

Jerzy KUDŁA

## RÓWNANIA I SCHEMATY ZASTĘPCZE NIELINIOWEGO MODELU MATEMATYCZNEGO MASZYNY INDUKCYJNEJ

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono równania maszyny indukcyjnej uwzględniające zjawisko nasycania się rdzeni magnetycznych stojana i wirnika przez pole magnetyczne główne i pola rozproszeń. Przedstawiono schematy zastępcze maszyny dla stanów ustalonych symetrycznych i nieustalonych zaznaczając na nich parametry zależne od stanu nasycenia. Zamieszczone w pracy wyniki badań symulacyjnych wskazały na konieczność uwzględnienia zjawiska nasycenia w modelu matematycznym maszyny.

## EQUATIONS AND EQUIVALENT CIRCUITS OF AN INDUCTION MACHINES NONLINEAR MATHEMATICAL MODEL

**Summary.** Equations of an induction machine taking into account saturation of the stator and rotor ferromagnetic cores by the main magnetic field and leakage fields are presented in the paper. The machine equivalent circuits for steady and transient states have been presented and the parameters dependent on saturation have been shown on them. The simulation results given in the paper have proved the necessity of taking into consideration saturation effect in the machine mathematical model.

### 1. WPROWADZENIE

Zjawisko nasycania się rdzeni ferromagnetycznych stojana i wirnika maszyny indukcyjnej można uwzględnić w jej monoharmonicznym modelu matematycznym przyjmując oprócz tradycyjnych założeń [3] nowe dodatkowe założenia:

- charakterystyki magnesowania rdzeni ferromagnetycznych stojana i wirnika są nieliniowe, jednoznaczne,

- zjawiska nasycania się rdzeni magnetycznych maszyny zarówno przez pole magnetyczne główne, jak i pola rozproszenia są od siebie niezależne, tak że można je analizować oddzielnie,
- sprzężenia magnetyczne uzwojeń maszyny związane zarówno z polem magnetycznym głównym, jak z polami rozproszonymi są nieliniowymi funkcjami modułu i argumentu fazorów przestrzennych odpowiednich prądów:
  - prądu magnesującego (pole główne),
  - prądu stojana (pole rozproszenia stojana),
  - prądu wirnika (pole rozproszenia wirnika),
 (przyjęto, że prądy fazowe stojana i wirnika przy braku odpowiednich składowych zerowych [2] są jednoznacznie wyznaczone przez ich fazory przestrzenne),
- fazory przestrzenne sprzężeń magnetycznych stojana i wirnika z odpowiednimi polami można wyznaczyć za pomocą nieliniowych syntetycznych charakterystyk sprzężeń magnetycznych.

W wyniku przyjętych założeń równania maszyny indukcyjnej w 2-osiowym układzie współrzędnych (x, y) przyjmują postać:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_s \\ \underline{I}_r^* \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_s \\ \underline{\Psi}_r^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j\omega_x & 0 \\ 0 & j(\omega_x - \omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_s \\ \underline{\Psi}_r^* \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{\Psi}_s \\ \underline{\Psi}_r^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_{s\sigma}(I_s, \gamma_s) \\ \underline{\Psi}_{r\sigma}^*(I_r^*, \gamma_r) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_m(I_m, \gamma_m) \\ \underline{\Psi}_m(I_m, \gamma_m) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\frac{J}{p} \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_e - M_m, \quad M_e = p R_e \{ j \underline{\Psi}_s \cdot \underline{I}_s^* \}. \quad (3)$$

gdzie:

$$\underline{U}_s, \underline{I}_s, \underline{I}_r^* \\ \underline{\Psi}_s, \underline{\Psi}_r^*$$

- fazory przestrzenne napięcia stojana, prądu stojana i wirnika,
- fazory przestrzenne wypadkowych sprzężeń magnetycznych stojana, wirnika,

$$\underline{\Psi}_{s\sigma}, \underline{\Psi}_{r\sigma}^*, \underline{\Psi}_m$$

- fazory przestrzenne sprzężeń magnetycznych stojana i wirnika z polem rozproszenia i polem głównym,

- $I_s, \gamma_s, I_r^*, \gamma_r, I_m, \gamma_m$  - moduł i argument fazy prądów przestrzennych stojana, wirnika, prądu magnesującego,
- $R_s, R_r^*$  - rezystancja uzwojenia stojana i wirnika,
- $M_e, M_m$  - moment elektromagnetyczny i mechaniczny,
- $\omega, J, p, \omega_x$  - prędkość kątowna elektryczna, moment bezwładności, liczba par biegunów, prędkość kątowna elektryczna wirowana układu współrzędnych x, y względem stojana,
- kropka oznacza, że wielkości i parametry wirnika zostały sprowadzone na stronę stojana.

