

Roman CZYBA, Marian BŁACHUTA

## STEROWANIE RUCHEM PRZESTRZENNYM MODELU SAMOŁOTU Z WYKORZYSTANIEM METODY KONTRAKCJI DYNAMICZNEJ

**Streszczenie.** Artykuł dotyczy syntezy sterowania ruchem modelu samolotu w przestrzeni 3D metodą kontrakcji dynamicznej DCM (ang. Dynamic Contraction Method). W pracy przedstawiono opis metody, zaprezentowano zadanie sterowania oraz przedstawiono etapy projektowania regulatorów dla przykładowego modelu samolotu klasy F-16. Omówiono również trudności i ograniczenia, jakie wystąpiły przy projektowaniu i modelowaniu złożonych struktur, a także sposób rozwiązania zaistniałych problemów. W końcowym etapie zaprezentowano wyniki symulacji, które wykonano w układzie zamkniętym z układem sterowania DCM. Pokazano również możliwość kształtowania dynamiki wielkości zadawanej.

## SPATIAL MOVEMENT CONTROL OF AIRCRAFT MODEL BASED ON THE DYNAMIC CONTRACTION METHOD

**Summary.** In the paper the synthesis of a spatial movement control of aircraft model based on the Dynamic Contraction Method is presented. The description of DCM method was included, and the control task was introduced with the stages of regulators design for the exemplary F-16 aircraft model. The difficulties and obstacles that occurred in complex structures design and modeling were discussed as well as the ways to solve the existing problems. Finally, the results of simulations performed in the closed-loop system with DCM structure were presented. The possibility to create the dynamics of set value is also discussed.

### 1. Wstęp

Pierwsze próby projektowania regulatorów dla nieliniowych układów podejmowane były na podstawie teorii systemów o zmiennej strukturze VSS (ang. Variable Structure Systems) [12]. Zasadniczą cechą tego sterowania jest to, że faza poślizgu ruchu systemu jest niewrażliwa na zakłócenia i zmiany parametrów układu. Innym rozwiązaniem jest użycie metod bazujących na nieliniowej odwrotnej dynamice NID (ang. Non-linear Inverse Dynamics) [1].

Rozwiązanie tego problemu z użyciem GDM (ang. Gradient Descent Method) zostało przedstawione w [7]. Innym rozwiązaniem problemu odwrotnych dynamik, przy założeniu o niekompletnej informacji o zmieniających się parametrach układu i zewnętrznych zakłóceniach, jest zastosowanie metody lokalizacji LM (ang. Localization Method) [13]. Wyróżniającą cechą prawa sterowania LM jest zastosowanie wysokiego rzędu pochodnych wraz z dużym wzmocnieniem. Uogólnieniem i dalszym rozwinięciem LM jest metoda kontrakcji dynamicznej (ang. Dynamic Contraction Method), przedstawiona w [2],[3], która pozwala na kształtowanie pożądanego przebiegu wyjść dla obiektów nieliniowych i niestacjonarnych przy założeniu, że informacja o zmieniających się parametrach układu i zewnętrznych zakłóceniach jest niekompletna.

Celem niniejszej pracy jest zastosowanie metody kontrakcji dynamicznej (DCM) do sterowania ruchem samolotu na przykładzie modelu F-16. Zadanie sterowania jest sformułowane jako problem nadążania za zmianami aerodynamicznych zmiennych stanu: prędkości samolotu  $V_\alpha$ , kąta natarcia  $\alpha$ , kąta ślizgu  $\beta$  oraz jednego z kątów Eulera - kąta przechylenia  $\phi$ . Takiego wyboru zmiennych regulowanych dokonano ze względu na to, iż prędkość lotu  $V_\alpha$  oraz kąty natarcia  $\alpha$  i ślizgu  $\beta$  są zmiennymi aerodynamicznymi bezpośrednio związanymi z powstawaniem warunków pozwalających na lot samolotu, natomiast kąt przechylenia  $\phi$  umożliwia wykonywanie zakrętów. Realizacja sterowania dla tych wielkości w zupełności wystarcza do tego, by utrzymać samolot w powietrzu.

## 2. Metoda kontrakcji dynamicznej (*Dynamic Contraction Method (DCM)*)

Do opisu metody wykorzystano publikację V.D. Yurkevicha [14]. Rozważamy nieliniowy, niestacjonarny układ opisany równaniami:

$$\dot{x}^{(1)}(t) = h(x(t), u(t), t) \quad (2.1)$$

$$y(t) = g(t, x(t)), \quad (2.2)$$

gdzie:

$x(0) = x_c$  - warunek początkowy,

$x(t)$  -  $n$  - wymiarowy wektor stanu,

$y(t)$  -  $p$  - wymiarowy wektor wyjścia,

$u(t)$  -  $p$  - wymiarowy wektor sterowania.



Zakładamy, że pierwsze  $m-1$  pochodnych po czasie wyjścia nie zależą jawnie od wektora sterowania oraz

$$y^{(m)}(t) = f(t, x(t)) + B(t, x(t))u(t) \quad (2.3)$$

Zakładamy, że model odniesienia dla przejściowego przebiegu  $y(t)$  jest dany w postaci wektorowego równania różniczkowego

$$y^{(m)}(t) = F(\bar{y}(t), r(t)), \quad (2.4)$$

gdzie:

$$\bar{y}(t) = [y', y^{(2)}, \dots, y^{(m-1)}]'$$

$r(t)$  jest wartością odniesienia.

Równanie (2.4) może być również przedstawione w postaci liniowego równania wektorowego:

$$y^{(m)} = -\sum_{i=0}^{m-1} \alpha_i y^{(i)} + \beta_0 r \quad (2.5)$$

Jeżeli  $\alpha_{m-1}, \dots, \alpha_0$  są macierzami diagonalnymi, wówczas przejściowe składniki  $y$  są z założenia wzajemnie niezależne. Dodatkowo, jeżeli  $\beta_0$  jest macierzą diagonalną, wtedy wymagamy odsprężenia kanałów sterowania. Oznaczamy błąd śledzenia jako:

$$\Delta(t) = r(t) - y(t) \quad (2.6)$$

Zadanie sterowania układem polega na tym, aby

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta(t) = 0 \quad (2.7)$$

Przejściowy przebieg  $y(t)$  powinien spełniać równanie (2.4) oraz powinien być niezależny od zewnętrznych zakłóceń lub od możliwych zmian parametrów w równaniach (2.1), (2.2).

Oznaczamy:

$$\Delta^r = F(\bar{y}(t), r(t)) - y^{(m)}(t) \quad (2.8)$$

Zatem równanie (2.4) definiujące pożądaną dynamikę, jest spełnione wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\Delta^r(x(t), \bar{y}(t), r(t), u(t), t) = 0 \quad (2.9)$$

Pierwiastek równania (2.9) jest rozwiązaniem problemu sterowania. Znalezienie tego pierwiastka jest możliwe dzięki następującym metodom:

## 2.1. Metoda nieliniowej odwrotnej dynamiki (*Non-linear Inverse Dynamics Method*)

Metoda ta bazuje na analitycznym rozwiązaniu równania (2.9). Mamy:

$$u(t) = u^o(t) \quad (2.10)$$

Następnie korzystamy z wyrażeń (2.3), (2.4), (2.10), co prowadzi do:

$$u^o(t) = B(t, x)^{-1} [F(\bar{v}(t), r(t)) - f(t, x(t))] \quad (2.11)$$

Powyższe prawo sterowania może być stosowane tylko wtedy, gdy posiadamy pełną informację o zakłóceniach, parametrach modelu oraz stanie układu (2.1), (2.2).

## 2.2. Metoda kontrakcji dynamicznej (*DCM*)

Oznaczamy:

$$u(t) = K_0 K_1 v(t), \quad (2.12)$$

gdzie:

$K_1$  jest macierzą diagonalną,

$v(t)$  jest nowym wejściem.

