

## Abstract

Results of calculations and measurements of armature inductances of a synchronous motor with permanent magnets distributed asymmetrically inside the rotor (Fig.1) have been presented in the paper. The method based on the theory of a two-axis, salient pole synchronous machine and field analysis have been used for investigation of the motor properties. Measurements of the armature inductances by static method (locked rotor) consisting in measurement of current decay in transient state have been carried out for the motor (Fig.2). The measurement results for the inductance  $L_d$  are shown in Fig.3.

The program FEMAG-DC, which uses the finite element method, has been applied to field calculations. Distributions of the magnetic flux density in the machine (Figs 4÷6) and the flux linkages in d and q axes have been determined. Influence of the armature reaction in both axes on the flux linkages in these axes has been proved (Figs 7, 8). The calculations show that the influence of the armature current components  $I_d$  and  $I_q$  on the flux linkages in the q and d axes is of little importance (Figs 7b, 8b) and can be neglected in simplified analysis.

The armature reaction inductances as a function of armature current for different thickness of the air gap have been determined (4÷5) basing on the calculated distribution of magnetic flux density in the air gap and the flux linked with the phase windings (Fig.9). According to the made measurements and calculations it follows that it is necessary to take into account saturation of the magnetic circuit, hence non-linear dependences of the inductances upon the armature current components  $I_d$  and  $I_q$ , when designing a synchronous motor with permanent magnets distributed asymmetrically inside the rotor. The larger thickness of the air gap the less influence of circuit saturation on the armature reaction inductances.

Change of the motor rotational direction does not cause any essential changes of the armature reaction inductances, as well as motor operating properties despite the asymmetrical magnetic circuit of the rotor.

The exemplary characteristic of the motor armature current as a function of the load torque for different thickness of air gaps (Fig.10) and the curve V which shows influence of the supply voltage on the armature current at load changes (Fig.11) have been calculated basing on the determined parameters of the motor equivalent circuit. It is possible to adjust the supply voltage so that the armature current is minimal.

Roman MIKSIEWICZ, Adrian MROZEK

## WŁAŚCIWOŚCI SILNIKÓW SYNCHRONICZNYCH Z MAGNESAMI TRWAŁYMI ROZMIESZCZONYMI NA POWIERZCHNI WIRNIKA

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono wyniki analizy 3-fazowego silnika synchronicznego z magnesami trwałymi rozmieszczonymi na powierzchni wirnika. Na podstawie wyznaczonych rozkładów indukcji magnetycznej w szczelinie stojan-wirnik (przy wykorzystaniu MES i programu FEMAG-DC) obliczono indukcyjności oddziaływania twornika w zależności od prądu twornika dla różnych sposobów umieszczenia magnesów na biegunach i sposobu magnesowania oraz wyznaczono moment reluktancyjny silnika wynikający z ułożenia stojana. Opierając się na wyznaczonych nieliniowych parametrach schematu zastępczego obliczono charakterystyki eksploatacyjne silnika.

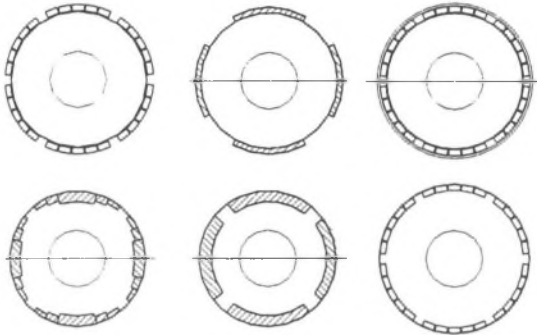
## PROPERTIES OF SYNCHRONOUS MOTORS WITH PERMANENT MAGNETS MOUNTED ON THE ROTOR SURFACE

**Summary.** Results of calculations of armature inductances of a synchronous motor with permanent magnets mounted on the rotor surface have been presented in the paper. The method based on the theory of a two-axis, salient pole synchronous machine and field analysis have been used for investigation of the motor properties. The program FEMAG-DC, which uses the FEM method, has been applied to field calculations. The armature reaction inductances as a function of armature current for different thickness of the air gap as well as for embedded and surface mounted magnets have been determined basing on the calculated distribution of magnetic flux density in the air gap. The exemplary characteristics of the motor armature current as a function of a supply voltage have been calculated.

