

Andrzej BOBONÍ, Jerzy KUDŁA, Cestmir ONDRUSEK

ZASTOSOWANIE ALGORYTMU GENETYCZNEGO I METODY LEVENBERGA-MARQUARDTA DO APROKSYMACJI INDUKCYJNOŚCI WIDMOWYCH MASZYNY SYNCHRONICZNEJ

Streszczenie. Przedstawiono sposoby aproksymacji indukcyjności widmowych maszyny synchronicznej za pomocą funkcji wymiernych. Do wyznaczenia parametrów tych funkcji (stałych czasowych), wykorzystano algorytm Levenberga-Marquardta i algorytm genetyczny. Obliczenia przeprowadzono dla generatora synchronicznego o mocy 200 MW, którego transmitancje widmowe zostały wyznaczone na podstawie danych konstrukcyjnych i projektowych.

APPLICATION OF GENETIC ALGORITHM AND LEVENBERG-MARQUARDT METHOD TO APPROXIMATION OF SYNCHRONOUS MACHINE SPECTRAL INDUCTANCES

Summary. A procedure of approximation of synchronous machine spectral inductances by complex rational functions has been presented. The Levenberg-Marquardt algorithm and the genetic algorithm has been used to determine parameters (time constants) of the functions being approximated. Calculations have been made for the 200 MW synchronous generator whose spectral transfer functions have been determined basing on the machine design data.

1. WPROWADZENIE

Transmitancje widmowe maszyny synchronicznej reprezentują wpływ zjawisk elektromagnetycznych występujących w maszynie na dynamiczne właściwości obwodów elektrycznych stojana i wzbudzenia. Przy uwzględnieniu, że transmitancje te zostały wyznaczone z rozkładów przestrzennych pól magnetycznych w maszynie $([1, 3])$, mogą być

zatem uważane za obwodowy ekwiwalent połowo-obwodowego modelu matematycznego maszyny i mogą być wykorzystane do formułowania jej zastępczych obwodowych modeli i identyfikacji ich parametrów elektromagnetycznych. Obwodowe modele matematyczne maszyny synchronicznej różnią się liczbą zastępczych obwodów tłumiących uwzględnianych w wirniku i sposobem ich reprezentowania przez parametry skupione typu R-L. Różnice te wpływają na dokładność opisu stanów dynamicznych w maszynie i są związane z dokładnością aproksymacji jej transmitancji widmowych i ze sposobem ich syntezy za pomocą równoważnych zastępczych obwodów elektrycznych.

W artykule przedstawiono sposoby aproksymacji indukcyjności widmowych maszyny synchronicznej za pomocą funkcji wymiernych. Do wyznaczenia parametrów tych funkcji wykorzystano algorytm Levenberga-Marquardta i algorytm genetyczny.

Obliczenia przeprowadzono dla generatora synchronicznego o mocy 200 MW, którego transmitancje widmowe zostały wyznaczone przy wykorzystaniu rozkładów przestrzennych pól magnetycznych na podstawie danych konstrukcyjnych i projektowych [1].

2. APROKSYMACJA TRANSMITANCJI WIDMOWYCH MASZYNY SYNCHRONICZNEJ

Do opisu w dziedzinie częstotliwości stanów dynamicznych obwodów elektrycznych stojana w osi d i q i uzwojenia wzbudzenia maszyny synchronicznej, przy uwzględnieniu przepływu prądów w przewodzących klinach, w uzwojeniach tłumiących i w litych elementach wirnika wykorzystuje się:

- ♦ równania impedancyjne pasywnego czwórnikownika w osi d [3]

$$jv\underline{\Psi}_d(v) = -jv\underline{L}_{do}(v)\underline{I}_d(v) + jv\underline{L}_{df}^*(v)\underline{i}_f^*(v), \quad (1)$$

$$jv\underline{\Psi}_f^*(v) = -jv\underline{L}_{df}^*(v)\underline{I}_d(v) + jv\underline{L}_{fo}^*(v)\underline{i}_f^*(v),$$

- ♦ równania impedancyjne pasywnego dwójnika w osi q [3]

$$jv\underline{\Psi}_q(v) = -jv\underline{L}_q(v)\underline{I}_q(v) \quad (2)$$

gdzie:

