatora proporcjonalnego.

W tym celu podzielmy zakresy zmian sygnałów wejściowych e i $\dot{e}$ na cztery mniejsze obszary: I, II, III oraz IV tak, jak to zostało przedstawione na rys. 6. Na rys. 6 widać, że w każdym z wydzielonych obszarów będą aktywowane tylko cztery z dziewięciu reguł opisanych przez (19).

Dla przykładu rozpatrzymy dokładnie powyższy problem dla obszaru III. Będą to reguły:

$$R1: \text{Jeżeli } (e = U) \text{ I } (\dot{e} = U) \text{ to } (u = UU)$$

$$R4: \text{Jeżeli } (e = U) \text{ I } (\dot{e} = Z) \text{ to } (u = U)$$

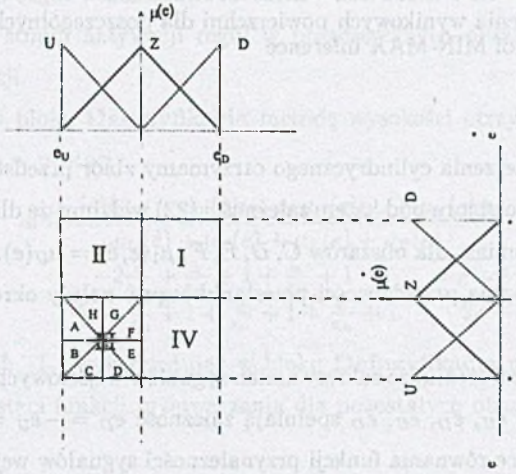
$\dot{e}$			
D	Z	D	DD
Z	U	Z	D
U	UU	U	Z
	U	Z	D	e

Rys. 5. Baza reguł modelu rozmytego
Fig. 5. The fuzzy model knowledge base

$$R2: \text{ Jeżeli } (e = Z) \text{ I } (\dot{e} = U) \text{ to } (u = U)$$
$$R5: \text{ Jeżeli } (e = Z) \text{ I } (\dot{e} = Z) \text{ to } (u = Z) \tag{21}$$

Dla każdej z reguł należy wyznaczyć stopnie prawdziwości ich przesłanek i stopnie ich aktywacji.

Obecnie dokładnie przedstawimy sposób wyznaczania stopnia prawdziwości przesłanki $(e = U)$ I $(\dot{e} = U)$ dla reguły $R1$ i wyznaczania jej stopnia aktywacji.

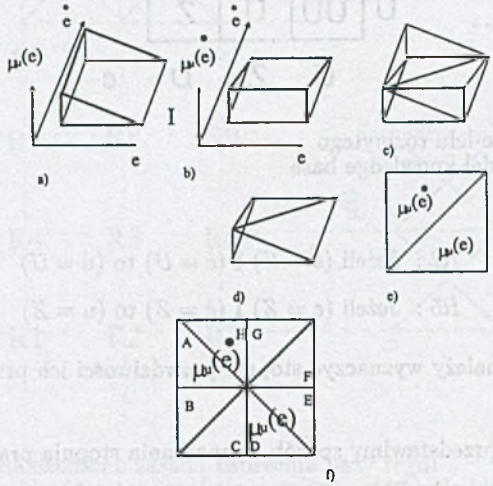


Rys. 6. Zasada tworzenia reguł dla obszaru III
Fig. 6. The rule generation principle for III region

Tak więc dla reguły $R1$ stopień prawdziwości jej przesłanki $\mu_1(e, \dot{e})$ wyznaczymy z zależności:

$$\mu_1(e, \dot{e}) = Min[\mu_U(e), \mu_U(\dot{e})] \tag{22}$$

Wielkości te wyznaczymy po wcześniejszym dokonaniu rozszerzenia cylindrycznego [5, 3] zbiorów rozmytych $U(e)$ oraz $U(\dot{e})$ (rys. 7a, 7b) na płaszczyznę iloczynu kartezjańskiego zmiennych e oraz $\dot{e}$, oraz podziale obszaru III na „podobszary" oznaczone na rys. 6 dużymi literami A, B, C, D, E, F, G oraz H.