## 1. WSTĘP

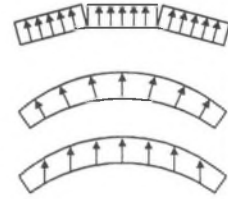
Ze względu na większą dostępność magnesów trwałych zawierających pierwiastki ziem rzadkich, zwiększają się możliwości i celowość ich stosowania nie tylko w silnikach synchronicznych serwonapędów, ale również w silnikach o małych i dużych prędkościach obrotowych (przy zasilaniu z układów przekształtnikowych), w generatorach synchronicznych. Wiąże się to m.in. z rozwojem metod obliczeniowych obwodów elektromagnetycznych, optymalizacją struktury tych obwodów, w tym właściwego wykorzystania magnesów. Modelowanie za pomocą sieci reluktancyjnych [3] pozwala na szybsze wykonanie obliczeń wielu wariantów, zwłaszcza przy zastosowaniu metod matematycznej optymalizacji i analizy wyników. Taki sposób może być jednak stosowany dla typowej, dobrze rozpoznanej konstrukcji obwodu (modelowanie permeancji dla określonych dróg magnetycznych). Zbudowanie modelu polowego opartego na MES wymaga więcej czasu na przygotowanie i wykonanie samych obliczeń, a następnie wyznaczenie parametrów obwodowych maszyny. Obliczenia polowe są szczególnie przydatne dla nietypowych rozwiązań konstrukcyjnych maszyn.

W silnikach synchronicznych z magnesami stosowane są dwa główne sposoby rozmieszczenia ich w wirniku: wewnątrz (o strukturze symetrycznej bądź niesymetrycznej) oraz na jego powierzchni. Sposoby te wykazują wiele różnic: technologicznych, w relacji pomiędzy parametrami, w sposobie rozruchu (zastosowanie klatki), w wykonaniu ukosowania wirnika, w stopniu oddziaływania przepływu twornika na magnesy, w wielkości momentu pulsującego (wynikającego z ułożkowania stojana). W prezentowanej pracy przeprowadzono analizę konstrukcji wirnika z magnesami umieszczonymi na jego powierzchni. W typowych rozwiązaniach (rys.1) bieguny są złożone z magnesów w postaci elementów prostopadłościennych lub fragmentów pierścieni. Mogą one być umieszczone na powierzchni jarzma wirnika bądź w nim osadzone (wbudowane). Różnice mogą również dotyczyć sposobu magnesowania magnesów: promieniowe lub osiowe (rys.2). Silniki z magnesami na powierzchni wirnika zwykle nie zawierają klatki rozruchowej. Rolę tłumiącą może spełniać dodatkowy pierścień obejmujący magnesy, wykonany z materiału niemagnetycznego.



Rys.1. Przykładowe konstrukcje wirników z magnesami na powierzchni i osadzonymi w wirniku

Fig. 1. Exemplary configurations of rotors with surface and embedded mounted magnets



Rys.2. Promieniowy i równoległy sposób magnesowania

Fig. 2. Radial and parallel methods of magnetizing

## 2. OBLICZENIA POŁOWE OBWODU ELEKTROMAGNETYCZNEGO

W pracy analizowany jest 3-fazowy, 4-biegunowy silnik synchroniczny małej mocy o magnesach (typu Nd-Fe-B) umieszczonych na powierzchni i wbudowanych w wirniku. Obliczenia wykonano w celu wyznaczenia parametrów schematu zastępczego dla 2-osiowego modelu silnika synchronicznego oraz jego własności eksploatacyjnych. Obliczenia parametrów wynikających z zastosowania modelu 2-osiowego maszyny sprowadziły się głównie do wyznaczenia indukcyjności oddziaływania twornika  $L_{ad}$  w osi podłużnej i poprzecznej  $L_{aq}$ , w zależności od składowych prądu twornika. Obliczenia indukcyjności wykonano za pomocą programu FEMAG-DC wykorzystującego MES dla pola 2-D. Zbadano wpływ:

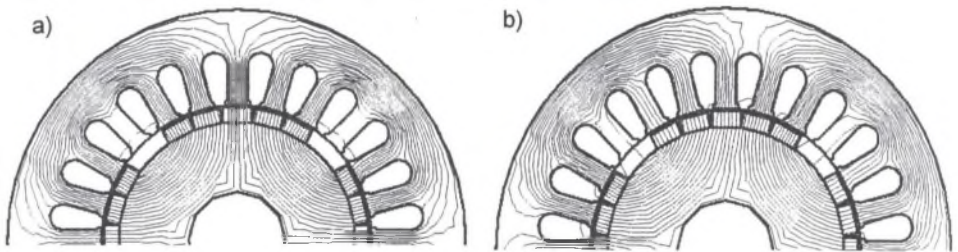
- grubości  $\delta$  szczeliny powietrznej między stojanem i wirnikiem,
  - szerokości bieguna - kąt  $\gamma$ ,
  - budowy biegunów: segmenty prostokątne, fragment pierścienia,
  - sposobu umieszczenia magnesów: na powierzchni, wbudowanych w jarzmo wirnika,
  - sposobu magnesowania biegunów pierścieniowych: promieniowy, osiowy,
- na parametry i właściwości eksploatacyjne silnika.