Rozwiązanie równania (2.9) jest stabilnym punktem równowagi następującego równania:

$$\begin{aligned} \mu^q v^{(q)} + \sum_{i=0}^{q-1} \mu^i d_i v^{(i)} &= k \Delta^k \\ \bar{v}(0) &= \bar{v}_0, \end{aligned} \quad (2.13)$$

gdzie:

$$\bar{v}(t) = [v, v^{(1)}, \dots, v^{(q-1)}],$$

$\mu$  - mały dodatni parametr  $\mu > 0$ ,

$d_{q-1}, \dots, d_0$  są macierzami diagonalnymi,

$k$  - wzmocnienie.

Gromadząc równania (2.4), (2.5) oraz (2.13) otrzymamy dynamiczne prawo sterowania:

$$\sum_{i=0}^q \mu^i d_i v^{(i)} = k \left[ \beta_0 r - \sum_{i=0}^m \alpha_i y^{(i)} \right] \quad (2.14)$$

Przy założeniu, że  $q \geq m$ , prawo sterowania określone wzorem (2.14) może być zrealizowane bez użycia elementów różniczkujących.

Istotą metody kontrakcji dynamicznej (DCM) jest separacja czasowa. Zakładamy, że istnieją dwie skale czasowe, które pozwalają na oddzielną analizę szybkiego i wolnego ruchu



w układzie zamkniętym. Szybki ruch odnosi się zasadniczo do przebiegów w regulatorze, natomiast wolny ruch odnosi się do obiektu.

### 2.2.1. Szybki ruch (Fast motion)

Podstawiając (2.12) do (2.3) otrzymamy równanie, które wraz z równaniem (2.13) tworzy układ równań zamkniętego systemu:

$$y^{(m)}(t) = f(t, x(t)) + B(t, x(t))K_0 K_1 v(t) \quad (2.15)$$

$$\mu^q v^{(q)} + \sum_{i=0}^{q-1} \mu^i d_i v^{(i)} = k \mathcal{D}^F \quad (2.16)$$

Równanie (2.16) opisujące dynamiczne prawo sterowania w układzie zamkniętym może być wyrażone w innej postaci, po podstawieniu  $\mathcal{D}^F$  ze wzoru (2.8) :

$$\mu^q v^{(q)} + \sum_{i=0}^{q-1} \mu^i d_i v^{(i)} = k [F(\bar{y}(t))r(t) - y^{(m)}(t)] \quad (2.17)$$

Ponieważ  $y^{(m)}(t)$  jest wyrażone wzorem (2.15), zatem (2.17) przyjmuje postać:

$$\mu^q v^{(q)} + \sum_{i=0}^{q-1} \mu^i d_i v^{(i)} = kF(\bar{y}(t))r(t) - kf(t, x(t)) - kBK_0 K_1 v \quad (2.18)$$

Przekształcając powyższe równanie otrzymamy:

$$\mu^q v^{(q)} + \mu^{q-1} d_{q-1} v^{(q-1)} + \dots + \delta_0 v = k [F(\bar{y}(t))r(t) - f(t, x(t))], \quad (2.19)$$

gdzie:

$$\delta_0 = d_0 + kB(t, x(t))K_0 K_1.$$

Zakładamy, że:  $\det(B(t, x(t))) \neq 0$ ,  $|f_i(t, x)| \leq f_i^{max}$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ ,

$K_0 = B^{-1}$ , gdyż macierz  $BK_0$  powinna być macierzą diagonalną.

Wprowadźmy teraz nową szybką skalę czasu  $\tau = \frac{t}{\mu}$  do równań układu zamkniętego (2.15), (2.19). Znajdując granicę  $\mu \rightarrow 0$  w (2.15) oraz (2.19), wracamy do pierwotnej skali czasowej  $t = \tau \mu$  i otrzymujemy następujący szybki ruch podukładu:

$$\sum_{i=1}^q \mu^i d_i v^{(i)} + \delta_0 v = k [F(\bar{y}(t))r(t) - f(t, x(t))], \quad (2.20)$$

gdzie:

$$\bar{v}(0) = \bar{v}_0.$$

Zakładamy również, że wektor stanu układu (2.1) podczas zmieniających się przebiegów podsystemu (2.20) jest stały. Stabilność asymptotyczna i żądane cechy stanów przejściowych

$v(t)$  mogą być osiągnięte poprzez właściwy dobór parametrów  $k, \mu, d_0, \dots, d_{q-1}$ . Gdy  $v(t)$  osiągnie stan ustalony (quasi ustalony) w (2.20), wówczas:

$$v(t) = v'(t), \quad (2.21)$$

gdzie:

$$v' = k\delta_0^{-1} [F(\bar{y}(t), r(t)) - f(t, x(t))]$$

Oznaczamy:

$$u^o(t) = K_0 K_1 v^o(t) \quad (2.22)$$

gdzie  $u^o(t)$  wynika z (2.11). Wówczas otrzymujemy:

$$v^s = v^o + \delta_0^{-1} d_0 [BK_0 K_1]^{-1} [f(t, x(t)) - F(\bar{y}(t), r(t))] \quad (2.23)$$

### 2.2.2. Wolny ruch (Slow motion)

Jeżeli szybki ruch podukładu (2.20) osiągnie stan ustalony, wtedy równanie układu zamkniętego:

$$y^{(m)} = F(\bar{y}(t), r(t)) + k^{-1} d_0 [k^{-1} d_0 + BK_0 K_1]^{-1} [f(t, x(t)) - F(\bar{y}(t), r(t))] \quad (2.24)$$

jest równaniem wolnego podukładu. Jeżeli  $d_0 = 0$  lub  $k \gg 1$ , wówczas wolny ruch podukładu (2.24) zbliża się do postaci (2.4).

## 3. Projektowanie układu sterowania samolotu F-16

Zwiększenie możliwości modyfikacji właściwości dynamicznych samolotu stwarzają układy odległościowego sterowania (*ang. FBW - Fly by Wire*) [10],[11], w których nie zachodzi bezpośredni związek pomiędzy przemieszczeniem sterownicy a wychyleniem płaszczyzny sterowej. W artykule tym przedstawiono sposób projektowania takiego układu sterowania, wykorzystując metodę kontrakcji dynamicznej. Omówiono również trudności i ograniczenia, jakie wystąpiły przy modelowaniu złożonych struktur, a także sposób rozwiązania zaistniałych problemów.

### 3.1. Określenie zadania sterowania

Zadanie sterowania jest sformułowane jako problem śledzenia aerodynamicznych zmiennych stanu - prędkości samolotu  $V_\infty$ , kąta natarcia  $\alpha$ , kąta ślizgu  $\beta$  oraz kąta przechylenia  $\phi$ .



$$\lim_{t \rightarrow \infty} [V_{\alpha_0}(t) - V_{\alpha}(t)] = 0 \quad (3.1)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\alpha_0(t) - \alpha(t)] = 0 \quad (3.2)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\beta_0(t) - \beta(t)] = 0 \quad (3.3)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\phi_0(t) - \phi(t)] = 0, \quad (3.4)$$

gdzie:

$V_{\alpha_0}(t), \alpha_0(t), \beta_0(t), \phi_0(t)$  - są przebiegami wartości zadanych zmierzającymi do wartości stałych  $V_{\alpha_0}, \alpha_0, \beta_0, \phi_0$ .