- $\underline{\Psi}_d(v), \underline{\Psi}_q(v), \underline{I}_d(v), \underline{I}_q(v)$ – amplitudy zespolone strumieni magnetycznych sprzężonych i prądów twornika w osi d i q ,
- $\underline{\Psi}_f^*(v), \underline{i}_f^*(v)$ – amplituda zespolona strumienia magnetycznego sprzężonego i prądu wzbudzenia,

$\underline{L}_{do}(\nu)$, $\underline{L}_{df}^{\bullet}(\nu)$, $\underline{L}_{fo}^{\bullet}(\nu)$, $\underline{L}_q(\nu)$ – indukcyjności widmowe maszyny,

$$\nu = \frac{\omega}{\omega_N} \quad \text{– względna częstotliwość.}$$

Równania (1) i (2), stanowiące obwodowy ekwiwalent modelu połowo-obwodowego maszyny, mogą być bezpośrednio wykorzystane (przy zastosowaniu odwrotnej transformacji Fouriera) do analizy stanów dynamicznych opisywanych przez liniowy układ równań różniczkowych. Analizę pozostałych stanów dynamicznych, opisywanych przez nieliniowy układ równań różniczkowych, można przeprowadzić tylko w dziedzinie czasu. Wymaga to jednoczesnego rozwiązywania obwodowych i polowych równań maszyny bądź sformułowania jej zastępczych obwodowych modeli matematycznych. Modele takie mogą być otrzymane poprzez aproksymację transmitancji (indukcyjności) widmowych maszyny, a następnie ich syntezę za pomocą zastępczych obwodów elektrycznych o stałych skupionych typu R-L.

Uwzględniając właściwość pasywności czwórnika w osi d i dwójnika w osi q , jak również graniczne wartości indukcyjności widmowych dla $\nu \rightarrow 0$ i $\nu \rightarrow \infty$, indukcyjności widmowe maszyny mogą być aproksymowane za pomocą funkcji wymiernych o postaci:

$$\begin{aligned} \underline{L}_{do}(\nu) &\cong L_d \prod_{i=1}^{n_d} \left(\frac{1 + j\nu T_{di}}{1 + j\nu T_{doi}} \right), & \underline{L}_{df}^{\bullet}(\nu) &\cong L_{df}^{\bullet} \prod_{i=1}^{n_d} \left(\frac{1 + j\nu T_{Di\sigma}}{1 + j\nu T_{doi}} \right), \\ \underline{L}_{fo}^{\bullet}(\nu) &\cong L_f^{\bullet} \prod_{i=1}^{n_d} \left(\frac{1 + j\nu T_{fi\sigma}}{1 + j\nu T_{doi}} \right), & \underline{L}_q(\nu) &\cong L_q \prod_{i=1}^{n_q} \left(\frac{1 + j\nu T_{qi}}{1 + j\nu T_{qoi}} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

w których poszukiwane stałe czasowe, występujące w licznikach i mianownikach, określają zera i bieguny aproksymowanych indukcyjności widmowych.

W zależnościach (3) oznaczono:

L_d , L_{df}^{\bullet} , L_f^{\bullet} , L_q – graniczne wartości indukcyjności widmowych dla $\nu \rightarrow 0$,

n_d, n_q – liczby określające stopień wielomianów w licznikach i mianownikach indukcyjności widmowych.

Aproksymacja indukcyjności widmowych (dla zadanych wartości n_d, n_q) polega na znalezieniu takich stałych czasowych w licznikach i mianownikach funkcji (3), które zapewnią minimalizację funkcji celu wyrażonej w postaci błędu średniokwadratowego pomiędzy indukcyjnościami widmowymi odniesienia (obliczonymi metodą elementów skończonych (MES) lub zmierzonymi), a zastępczymi indukcyjnościami widmowymi określonymi przez zależności (3)

$$\Xi(\mathbf{P}) = \sum_i \varepsilon_i(\mathbf{P})^2 = \varepsilon(\mathbf{P})^T \varepsilon(\mathbf{P}); \quad \varepsilon_i(\mathbf{P}) = \frac{|\underline{L}_{MES}(v_i)| - |\underline{L}_m(v_i, \mathbf{P})|}{|\underline{L}_{MES}(v_i)|} \quad (4)$$

gdzie:

$\varepsilon(\mathbf{P})$ – wektor, którego elementami są błędy średniokwadratowe w kolejnych punktach charakterystyki amplitudowej indukcyjności widmowej,

\mathbf{P} – wektor poszukiwanych parametrów (stałych czasowych) indukcyjności widmowej,

$|\underline{L}_{MES}(v_i)|$, $|\underline{L}_m(v_i, \mathbf{P})|$ – amplituda indukcyjności widmowej dla częstotliwości v_i , obliczona metodą elementów skończonych i zastępczej indukcyjności widmowej określonej przez zależność (3).