## 2. SYNTETYCZNE CHARAKTERYSTYKI SPRĘŻEŃ MAGNETYCZNYCH. INDUKCYJNOŚCI STATYCZNE I DYNAMICZNE OBWODÓW ELEKTRYCZNYCH MASZYNY

Fazy przestrzenne sprzężeń magnetycznych stojana i wirnika z polem magnetycznym głównym oraz z polami rozproszenia można przedstawić za pomocą syntetycznych charakterystyk sprzężeń magnetycznych:

- przy sinusoidalnie rozłożonych uzwojeniach stojana i wirnika fazy przestrzenne sprzężenia magnetycznego maszyny z polem magnetycznym głównym wynosi [1]

$$\underline{\Psi}_m(I_m, \gamma_m) = \Psi_m(I_m) e^{j\gamma_m} \quad (4)$$

gdzie:

$$I_m = \sqrt{I_{mx}^2 + I_{my}^2}, \quad \gamma_m = \arctg \frac{I_{my}}{I_{mx}}, \quad (5)$$

$$I_{mx} = I_{sx} + I_{rx}^*, \quad I_{my} = I_{sy} + I_{ry}^*, \quad (6)$$

- przy uwzględnieniu dominującej podstawowej harmonicznej w rozwinięciu w szereg Fouriera (względem argumentu fazy prądu stojana lub wirnika) fazy przestrzennych sprzężeń magnetycznych stojana i wirnika związanych z polem rozproszenia otrzymuje się:

$$\underline{\Psi}_{s\sigma}(I_s, \gamma_s) \cong \Psi_s(I_s) e^{j\gamma_s}, \quad (7)$$

$$\underline{\Psi}_{r\sigma}^*(I_r, \gamma_r) \cong \Psi_r^*(I_r^*) e^{j\gamma_r}, \quad (8)$$

gdzie:

$\Psi_m(I_m), \Psi_{s\sigma}(I_s), \Psi_r^*(I_r^*)$  – syntetyczne charakterystyki sprzężeń magnetycznych,

$I_{mx}, I_{my}, I_{sx}, I_{sy}, I_{rx}^*, I_{ry}^*$  – składowe osiowe fazy przestrzennych prądu magnesującego oraz prądu stojana i wirnika.

Relacje (4,7,8) można wykorzystać do sformułowania równań silnika w postaci napięciowo-prądowej. Przy opracowaniu tych równań zachodzi konieczność obliczenia pochodnych względem czasu odpowiednich sprzężeń magnetycznych oraz wyrażenia ich za pośrednictwem odpowiednich prądów i ich pochodnych. W tym celu wprowadza się do rozważań indukcyjności dynamiczne maszyny związane z odpowiednimi polami. Równocześnie nawiązując do klasycznych liniowych modeli matematycznych maszyn elektrycznych sprzężenia magnetyczne obwodów elektrycznych maszyny można również wyrazić za pomocą nieliniowych współczynników mających wymiar indukcyjności [3] i nazywanych indukcyjnościami statycznymi.

Biorąc pod uwagę, że w maszynie indukcyjnej charakterystyki sprzężeń magnetycznych związanych z polem głównym i z polami rozproszenia mają podobną zależność funkcyjną, w dalszej części pracy zostaną wyprowadzone zależności określające indukcyjności dynamiczne i statyczne dla pola głównego. Podobne relacje dla pól rozprożeń podane zostaną już w końcowej postaci.

Uwzględniając, że w stanach nieustalonych zarówno moduł, jak i argument fazy przestrzennego prądu magnesującego są funkcjami czasu, pochodna fazy przestrzennego sprzężenia magnetycznego pola głównego względem czasu ma postać:

$$\frac{d\Psi_m}{dt} = \frac{d\Psi_m(I_m)}{dI_m} \cdot \frac{dI_m}{dt} e^{j\gamma_m} + j \frac{d\gamma_m}{dt} \Psi_m(I_m) e^{j\gamma_m}. \quad (9)$$

Występujące w relacji (8) pochodne  $\frac{dI_m}{dt}$ ,  $\frac{d\gamma_m}{dt}$  oblicza się różniczkując następujące wyrażenia

$$\underline{I}_m = I_m e^{j\gamma_m}, \quad I_m^* = I_m e^{-j\gamma_m} \quad (10)$$

W wyniku otrzymuje się

$$\frac{dI_m}{dt} = \operatorname{Re} \left\{ e^{-j\gamma_m} \frac{d\underline{I}_m}{dt} \right\}, \quad \frac{d\gamma_m}{dt} = \frac{1}{I_m} \left\{ e^{-j\gamma_m} \frac{d\underline{I}_m}{dt} \right\}. \quad (11)$$

Podstawiając powyższe zależności do (9) oraz dokonując jego rozkładu na składowe osiowe otrzymuje się następujące równanie macierzowe