W obliczeniach indukcyjności uwzględniano wpływ oddziaływania twornika na nasycenie obwodu magnetycznego oraz zmianę tych indukcyjności. Przyjęto, że zmiana nasycenia obwodu magnetycznego w obu osiach jest niezależna od siebie, natomiast w danej osi wywołana jest tylko przepływem składowej prądu twornika w tej osi, czyli  $L_{ad}=f(I_d)$  i  $L_{aq}=f(I_q)$ . Wykorzystany do obliczeń program FEMAG-DC umożliwia m.in. wyznaczenie:

- rozkładów 2-wymiarowego pola magnetycznego w przekroju maszyny,
  - rozkładów indukcji w szczelinie powietrznej i jej harmonicznych.
- strumieni skojarzonych z poszczególnymi uzwojeniami.

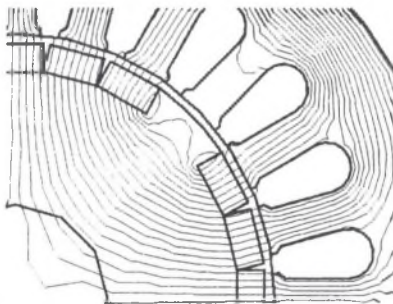
Program FEMAG-DC nie wyznacza bezpośrednio indukcyjności w osiach  $d$  i  $q$ , lecz przy pewnych uproszczeniach można je uzyskać na podstawie otrzymanych rozkładów pola [4]. Obliczenia te wykonano wymuszając odpowiednie wartości i kierunki prądów fazowych tak, aby przepływy oddziaływania twornika występowały tylko w jednej z osi:  $d$  lub w osi  $q$ . Przyjęto, że położenie osi  $d$  jest stałe i wynika z symetrycznej struktury obwodu magnetycznego. Równocześnie jest ono wyznaczone przez wartość maksymalną pierwszej harmonicznej indukcji w szczelinie przy prądzie twornika równym zero (idealny bieg jałowy).

Przykładowe rozkłady strumieni magnetycznych w silniku przedstawiają rys.3÷4. Na rys.3b pokazano wpływ oddziaływania prądu twornika w osi  $q$  na rozptył strumienia magnetycznego a na rys.5 wpływ oddziaływania na rozkład indukcji w szczelinie (widoczne przesunięcie osi pola). Rys.6 przedstawia rozkłady indukcji w szczelinie dla różnych przypadków: zmiana grubości szczeliny (rys.6a), zmiana szerokości bieguna (rys.6b), bieguny segmentowe i pierścieniowe (rys.6c), magnesowanie promieniowe i osiowe.



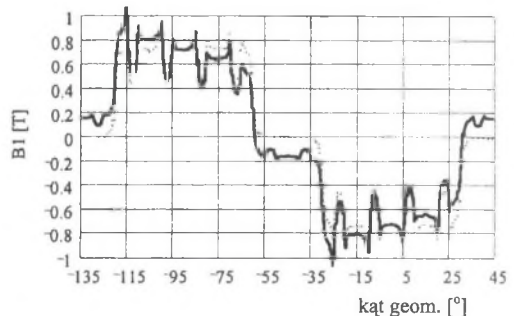
Rys.3. Rozptył strumienia magnetycznego, bieguny na powierzchni wirnika, wał nieferromagnetyczny: a) przy prądzie twornika równym zero, b) przy prądzie twornika  $I_q=1A$

Fig. 3. Magnetic flux distribution, poles on a rotor surface, nonferromagnetic shaft: a) armature current equals zero, b) armature current  $I_q=1A$



Rys.4. Rozptył strumienia magnetycznego ( $I=0$ ), bieguny osadzone w jarzmie wirnika, wał ferromagnetyczny