Do wyznaczenia stałych czasowych indukcyjności widmowych wystarcza minimalizacja błędu średniokwadratowego dla ich charakterystyk amplitudowych, ze względu na to, że zarówno zera, jak i bieguny zastępczych indukcyjności widmowych położone są w lewej półpłaszczyźnie liczb zespolonych (zastępcze indukcyjności widmowe są funkcjami minimalno fazowymi).

3. ALGORYTMY WYKORZYSTYWANE W PROCESIE MINIMALIZACJI

W ogólnym przypadku znalezienie wektora \mathbf{P} , zawierającego poszukiwane stałe czasowe i minimalizującego funkcję celu, jest zagadnieniem nieliniowym. Do rozwiązania tego zagadnienia wykorzystywane są:

- ♦ metody deterministyczne oparte na algorytmie Levenberga-Marquardta,
- ♦ metody stochastyczne oparte na algorytmie genetycznym.

3.1. Algorytm Levenberga-Marquardta

Algorytm Levenberga-Marquardta należy do grupy algorytmów iteracyjnych, w których nieznaną wektor parametrów \mathbf{P} w $k+1$ kroku iteracyjnym jest określony zależnością:

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k - \left[\mathbf{J}^T(\mathbf{P}_k) \mathbf{J}(\mathbf{P}_k) + \zeta_k \mathbf{I} \right]^{-1} \mathbf{J}^T(\mathbf{P}_k) \varepsilon(\mathbf{P}_k) \quad (5)$$

gdzie:

$\mathbf{J}(\mathbf{P})$ – macierz Jacobiego,

I – macierz jednostkowa,

ζ_k – wielkość skalarna, której wartość ulega zmianie w procesie iteracji.

W zależności od wartości parametru ζ algorytm Levenberga-Marquardta zbliża się do metody największego spadku lub do metody Gaussa-Newtona. Gdy wartość wektora P jest daleka od rozwiązania, parametr ζ jest duży, tak że można przyjąć

$$J^T(P_k)J(P_k) \ll \zeta_k I. \quad (6)$$

Stąd otrzymuje się procedurę największego spadku

$$P_{k+1} = P_k - \frac{1}{\zeta_k} J^T(P_k) \varepsilon(P_k). \quad (7)$$

W przypadku gdy wartość wektora P jest bliska rozwiązaniu, parametr ζ jest mały, tak że można przyjąć:

$$J^T(P_k) \cdot J(P_k) \gg \zeta_k I. \quad (8)$$

Stąd otrzymuje się procedurę Gaussa-Newtona

$$P_{k+1} = P_k - [J^T(P_k)J(P_k)]^{-1} J^T(P_k) \varepsilon(P_k). \quad (9)$$

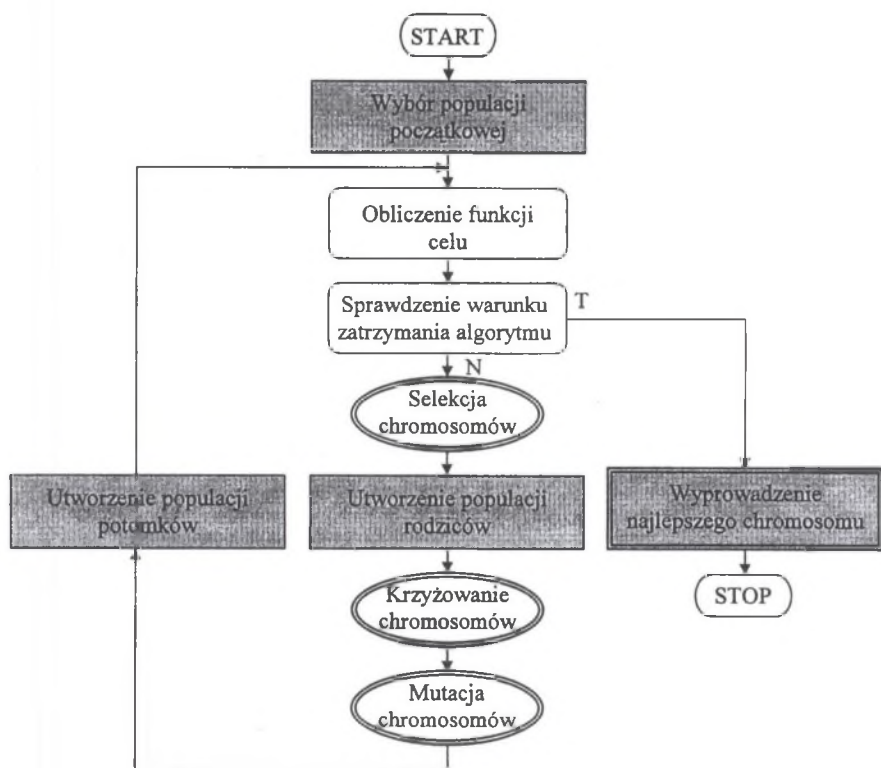
Proces doboru parametru ζ jest procesem adaptacyjnym i zależy od konkretnej implementacji algorytmu w programie komputerowym.

Zbieżność oraz efektywność algorytmu w dużym stopniu zależy od wyboru punktu startowego. Przy niestaranym jego wyborze algorytm może być rozbieżny. Przy wyborze punktów startowych można wykorzystać parametry katalogowe maszyny oraz dodatkowo, wykorzystać nierówności, które powinny spełniać poszukiwane stałe czasowe.

3.2. Algorytm genetyczny

Algorytm genetyczny umożliwia rozwiązanie zagadnienia optymalizacji poprzez symulowanie procesu ewolucji występującego w przyrodzie. Algorytm genetyczny wykonuje symulację ewolucji na populacjach członków (chromosomach), które w standardowych algorytmach składają się z sekwencji zer i jedynek (genów). Wybór chromosomów do reprodukcji, spełniających funkcję celu w najlepszy możliwy sposób, przeprowadzany jest na etapie selekcji, podczas gdy zmiana struktury chromosomów dokonywana jest za pomocą operatorów genetycznych (krzyżowania i mutacji). Operacja krzyżowania polega na wymianie niektórych genów pomiędzy chromosomami, natomiast operacja mutacji zmienia wartości poszczególnych genów. Wszystkie procesy występujące w algorytmie genetycznym

mają charakter losowy. Algorytmy genetyczne nie wymagają zadawania punktów startowych. Podczas inicjalizacji algorytmu następuje losowy wybór początkowej populacji członków o zadanej liczności. Proces selekcji członków jest wykonywany tylko na podstawie obliczenia wartości funkcji celu i nie jest wymagana znajomość jej pochodnych. Działanie algorytmu genetycznego w sposób poglądowy przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Schemat działania algorytmu genetycznego
Fig. 1. Flow chart of a genetic algorithm

4. WYNIKI APROKSYMACJI INDUKCYJNOŚCI WIDMOWYCH GENERATORA

Aproksymację indukcyjności widmowych przeprowadzono dla turbogeneratorsa o mocy 200 MW. Do aproksymacji wykorzystano charakterystyki amplitudowe indukcyjności widmowych $\underline{L}_{do}(\nu)$, $\underline{L}_{df}^*(\nu)$ i $\underline{L}_q(\nu)$, wyznaczonych metodą elementów skończonych na

