

Stefan PERYCZ

Politechnika Gdańska

WYTRZYMAŁOŚCIOWE I TERMODYNAMICZNO-PRZEPLYWOWE
 OGRANICZENIA PRZELOTNOŚCI
 OSTATNIEGO STOPNIA TURBINY KONDENSACYJNEJ DUŻEJ MOCY

Streszczenie. Wartość powierzchni wylotu z ostatniego stopnia jest ograniczona wytrzymałościowo, przede wszystkim naprężeniami rozrywającymi w łopatkach wirnikowych. Łopatki stalowe o odpowiednim ściennieniu pozwalają na realizację powierzchni rzędu 12-14 m², łopatki tytanowe dopuszczająby granicznie 16-20 m² w turbinach normalnoobrotowych. Tak dużym powierzchniom odpowiadają wysokie prędkości obwodowe i duże spadki w stopniu związane z ograniczeniami gazotermodynamicznymi. Zbadano analitycznie wpływ liczby Macha $Ma_{c_{sc}}$ oraz reakcyjności Q na wartość kątów łopatkowych i liczbę Macha na wlocie do wieńca wirnikowego Ma_{w_1} .

Określonym ograniczeniom kątów α_1 , β_1 i ograniczeniem liczby Ma_{w_1} odpowiadają odpowiednie wartości $Ma_{c_{sc}}$ i wskaźnika prędkości ψ przedstawiające ograniczenia gazotermodynamiczne stopnia.

Przyjmując graniczne wartości $Ma_{c_{sc}}$, ψ otrzymuje się graniczną wartość powierzchni wylotu, która może być mniejsza od wartości uwarunkowanej wytrzymałościowo.

1. Wstęp, sformułowanie problemu

Problem mocy granicznej należy do klasycznych problemów techniki turbinowej [15], [17], jednym z jego aspektów jest zagadnienie maksymalnych wymiarów ostatniego stopnia.

W przypadku projektowania ostatniego stopnia dużej turbiny kondensacyjnej mamy do czynienia z trudnym i złożonym zadaniem. Całość postępowania nie da się obecnie poprawnie sformalizować [16], dlatego rozwiązanie dzielimy na kilka etapów.

Pierwszym etapem jest sformułowanie zadania technicznego kończące się określeniem podstawowych parametrów stopnia, takich jak:

spadek całkowity	h_{sc}
powierzchnie	$S = \pi d l$
długość łopatki	l

$$\begin{aligned} \text{wskaźnik wysokości łopatki} & \quad d/l \\ \text{wskaźnik prędkości} & \quad \varphi = \frac{u}{c_{sc}} \end{aligned}$$

Ustalenie tych wielkości pozwala przejść do następnego etapu, który możemy nazwać projektem 'przedwstępnym'. Parametry gazotermodynamiczne określają się na tym etapie według przybliżonej teorii przepływu przestrzennego w szczelinie międzywieńcowej dla założonej zasady zwijania. Wystąpić tu może szereg ograniczeń dotyczących reakcyjności Q i wskaźnika prędkości u w stopy i u głowy, kątów łopatkowych, liczb Macha związanych zwłaszcza z problemami sprawnościowymi i wytrzymałościowo-wibracyjnymi stopnia.

Zagadnienia ograniczeń termodynamiczno-przepływowych znane są projektantom turbin o mocy granicznej [5], [9], [10], [12], [14], obszernie omawia je Dejc i Trojanowski [2] wskazując, że ze wzrostem spadku entalpii maleją kąty wylotowe palisad α_1, α_2 , co nie może być tolerowane poniżej pewnej granicy.

W pracy [2] autor zwraca zwłaszcza uwagę na ograniczenie blokującą liczbą Macha Ma_{w1} na wlocie do wieńca wirnikowego, przytacza odpowiednie wzory i wykresy nie mające jednak pełnego zastosowania, gdyż nie są one skorelowane z jednoczesnym ograniczeniem kątów łopatkowych.

Bardzo zgrabne ujęcie prezentuje Andrejew i in. [1], analizując ograniczenie spadku w stopniu wynikające z minimalnego dopuszczalnego kąta kierownicy. Rozważanie to zrobiono jedynie dla dysz zwięzających się pracujących w warunkach nadkrytycznych nie uwzględniając jednoczesnych ograniczeń blokującą liczbą Macha Ma_{w1} .

Wielu poważnych autorów rozpatrujących problemy mocy granicznej, pomija w ogóle zagadnienie ograniczeń termodynamiczno-przepływowych [15], [16], [17], [19].

Naszym zadaniem jest określenie w sposób możliwie ogólny ograniczeń wytrzymałościowych i termodynamiczno-przepływowych ostatniego stopnia turbiny kondensacyjnej bardzo dużej mocy.

Zgodnie z równaniem ciągłości napisanym jednowymiarowo dla zmiennych uśrednionych

$$m v = S c_{2a} \quad (1)$$

zwiększenie przelotności objętościowej $m v$ jest możliwe przez

- a) zwiększenie składowej osiowej c_{2a} ,
- b) zwiększenie powierzchni S .