Rys. 7. Zasada tworzenia wynikowych powierzchni dla poszczególnych reguł
Fig. 7. The principle of MIN-MAX inference

Po dokonaniu rozszerzenia cylindrycznego otrzymamy zbiór przedstawiony na rys. 7c. Dokonując analizy tego zbioru pod kątem zależności (22) widzimy, że dla obszarów A, B, G, H, $\mu_1(e, \dot{e}) = \mu_U(\dot{e})$, natomiast dla obszarów C, D, E, F, $\mu_1(e, \dot{e}) = \mu_U(e)$.

Po wyznaczeniu stopnia prawdziwości przesłanki reguły należy określić stopień jej aktywacji.

Przy poczynionym założeniu, że zakresy zmian sygnałów wejściowych e oraz $\dot{e}$ oznaczone na rys.4 odpowiednio e_U, e_D, $\dot{e}_U$, $\dot{e}_D$ spełniają zależność $e_D = -e_U = \dot{e}_D = -\dot{e}_U = e_m$, otrzymamy następujące równania funkcji przynależności sygnałów wejściowych:

$$\begin{aligned}
\mu_U(e) &= -\frac{e}{e_m} \\
\mu_Z(e) &= \frac{e}{e_m} + 1 \\
\mu_U(\dot{e}) &= -\frac{\dot{e}}{e_m} \\
\mu_Z(e) &= \frac{\dot{e}}{e_m} + 1
\end{aligned} \tag{23}$$

Tabela 1

Reguła	A	B	C	D	E	F	G	H
R1	$\mu_U(\dot{e})$	$\mu_U(\dot{e})$	$\mu_U(e)$	$\mu_U(e)$	$\mu_U(e)$	$\mu_U(e)$	$\mu_U(\dot{e})$	$\mu_U(\dot{e})$
R4	$\mu_Z(\dot{e})$	$\mu_Z(\dot{e})$	$\mu_Z(\dot{e})$	$\mu_Z(\dot{e})$	$\mu_U(e)$	$\mu_U(e)$	$\mu_U(e)$	$\mu_U(e)$
R2	$\mu_Z(e)$	$\mu_Z(e)$	$\mu_Z(e)$	$\mu_Z(e)$	$\mu_U(\dot{e})$	$\mu_U(\dot{e})$	$\mu_U(\dot{e})$	$\mu_U(\dot{e})$
R5	$\mu_Z(e)$	$\mu_Z(e)$	$\mu_Z(\dot{e})$	$\mu_Z(\dot{e})$	$\mu_Z(\dot{e})$	$\mu_Z(\dot{e})$	$\mu_Z(e)$	$\mu_Z(e)$

Stopień aktywacji reguły $R1$ dla obszarów A, B, H, G wyznaczymy z zależności:

$$\mu_{R1}(e,\dot{e}) = Min[\mu_1(e,\dot{e}), \mu_{UU}(u)] = Min[\mu_U(\dot{e}), \mu_{UU}(u)] = -\frac{\dot{e}}{e_m}, \tag{24}$$

natomiast stopień aktywacji reguły R1 dla obszarów C, D, E, F wyznaczymy z zależności:

$$\mu_{R1} = Min[\mu_1(e,\dot{e}), \mu_{UU}(u)] = Min[\mu_U(e), \mu_{UU}(u)] = -\frac{e}{e_m} \tag{25}$$

Podobnie możemy wyznaczyć stopnie przynależności oraz stopnie aktywacji reguł $R4$, $R2$ oraz $R5$.

Stopnie aktywacji reguł w obszarze III zostały zebrane w tab. 1.

Po wyznaczeniu stopni aktywacji reguł w poszczególnych obszarach należy dokonać operacji defuzyfikacji.

Wykorzystując w bloku **Defuzyfikacja** metodę wysokości otrzymamy dla obszaru A sygnał wyjściowy u w postaci:

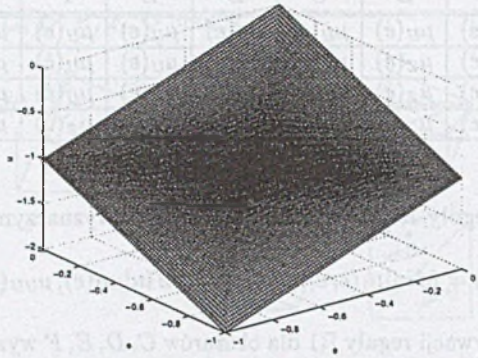
$$\begin{aligned} u &= \frac{\mu_U(\dot{e})u_{UU} + \mu_Z(\dot{e})u_U + \mu_Z(e)u_U + \mu_Z(e)u_Z}{\mu_U(\dot{e}) + \mu_Z(\dot{e}) + \mu_Z(e) + \mu_Z(e)} = \\ &= \frac{-2\frac{\dot{e}}{e_m} + \frac{\dot{e}}{e_m} + 1 + \frac{e}{e_m} + 1}{-\frac{\dot{e}}{e_m} + \frac{\dot{e}}{e_m} + 1 + \frac{e}{e_m} + 1 + \frac{e}{e_m} + 1} = \frac{-e + \dot{e} + 2e_m}{2e + 3e_m} \end{aligned} \tag{26}$$

Korzystając z tab. 1 i wykorzystując w bloku **Defuzyfikacja** metodę wysokości możemy otrzymać postaci funkcji przetwarzania dla pozostałych obszarów B, C, D, E, F, G oraz H.

Podobne rozważania można powtórzyć dla obszarów I, II oraz IV.

Dysponując analityczną postacią powierzchni odwzorowania można zauważyć, że nie jest ona płaszczyzną. Jednak w punktach brzegowych oraz w punktach, dla których zdefiniowane są reguły, wartości tej charakterystyki są takie same jak wartości (18).

Na rys. 8 przedstawiono wykres otrzymanej charakterystyki przetwarzania modelu rozmytego obowiązującej dla obszaru III. Z rysunku można wysnuć wniosek, że jej kształt dobrze przybliża płaszczyznę (18).



Rys. 8. Charakterystyka przetwarzania modelu rozmytego dla obszaru III
Fig. 8. Fuzzy model input-output surface for region III

Na rys. 9 przedstawiono powierzchnię reprezentującą różnicę między obu charakterystykami przetwarzania, która świadczy o tym, że powierzchnia na rys. 8 nie jest płaszczyzną.

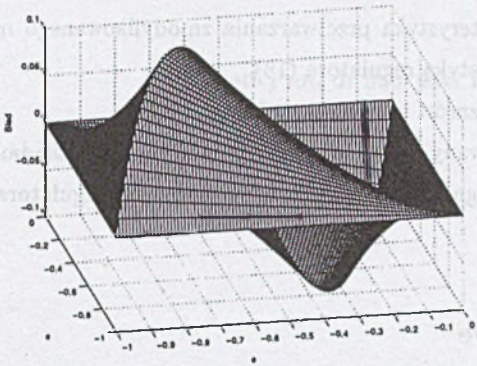
4. Charakterystyka przetwarzania dla regulatora PD przy zmienionym modelu rozmytym

Obecnie zbadamy wpływ zmiany założeń, przy których zbudowano model rozmyty dla regulatora PD, na kształt charakterystyki przetwarzania.

Zmodyfikowany model rozmyty będzie różnił się jedynie zmienionym mechanizmem wnioskowania.

Niech operatorem implikacji rozmytej oraz operatorem iloczynu zbiorów rozmytych będzie operator typu $Prod$, zdefiniowany odpowiednio jako $\mu_{A\to B}(x,y) = Prod(A \to B) = \mu_A(x)\mu_B(y)$ oraz $\mu_{A\cap B}(x) = Prod[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x)\mu_B(x)$.

Model ten jest dużo prostszy do analizy, gdyż nie musimy badanego obszaru dzielić na podobszary i badać w nich wzajemnych zależności pomiędzy funkcjami przynależności. Taki podział był „wymuszany"przez operator Min.



Rys. 9. Różnica charakterystyk przetwarzania regulatora i jego modelu rozmytego dla obszaru III
Fig. 9. Input-output space difference for continuous and fuzzy controler

Do celów porównawczych wyznaczymy powierzchnię odwzorowania w obszarze A, z rys. 6.

W obszarze tym charakterystyka przetwarzania będzie miała postać (26), tzn.:

$$u = \frac{\mu_U(\dot{e})u_{UU} + \mu_Z(\dot{e})u_U + \mu_Z(e)u_U + \mu_Z(e)u_Z}{\mu_U(\dot{e}) + \mu_Z(\dot{e}) + \mu_Z(e) + \mu_Z(e)} \tag{27}$$

Ze względu na zmianę operatora iloczynu zbiorów rozmytych zmienią się stopnie aktywacji reguł.