Ponadto wymagamy, aby przebiegi przejściowe miały żądane właściwości dynamiczne, były wzajemnie niezależne oraz niezależne od zmiany parametrów samolotu. W układzie sprzężenia zwrotnego wielkościami mierzonymi są:

- $V_{\alpha}$  - prędkość lotu
- $\alpha$  - kąt natarcia
- $\beta$  - kąt ślizgu
- $\phi$  - kąt przechylenia

Natomiast wielkościami sterującymi są:

- $\delta_T$  - przemieszczenie dźwigni ciągu silnika
- $\delta_H$  - wychylenie steru wysokości
- $\delta_K$  - wychylenie steru kierunku
- $\delta_L$  - wychylenie lotek

### 3.2. Projektowanie regulatora

Model matematyczny samolotu F-16 przedstawia układ dwunastu nieliniowych równań stanu (szczegółowy opis zamieszczono w [4]):

$$\dot{V}_{\alpha} = g_1 + \cos \alpha \cos \beta \frac{F_{XT}}{m} + \frac{1}{2m} \rho V_{\alpha}^2 S (\cos \alpha \cos \beta c_x + \sin \beta c_y + \sin \alpha \cos \beta c_z) \quad (3.5)$$

$$\dot{\beta} = -R_w + \frac{g_2}{V_{\alpha}} - \cos \alpha \sin \beta \frac{F_{XT}}{m V_{\alpha}} + \frac{1}{2m} \rho V_{\alpha} S (\cos \beta c_y - \cos \alpha \sin \beta c_x - \sin \alpha \sin \beta c_z) \quad (3.6)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{Q_w}{\cos \beta} + \frac{g_3}{\cos \beta V_{\alpha}} - \frac{\sin \alpha F_{XT}}{\cos \beta m V_{\alpha}} + \frac{1}{2m} \rho \frac{V_{\alpha}}{\cos \beta} S (\cos \alpha c_z - \sin \alpha c_x) \quad (3.7)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{P} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (c_2 P + c_1 R + c_4 M_{ohr}) Q \\ (c_3 P - c_7 M_{ohr}) R + c_6 (R^2 - P^2) \\ (c_8 P - c_2 R + c_9 M_{ohr}) Q \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \rho V_\alpha^2 S \begin{bmatrix} c_3 b & 0 & c_4 b \\ 0 & c_1 c & 0 \\ c_4 b & 0 & c_9 b \end{bmatrix} \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = T_\omega \begin{pmatrix} P \\ Q \\ R \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_E \\ \dot{y}_E \\ \dot{z}_E \end{pmatrix} = L^T_{H'} \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

W powyższych równaniach pominięto dynamikę elementów wykonawczych.

Pierwszym krokiem w realizacji sterowania z wykorzystaniem DCM jest określenie rzędu pochodnej wyjścia, która zależy w sposób jawny od sterowania. Na podstawie równań (3.5-7) określających  $\dot{V}_\alpha, \dot{\beta}, \dot{\alpha}$ , uwzględniając współczynniki sił [4]:

$$c_x = c_x(\alpha, \delta_H) + cQ \frac{1}{2V_\alpha} D_1(\alpha) \quad (3.11)$$

$$c_y = c_y(\beta, \delta_l, \delta_K) + b \frac{1}{2V_\alpha} [D_2(\alpha)R + D_4(\alpha)P] \quad (3.12)$$

$$c_z = c_z(\alpha, \beta, \delta_H) + cQ \frac{1}{2V_\alpha} D_4(\alpha) \quad (3.13)$$

i momentów sił [4]:

$$m_x = m_x(\alpha, \beta) + dlda(\alpha, \beta) \frac{\delta_l}{20} + dl dr(\alpha, \beta) \frac{\delta_K}{30} + b \frac{1}{2V_\alpha} [D_5(\alpha)R + D_6(\alpha)P] \quad (3.14)$$

$$m_y = m_y(\alpha, \delta_H) + cQ \frac{1}{2V_\alpha} D_7(\alpha) + c_z(x_{cx} - x_{cy}) \quad (3.15)$$

$$m_z = m_z(\alpha, \beta) + dnda(\alpha, \beta) \frac{\delta_l}{20} + ndr(\alpha, \beta) \frac{\delta_K}{30} + b \frac{1}{2V_\alpha} [D_8(\alpha)R + D_9(\alpha)P] + \\ - c_y \frac{c}{b} (x_{cy} - x_{cz}) \quad (3.16)$$

stwierdzamy, że już przy pierwszej pochodnej po czasie wyjścia istnieje związek pomiędzy sterowaniem a wielkościami regulowanymi. Jednakże ze względu na specyficzną strukturę równań (3.11-13), zaproponowaną przez autorów [8], nie jesteśmy w stanie zapisać tych zależności algebraicznie. Tkwią one w tablicach danych doświadczalnych charakterystyk aerodynamicznych  $c_x(\alpha, \delta_H)$ ,  $c_y(\beta, \delta_l, \delta_K)$ ,  $c_z(\alpha, \beta, \delta_H)$ . Analizując wpływ poszczególnych czynników w równaniach (3.5-7) zauważamy, iż główne oddziaływanie pochodzi od członów



momentowych, natomiast oddziaływanie siłowe jest drugorzędne. Na tej podstawie zakładamy w rozpatrywanym modelu oddziaływanie momentowe, co pozwala stwierdzić, że:

- pochodna pierwszego rzędu prędkości lotu  $V_\alpha$  zależy wprost od sterowania,
- pochodne drugiego rzędu pozostałych zmiennych regulowanych (kąty: natarcia  $\alpha$ , ślizgu  $\beta$ , przechylenia  $\phi$ ) zależą algebraicznie od zmiennych sterujących.

Korzystając z równania (2.3) możemy zapisać:

$$\begin{pmatrix} V_\alpha^{(1)} \\ \alpha^{(2)} \\ \beta^{(2)} \\ \phi^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{V_\alpha} \\ f_\alpha \\ f_\beta \\ f_\phi \end{pmatrix} + \mathbf{B} \begin{pmatrix} \delta_T \\ \delta_H \\ \delta_K \\ \delta_I \end{pmatrix}, \quad (3.17)$$

gdzie:

- $f_{V_\alpha}, f_\alpha, f_\beta, f_\phi$  - oznaczenie wyrażeń, które nie są zależne wprost od sterowania i nie są uwzględniane w procesie syntezy regulatora, dlatego też ich postacie mogą zostać pominięte.
- Macierz  $\mathbf{B}$  ma następującą postać:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{V_\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{\alpha 2} & b_{\alpha 3} & b_{\alpha 4} \\ 0 & 0 & b_{\beta 3} & b_{\beta 4} \\ 0 & b_{\phi 2} & b_{\phi 3} & b_{\phi 4} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Ze względu na stopień skomplikowania w macierzy  $\mathbf{B}$  wskazano jedynie niezerowe elementy  $b_{V_\alpha}, b_{\alpha 2}, b_{\beta 3}, b_{\phi 4}$ , nie podając ich pełnej postaci.

Bazując na równaniu (3.17) zakładamy, że pożądana dynamika przebiegów wielkości regulowanych opisana jest przez układ wzajemnie niezależnych równań różniczkowych:

$$\tau_{V_\alpha} V_\alpha^{(1)} = -V_\alpha + V_{\alpha 0} \quad (3.19)$$

$$\tau_\alpha^2 \alpha^{(2)} = -2\tau_\alpha \alpha_\alpha \alpha^{(1)} - \alpha + \alpha_0 \quad (3.20)$$

$$\tau_\beta^2 \beta^{(2)} = -2\tau_\beta \alpha_\beta \beta^{(1)} - \beta + \beta_0 \quad (3.21)$$

$$\tau_\phi^2 \phi^{(2)} = -2\tau_\phi \alpha_\phi \phi^{(1)} - \phi + \phi_0, \quad (3.22)$$

gdzie:

$\tau_i$  - okres drgań swobodnych nietłumionych,

$\alpha_i$  - współczynnik tłumienia, ( $i = V_\alpha, \alpha, \beta, \phi$ ).