(W rozważaniach nie analizujemy wpływu próżni na przelotność stopnia operując strumieniem objętościowym $m v$, a nie strumieniem masowym m , od którego zależy moc turbiny).

Zwiększenie składowej osiowej prędkości wylotowej c_{2a} jest ograniczone dopuszczalną liczbą Macha

$$Ma_{c_{2a}} = \frac{c_{2a}}{a_2}$$

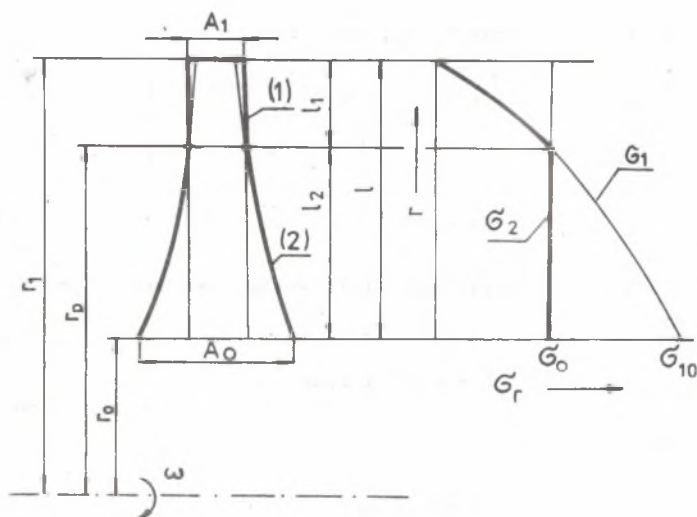
Zwiększenie powierzchni $S = \pi d l$ jest ograniczone względami wytrzymałościowo-wibracyjnymi łopatek, wytrzymałością wirnika oraz względami termodynamiczno-przepływowymi. Pragniemy głównie wskazać na te właśnie powiązania.

2. Ograniczenia wytrzymałościowe

Realizacja techniczna powierzchni wylotowej S musi uwzględniać wymagania wytrzymałościowe i wibracyjne stopnia. Ograniczymy się tu jedynie do analizy wpływu naprężeń rozrywających w łopatkach wirnikowych wolnoobrotowych obciążonych własną siłą odśrodkową.

Pominiemy - niezmiernie ważne - problemy wibracyjne, zwłaszcza drgania typu flutter, pominiemy też ograniczenia wytrzymałościowe wirnika zakładając milcząco, że są one mniej ostre.

Siła odśrodkowa wywołuje w długich smukłych łopatkach zwinętych naprężenia normalne od rozciągania a ponadto duże naprężenia normalne i styczne związane z rozkręceniem profili. Naprężenia od rozkręcania są niekiedy tego samego rzędu, co naprężenia rozciągające σ , nie można więc ich zaniedbywać w dokładnych obliczeniach wytrzymałościowych.

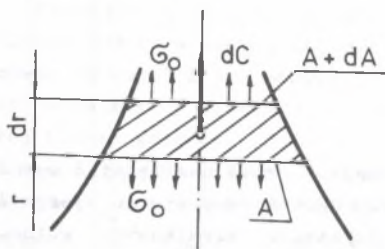


Rys. 1. Prawo ścianienia łopatkowej równej wytrzymałości i przebieg naprężeń rozrywających w takiej łopacie

Wartość naprężeń od rozkręcania jest w przypadku łopatek podobnych proporcjonalna do naprężeń rozrywających. Z tego względu przy porównywaniu różnych wariantów w zakresie projektu przedwstępного można ograniczyć się do analizy naprężeń dających się łatwo obliczyć - tj. do analizy naprężeń rozrywających.

Najlepsze wykorzystanie materiału zapewnia kształt "równej wytrzymałości". Rysunek 1 przedstawia schemat łopatki ściencionej według tej zasady.

Warunek $\sigma_r = \text{const}$ odpowiada obrysowi 2, natomiast obrys 1 zakłada $A = \text{const}$ ($A = \text{pole przekroju profilu łopatki}$).



Rys. 2. Wycinek łopatki równej wytrzymałości

Nie jest możliwa realizacja ściencienia łopatki wolnonośnej według kryterium $\sigma_r = \text{const}$ na całej długości łopatki, gdyż naprężenie na końcu łopatki musi wynosić zero. Dla generowania naprężenia $\sigma_0 = \sigma_2$ w części równej wytrzymałości potrzebny jest odcinek o długości $l_1 = r_1 - r_p$, profilowany według innego prawa, najczęściej według zasady $A = \text{const}$. W ten sposób część łopatki o długości l_1 opisana jest zależnością

$$A_1 = \text{const} \quad (2)$$

pozostałą część o długości $l_2 = r_p - r_o$ określa warunek

$$\sigma_2 = \sigma_0 = \text{const} \quad (3)$$

Z równania równowagi wycinka długości l_2 , rys. 2 otrzymujemy:

$$A \sigma_0 = (A + dA) \sigma_0 = dC,$$

stąd

$$\sigma_0 dA + dC = 0 \quad (4)$$

Równanie różniczkowe (4) rozwiązujemy podstawiając wartość elementarnej siły odśrodkowej

$$dC = dm r \omega^2 = \rho_m \omega^2 A(r) dr,$$

rozdzielając zmienne

$$\frac{dA}{A} = - \frac{\rho_m}{\sigma_0} \omega^2 dr \quad (5)$$

i całkując (5) w granicach od promienia zamocowania r_0 do dowolnego promienia r :

$$\ln \frac{\Lambda(r)}{\Lambda_0} = -\frac{1}{2} \frac{Q_m}{G_0} \omega^2 (r^2 - r_0^2) \quad (6)$$

albo

$$\Lambda(r) = \Lambda_0 \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{Q_m}{G_0} \omega^2 (r^2 - r_0^2) \right]. \quad (7)$$

Forma (7) opisuje prawo zmienności przekroju łopatki w części o stałej wytrzymałości na rozrywanie.

Na długości l_1 o stałym przekroju naprężenie rozciągające jest zmienne, na promieniu podziału r_p wynosi ono

$$G_1(r_p) = \frac{1}{2} Q_m \omega^2 (r_1^2 - r_p^2) \quad (8)$$

Z równania (6) wynika

$$G_2(r_p) = G_0 = \frac{1}{2} Q_m \omega^2 (r_p^2 - r_0^2) \frac{1}{\ln \Lambda_0 / \Lambda_1} \quad (9)$$

oczywiście $G_1(r_p) = G_2(r_p)$, stąd promień podziału

$$r_p^2 = \frac{r_0^2 + r_1^2 \ln \Lambda_0 / \Lambda_1}{1 + \ln \Lambda_0 / \Lambda_1} \quad (10)$$

wartość ta jest przydatna dla konstruktora łopatki, określa ona podział na część o stałym przekroju i część równej wytrzymałości.

Oznaczając

$$r_p = r_0 + l_2$$

oraz

$$r_0 = r - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} (d - 1),$$

gdzie: r , d są wartościami średnimi, otrzymujemy ze wzoru (10) wyrażenie:

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{d}{l_1} - 1 \right) \left[\frac{1 + \left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2 \ln \Lambda_0 / \Lambda_1}{1 + \ln \Lambda_0 / \Lambda_1} \right]^{0,5} - 1 \quad (11)$$

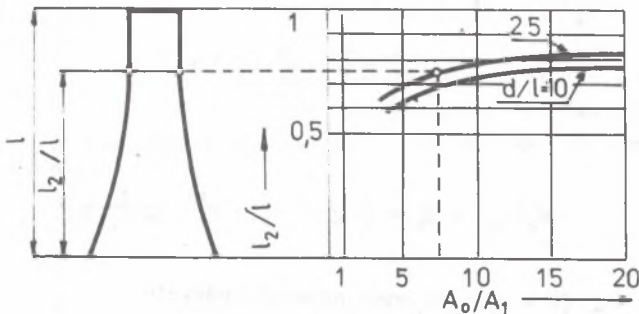
skoro

$$\frac{r_1}{r_0} = \frac{1 + 1/d}{1 - 1/d}$$

wobec tego

$$l_2/l = f\left(\frac{d}{l}, \frac{A_0}{A_1}\right)$$

Długość części o równej wytrzymałości wynosi w praktycznym zakresie d/l i A_0/A_1 około 0,65-0,75 całkowitej długości łopatk. Wzór (11) zilustrowano na rys. 3.



Rys. 3. Odniesiona długość części o równej wytrzymałości l_2/l w zależności od stopnia ścięcia A_0/A_1 i wskaźnika d/l

Podstawiając (10) do (9) eliminujemy promień podziału we wzorze na naprężenie

$$\sigma_0 = \frac{1}{2} \rho_m \omega^2 (r_1^2 - r_0^2) \frac{1}{1 + \ln A_0/A_1} \quad (12)$$

Pisząc

$$K = \frac{1}{1 + \ln A_0/A_1} \quad (13)$$

oraz

$$\sigma_{1 \max} = \sigma_{10} = \frac{1}{2} \rho_m \omega^2 (r_1^2 - r_0^2) \quad (14)$$

otrzymujemy prostą relację między naprężeniem w łopatkę "równej wytrzymałości" a łopatką o stałym przekroju

$$\sigma_0 = K \sigma_{10} \quad (15)$$

Naprężenie σ_0 w łopatkę równej wytrzymałości jest K razy mniejsze od naprężenia σ_{10} w miejscu mocowania łopatki o stałym przekroju.

Redukcja ta zależy tylko od stopnia ścienienia A_0/A_1 , patrz tablica 1.