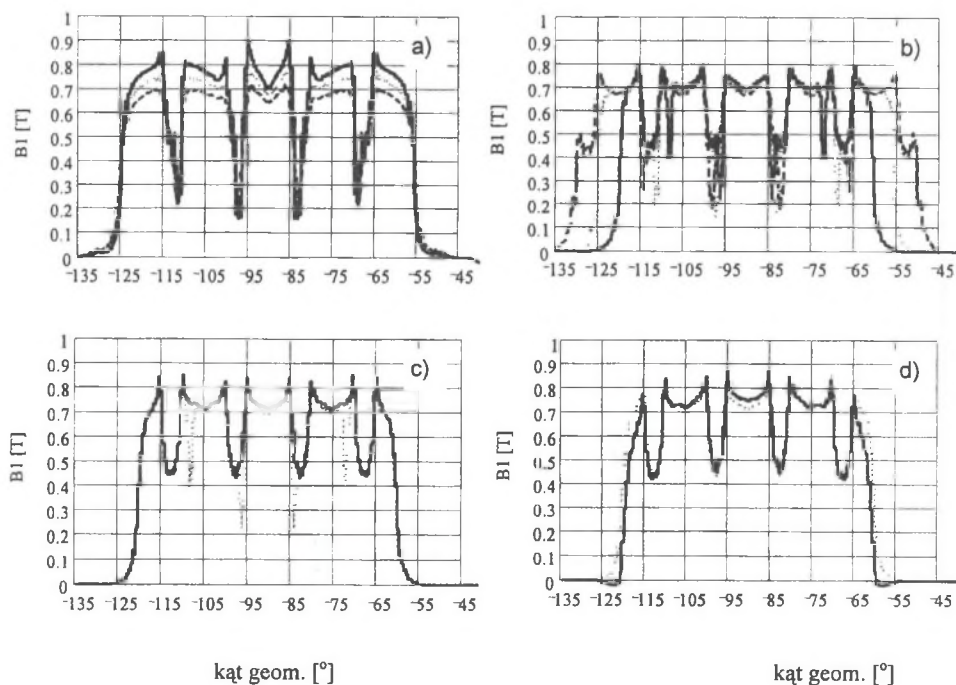
Fig.4. Magnetic field distribution for armature current equals zero, poles embeded, ferromagnetic shaft



Rys.5. Rozkład indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej stojan-wirnik, prąd twornika:  $I=0$  (l. kropkowa),  $I_q=1 A$  (l. ciągła)

Fig.5. Magnetic flux density distribution in the stator-rotor air gap, armature current:  $I=0$  (dotted), armature current  $I_q=1 A$  (solid line)

Udział wyższych harmonicznych w rozkładzie indukcji (rys.8) w szczelinie, w przypadku magnesów pierścieniowych jest mniejszy. Ma to istotny wpływ również na straty w żelazie, szczególnie przy większych prędkościach obrotowych. Moment reluktancyjny wynikający z uźłobkowania stojana oraz istnienia magnesów w wirniku silnika (rys.7), wyznaczono bezpośrednio z programu FEMAG-DC metodą tensora Maxwella. Staje się on momentem pulsującym podczas wirowania wirnika. Jak widać, jest on kilkakrotnie mniejszy dla biegunów pierścieniowych.

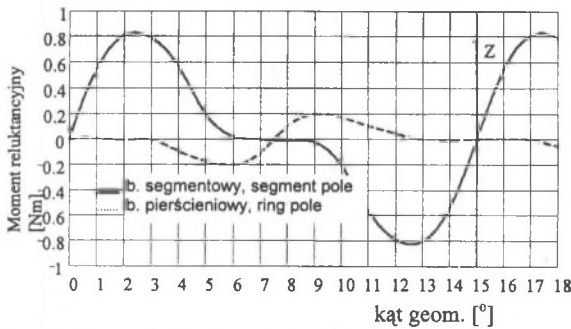


Rys.6. Rozkład indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej przy prądzie twornika  $I=0$ , dla:

- $\delta = 0.2; 0.4; 0.6$  mm;  $\gamma = 70^\circ$ , bieguny segmentowe,
- $\delta = 0.2$  mm;  $\gamma = 60^\circ; 70^\circ; 80^\circ$ , bieguny segmentowe,
- $\delta = 0.2$  mm;  $\gamma = 60^\circ$ , bieguny pierścieniowe (linia ciągła), segmentowe (linia kropkowa),
- $\delta = 0.2$  mm;  $\gamma = 60^\circ$ , bieguny pierścieniowe, magnesowanie: promieniowe (linia kropkowa), równoległe (linia ciągła),

Fig.6. Magnetic flux density distribution in the air gap for armature current  $I=0$ , for:

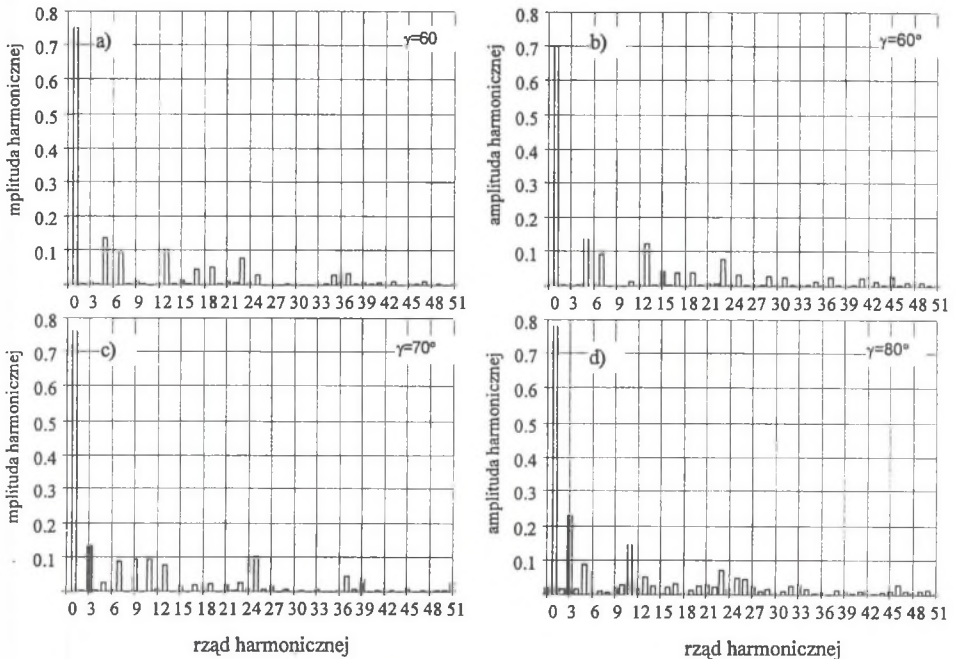
- $\delta = 0.2; 0.4; 0.6$  mm;  $\gamma = 70^\circ$ , segmented poles,
- $\delta = 0.2$  mm;  $\gamma = 60^\circ; 70^\circ; 80^\circ$ , segmented poles,
- $\delta = 0.2$  mm;  $\gamma = 60^\circ$ , ring poles (solid line), segmented poles (dotted line),
- $\delta = 0.2$  mm;  $\gamma = 60^\circ$ , ring pole, magnetizing: radial (dotted line), parallel (solid line)



Rys. 7. Moment reluktancyjny w funkcji kąta położenia wirnika w zakresie jednej podziałki zębkowej,  $\delta=0.2$  mm;  $\gamma=60^\circ$ ,

Fig. 7. Torque as a function of rotor position within one slot pitch,  $\delta=0.2$  mm;  $\gamma=60^\circ$

Obliczone rozkłady indukcji w szczelinie umożliwiły wyznaczenie jej podstawowej harmonicznej, a następnie indukcyjności oddziaływania twornika (rys.9) wg sposobu opisanego w [4]. Rysunki te ilustrują wpływ oddziaływania prądu twornika w osiach d i q na odpowiednie indukcyjności – jak widać, jest on niewielki. Istotny jest wpływ grubości szczeliny (rys.9a) oraz sposób umieszczenia magnesów (rys.9c, 9d).



Rys. 8. Widmo harmonicznych indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej, magnesowanie promieniowe, dla  $\delta=0.2$  mm oraz różnej budowy wirnika:

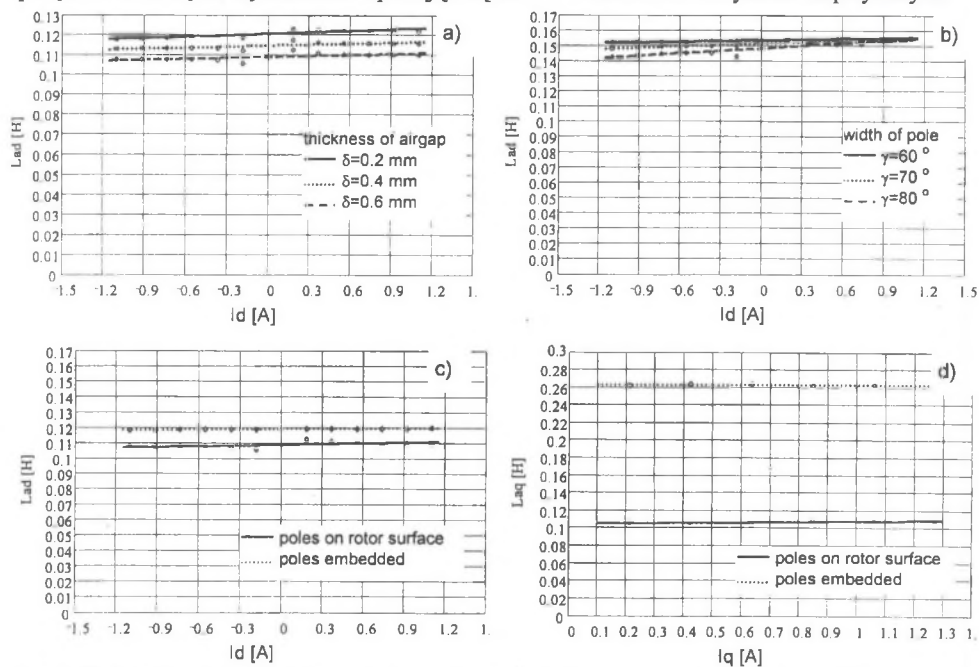
a) bieguny pierścieniowe, b,c,d) bieguny segmentowe

Fig. 8. Harmonic spectrum magnetic flux density in the stator-rotor air gap, axial magnetization, for  $\delta=0.2$  mm and different rotor structure:

a) ring poles, b,c,d) segmented poles

Dla magnesów umieszczonych na powierzchni wirnika indukcyjności w obu osiach mają zbliżone wartości ( $L_{ad} \approx L_{aq}$ ), zaś w przypadku magnesów wbudowanych, indukcyjności różnią się ( $L_{ad} < L_{aq}$ ). Ogólnie można stwierdzić, że indukcyjności twornika w silnikach z magnesami na powierzchni wirnika są stosunkowo niewielkie. Takie usytuowanie magnesów powoduje, że szczelina magnetyczna między stojanem i wirnikiem (w tym magnes o przenikalności zbliżonej do jedności) jest względnie duża.

Wyznaczając bezpośrednio z programu strumienie skojarzone z poszczególnymi fazami można obliczyć indukcyjność rozproszenia żłobkowego lub indukcyjności oddziaływania twornika łącznie z indukcyjnością rozproszenia żłobkowego. Indukcyjność rozprożeń połączonych czołowych wyznaczono opierając się na zależnościach analityczno-empirycznych.



Rys.9. Indukcyjności oddziaływania twornika w funkcji składowych prądu twornika  $I_d$  i  $I_q$   
Fig.9. Armature reaction inductances as a function of armature current components  $I_d$  and  $I_q$

### 3. PARAMETRY EKSPLOATACYJNE SILNIKÓW

Obliczone charakterystyki indukcyjności oddziaływania twornika pozwalają na wyznaczenie charakterystyk eksploatacyjnych silnika (przy pominięciu strat w żelazie i strat mechanicznych), na podstawie następujących wzorów:

- składowe prądów twornika:

$$I_d = \frac{U (X_q(I_q) \cos \vartheta - R \sin \vartheta) - X_q(I_q) E_0}{X_d(I_d) X_q(I_q) + R^2}, \quad I_q = \frac{U (X_d(I_d) \sin \vartheta + R \cos \vartheta) - R E_0}{X_d(I_d) X_q(I_q) + R^2}, \quad (1)$$

- napięcie indukowane w tworniku przez strumień pochodzący od magnesów trwałych:

$$E_0 = \omega \Psi_0, \quad (2)$$



- moment elektromagnetyczny:

$$M_e = \frac{3P}{\omega} (E_0 I_q + (X_d(I_d) - X_q(I_q)) I_d I_q), \quad (3)$$

- moc czynna pobierana z sieci

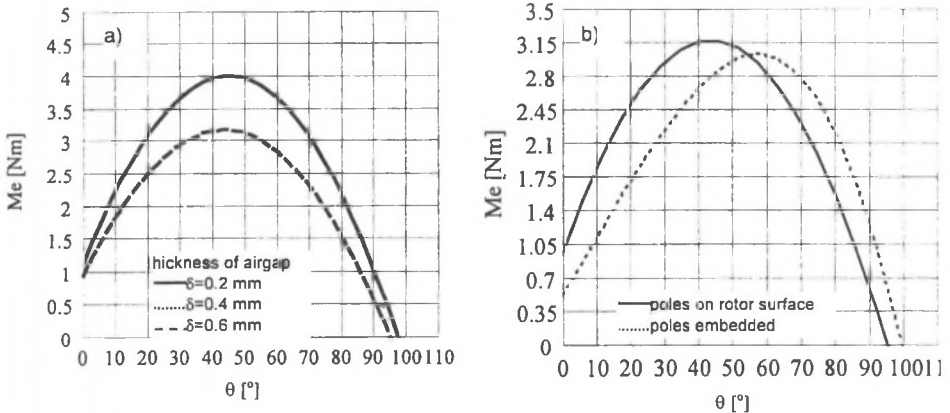
$$P_{in} = 3 (E_0 I_q + (X_d(I_d) - X_q(I_q)) I_d I_q + R I^2), \quad (4)$$