Na podstawie wyrażeń (2.12-13) równania regulatora dane są zależnościami:

$$\begin{pmatrix} \delta_\tau \\ \delta_H \\ \delta_K \\ \delta_l \end{pmatrix} = K_0 K_1 \begin{pmatrix} v_{\alpha_0} \\ v_\alpha \\ v_\beta \\ v_\phi \end{pmatrix}, \quad (3.23)$$

gdzie:

$$K_0 = B^{-1},$$

$$K_1 = \text{diag}(k_{v_\alpha}, k_\alpha, k_\beta, k_\phi) \quad (3.24)$$

oraz:

$$\mu_{v_\alpha} v_{v_\alpha}^{(1)} + d_{v_\alpha,0} v_{v_\alpha} = k(-\tau_{v_\alpha} V_\alpha^{(1)} - V_\alpha + V_{\alpha,0}) \quad (3.25)$$

$$\mu_\alpha^2 v_\alpha^{(2)} + 2d_{\alpha,1} \mu_\alpha v_\alpha^{(1)} + d_{\alpha,0} v_\alpha = k(-\tau_\alpha^2 \alpha^{(2)} - 2\alpha_\alpha \tau_\alpha \alpha^{(1)} - \alpha + \alpha_0) \quad (3.26)$$

$$\mu_\beta^2 v_\beta^{(2)} + 2d_{\beta,1} \mu_\beta v_\beta^{(1)} + d_{\beta,0} v_\beta = k(-\tau_\beta^2 \beta^{(2)} - 2\alpha_\beta \tau_\beta \beta^{(1)} - \beta + \beta_0) \quad (3.27)$$

$$\mu_\phi^2 v_\phi^{(2)} + 2d_{\phi,1} \mu_\phi v_\phi^{(1)} + d_{\phi,0} v_\phi = k(-\tau_\phi^2 \phi^{(2)} - 2\alpha_\phi \tau_\phi \phi^{(1)} - \phi + \phi_0), \quad (3.28)$$

gdzie:

$\mu$  - okres drgań własnych nietłumionych regulatora,

$d_{i,1}$  - współczynniki tłumienia dla regulatora,

$d_{i,0} = 0$  lub  $d_{i,0} = 1$ ,

$i = v_\alpha, \alpha, \beta, \phi$ .

W celu realizacji programowej algorytmu sterowania wyrażenia (3.25-28) przedstawiamy w postaci równań stanu w zapisie wektorowo-macierzowym [6]:

$$\dot{x}_{v_\alpha,1} = -\mu_{v_\alpha}^{-1} d_{v_\alpha,0} x_{v_\alpha,1} + k \mu_{v_\alpha}^{-1} \left[ (\mu_{v_\alpha}^{-1} d_{v_\alpha,0} \tau_{v_\alpha} - 1) V_\alpha + V_{\alpha,0} \right] \quad (3.29)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_{i,1} \\ \dot{x}_{i,2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -d_{i,0} \mu_i^{-2} \\ 1 & -2d_{i,1} \mu_i^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{i,1} \\ x_{i,2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k \mu_i^{-2} (d_{i,0} \mu_i^{-2} \tau_i^2 - 1) \\ 2k \mu_i^{-2} (d_{i,1} \mu_i^{-1} \tau_i - \alpha_i \tau_i) \end{pmatrix} y_i + \begin{pmatrix} k \mu_i^{-2} \\ 0 \end{pmatrix} r_i \quad (3.30)$$

oraz równanie wyjścia:

$$v_{v_\alpha} = x_{v_\alpha,1} - k \tau_{v_\alpha} \mu_{v_\alpha}^{-1} V_\alpha \quad (3.31)$$

$$v_i = x_{i,2} - k \mu_i^{-2} \tau_i^2 y_i, \quad (3.32)$$

gdzie:

$i = \alpha, \beta, \phi$

$[v_\alpha, v_\beta, v_\phi] = [\alpha, \beta, \phi]$

$[v_\alpha, r_\beta, r_\phi] = [\alpha_0, \beta_0, \phi_0]$



Równania (3.29-32) zostaną wykorzystane do symulacji układu sterowania w Matlabie®. Wartości parametrów układu sterowania zamieszczone są w tab. 3 i zostały dobrane tak, aby uzyskać odpowiedni rozkład pierwiastków równania charakterystycznego ruchu szybkiego określonego przez (2.20).

### 3.3. Modelowanie układu sterowania w Matlabie®

Istotnym problemem, jaki napotykamy przy modelowaniu dynamiki złożonego ruchu samolotu, jest wyznaczenie warunków początkowych tego ruchu. Do realizacji tego zadania wykorzystano algorytm wyważania opisany w [4], który pozwala wyznaczyć wartości zmiennych stanu dla ustalonego stanu lotu.

Drugim problemem, jaki wystąpił, było wyznaczenie warunków początkowych na regulatorze. Plik realizujący to zadanie uruchamiany jest jednorazowo w fazie inicjalizacji symulacji. W celu wyznaczenia warunków początkowych zakładamy, że samolot w początkowej fazie lotu porusza się ruchem postępowym prostoliniowym. Na tej podstawie wyznaczamy macierz  $K_0$ , która przyjmie następującą postać:

$$K_0 = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} & k_{34} \\ 0 & 0 & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Na podstawie zależności (3.23) i (3.33) wyznaczamy wartości nowych wyjść regulatora  $v_i$ :

$$1) \quad v_{v_a} = \frac{\delta_T}{k_{v_a} k_{11}} \quad (3.34)$$

$$2) \quad v_\alpha = \frac{\delta_H}{k_\alpha k_{22}} \quad (3.35)$$

$$3) \quad v_\beta = \frac{\delta_K k_{44} - \delta_I k_{34}}{k_\beta (k_{44} k_{33} - k_{34} k_{43})} \quad (3.36)$$

$$4) \quad v_\phi = \frac{\delta_L - k_\beta k_{43} v_\beta}{k_\phi k_{44}} \quad (3.37)$$

Wykorzystując fakt, że w stanie ustalonym  $\dot{x}_{1,2} = \dot{x}_{3,4} = 0$ , wyznaczamy wartości zmiennych stanu regulatora korzystając z równań (3.29-32). Dokonując przekształceń uzyskamy następujące wyrażenia określające warunek początkowy regulatora:

$$x_{i,1} = v_{i,2} + k\tau_{i,2}\mu_{i,2}^{-1}y_{i,2} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} x_{i,2} &= v_i + k\mu_i^{-2}\tau_i^2 y_i \\ x_{i,1} &= 2d_{i,1}\mu_i^{-1}x_{i,2} + 2k\mu_i^{-2}(\alpha_i\tau_i - d_{i,1}\mu_i^{-1}\tau_i^2)y_i, \end{aligned} \quad (3.39)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} i &= \alpha, \beta, \phi \\ [y_\alpha, y_\beta, y_\phi] &= [\alpha, \beta, \phi] \end{aligned}$$

Stosując środowisko Matlab<sup>®</sup> zamodelowano układ zamknięty jak na rys. 1.