Tablica 1

Współczynnik redukcji naprężeń K

A_0/A_1	1	2	3	4	5	10	15	20
K	1	0,592	0,475	0,419	0,383	0,303	0,270	0,250
1/K	1	1,69	2,10	2,39	2,61	3,30	3,70	4,00

Wprowadzając wartość powierzchni osłowej zajmowanej przez łopatkę

$$S = \pi(r_1^2 - r_0^2) = \pi d l$$

do wzoru na σ_0 (12) znajdujemy

$$S = 2\pi \frac{\sigma_0}{\rho_m} \frac{1 + \ln A_0/A_1}{\omega^2} \quad (16)$$

Jest to poszukiwany wzór końcowy na powierzchnię S w zależności od naprężenia względnego

$$\bar{\sigma}_0 = \frac{\sigma_0}{\rho_m}$$

stopnia ścienienia łopatki A_0/A_1 i prędkości obrotowej ω .

Porównując stopień ścienienia A_0/A_1 potrzebny do realizacji założonej powierzchni S w przypadku stosowania materiałów o różnych naprężeniach względnych dopuszczalnych

$$\bar{\sigma}_{dop 1} \neq \bar{\sigma}_{dop 2}$$

otrzymany zależność

$$\ln\left(\frac{A_o}{A_1}\right)_2 = \left[1 + \ln\left(\frac{A_o}{A_1}\right)_1\right] \frac{\bar{\sigma}_{dop1}}{\bar{\sigma}_{dop2}} - 1,$$

albo

$$\left(\frac{A_o}{A_1}\right)_2 = \exp\left\{\left[1 + \ln\left(\frac{A_o}{A_1}\right)_1\right] \frac{\bar{\sigma}_{dop1}}{\bar{\sigma}_{dop2}} - 1\right\} \quad (17)$$

Dla przypadku gdy $\bar{\sigma}_{dop1} = \bar{\sigma}_{dop2}$ zaś $Q_{m1} \neq Q_{m2}$

$$\left(\frac{A_o}{A_1}\right)_2 = \exp\left\{\left[1 + \ln\left(\frac{A_o}{A_1}\right)_1\right] \frac{Q_{m2}}{Q_{m1}} - 1\right\} \quad (18)$$

Porównując łopatki ze stopu tytanu o gęstości $Q_m \approx 4500 \text{ kg/m}^3$ z łopatkami stalowymi o gęstości ok. 1,78 razy większej otrzymany przy założeniu tych samych naprężeń dopuszczalnych $\bar{\sigma}_{dop \text{ st}} = \bar{\sigma}_{dop \text{ Ti}}$ związek pomiędzy stopniami ścienienia, podany w tablicy 2.

Tablica 2

Związek między stopniem ścienienia łopatki stalowej i tytanowej dla tej samej wartości S przy założeniu jednakowych naprężeń dopuszczalnych

$(A_o/A_1)_{st}$	5	10	15	20	Stal
$(A_o/A_1)_{Ti}$	1,59	2,34	2,93	3,45	Stop tytanu

Znacznie mniejszy stopień ścienienia A_o/A_1 łopatki tytanowej jest korzystny z uwagi na konstrukcję łopatki i sprawność stopnia. Pamiętać jednak należy, że stopy tytanu są kilkadziesiąt razy droższe od stali łopatkowych [17].

Im większą powierzchnię S chcemy zastosować, tym większy musi być stopień ścienienia łopatki. Związek ten wynika bezpośrednio ze wzoru (16). Dla przykładu podano w tablicy 3 zależność $S = f(A_o/A_1)$ dla stali i stopu tytanu, przyjmując dla obu materiałów tę samą wartość naprężenia dopuszczalnego $\bar{\sigma}_{dop} = 450 \text{ MPa}$ oraz $\omega = 314 \text{ rad/s}$ (turbina normalnoobrotowa)

Tablica 3

Powierzchnia wylotu $S \text{ [m}^2\text{]}$ w funkcji stopnia ścienienia A_o/A_1

A_o/A_1	1	5	10	15	20	
$S \text{ [m}^2\text{]}$	3,58	9,34	11,8	13,2	14,3	Stal
$S \text{ [m}^2\text{]}$	6,37	16,6	21,0	23,5	25,4	Tytan

Największe zastosowane w praktyce ścienienie wynosi $A_0/A_1 \approx 16$ (turbina BBC dla siłowni jądrowej Graben [1]). Pozwala to w przypadku łopatek stalowych na realizację techniczną przekroju $S = 12-14 \text{ m}^2$ z uwzględnieniem ograniczeń po stronie wirnika $d_{0 \text{ max}} = 2-2,2 \text{ m}$. Ograniczenia te utrudniają pełne wykorzystanie możliwości łopatek tytanowych. Według oceny KWU [5] zastosowanie łopatek ze stopu tytanu pozwala na realizację $S_{\text{max}} \approx 16 \text{ m}^2$ (w turbinach normalnoobrotowych).

Uwzględniając postęp w technologii wirników można by ocenić, że powierzchnia

$$S_{\text{max}} \approx 20 \text{ m}^2$$

byłaby możliwa technicznie w turbinach normalnoobrotowych przy zastosowaniu łopatek ze stopów tytanu.