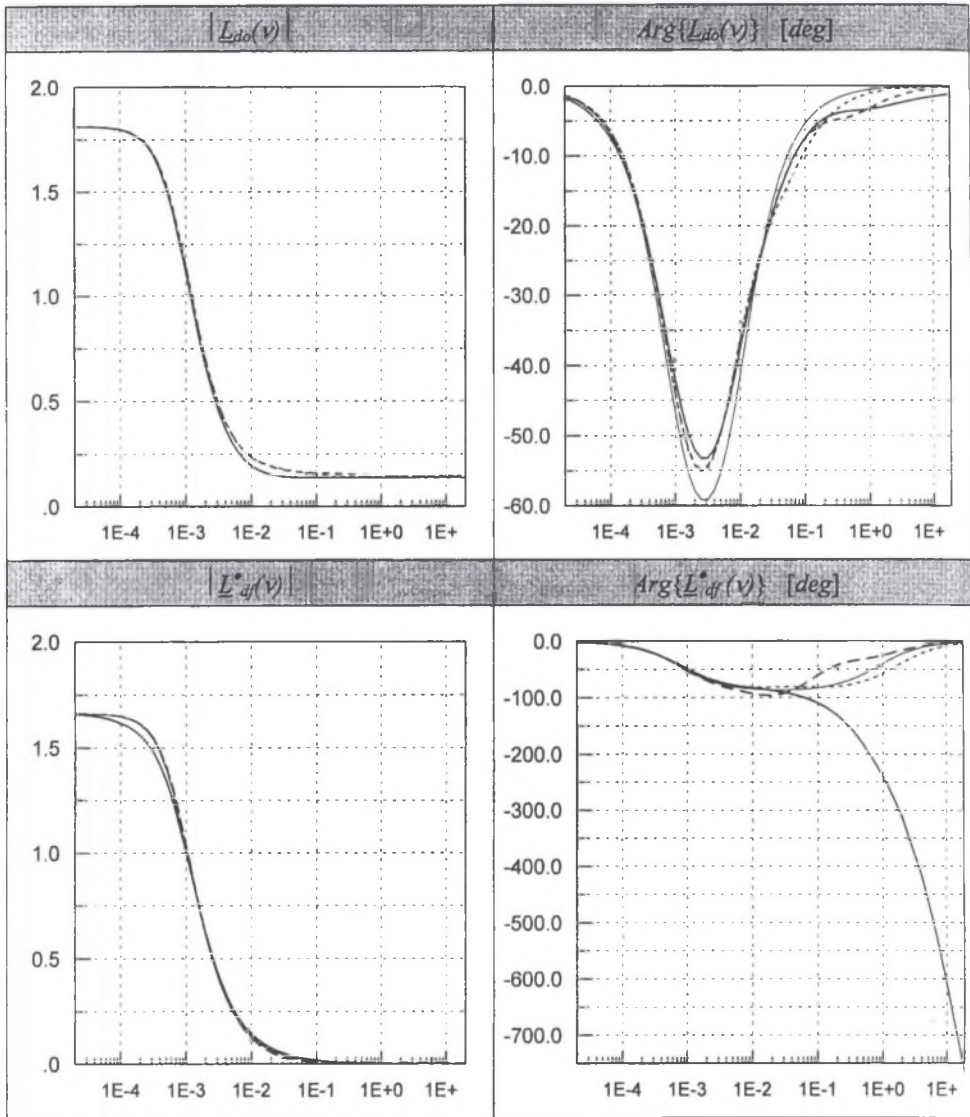
podstawie danych konstrukcyjnych i projektowych maszyny. Na rys. 2 i 3 przedstawiono charakterystyki amplitudowe i fazowe indukcyjności widmowych obliczone metodą elementów skończonych (MES) oraz aproksymujących je indukcyjności widmowych dla modeli obwodowych $n_d=1,2,3$ i $n_q=1,2,3,4$ przy wykorzystaniu algorytmu Levenberga-Marquardta. Zastosowanie algorytmu genetycznego daje wyniki zbliżone do wyników uzyskanych metodą Levenberga-Marquardta i wprowadza tylko minimalne zmiany przebiegów charakterystyk zamieszczonych na rys. 2 i 3.

W tabeli 1 i 2 podano wyniki (stałe czasowe) aproksymacji indukcyjności widmowych generatora otrzymane przy wykorzystaniu obu rozpatrywanych algorytmów.