- moc bierna pobierana z sieci

$$Q = 3 (E_0 I_d + X_d(I_d))^2 + X_q(I_q)^2. \quad (5)$$

Zadając arbitralnie wartości kąta mocy, otrzymuje się podstawowe charakterystyki momentu elektromagnetycznego w zależności od kąta mocy silnika (rys.10). Charakterystyki te ilustrują wpływ grubości szczeliny oraz usytuowania magnesów na charakterystyki katowe silnika.

Rozwiązując układ równań nieliniowych (1÷5), przy wykorzystaniu programu Mathcad, obliczono pozostałe charakterystyki eksploatacyjne silnika. Przykładowo, na rys.11 zamieszczono charakterystyki prądu pobieranego z sieci w zależności od względnego napięcia zasilania ( $U/E$  – odniesionego do SEM indukowanej w tworniku na idealnym biegu jałowym) dla różnych mocy na wale silnika. Przykładowo, przy sterowaniu silnika, dla którego uzyskuje się minimalny prąd pobierany z sieci dla danego obciążenia, pozwalają one na odpowiedni dobór napięcia przy danej częstotliwości zasilania. Krzywe te odpowiadają krzywom V przy wzbudzeniu elektromagnetycznym. Równania opisujące silnik (1÷5) umożliwiają również obliczenia dla innych warunków zasilania, np. przy likwidacji składowej wzdłużnej prądu twornika ( $I_d=0$ ). Taki sposób sterowania likwiduje od magnesowujące działanie przepływu twornika.



Rys. 10. Moment elektromagnetyczny  $M_e$  w funkcji kąta mocy  $\vartheta$ , dla:

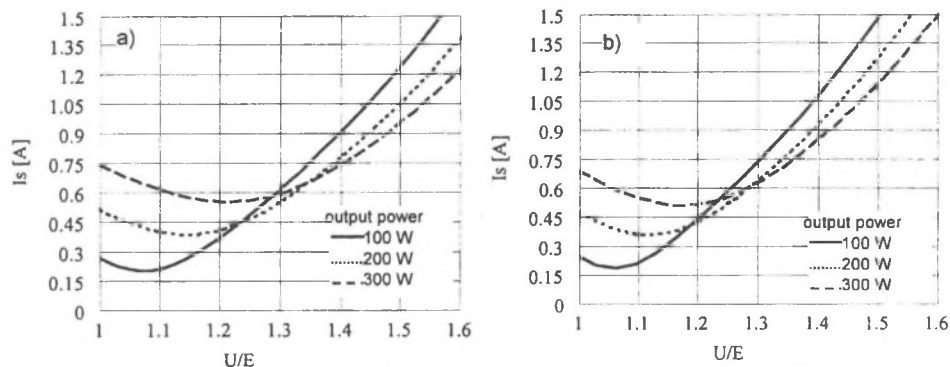
a)  $\delta=0.2; 0.4; 0.6$  mm;  $\gamma=70^\circ$ ;  $U=1.2 E$ , bieguny na powierzchni ( $X_d \approx X_q$ )

b)  $\delta=0.6$  mm;  $\gamma=70^\circ$ ;  $U=1.2 E$ , bieguny: na powierzchni ( $X_d \approx X_q$ ), wbudowane ( $X_d < X_q$ )

Fig. 10. Torque as a function of the load angle  $\vartheta$ , for:

a)  $\delta=0.2; 0.4; 0.6$  mm;  $\gamma=70^\circ$ ;  $U=1.2 E$ , poles on rotor surface ( $X_d \approx X_q$ )

b)  $\delta=0.6$  mm;  $\gamma=70^\circ$ ;  $U=1.2 E$ , poles on rotor surface ( $X_d \approx X_q$ ), poles embedded ( $X_d < X_q$ )