#### 4. Przykładowe wyniki symulacji

Symulacje lotu samolotu F-16 wykonano w układzie:

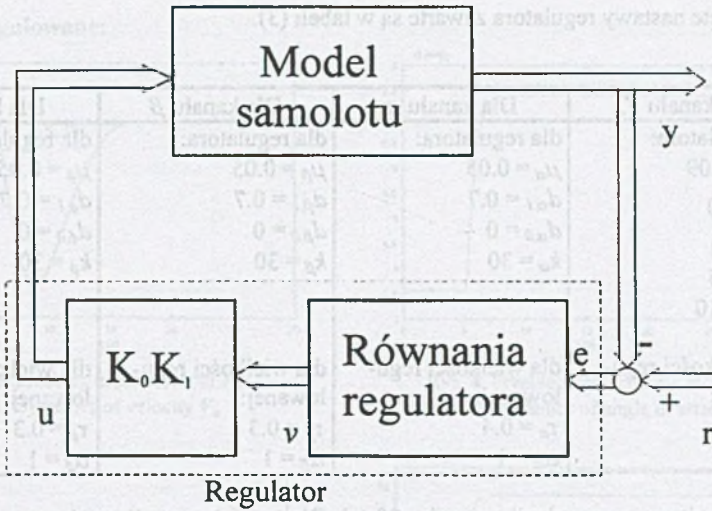
- otwartym,
- zamkniętym z regulatorem zaprojektowanym metodą DCM,

wykorzystując początkowe wartości zmiennych stanu i sterowania wyznaczone za pomocą algorytmu wyważania [4]. Symulacje wykonano dla danych geometrycznych i masowych, zgodnych z dokumentacją techniczną zamieszczoną w [8].

Symulacje w układzie otwartym wykonano w celu zbadania naturalnych właściwości dynamicznych samolotu F-16 i polegały one na badaniu reakcji modelu na impulsowe zmiany położenia sterów. Otrzymane wyniki stanowiły jedyne źródło wiadomości na temat zachowania się modelu i zostały wykorzystane w doborze parametrów regulatora. Symulacje w układzie otwartym pokazały, iż prędkość lotu jest zmienną stanu, która reaguje na zmiany wszystkich sterów i tym samym łączy ruch wzdłużny z ruchem kierunkowo bocznym. Z tego względu w symulacjach w układzie zamkniętym wpływ zmian parametrów regulatora będzie pokazany na przebiegach tej zmiennej.

W dalszej części artykułu zaprezentowane zostaną przykładowe wyniki symulacji wykonanych w układzie zamkniętym (rys.1). Przedstawiane manewry polegały na przejściu z jednego stanu ustalonego do drugiego i obserwacji dynamicznych stanów przejściowych. Zadane stany ustalone określone są przez wartości zmiennych stanu i sterowania, które uzyskano w wyniku rozwiązania zadania wyważania.





Rys. 1. Zamknięty układ regulacji  
Fig. 1. The closed loop system

4.1. Zakręt

Modelowany manewr polega na przejściu z lotu prostoliniowego w zakręt prawidłowy (kąć ślizgu  $\beta = 0$ ). Podczas symulacji prędkość lotu  $V_\alpha$  utrzymywana jest na stałej wartości, natomiast pozostałe wielkości regulowane  $\alpha$  oraz  $\phi$  wynikają z warunku ustalonego stanu lotu.

Początkowe wartości zmiennych stanu i sterowania zawarte są w tabelach (1),(2).

Tabela 1

Zmienne stanu											
$V_{\alpha 0}$	$\alpha_0$	$\beta_0$	$\phi_0$	$\theta$	$\psi$	$P$	$Q$	$R$	$x$	$y$	$h$
[ft/s]	[°]	[°]	[°]	[°]	[°]	[rad/s]	[rad/s]	[rad/s]	[ft]	[ft]	[ft]
502	3.557	0	0	3.557	0	0	0	0	0	0	10000

Tabela 2

Wychylenia sterów			
$\delta_r$ [°]	$\delta_h$ [°]	$\delta_x$ [°]	$\delta_l$ [°]
0.1824	-2.242	0	0

dla  $x_{cg} = 0.3$

Przyjęte nastawy regulatora zawarte są w tabeli (3).

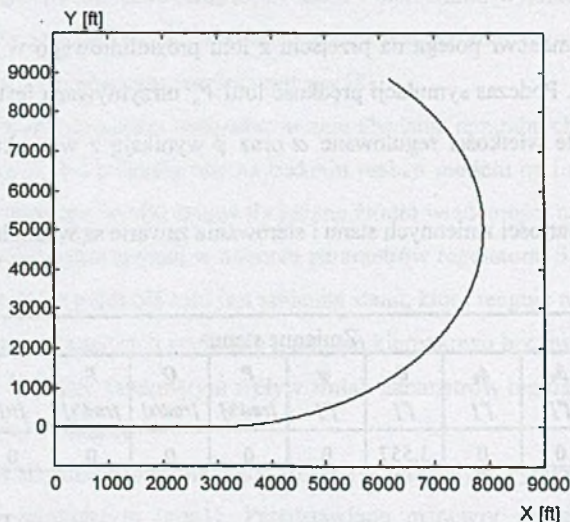
Tabela 3

Dla kanału $V_\alpha$	Dla kanału $\alpha$	Dla kanału $\beta$	Dla kanału $\phi$
dla regulatora: $\mu_{V_\alpha} = 0.09$ $d_{V_\alpha,0} = 0$ • $k_V = 1$ • $k_V = 5$ • $k_V = 10$	dla regulatora: $\mu_\alpha = 0.05$ $d_{\alpha,1} = 0.7$ $d_{\alpha,0} = 0$ $k_\alpha = 30$	dla regulatora: $\mu_\beta = 0.05$ $d_{\beta,1} = 0.7$ $d_{\beta,0} = 0$ $k_\beta = 30$	dla regulatora: $\mu_\phi = 0.05$ $d_{\phi,1} = 0.7$ $d_{\phi,0} = 0$ $k_\phi = 30$
dla wielkości regulowanej: $\tau_{V_\alpha} = 5$	dla wielkości regulowanej: $\tau_\alpha = 0.4$ $\alpha_\alpha = 1$	dla wielkości regulowanej: $\tau_\beta = 0.3$ $\alpha_\beta = 1$	dla wielkości regulowanej: $\tau_\phi = 0.3$ $\alpha_\phi = 1$

Całkowity czas symulacji wynosi  $t=30$  [s]. Dla  $t=5$  [s] nastąpiła zmiana wartości wielkości zadanych do wartości:

- $\alpha_0 = 7.414$  [°],
- $\phi_0 = 57.582$  [°],

wynikających z rozwiązania zadania wyważania.

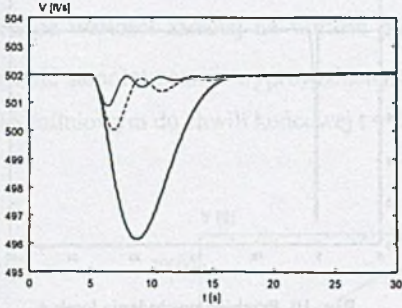


Rys. 2. Trajektoria lotu

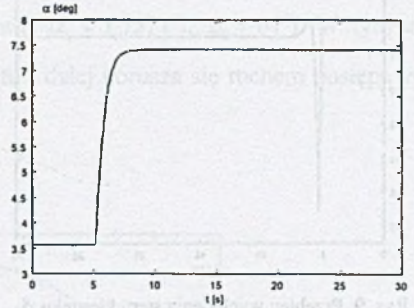
Fig. 2. Flight trajectory



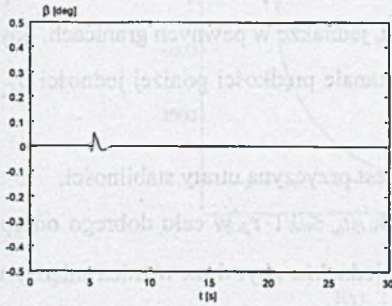
## Wielkości regulowane:



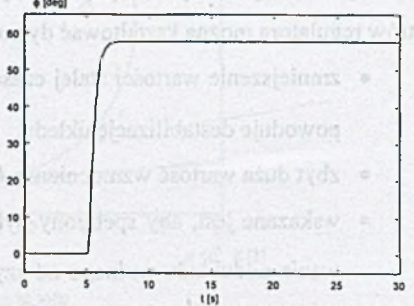
Rys. 3. Przebieg prędkości lotu  $V_\alpha$   
 Fig. 3. Dynamics of velocity  $V_\alpha$