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{mx} \\ \Psi_{my} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{Dmx}(I_m, \gamma_m) & L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) \\ L_{Dmyx}(I_m, \gamma_m) & L_{Dmy}(I_m, \gamma_m) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{mx} \\ I_{my} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

w którym w macierzy kwadratowej występują indukcyjności magnesujące dynamiczne maszyny określone przez relacje

$$\begin{aligned} L_{Dmx}(I_m, \gamma_m) &= L_{Dm}(I_m) \cos^2(\gamma_m) + L_m(I_m) \sin^2(\gamma_m), \\ L_{Dym}(I_m, \gamma_m) &= L_{Dm}(I_m) \sin^2(\gamma_m) + L_m(I_m) \cos^2(\gamma_m), \\ L_{Dxym}(I_m, \gamma_m) &= \frac{1}{2} (L_{Dm}(I_m) - L_m(I_m)) \sin(2\gamma_m) \end{aligned} \quad (13)$$

gdzie:

$$L_{Dm}(I_m) = \frac{\partial \Psi_m(I_m)}{\partial I_m}. \quad (14)$$

Nawiązując do teorii liniowych obwodów elektrycznych fazor przestrzenny sprzężenia magnetycznego dla pola głównego można przedstawić w postaci

$$\underline{\Psi}_m = \Psi_m(I_m) e^{j\gamma_m} = \frac{\Psi_m(I_m)}{I_m} \underline{I}_m = L_m(I_m) \cdot \underline{I}_m, \quad (15)$$

w której nieliniowy współczynnik  $L_m(I_m)$  nosi nazwę indukcyjności magnesującej statycznej maszyny. Uwzględniając rozkład fazorów przestrzennych na wielkości osiowe otrzymuje się:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{mx} \\ \Psi_{my} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_m(I_m) & 0 \\ 0 & L_m(I_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{mx} \\ I_{my} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Postępując w podobny sposób z relacjami matematycznymi określającymi sprzężenia magnetyczne związane z polami rozproszonych otrzymuje się wyrażenia na dynamiczne i statyczne indukcyjności rozproszonych stojana i wirnika:

- indukcyjności dynamiczne stojana związane z polem rozproszenia

$$\begin{aligned} L_{Ds\sigma}(I_s, \gamma_s) &= L_{Ds\sigma}(I_s) \cos^2(\gamma_s) + L_{s\sigma}(I_s) \sin^2(\gamma_s), \\ L_{Dsy\sigma}(I_s, \gamma_s) &= L_{Ds\sigma}(I_s) \sin^2(\gamma_s) + L_{s\sigma}(I_s) \cos^2(\gamma_s), \\ L_{Dsxy\sigma}(I_s, \gamma_s) &= \frac{1}{2} (L_{Ds\sigma}(I_s) - L_{s\sigma}(I_s)) \sin(2\gamma_s) \end{aligned} \quad (17)$$

- indukcyjności dynamiczne wirnika związane z polem rozproszenia

$$\begin{aligned} L_{Drx\sigma}^*(I_r^*, \gamma_r) &= L_{Dr\sigma}^*(I_r^*) \cos^2(\gamma_r) + L_{r\sigma}^*(I_r^*) \sin^2(\gamma_r), \\ L_{Dry\sigma}^*(I_r^*, \gamma_r) &= L_{Dr\sigma}^*(I_r^*) \sin^2(\gamma_r) + L_{r\sigma}^*(I_r^*) \cos^2(\gamma_r), \\ L_{Drxy\sigma}^*(I_r^*, \gamma_r) &= \frac{1}{2} (L_{Dr\sigma}^*(I_r^*) - L_{r\sigma}^*(I_r^*)) \sin(2\gamma_r), \end{aligned} \quad (18)$$

gdzie:

$$L_{Ds\sigma}(I_s) = \frac{\partial \Psi_{s\sigma}(I_s)}{\partial I_s}, \quad (19)$$

$$L_{Dr\sigma}^*(I_r^*) = \frac{\partial \Psi_{r\sigma}^*(I_r^*)}{\partial I_r^*}, \quad (20)$$

- indukcyjności statyczne stojana i wirnika związane z polem rozproszenia

$$L_s(I_s) = \frac{\Psi_{s\sigma}(I_s)}{I_s}, \quad L_{r\sigma}^*(I_r^*) = \frac{\Psi_{r\sigma}^*(I_r^*)}{I_r^*}. \quad (21)$$

### 3. RÓWNIANIA NAPIĘCIOWO – PRĄDOWE MASZYNY. SCHEMAT ZASTĘPCZY DLA STANÓW USTALONYCH I NIEUSTALONYCH

Uwzględniając powyżej zestawione zależności można układ równań różniczkowych (1)-(3) doprowadzić do układu równań napięciowo – prądowych

$$\begin{bmatrix} U_s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{ss} & R_{sr} \\ R_{rs} & R_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{Dss} & L_{Dsr} \\ L_{Dsr}^T & L_{Drr} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$\frac{J}{p} \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_e - M_m, \quad M_e = pL_m(I_m)(I_{mx} I_{sy} - I_{my} I_{sx}). \quad (23)$$

Wektory i macierze występujące w powyższym układzie równań przyjmują postać:

- wektory

$$\begin{aligned} U_s &= [U_{sx} \mid U_{sy}]^T, & 0 &= [0 \mid 0]^T, \\ I_s &= [I_{sx} \mid I_{sy}]^T, & I_r &= [I_{rx} \mid I_{ry}]^T, \end{aligned} \quad (24)$$