3. Ograniczenia termodynamiczno-przepływowe

3.1. Ograniczenia parametrów gazo-termodynamicznych

Do niedawna dominującym względem ograniczającym wymiary ostatniego stopnia turbin normalnoobrotowych (3000-3600 obr/min) była wytrzymałość wirnika i łopatek wirnikowych [1].

Jednak przy osiągniętym obecnie poziomie gabarytów dalsze ich zwiększanie w celu podnoszenia przelotności turbiny związane jest z dodatkowymi ograniczeniami. Konieczna stała się ocena wpływu zwiększania gabarytów na główne parametry stopnia określające jego sprawność i możliwość realizacji technicznej.

Chodzi tu głównie o:

- 1) spadek entalpii w stopniu h_{sc} ,
- 2) liczby Macha na dopływie i wypływie z palisad,
- 3) wartość wskaźnika prędkości ψ ,
- 4) wskaźnik długości łopatki d/l i podziałkę u głowy t/s ,
- 5) geometryczne kąty łopatek $\alpha_1, \beta_1, \beta_2$.

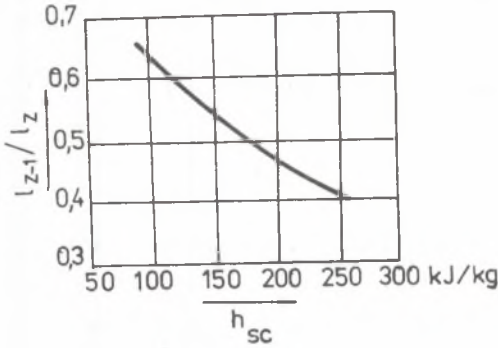
Wielkości te wpływają na ograniczenie gabarytów ostatniego stopnia na równi z ograniczeniami wytrzymałościowymi.

Ze wzrostem powierzchni S przy założonym $d/l = \text{idem}$ oraz $\psi = \text{idem}$ rośnie prędkość izentropowa c_{sc} i spadek h_{sc} .

Zwiększenie długości łopatek od wartości 500 mm do 1000 mm doprowadziło do zwiększenia spadku od 110 kJ/kg do ok. 250 kJ/kg. Dalszy wzrost gabarytów wymaga spadku

$$h_{sc} > 250 \text{ kJ/kg}$$

Nie może on jednak przekroczyć pewnej wartości granicznej (wzgl. obszaru granicznego), wynika to m.in. z problemów projektowania korpusu NP jako całości [1], [2], [16]. Przy zwiększaniu spadku entalpii w ostatnim stopniu



Rys. 4. Stosunek długości łopatki stopnia przedostatniego l_{z-1} do długości łopatki stopnia ostatniego l_z w funkcji spadku h_{sc} w stopniu ostatnim przy

$$\alpha_{1,z} = \alpha_{1,z-1} \text{ wg [2]}$$

powinna więc spełniać kryterium $Ma_{c_{2a}} < 1$ w każdym punkcie przekroju wylotowego łopatek wirnikowych, jeżeli nie chcemy stosować dyfuzora naddźwiękowego [13]. Nadmierna wartość $Ma_{c_{2a}} > 1$ prowadzi do silnie rosnących strat w korpusie wylotowym, do fal dźwiękowych i uciążliwej hałaśliwości, jest ponadto niebezpieczna z uwagi na wibracje korpusu związane z falami uderzeniowymi.

Analizy konstrukcyjne i badania optymalizacyjne różnych firm i ośrodków badawczych [1], [2], [10], [14], [16] zalecają nie przekraczanie

$$(I) \quad Ma_{c_{2a}} \leq 0,8-0,9$$

jako maksymalnej wartości uśrednionej dla całej powierzchni wylotowej. Przyjęcie $Ma_2 \leq 0,8$ nie oznacza, że nigdzie w przekroju wylotowym nie osiągnie się wartości krytycznej $Ma_{c_2} = 1$.

Trzeba bowiem wziąć pod uwagę zarówno obszary przykrawędziowe jak i ograniczenia brzegowe, gdzie skutkiem większych strat przepływu miejscowe liczby Macha Ma_{c_2} będą znacznie mniejsze od średniej. To z kolei wymusza większe wartości Ma_{c_2} w innych miejscach palisady.

niem wzrasta różnica strumienia objętościowego pary w ostatnim stopniu względem stopnia przedostatniego, co pociąga wzrost różnicy długości łopatek w tych stopniach i może doprowadzić do niekorzystnego kształtu przekroju osiowego kanału przepływowego. Rys. 4 przedstawia za [2] zależność stosunku $l_{\text{przedost.}}/l_{\text{ost.}}$ od spadku w ostatnim stopniu h_{sc} .