Rys. 4. Przebieg kąta natarcia  $\alpha$   
 Fig. 4. Dynamics of angle of attack  $\alpha$

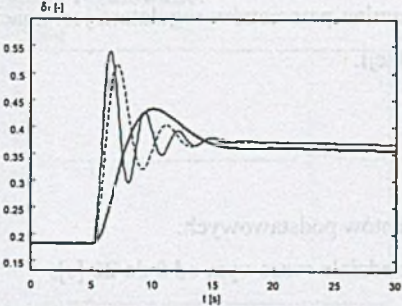


Rys. 5. Przebieg kąta ślizgu  $\beta$   
 Fig. 5. Dynamics of sideslip angle  $\beta$

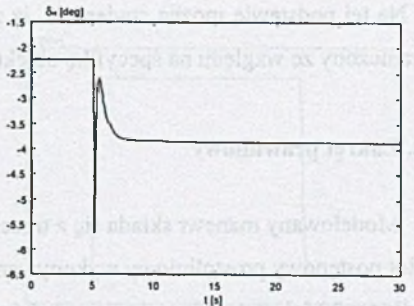


Rys. 6. Przebieg kąta przechylenia  $\phi$   
 Fig. 6. Dynamics of bank angle  $\phi$

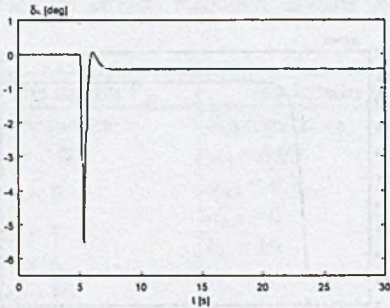
## Wielkości sterujące:



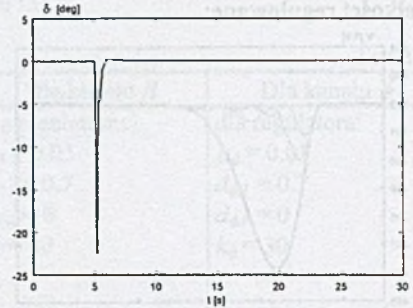
Rys. 7. Przebieg przemieszczenia dźwigni ciągu silnika  $\delta_T$   
 Fig. 7. Dynamics of throttle  $\delta_T$



Rys. 8. Przebieg wychylenia steru wysokości  $\delta_H$   
 Fig. 8. Dynamics of elevator  $\delta_H$



Rys. 9. Przebieg wychylenia steru kierunku  $\delta_k$   
 Fig. 9. Dynamics of rudder  $\delta_k$



Rys. 10. Przebieg wychylenia lotek  $\delta_l$   
 Fig. 10. Dynamics of aileron  $\delta_l$

Otrzymane wyniki symulacji pozwalają stwierdzić, że za pomocą zmian wartości parametrów regulatora można kształtować dynamikę lotu, jednakże w pewnych granicach, gdyż:

- zmniejszenie wartości stałej czasowej w kanale prędkości poniżej jedności  $\tau_{r_u} < 1$  powoduje destabilizację układu,
- zbyt duża wartość wzmocnienia  $k \approx 100$  jest przyczyną utraty stabilności,
- wskazane jest, aby spełniony był warunek  $\mu_0 \leq 0.1 \cdot \tau$ , w celu dobrego odseparowania podukładu wolnego od szybkiego, jednakże zbyt duża różnica między tymi parametrami również wywołuje destabilizację,
- niezerowa wartość współczynnika tłumienia  $d_{i,0} \neq 0$  jest przyczyną stałego uchybu regulacji.

Na tej podstawie można stwierdzić, iż zakres zmian parametrów regulatora jest znacznie ograniczony ze względu na specyfikę obiektu regulacji.

#### 4.2. Zakręt prawidłowy

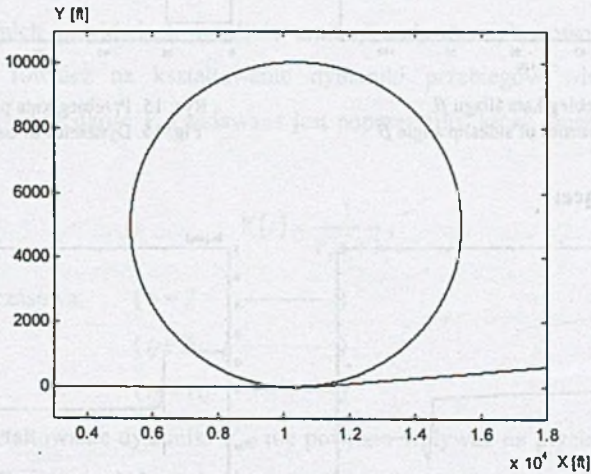
Modelowany manewr składa się z trzech elementów podstawowych:

1. lot postępowy prostoliniowy wykonywany w przedziale czasowym od 0 do 20 [s],
2. dla  $t = 20$  [s] następuje zmiana wartości zadanej:
  - $\alpha_0 = 7.414$  [°]
  - $\phi_0 = 57.582$  [°]

i samolot przechodzi w zakręt prawidłowy. Ta faza trwa do 84 sekund i trajektorią lotu jest koło. Wykonanie zakrętu prawidłowego wymaga zerowej wartości kąta ślizgu  $\beta$  oraz odpowiedniego kąta przechylenia  $\phi$ ,

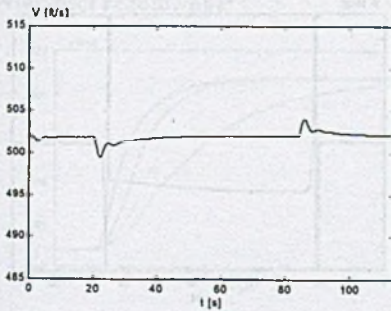


3. dla  $t = 84$  [s] samolot wraca do punktu, w którym wchodził w zakręt i następuje ponowna zmiana wartości zadanej na wartość początkową:  $\alpha_0 = 3.557$  [°],  $\phi_0 = 0$  [°]. W tym momencie samolot zostaje wyprowadzony z zakrętu i dalej porusza się ruchem postępowym prostoliniowym do chwili końcowej  $t = 114$  [s].

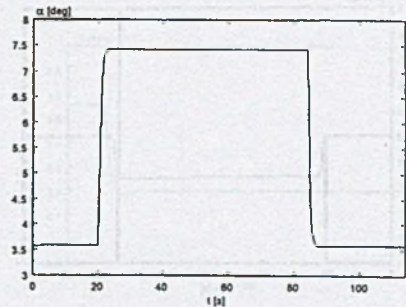


Rys. 11. Trajektoria lotu  
Fig. 11. Flight trajectory

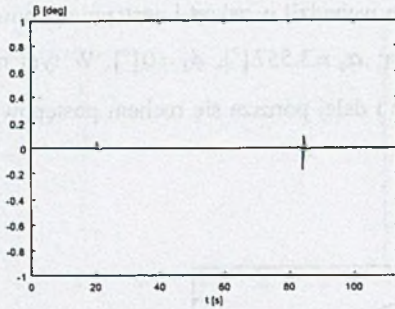
### Wielkości regulowane:



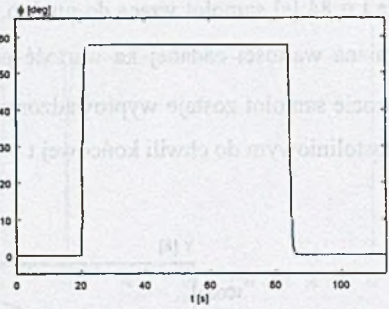
Rys. 12. Przebieg prędkości lotu  $V_a$   
Fig. 12. Dynamics of velocity  $V_a$