- macierze zawierające rezystancje i nieliniowe indukcyjności statyczne

$$R_{ss} = \left[ \begin{array}{c|c} R_s & -\omega_x (L_{s\sigma}(I_s) + L_m(I_m)) \\ \hline \omega_x (L_{s\sigma}(I_s) + L_m(I_m)) & R_s \end{array} \right], \quad (25)$$

$$R_{rr} = \left[ \begin{array}{c|c} R_r^* & -(\omega_x - \omega) (L_{r\sigma}(I_r^*) + L_m(I_m)) \\ \hline (\omega_x - \omega) (L_{r\sigma}(I_r^*) + L_m(I_m)) & R_r^* \end{array} \right], \quad (26)$$

$$R_{sr} = \left[ \begin{array}{c|c} 0 & -\omega_x L_m(I_m) \\ \hline \omega_x L_m(I_m) & 0 \end{array} \right], \quad (27)$$

$$R_{rs} = \left[ \begin{array}{c|c} 0 & -(\omega_x - \omega) L_m(I_m) \\ \hline (\omega_x - \omega) L_m(I_m) & 0 \end{array} \right], \quad (28)$$

- macierze zawierające nieliniowe indukcyjności dynamiczne

$$L_{Dss} = \left[ \begin{array}{c|c} L_{Dsx\sigma}(I_s, \gamma_s) + L_{Dxm}(I_m, \gamma_m) & L_{Dsx\sigma}(I_s, \gamma_s) + L_{Dxym}(I_m, \gamma_m) \\ \hline L_{Dsy\sigma}(I_s, \gamma_s) + L_{Dxym}(I_m, \gamma_m) & L_{Dsy\sigma}(I_s, \gamma_s) + L_{Dym}(I_m, \gamma_m) \end{array} \right], \quad (29)$$

$$L_{Drr} = \left[ \begin{array}{c|c} L_{Drx\sigma}(I_r^*, \gamma_r) + L_{Dxm}(I_m, \gamma_m) & L_{Drxy\sigma}(I_r^*, \gamma_r) + L_{Dxym}(I_m, \gamma_m) \\ \hline L_{Drxy\sigma}(I_r^*, \gamma_r) + L_{Dxym}(I_m, \gamma_m) & L_{Dry\sigma}(I_r^*, \gamma_r) + L_{Dym}(I_m, \gamma_m) \end{array} \right], \quad (30)$$

$$L_{Dsr} = \left[ \begin{array}{c|c} L_{Dmx}(I_m, \gamma_m) & L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) \\ \hline L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) & L_{Dym}(I_m, \gamma_m) \end{array} \right], \quad (31)$$

Przedstawione równania można wykorzystać w badaniach stanów nieustalonych maszyny indukcyjnej. Przy rozpatrywaniu stanów ustalonych symetrycznych (przyjmując  $\omega_x = \omega_s$ ) układ równań różniczkowych doprowadza się do układu równań algebraicznych nieliniowych o następującej postaci:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + j\omega_s (L_{s\sigma}(I_s) + L_m(I_m)) & j\omega_s L_m(I_m) \\ js\omega_s L_m(I_m) & R_r^* + js\omega_s (L_{r\sigma}(I_r^*) + L_m(I_m)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_s \\ \underline{I}_r^* \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Przedstawione powyżej nieliniowe modele matematyczne maszyny indukcyjnej różnią się od modeli matematycznych maszyny, w których nie uwzględnia się zjawiska nasycenia. Różnice pomiędzy tymi modelami wynikają:

- z występowania w równaniach stanu nieustalonego różniących się między sobą nieliniowych indukcyjności statycznych i dynamicznych,

- z występowania sprzężenia magnetycznego pomiędzy obwodami elektrycznymi maszyny w osiach  $x$  i  $y$ ,
- z występowania w równaniach stanu ustalonego nieliniowych indukcyjności statycznych.

Wymienione wyżej różnice zostały zaznaczone na schematach zastępczych maszyny przedstawionych na rys. 1, 2.

#### 4. PRZYKŁADOWE WYNIKI BADAŃ SYMULACYJNYCH

Opierając się na opracowanym modelu matematycznym maszyny asynchronicznej przeprowadzono badania symulacyjne dla stanu nieustalonego (rozruch silnika), oraz stanu ustalonego. Przedmiotem badań był silnik asynchroniczny o następujących danych znamionowych:

$$P_N = 3 \text{ kW}, \quad U_{sN} = 220/380 \text{ V}, \quad I_{sN} = 11,5/6,7 \text{ A},$$

$$\cos(\phi_N) = 0,82, \quad n_n = 1430 \text{ obr/min.}$$

Jako parametry elektromagnetyczne przyjęto:

$$R_s = 2,0 \ \Omega, \quad R_r^* = 1,65 \ \Omega,$$

$$L_{s\sigma} = 0,01 \text{ H}, \quad L_{r\sigma}^* = 0,01 \text{ H}, \quad L_m = 0,128 \text{ H} - \text{wartości nienasycone.}$$