W naszym przypadku otrzymamy:

$$u(e,\dot{e}) = \frac{(-\frac{e}{e_m})(-\frac{\dot{e}}{e_m})u_{UU} + (-\frac{e}{e_m})(\frac{\dot{e}}{e_m}+1)u_U + (\frac{e}{e_m}+1)(-\frac{\dot{e}}{e_m})u_U + (\frac{e}{e_m}+1)(\frac{\dot{e}}{e_m}+1)u_Z}{(-\frac{e}{e_m})(-\frac{\dot{e}}{e_m}) + (-\frac{e}{e_m})(\frac{\dot{e}}{e_m}+1) + (\frac{e}{e_m}+1)(-\frac{\dot{e}}{e_m}) + (\frac{e}{e_m}+1)(\frac{\dot{e}}{e_m}+1)} \tag{28}$$

Po przekształceniach otrzymamy:

$$u(e,\dot{e}) = \frac{e\dot{e}}{e_m^2}u_{UU} - (2\frac{e\dot{e}}{e_m^2} + \frac{e}{e_m} + \frac{\dot{e}}{e_m}) \tag{29}$$

Otrzymana zależność przedstawia funkcję nieliniową.

Z bazy reguł wynika jednak, że

$$u_{UU} = 2u_U \tag{30}$$

Wstawiając (30) do (29) i przyjmując za $e_m = 1$ otrzymamy:

$$u(e, \dot{e}) = e + \dot{e} \tag{31}$$

Widzimy, że charakterystyka przetwarzania zmodyfikowanego modelu rozmytego pokrywa się z charakterystyką regulatora (18).

Dla pozostałych obszarów uzyskamy podobne wyniki.

Tak więc zmodyfikowany model rozmyty generuje płaszczyznę pokrywającą się w zadanym zakresie zmian sygnałów e oraz $\dot{e}$ z charakterystyką regulatora (18).

5. Uwagi końcowe

W pracy zaproponowano modele rozmyte dla regulatora proporcjonalnego z nasyceniem oraz regulatora PD. Wyprowadzono też analityczne postaci charakterystyk przetwarzania generowanych przez te modele. Pokazano, że charakterystyka przetwarzania dla modelu rozmytego regulatora proporcjonalnego dokładnie pokrywa się z jego charakterystyką statyczną, natomiast powierzchnia generowana przez model rozmyty regulatora PD jest nieliniowa, ale dobrze przybliża odpowiednio zdefiniowaną charakterystykę regulatora. Zbadano też wpływ zmiany modelu rozmytego na jego jakość działania. Pokazano, że zmodyfikowany model rozmyty generuje charakterystykę pokrywająca się z charakterystyką regulatora.

Literatura

1. Driankow D.,Hellendorn H., Reinfrank M.: Wprowadzenie do sterownia rozmytego, Wydawnictwo Naukowo - Techniczne, Warszawa 1996.

2. Osowski S.: Sieci neuronowe do przetwarzania informacji , Oficyna Wydawnicza Polit. Warszawskiej, Warszawa 2000,

3. Piegat A.: Modelowanie i sterowanie rozmyte , Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT , Warszawa 1999,

4. Rutkowska D.: Inteligentne systemy obliczeniowe. Algorytmy genetyczne i sieci neuronowe , Akademicka Oficyna Wydawnicza, Warszawa 1997,

5. Yager R., Filew D.: Podstawy modelowania i sterowania rozmytego , WNT, Warszawa 1995.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Konrad Wojciechowski

Wpłynęło do Redakcji 15.06.2001

Abstract

The derivation of functions representing an input-output surface of the fuzzy model is in general very complicated. This paper shows how to derive this functions for simple one- and two-dimensional models which are representing P and PI controllers.
Thus obtained functions are used for fuzzy models accuracy testing. The basic effort of this testing is the error surface that represents the difference between PI controller and it's fuzzy model.
The accuracy of modeling is performed for two sets of operators i.e. MIN-MAX and PROD-PROBOR. This shows that for input-output surfaces modeling that are represented by the plane the fuzzy model with PROD-PROBOR operators gives the best, no error accuracy.