Tabela 1

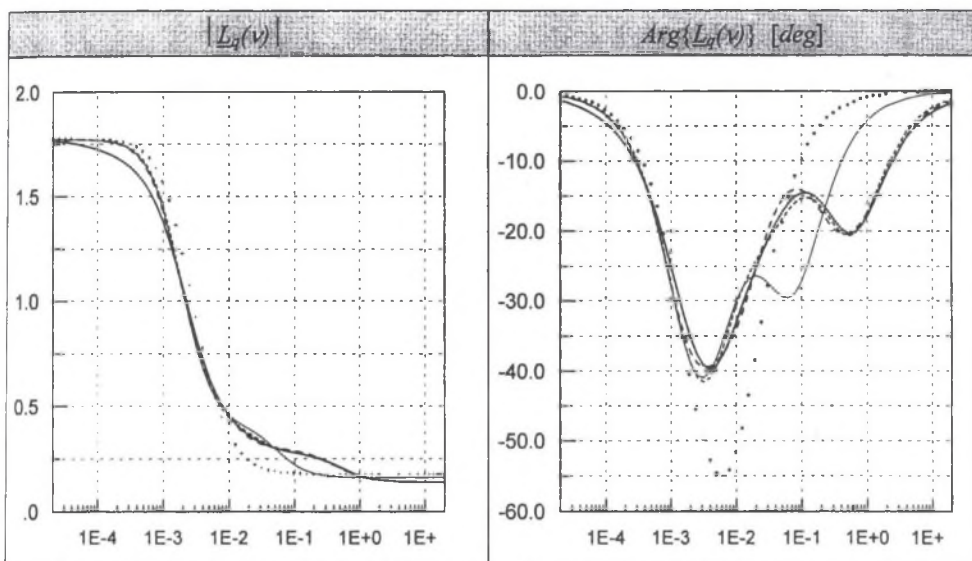
Wyniki aproksymacji (stałe czasowe w jednostkach względnych)
indukcyjności widmowych $\underline{L}_{do}(\nu)$, $\underline{L}_{dq}^*(\nu)$ dla turbogeneratorsa 200 MW

$P[-]$	Algorytm Levenberga – Marquardta			Algorytm genetyczny	
	$n_d=1$	$n_d=2$	$n_d=3$	$n_d=2$	$n_d=3$
T_{do1}	1298	1243	1245	4366,6	1326,9
T_{d1}	97,601	128,378	135,743	104,0	193,85
T_{do2}	↔	24,509	49,947	1119,95	91,9
T_{d2}	↔	19,164	39,993	4016,85	54,35
T_{do3}	↔	↔	2,002	↔	2,85
T_{d3}	↔	↔	1,798	↔	2,60
$T_{D1\sigma}$	1,203	30,731	25,006	3963,2	128,65
$T_{D2\sigma}$	↔	0,624	10,015	0,05	0,35
$T_{D3\sigma}$	↔	↔	0,997	↔	0,05
$\Xi(P)$	0,077	0,071	0,0073	0,0097	0,0415



Rys. 2. Charakterystyki amplitudowe i fazowe indukcyjności widmowych $L_{do}(v)$ i $L_{df}^*(v)$
 — MES — $n_d=1$ $n_d=2$ - - - $n_d=3$

Fig. 2. Magnitude and phase characteristics of the spectral inductances $L_{do}(v)$ and $L_{df}^*(v)$
 — FEM — $n_d=1$ $n_d=2$ - - - $n_d=3$

Rys. 3. Charakterystyki amplitudowe i fazowe indukcyjności widmowej $L_q(v)$

———— MES $n_q=1$ ——— $n_q=2$ $n_q=3$ - - - - $n_q=4$

Fig. 3. Magnitude and phase characteristics of the spectral inductance $L_q(v)$

———— FEM $n_q=1$ ——— $n_q=2$ $n_q=3$ - - - - $n_q=4$

Tabela 2

Wyniki aproksymacji (stałe czasowe w jednostkach względnych) indukcyjności widmowej $L_q(v)$ dla turbogeneratora 200 MW

$P[-]$	Algorytm Levenberga – Marquardta			Algorytm genetyczny		
	$n_q=2$	$n_q=3$	$n_q=4$	$n_q=2$	$n_q=3$	$n_q=4$
T_{qo1}	751,33	719,58	794,43	632,98	676,18	828,5
T_{q1}	172,33	161,63	269,18	108,9	160,76	279,85
T_{qo2}	22,09	38,904	135,21	3,05	60,59	120,88
T_{q2}	8,702	26,83	66,262	1,4	40,39	58,4
T_{qo3}	↔	2,419	3,357	↔	2,39	4,73
T_{q3}	↔	1,231	2,05	↔	1,18	4,03
T_{qo4}	↔	↔	1,097	↔	↔	1,90
T_{q4}	↔	↔	0,846	↔	↔	1,07
$\Xi(P)$	0,922	0,048	0,031	0,143	0,051	0,027