Rys. 13. Przebieg kąta natarcia  $\alpha$   
Fig. 13. Dynamics of angle of attack  $\alpha$

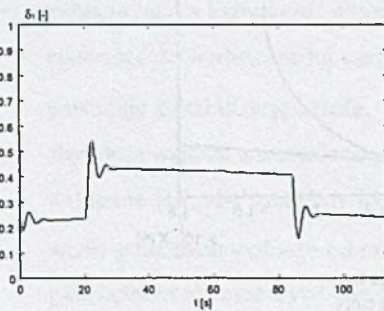


Rys. 14. Przebieg kąta ślizgu  $\beta$   
Fig. 14. Dynamics of sideslip angle  $\beta$

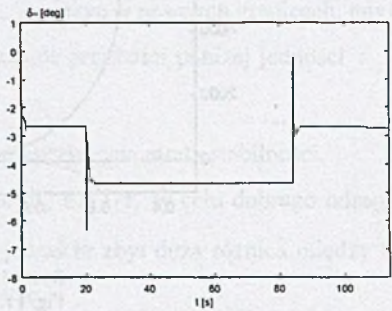


Rys. 15. Przebieg kąta przechylenia  $\phi$   
Fig. 15. Dynamics of bank angle  $\phi$

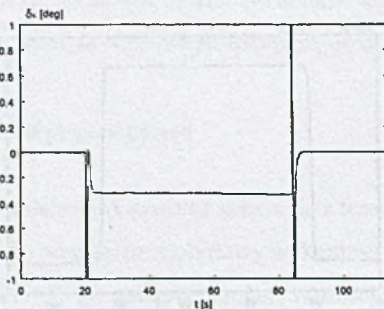
### Wielkości sterujące:



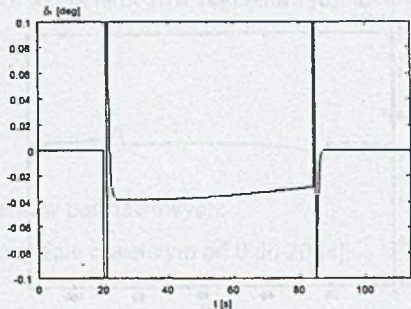
Rys. 16. Przebieg przemieszczenia dźwigni ciągu silnika  $\delta_T$   
Fig. 16. Dynamics of throttle  $\delta_T$



Rys. 17. Przebieg wychylenia steru wysokości  $\delta_H$   
Fig. 17. Dynamics of elevator  $\delta_H$



Rys. 18. Przebieg wychylenia steru kierunku  $\delta_K$   
Fig. 18. Dynamics of rudder  $\delta_K$



Rys. 19. Przebieg wychylenia lotek  $\delta_L$   
Fig. 19. Dynamics of aileron  $\delta_L$

Otrzymane przebiegi wielkości sterujących są szybsze od zmian wielkości regulowanych i pozwalają na szybkie osiągnięcie wartości zadanych. Efekt ten uzyskano przez odpowiedni dobór parametrów przebiegów sterowania  $\mu$   $d_{i,1}$ . Na rysunkach 18 i 19 przedstawiono prze-



biegi wielkości sterujących w pewnym zakresie zmian, obciążono tym samym wartości maksymalne przebiegów. Dokonano tego w sposób zamierzony w celu ukazania różnicy pomiędzy wartościami wychyleń sterów w kolejnych stanach ustalonych.

### 4.3. Dynamika wielkości zadanej

W poprzednich przykładach wszelkie zmiany zadawano skokowo, jednakże metoda DCM zezwala również na kształtowanie dynamiki przebiegów wielkości zadanej. W przykładzie tym prędkość  $V_{\alpha 0}$  zadawana jest poprzez filtr, który opisany jest następującą transmitancją:

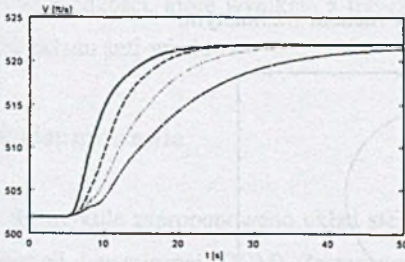
$$K(s) = \frac{1}{\tau_f s + 1}, \quad (4.1)$$

gdzie:  $\tau_f$ - stała czasowa,  $(\tau_f = 2 \text{ -----})$   
 $(\tau_f = 5 \text{ .....})$   
 $(\tau_f = 10 \text{ —————})$

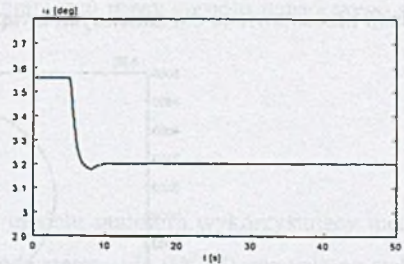
Ponadto, kształtowanie dynamiki  $V_{\alpha 0}$  nie powinno wpływać na przebiegi regulacji w innych kanałach. Z tego względu podczas symulacji zmieniamy niezależnie, skokowo wartość  $\alpha$ . Symulacja obejmuje lot postępowy prostoliniowy, podczas której dla  $t = 5$  [s] zmieniono wartość zadaną prędkości lotu  $V_{\alpha 0} = 522$  [ft/s] oraz kąt natarcia  $\alpha_0 = 3.182$  [°].

W zależności od stałej czasowej  $\tau_f$  uzyskano następujące przebiegi.

**Wielkości regulowane:**

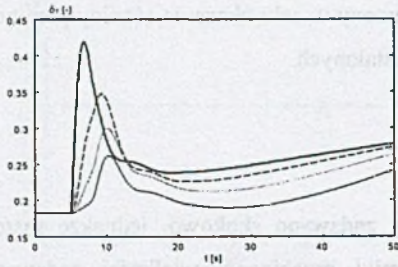
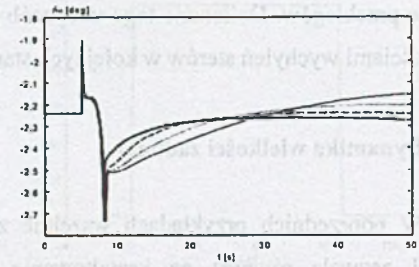


Rys. 20. Przebieg prędkości lotu  $V_{\alpha}$   
 Fig. 20. Dynamics of velocity  $V_{\alpha}$



Rys. 21. Przebieg kąta natarcia  $\alpha$   
 Fig. 21. Dynamics of angle of attack  $\alpha$

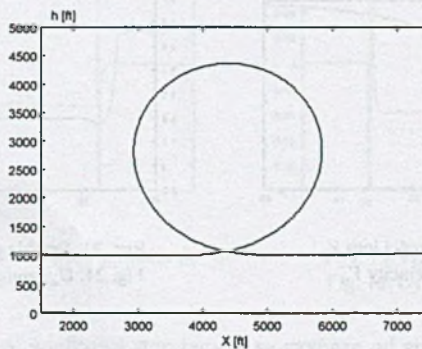
## Wielkości sterujące:

Rys. 22. Przebieg przemieszczenia dźwigni ciągu silnika  $\delta_T$ Fig. 22. Dynamics of throttle  $\delta_T$ Rys. 23. Przebieg wychylenia steru wysokości  $\delta_H$ Fig. 23. Dynamics of elevator  $\delta_H$ 

Jak widać, poprawę przebiegów regulacji można uzyskać przez kształtowanie dynamiki wielkości zadawanej. Metoda DCM umożliwia realizację tego zadania w sposób niezależny w poszczególnych torach sterowania.