Zwiększenie przelotności uzyskujemy jak wiadomo zwiększając składową osiową prędkość wylotową c_{2a} , jednak prędkość c_2 nie może przekroczać prędkości dźwięku. Liczba Macha odniesiona do składowej c_{2a} ,

Liczba Macha odniesiona do składowej osiowej prędkości wylotowej c_{2a} , $Ma_{c_{2a}}$ stanowi pierwsze ograniczenie parametrów gazotermodynamicznych stopnia^{2a}.

Drugim istotnym parametrem są kąty łopatkowe, w pierwszym rzędzie kąt wylotowy palisady kierowniczej α_{1k} (kąt geometryczny). Jego średnia wartość dla ostatnich stopni współczesnych turbin leży w przedziale [1], [15]

$$\alpha_{1k} \approx 13 - 18^\circ$$

Zmniejszenie kąta α_{1k} powoduje wzrost strat, zwłaszcza strat krawędziowych. Wg Dejczya [2] rosną też trudności technologiczne uniemożliwiające zaprojektowanie profilu przy kątach $\alpha_{1k} < 8-10^\circ$. Jednocześnie przy bardzo małych α_{1k} wzrasta niebezpieczeństwo oderwania strumienia u stopy łopatki wirnikowej. Powstaje więc kolejne ograniczenie minimalną wartością kąta kierownicy, oceniane wg [2], [16] na

$$(II) \quad \alpha_{1k} \geq 10 - 13^\circ$$

Analogicznym ograniczeniom podlegają inne kąty łopatkowe. Szczególne trudności mogą występować na wlocie do łopatek wirnikowych, gdzie w przypadku dużych wartości Q , ψ kąt $(180^\circ - \beta_1)$ staje się zbyt mały. Należy więc zbadać warunki ograniczające ten kąt

$$(III) \quad (180^\circ - \beta_1) \leq (180^\circ - \beta_1)_{gr}$$

Z analizy wynika, że kąt β_2 w interesującym ze względów projektowych obszarze zawsze spełnia warunek

$$\beta_2 > \alpha_1$$

nie osiągając wartości niedopuszczalnych.

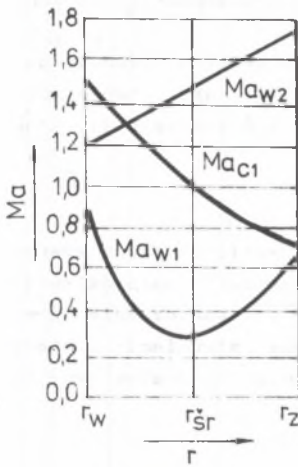
Czwarte ograniczenie wynika z liczby Macha na wlocie do wieńca wirnikowego.

W ostatnich stopniach z łopatkami zwiniętymi największe wartości liczby Macha Ma_{w_1} występują u głowy i u stopy łopatki, rys. 5 [2].

Z uwagi na blokadę przepływu przy $Ma_{w_1} \geq 1$ oraz ze względu na duże straty związane z falami uderzeniowymi i problemy wibracyjne nie powinno się nigdzie przekraczać $Ma_{w_1} = 1$.

Zalecana graniczna wartość leży w przedziale [2], [16]

$$(IV) \quad Ma_{w_1} \leq 0,85-0,95 (1)$$



Rys. 5. Typowy przebieg liczb Macha dla wylotu z kierownicy Ma_{c1} , wlotu do wirnika Ma_{w1} i wylotu z wirnika Ma_{w2} w ostatnim stopniu dużej turbiny kondensacyjnej [2]

przypadek graniczny [3], dla którego można korzystać ze wzoru ZEUNERA

$$\mathcal{K}_0 = 1,035 + 0,1 X \quad (19)$$

i obliczać pseudoprędkość dźwięku

$$a_0^2 = \mathcal{K}_0 p v \quad (20)$$

oraz pseudoliczbę Macha

$$Ma_0 = \frac{c}{a_0} \quad (21)$$

W stanach metastabilnych w obszarze pary mokrej wykładnik izentropii leży w przedziale

$$\mathcal{K}_0 < \mathcal{K} < \mathcal{K}_s, \quad (22)$$

gdzie

$$\mathcal{K}_s \approx 1,30$$

oznacza wykładnik izentropii dla pary przegrzanej.

Piąte wreszcie ograniczenie wystąpi, jeżeli przy określonym spadku h_{sc} zechcemy zwiększać gabaryty stopnia i tą metodą zwiększyć przelotność. Ze wzrostem gabarytów rośnie prędkość obrotowa u , a przy $h_{sc} = \text{const}$, rośnie wskaźnik prędkości $\varphi = \frac{u}{c_{sc}}$. Nie może on być za duży, gdyż powoduje to obniżenie sprawności stopnia.

Wskaźniki prędkości u głowy $\varphi_z > 0,9-1,0$ powodują silny spadek sprawności w tym obszarze łopatki i stawiają pod znakiem zapytania celowość zwiększania przelotności stopnia drogą podnoszenia wskaźnika φ .