5. UWAGI KOŃCOWE

Wykonane obliczenia pokazały, że obydwa zastosowane algorytmy optymalizacji dają zbliżone rezultaty w zakresie aproksymacji charakterystyk indukcyjności widmowych. Metoda Levenberga-Marquardta jest wrażliwa na przyjmowany punkt startowy. Niewłaściwy wybór tego punktu może spowodować utratę zbieżności procesu iteracyjnego. Metoda wykorzystująca algorytm genetyczny nie jest obciążona tą wadą, jednak w celu otrzymania poprawnych wyników, bliskich globalnego optimum, wymaga wykonywania długotrwałych obliczeń numerycznych. Porównanie rozkładów błędów dla różnych stopni wielomianów (n_d , n_q) wskazuje na to, że w pełni zadowalającą aproksymację indukcyjności widmowych w całym zakresie częstotliwości (0.001–1000 Hz) otrzymuje się dla $n_d=3$ i $n_q=4$. Porównując ze sobą wyniki obliczeń zawarte w tabeli 1 i 2 można zauważyć, że w wyniku aproksymacji charakterystyk widmowych dla tych samych wartości n_d i n_q uzyskuje się różne wartości stałych czasowych. Przyjmując, że algorytm genetyczny w większym stopniu przeszukuje przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań, można przyjąć, że otrzymane wyniki zbliżone są do optymalnych (w sensie globalnym). Wyjątkiem od tej zasady są wyniki otrzymane przy aproksymacji indukcyjności widmowych $\underline{L}_{do}(v)$ i $\underline{L}_{d\ell}^*(v)$ dla $n_d=3$, dla których ograniczono obszar poszukiwań.

LITERATURA

1. Boboń A., Kudła J., Żywiec A.: Transmitancje widmowe turbogenerators o mocy 200 MW wyznaczone metodą elementów skończonych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, ser. Elektryka, z. 168, Gliwice 1999, s. 81-93,
2. Boboń A., Kudła J., Ondrusek C.: Approximation of synchronous machine spectral transfer functions when using the genetic algorithm and Levenberg-Marquardt method. International Workshop on Electrical Machines in Prague 1998, pp.111-119.
3. Boboń A., Kudła J., Żywiec A.: Parametry elektromagnetyczne maszyny synchronicznej. Wykorzystanie metody elementów skończonych. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1998.

4. Goldberg D.E.: Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. Wydawnictwa Naukowo – Techniczne, Warszawa 1995.
5. Jin Y., El-Serafi A. M.: Application of Marquardt algorithm to the determination of synchronous machine parameters from their frequency response data. BICEM 1987 pp. 218-221.

Recenzent: Dr hab. inż. Ernest Mendrela
prof. Politechniki Opolskiej

Wpłynęło do Redakcji dnia 20 lutego 1999 r.

Abstract

A method of electromagnetic parameter estimation of the synchronous machine circuitual mathematical models has been presented in the paper. This method is based on the approximation procedure of magnitude characteristics of spectral inductances calculated by the finite element method. The approximating functions which determine the circuitual model spectral inductances have the form of rational functions (Eqn. 3). The approximation of the spectral inductances has been performed as a minimisation of the objective function expressed by the mean square error (Eqn. 4) between the reference spectral inductances (calculated by the finite element method) and the equivalent spectral inductances (3). To solve this problem there have been used both deterministic method based on the Levenberg-Marquardt algorithm and stochastic method based on the genetic algorithm. Calculations have been made for the 200 MW turbogenerator. Magnitude and phase characteristics of the spectral inductances $\underline{L}_{do}(\nu)$, $\underline{L}_{df}^*(\nu)$ and $\underline{L}_q(\nu)$ calculated by the finite element method (FEM) and calculated for the generator circuitual mathematical models using Levenberg-Marquardt algorithm have been shown in Figs. 2 and 3. These calculations have been carried out for circuitual models with $n_d=1, 2, 3$ and $n_q=1, 2, 3, 4$ equivalent damper circuits in the rotor resp. in d - and q -axes. The approximation results (time constants) of the generator spectral inductances have been given in the Table 1 and 2.

The calculations have shown that both of the applied optimisation methods provide the close results. Levenberg-Marquardt method is sensitive to the starting point. The wrong choice of this point can cause lack of the method convergence. The method using the genetic algorithm does not have this disadvantage but to obtain the correct results close to the global optimum one has to make numerous long-term calculations.