## 4.4. Pętla pionowa

W początkowej fazie modelowanego manewru samolot wykonuje lot postępowy jednostajny prostoliniowy na ustalonej wysokości ze stosunkowo dużą prędkością, która jest wymagana do wykonania tej ewolucji. Dla  $t=5$  [s] następuje skokowa zmiana wartości zadanej  $\alpha_0 = 15$  [°] i samolot zaczyna wykonywać pętlę. Gdy  $\theta = 360$  [°], następuje ponowna zmiana  $\alpha_0$  na wartość początkową  $\alpha_0 = 0.568$  [°], co powoduje wyjście samolotu z pętli. Wyniki symulacji przedstawiono dla zmiennych związanych z ruchem wzdłużnym.

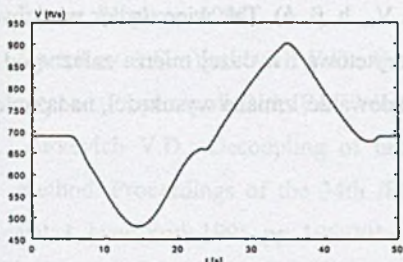
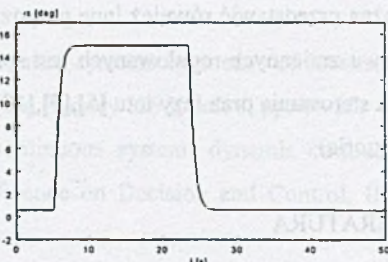


Rys. 24. Trajektoria lotu

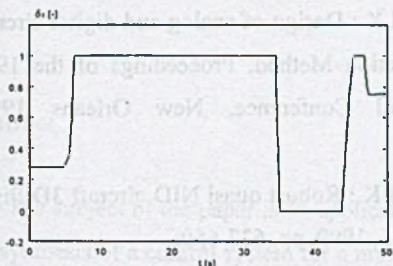
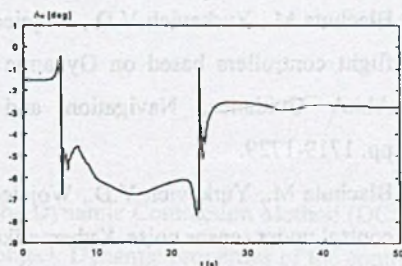
Fig. 24. Flight trajectory



## Wielkości regulowane:

Rys. 25. Przebieg prędkości lotu  $V_\alpha$ Fig. 25. Dynamics of velocity  $V_\alpha$ Rys. 26. Przebieg kąta natarcia  $\alpha$ Fig. 26. Dynamics of angle of attack  $\alpha$ 

## Wielkości sterujące:

Rys. 27. Przebieg przemieszczenia dźwigni ciągu silnika  $\delta_f$ Fig. 27. Dynamics of throttle  $\delta_f$ Rys. 28. Przebieg wychylenia steru wysokości  $\delta_H$ Fig. 28. Dynamics of elevator  $\delta_H$ 

Uzyskane wyniki dowodzą, iż układ sterowania opracowany metodą kontrakcji dynamicznej jest efektywny. W zaprezentowanym manewrze widoczne są pewne niedomagania w torze prędkości, które wynikają z fizycznych ograniczeń mocy zespołu napędowego oraz braku układu anti-windup.

## 5. Podsumowanie

W artykule zaproponowano układ sterowania modelu samolotu wykorzystujący metodę kontrakcji dynamicznej (DCM). Zastosowana metoda sterowania (DCM) pozwala na stabilizację prędkości lotu, kątów natarcia, ślizgu, przechylenia oraz zapewnia niezależną dynamikę w poszczególnych torach regulacji. Użyty układ sterowania DCM w znacznym stopniu polepsza właściwości dynamiczne i pilotażowe samolotu. Umożliwia również kształtowanie dynamiki wielkości zadawanej, wpływając jednocześnie na przebiegi regulacji i sterowania. Tak zaprojektowany regulator ma bardzo prostą postać liniowego układu dynamicznego niskiego

rzędu. Zaproponowany w pracy zestaw zmiennych regulowanych nie jest na pewno jedyny i można przedstawić również inne propozycje (np.  $V_\alpha$ ,  $h$ ,  $\beta$ ,  $\phi$ ). Tak więc wybór właściwego zestawu zmiennych regulowanych jest sprawą priorytetową i w dużej mierze zależną od zadania sterowania oraz fazy lotu [5],[9],[10] (start, lądowanie, zmiana wysokości, nadążanie za trajektorią).

## LITERATURA

1. Balas G., Garrard W., Reiner J.: Robust dynamic inversion for control of highly maneuverable aircraft. *Journal of Guidance Control & Dynamics*, vol. 18, no. 1, 1995, pp. 18-24.
2. Błachuta M., Yurkevich V.D., Wojciechowski K.: Design of analog and digital aircraft flight controllers based on Dynamic Contraction Method. *Proceedings of the 1997 AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, New Orleans 1997*, pp. 1719-1729.
3. Błachuta M., Yurkevich V.D., Wojciechowski K.: Robust quasi NID aircraft 3D flight control under sensor noise. *Kybernetika*, vol. 35, 1999, pp. 637-650.
4. Czyba R.: Równania dynamiki i warunki wyważania w ruchu przestrzennym modelu samolotu. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Automatyka, z.133, Gliwice*
5. Gruszecki J., Tomczyk A.: Landing augmentation system for general aviation aircraft: analysis and simulations. *Systems Science, Technical University of Wrocław, vol. 25, no. 4, 1999, pp. 63-70.*
6. Ogata K.: *Discrete-time Control Systems*. University of Minnesota, 1987.
7. Petrov B., Krutko P.D.: Design of control algorithms as an inverse dynamics task. *Dokl. Acad. Nauk USSR*, vol. 247, no. 5, 1979, pp. 1078-1081.
8. Stevens B., Lewis F.: *Aircraft control and simulation*. John Wiley & Sons, 1992.
9. Tomczyk A.: Aircraft Handling Characteristics Modification Using the Digital Flight Control System. *Research Bulletin of the Institute of Aeronautics and Applied Mechanics, Warsaw University of Technology, vol. 2, no. 7, 1997, pp.113-118.*
10. Tomczyk A.: Concept for Simplified Control of General Aviation Aircraft. *World Aviation Conference AIAA-SAE, No. 98-5551, Anaheim 1998.*
11. Tomczyk A.: Samoloty o modyfikowanych właściwościach dynamicznych. *Zeszyty naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Mechanika z.51, Awionika tom 1, Nr. 168, Rzeszów 1998, s. 75-87.*



12. Utkin V.I.: Sliding modes and their application in variable structure systems. Mir Publishers, Moscow, 1978.
13. Vostrikov A.S., Yurkevich V.D.: Design of control systems by means of localisation method. Preprints of 12-th IFAC World Congress, Sydney 1993, vol. 8, pp. 47-50.
14. Yurkevich V.D.: Decoupling of uncertain continuous system: dynamic contraction method. Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control, IEEE, vol. 1, New York 1995, pp. 196-201.

Recenzent: Dr hab. inż. Andrzej Tomczyk

Wpłynęło do Redakcji 18.12.2000 r.

### Abstract

The subject of the paper is an application of the Dynamic Contraction Method (DCM) to the synthesis of a control system for a non-linear object. Dynamic properties of the controlled object depend on both its structure and aerodynamic characteristics as well as the control law applied. The used DCM method allows to create the expected outputs for non-linear and non-stationary objects even assuming that information about the changing system parameters and the external disturbances is incomplete.

The paper includes a broad description of DCM method used in a control system design. The applied control law was created on the basis of Non-linear Inverse Dynamics (NID), Gradient Descent Method (GDM), and Localization Method (LM). Next, the control task and the stages of regulators design were introduced. The difficulties and obstacles that occurred in complex structures design and modeling were discussed as well as the ways to solve the existing problems. Finally, the results of simulations performed in the closed-loop system with DCM structure were presented.

---

Praca wykonana w ramach grantu PBU-95/RAu-1/2000.