3.2. Uwagi do sposobu obliczania prędkości dźwięku i liczby Macha

Oddzielny problem stanowi prawidłowa definicja liczby Macha i dobór wartości współczynnika izentropii \mathcal{K} . W naszych rozważaniach zachodzi taka sytuacja, że przebiegi termodynamiczne leżą w całości (lub prawie w całości) w obszarze pary wilgotnej, tj. poniżej linii nasycenia $X = 1$. W tym obszarze przemiany termostaticzne stanowią idealizowany

Wartość \mathcal{K} zależy od stopnia równowagi termodynamicznej i jest nieraz trudne do oceny.

Można więc obliczać dwa graniczne przypadki zakładając

$$\mathcal{K}_1 = \mathcal{K}_0 = 1,035 + 0,1 X,$$

oraz

$$\mathcal{K}_2 = \mathcal{K}_s \approx 1,30$$

i sprawdzić, jaki to ma wpływ na rezultat obliczeń. Stosunek granicznych wartości pseudoprędkości dźwięku wynosi

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_0}{a_s} = \sqrt{\frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_2}} = 0,930 \quad \text{dla } \mathcal{K}_0 = 1,135, \quad (23)$$

co oznacza maksymalną niezgodność ok. 7%.

Obliczając liczbę Macha popełnimy mniejsze błędy, wynoszące

Ma = 0,5	$\Delta Ma/Ma = 6,5\%$
1,0	5,6%
1,5	3%
2,0	0,65%

Obliczenia wykazują, że $Ma_0 > Ma_s$, przy czym rozbieżność maleje ze wzrostem liczby Macha.

Skoro nasze rozważania mają w części numerycznej raczej charakter przybliżony, przeto próba precyzyjnego określenia liczb Macha i spadków granicznych nie ma znaczenia praktycznego. W analizie będziemy operować pseudoprędkością dźwięku i pseudoliczbą Macha przyjmując $\mathcal{K} = \mathcal{K}_0$ wg Zeunera.

W dalszych rozważaniach będziemy stosować nomenklaturę "prędkość dźwięku" i "liczba Macha" zamiast poprawniejszych określeń "pseudoprędkość dźwięku" i "pseudoliczba Macha".

3.3. Ograniczenie spadku w stopniu wynikające z minimalnego dopuszczalnego kąta kierownicy α_{1k}

Zakładając spadek całkowity w stopniu h_{sc} definiujemy liczbę Macha odniesioną do tego spadku, tj. do prędkości izentropowej całkowitej

$$Ma_{c_{sc}} = \frac{c_{sc}}{a_2} = \frac{\sqrt{2h_{sc}}}{a_2} = \frac{\sqrt{2 \frac{\mathcal{K}}{\mathcal{K}-1} P_2 v_2 \left(\mathcal{K}_c^{\frac{\mathcal{K}-1}{\mathcal{K}}} - 1 \right)}}{\sqrt{\mathcal{K} P_2 v_2}} = \sqrt{\frac{2}{\mathcal{K}-1} \left(\mathcal{K}_c^{\frac{\mathcal{K}-1}{\mathcal{K}}} - 1 \right)} \quad (24)$$

Oznaczono tu

$$\pi_c = \frac{p_{oc}}{p_2}$$

gdzie:

p_{oc} - jest ciśnieniem całkowitym przed stopniem zaś

p_2 - ciśnieniem statycznym za stopniem.

Prędkość wylotowa z kierownicy

$$c_1 = \varphi \sqrt{1 - \varphi} c_{sc} = \varphi \sqrt{1 - \varphi} (Ma_{sc} a_2) \quad (25)$$

Kąt wektora c_1 określimy z wyrażenia

$$\sin \alpha_1 = \frac{c_{1a}}{c_1}, \quad (26)$$

przy czym składową osiową c_{1a} można zapisać za pomocą prędkości c_{2a} oraz współczynnika ściśliwości [8]

$$c_{1a} = \frac{c_{2a}}{k} \frac{1}{I_1} \quad (27)$$

Wielkość

$$k = \frac{v_2}{v_1} \quad (28)$$

obliczamy w uproszczeniu dla ekspansji izentropowej między stanem "1" przed wieńcem wirnikowym i stanem "2" za wieńcem.

Z równania izentropy wyprowadza się [8]

$$k \approx k_s = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)_s = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{g h_{sc}}{p_2 v_2} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (29)$$

Podstawiając

$$a_2^2 = \gamma p_2 v_2$$

$$h_{sc} = \frac{1}{2} c_{sc}^2$$

otrzymujemy

$$k = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \rho \text{Ma}_{c_{sc}}^2\right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \quad (30)$$

Wstawiając (25), (27) i (30) do (26) znajdujemy

$$\sin \alpha_1 = \frac{1}{\psi \sqrt{1 - \varrho}} \frac{\text{Ma}_{c_{2a}}}{\text{Ma}_{c_{sc}} \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \rho \text{Ma}_{c_{sc}}^2\right)^{\frac{1}{\kappa - 1}}} \frac{1_2}{1_1} \quad (31)$$