Rys.11. Prąd twornika  $I_s$  w funkcji względnego napięcia zasilania ( $U/E$ , bieguny na powierzchni wirnika) dla mocy na wale silnika:  $P=100; 200; 300$  W dla: a)  $\delta=0.2$  mm;  $\gamma=60^\circ$ , b)  $\delta=0.2$  mm;  $\gamma=80^\circ$ ,

Fig.11. Armature current as a function of relative supply voltage ( $U/E$ , poles on rotor surface), for the output power:  $P=100; 200; 300$  W for: a)  $\delta=0.2$  mm;  $\gamma=60^\circ$ , b)  $\delta=0.2$  mm;  $\gamma=80^\circ$

#### 4. WNIOSKI

Połączenie polowych metod obliczeń z obwodowymi pozwala na dokładniejsze wyznaczenie indukcyjności oddziaływania twornika z uwzględnieniem oddziaływania prądów twornika i określenie parametrów eksploatacyjnych silnika. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że w silnikach synchronicznych z magnesami umieszczonymi na powierzchni wirnika, indukcyjności oddziaływania twornika są stosunkowo niewielkie, również wpływ prądów oddziaływania twornika może być we wstępnych obliczeniach projektowych pominięty. Sposób usytuowania magnesów (na powierzchni wirnika lub osadzone w wirniku), wpływa na wzajemne relacje między indukcyjnościami w osi  $d$  i  $q$  i głównie na charakterystykę kątową momentu. Najbardziej korzystna jest szerokość bieguna wynosząca około  $60^\circ$ . Powiększanie tej szerokości ponad  $70^\circ$  daje gorsze wykorzystanie materiału magnetycznego na jednostkę mocy oraz większe zawartości wyższych harmonicznych przestrzennych indukcji.

Ze względu na rozkład pola w szczelinie i pulsacje momentu elektromagnetycznego wynikające z uźłobkowania, bardziej korzystne jest stosowanie magnesów o kształcie wycinka pierścienia.

#### LITERATURA

1. Gieras J.F., Wing M.: Permanent magnet technology. Design and application. Marcel Dekker, Inc. New York-Basel-Hong Kong 1997.

2. Gieras J.F., Wing M.: Design of synchronous motors with rare-earth surface permanent magnets. ICEM'94 Proceedings International Conference on Electrical Machines. Paris, France 1994, pp.159-164.
3. Göll Ösobhi-Najafabadi B., Chalmers B.J.: Evaluation of the effect of topology on performance of permanent magnet generators. ICEM'98 Proceedings International Conference on Electrical Machines. Istanbul, Turkey 1998, pp.625-629.
4. Miksiewicz R.: Indukcyjności oddziaływania twornika silnika synchronicznego o magnesach trwałych. Materiały Konferencyjne International XI Symposium "Micromachines and Servodrives" MIS'98. Malbork, 14-18 wrzesień 1998, pp.82-89.
5. Pahner U., Van Haute S., Belmans R., Hameyer K., Štumberger, Dolinar D.: Comparison of two methods to determine the d/q-axis lumped parameters of permanent magnet machines with respect to numerical optimisation. ICEM'98 Proceedings International Conference on Electrical Machines. Istanbul, Turkey 1998, pp.352-357.

Obliczenia wykonano programem FEMAG ver 7.6 opracowanym przez Institut für Elektrische Maschinen ETH – Zürich.

Recenzent: Dr hab. inż. Ignacy Dudzikowski  
prof. Politechniki Wrocławskiej

Wpłynęło do Redakcji dnia 20 grudnia 1998 r.

## Abstract

Calculations results of armature inductances of a synchronous motor with permanent magnets mounted on the rotor surface (Fig.1) have been presented in the paper. The method based on the theory of a two-axis, salient pole synchronous machine and field analysis have been used for investigation of the motor properties.

The program FEMAG-DC, which uses the finite element method, has been applied to field calculations. Distributions of the magnetic flux density in the air gap of the machine (Figs 5-6) have been determined. The armature reaction inductances as a function of armature current (Fig 9) for different thickness of the air gap as well as for embedded and surface mounted magnets have been determined basing on the calculated distribution of magnetic flux density in the air gap. The calculations show that the influence of the armature current components  $I_d$  and  $I_q$  on the inductances in the q and d axes is of little importance and can be neglected in simplified analysis. The cogging torque (caused by stator slotting) as a function of the rotor angle (Fig.7). has been calculated by Maxwell tensor method.

The exemplary characteristics of the motor armature current as a function of a supply voltage (the curve V) (Fig.11) have been calculated.