Syntetyczne charakterystyki sprzężeń magnetycznych przedstawiono za pomocą funkcji analitycznych:

$$\Psi_{s\sigma}(I_s) = A_{s\sigma} \arctg(B_{s\sigma} I_s) + C_{s\sigma} I_s;$$

$$\Psi_{r\sigma}^*(I_r^*) = A_{r\sigma} \arctg(B_{r\sigma} I_r^*) + C_{r\sigma} I_r^*;$$

$$\Psi_m(I_m) = A_m \arctg(B_m I_m) + C_m I_m$$

gdzie

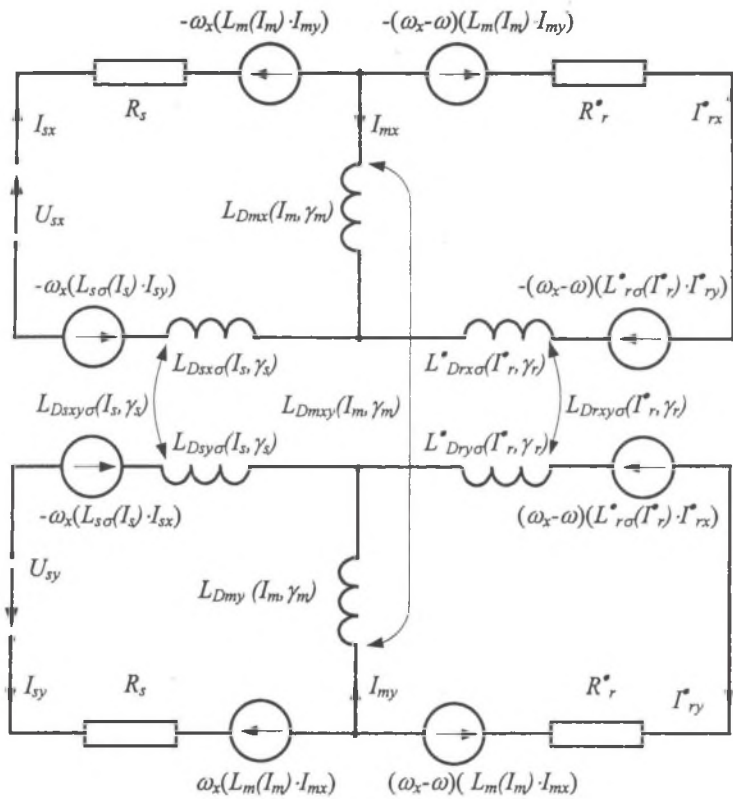
$$A_{s\sigma} = A_{r\sigma} = 0,097, \quad A_m = 1,30,$$

$$B_{s\sigma} = B_{r\sigma} = 0,07, \quad B_m = 0,226,$$

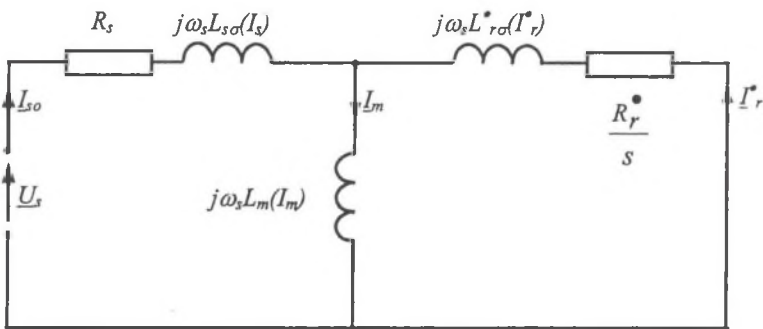
$$C_{s\sigma} = C_{r\sigma} = 0,0045.$$

Badania symulacyjne przeprowadzono przy uwzględnieniu i pominięciu zjawiska nasycenia w modelu matematycznym maszyny. W tym drugim przypadku jako indukcyjności magnesujące oraz rozproszenia przyjęto indukcyjności maszyny obowiązujące dla stanu nienasyconego. Wybrane wyniki badań symulacyjnych przedstawiono na rys.3-10. Zamieszczone wyniki badań dotyczą zasilania maszyny z sieci sztywnej o napięciu znamionowym.

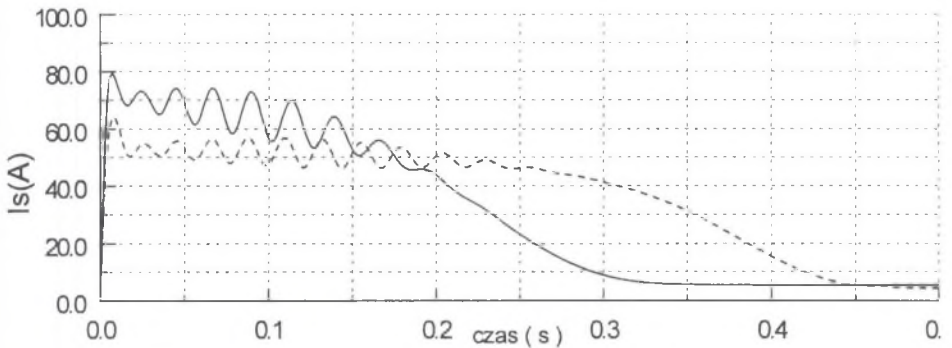




Rys. 1. Schemat zastępczy maszyny dla stanów nieustalonych  
 Fig. 1. Equivalent circuit of an induction machines in transients states

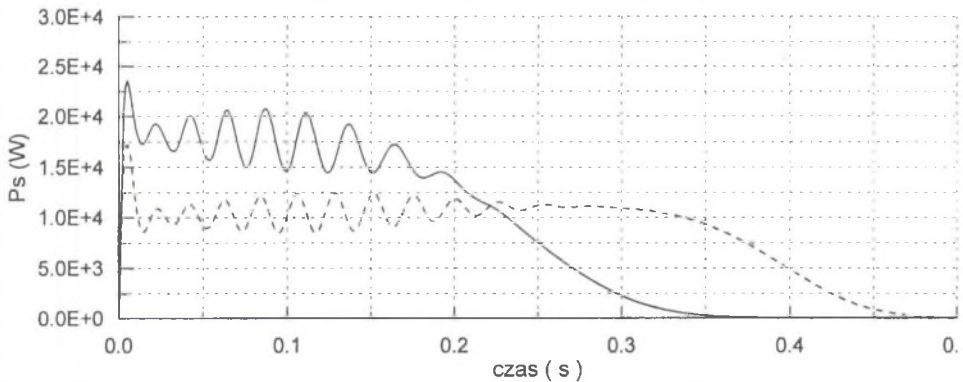


Rys. 2. Schemat zastępczy maszyny dla stanów ustalonych  
 Fig. 2. Equivalent circuit of an induction machines in steady states



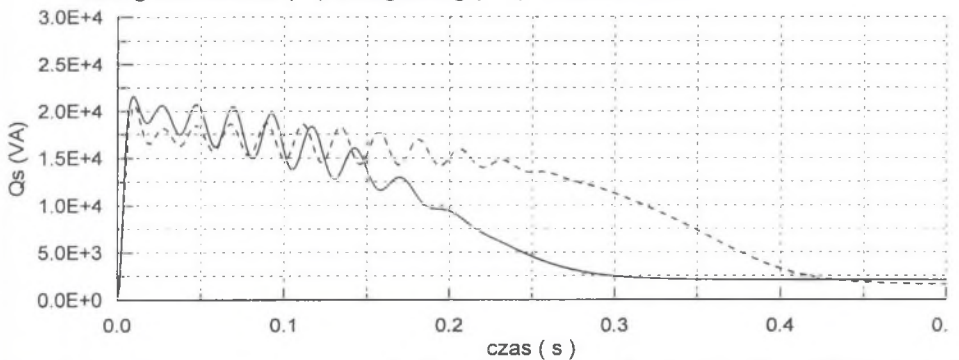
Rys.3. Przebieg czasowy modułu fazona przestrzennego prądu stojana podczas rozruchu silnika obliczony przy uwzględnieniu (—) i pominięciu (- - -) zjawiska nasycenia

Fig. 3. Wave of space phasor magnitude of the stator current while starting the motor, calculated when taking into account (—) or neglecting (- - -) saturation effect



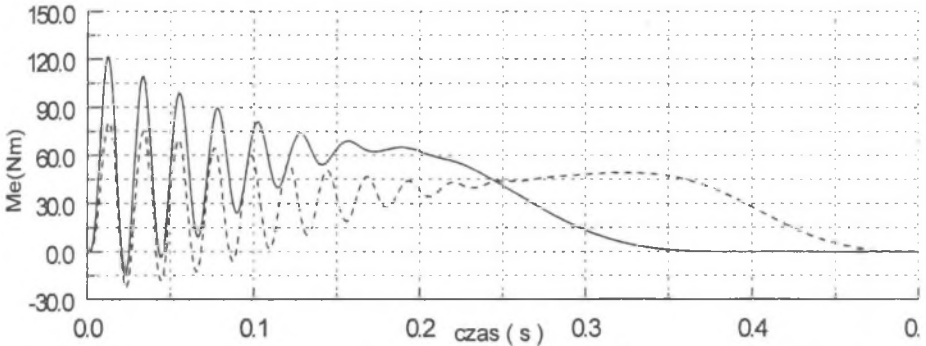
Rys.4. Przebieg czasowy mocy chwilowej czynnej podczas rozruchu silnika obliczony przy uwzględnieniu (—) i pominięciu (- - -) zjawiska nasycenia

Fig. 4. Wave of the instantaneous active power while starting the motor, calculated when taking into account (—) or neglecting (- - -) saturation effect



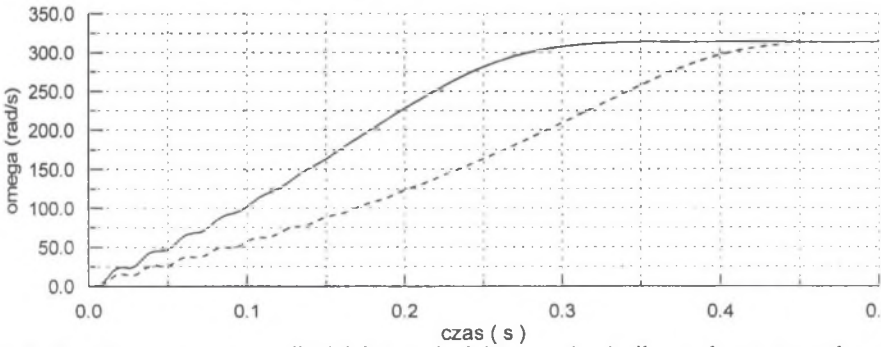
Rys.5. Przebieg czasowy mocy chwilowej biernej podczas rozruchu obliczony przy uwzględnieniu (—) i pominięciu (- - -) zjawiska nasycenia

Fig. 5. Wave of the instantaneous reactive power while starting the motor, calculated when taking into account (—) or neglecting (- - -) saturation effect



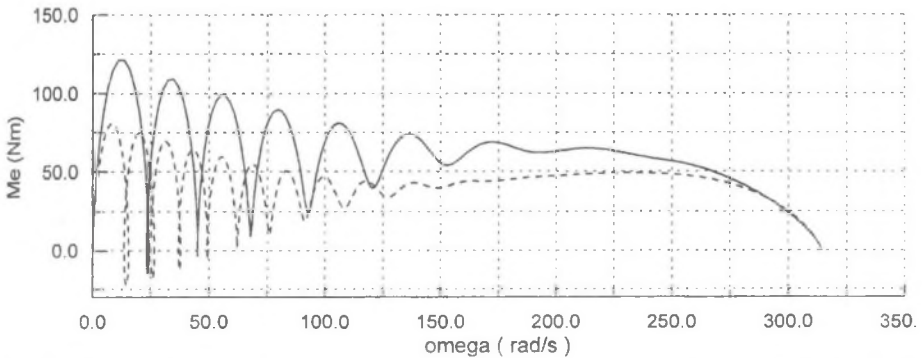
Rys.6. Przebieg czasowy momentu elektromagnetycznego podczas rozruchu obliczony przy uwzględnieniu (—) i pominięciu (- - -) zjawiska nasycenia

Fig. 6. Wave of the electromagnetic torque while starting the motor, calculated when taking into account (—) or neglecting (- - -) saturation effect



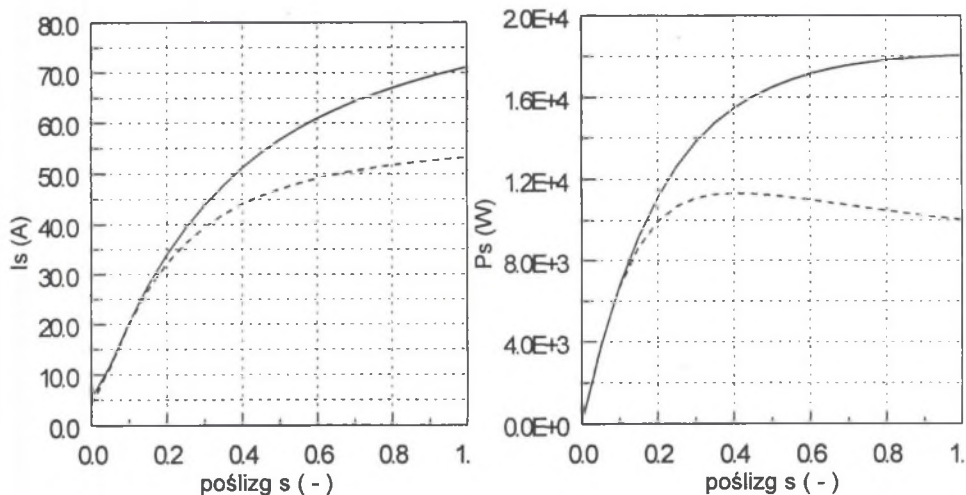
Rys.7. Przebieg czasowy prędkości kątovej elektrycznej wirnika podczas rozruchu silnika obliczone przy uwzględnieniu (—) i pominięciu (- - -) zjawiska nasycenia

Fig. 7. Wave of the rotor electrical angular speed while starting the motor, calculated when taking into account (—) or neglecting (- - -) saturation effect



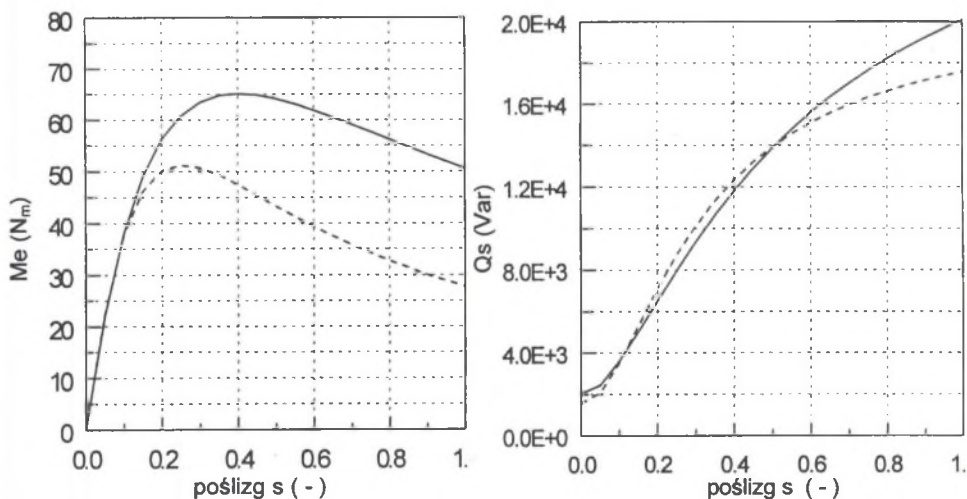
Rys.8. Trajektoria zmian momentu elektromagnetycznego silnika w funkcji prędkości kątovej elektrycznej wirnika podczas rozruchu silnika

Fig. 8. Trajectory of the motor electromagnetic torque in function of the rotor electrical angular speed while starting the motor



Rys.9. Charakterystyki statyczne modułu fazora przestrzennego prądu stojana oraz mocy czynnej stojana w funkcji poślizgu obliczone przy uwzględnieniu (—) i pominięciu (---) zjawiska nasycenia

Fig. 9. Static characteristics of the space phasor magnitude of the stator current and stator active power in function of the slip calculated when taking into account (—) or neglecting (---) saturation effect



Rys.10. Charakterystyki statyczne momentu elektromagnetycznego silnika oraz mocy biernej stojana w funkcji poślizgu obliczone przy uwzględnieniu (—) i pominięciu (---) zjawiska nasycenia

Fig. 10. Static characteristics of the motor electromagnetic torque and stator reactive power in function of the slip calculated when taking into account (—) or neglecting (---) saturation effect

## 5. UWAGI KOŃCOWE

Przeprowadzone badania symulacyjne oraz przedstawione wybrane wyniki badań wykazały potrzebę uwzględnienia zjawiska nasycenia w modelu matematycznym maszyny asynchronicznej. Uzyskane wyniki badań oraz dokonane porównania przebiegów czasowych, obliczonych przy uwzględnieniu i pominięciu zjawiska nasycenia w modelu matematycznym maszyny, wskazały na istnienie dosyć znacznych rozbieżności między tymi przebiegami. Przykładowo, różnice między wartościami maksymalnymi modułu fazona przestrzennego prądu stojana wynoszą około 15-18%, a maksymalne różnice między wartościami maksymalnymi momentu elektromagnetycznego wynoszą 30%. Główną przyczyną obserwowanych rozbieżności jest zjawisko nasycenia rdzeni ferromagnetycznych przez pole rozproszenia. Uwzględnienie zjawiska nasycenia dla pola magnetycznego głównego nie ma zasadniczego wpływu na wartości maksymalne prądów w początkowym stadium procesu rozruchu. Wpływ tego zjawiska zaznacza się przy poślizgach wirnika maszyny zbliżonych do zera. Uwzględnienie zjawiska nasycenia w obwodowym modelu matematycznym maszyny przyczynia się do poprawy dokładności obliczeń stanów dynamicznych maszyny asynchronicznej.

## LITERATURA

1. Filc R. W.: *Matematičeskie osnovy teorii elektromechaniceskich priobrazowatelej*. Naukowa Dumka, Kijew, 1979.
2. Kudła J.: Wpływ nieliniowości głównego obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej na jej własności elektrodynamiczne; Materiały XI Sympozjum „Zjawiska Elektromagnetyczne w Obwodach Nieliniowych”, Poznań 1989, s. 293÷299.
3. Paszek W.: *Dynamika maszyn elektrycznych prądu przemiennego*. Wydawnictwo Helion, Gliwice 1998.
4. Sobczyk T. J., Sobczyk K.: On Modelling of Elektromechanical Energy Converters with Nonlinear Magnetic Circuit; Proc. of ICEM'90, Cambridge 1990, part 3, p. 1012÷1015.
5. Vas P.: Generalized analysis of saturated A.C. machines; Archiv für Elektrotechnik (64), 1981, no 1, pp 57÷62.
6. Ronkowski M.: *Circuit-Oriented Models Of Electrical Machines For Simulation Of Converter Systems*. Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, ser. Elektryka, nr 78, Gdańsk 1995.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Roman Nadolski

**Abstract**

Equations of an induction machine taking into account saturation of the stator and rotor ferromagnetic cores by the main magnetic field and leakage fields are presented in the paper. The saturation effect has been taken into consideration in the machine equations expressed in two-axis reference frame by the nonlinear characteristics have been determined by means of the synthetic characteristics of flux linkages of the main magnetic field and leakage fields(4,7,8). The nonlinear static and dynamic inductances of a machine related to the mentioned above fields have been defined (12,16) and the relationships describing them have been derived. The machine equivalent circuits for steady and transient states have been presented and the parameters dependent on saturation have been shown on them (Figs. 1,2) The chosen simulation results given in the paper ( Fig.3-10 ) have proved the necessity of taking into consideration saturation effect in the machine mathematical model.