Kąt wylotowy

$$\alpha_1 = f(\psi, \varrho, \kappa, \text{Ma}_{c_{2a}}; \text{Ma}_{c_{sc}}, 1_2/1_1)$$

W naszych rozważaniach przyjmować będziemy $\kappa = \text{const}$. Współczynnik prędkości ψ zależy od konstrukcji palisady i od liczby Macha $\text{Ma}_{c_1} = \frac{c_1}{a_1}$, jednak w dużym obszarze liczb Macha $\text{Ma}_{c_1} < 1,5$ można przyjmować $\psi = \text{const}$. Wpływ stosunku długości łopatek wirnika do łopatek kierownicy $1_2/1_1$ można uwzględnić oddzielnie. W praktyce przyjmuje się

$$\frac{1_2}{1_1} \approx 1 - 1,2$$

tu będziemy zakładać $1_2/1_1 = 1$. Z tymi uwagami kąt α_1 jest funkcją trzech zmiennych niezależnych

$$\alpha_1 \approx f(\varrho, \text{Ma}_{c_{2a}}, \text{Ma}_{c_{sc}}) \quad (32)$$

Rozwiązując zależność odwrotną możemy ze wzoru (31) wyliczyć liczbę Macha $\text{Ma}_{c_{sc}}$ odpowiadającą ograniczeniu

$$\alpha_1 \geq \alpha_2 \text{ min} \quad (33)$$

przy założonej, maksymalnie dopuszczalnej liczbie $\text{Ma}_{c_{2a}}$

Kąt α_1 zdefiniowany relacją (26) odpowiada kątowi wektora c_1 , jest więc zgodny z kątem geometrycznym ("efektywnym") dyszy zwężającej się tylko w obszarze podkrytycznym.

Dysze te zaleca się wykonywać jako skrócone, obliczane na około 0,9 znamionowej wartości liczby Macha w danym miejscu.

Z rozważań tych wynika, że w stopniu granicznym należy się liczyć z dużymi liczbami Ma_{c_1} i związaną z tym ekspansją w skośnym ścięciu dyszy zwiążającej się.

Aby obliczyć analitycznie kąt odchylenia $\delta' = \alpha_{\eta_1} - \alpha_{\eta_{1k}}$, w możliwie prosty sposób, skorzystamy z metody Baera [15]

$$\frac{\sin(\alpha_{\eta_{1k}} + \delta')}{\sin\alpha_{\eta_{1k}}} = \frac{\left(\frac{2}{\mathcal{R}+1}\right)^{\frac{1}{\mathcal{R}-1}} \sqrt{\frac{\mathcal{R}-1}{\mathcal{R}+1}}}{\sqrt{\left(\frac{p_1}{p_{oc}}\right)^{\frac{1}{\mathcal{R}}} - \left(\frac{p_1}{p_{oc}}\right)^{\frac{\mathcal{R}+1}{\mathcal{R}}}} \quad (34)$$

Skoro $\alpha_{\eta_{1k}} + \delta' = \alpha_{\eta_1}$, zatem $\sin(\alpha_{\eta_{1k}} + \delta')$ określony jest wzorem (31)

$$\sin(\alpha_{\eta_{1k}} + \delta') = f_1(Q, Ma_{c_{sc}}) \quad (31.1)$$

Znając związek (34)

$$\frac{\sin(\alpha_{\eta_{1k}} + \delta')}{\sin\alpha_{\eta_{1k}}} = f_2(\mathcal{R}, \frac{p_1}{p_{oc}}) \quad (34.1)$$

możemy obliczyć kąt geometryczny dyszy $\alpha_{\eta_{1k}}$ z relacji

$$\sin\alpha_{\eta_{1k}} = \frac{f_1(Q, Ma_{c_{sc}})}{f_2(\mathcal{R}, p_1/p_{oc})} \quad (35)$$

W kierownicach ostatnich stopni turbin kondensacyjnych występuje na ogół przepływ mieszany, w obszarze stopy nadkrytyczny, u głowy podkrytyczny, rys. 5.

Współcześnie stosuje się przy przepływie mieszanym zazwyczaj kanały zwężające się dla całej długości łopatki kierowniczej [2]. Takie palisady są bardzo sprawne w dużym obszarze $Ma_{c_1} \leq 1 - 1,1$, powyżej tej wartości straty silnie rosną. Specjalnie konstruowane dla przepływu mieszanego profile z załamaniem profilu po stronie wypukłej [2] wykazują stabilną charakterystykę $\zeta = f(Ma_{c_1})$ zarówno w obszarze podkrytycznym jak nadkrytycznym do $Ma_{c_1} \approx 1,6 - 1,8$.

Palisada z kanałami rozszerzającymi się jest lepsza tylko w wąskim odczynie liczby Macha, na którą została zaprojektowana. Z uwagi na silnie zmienne warunki pracy ostatnich stopni kanały dyszowe rozszerzające się nie są zalecane.

Ogólnie można stwierdzić, że jeżeli w przepływie mieszanym nie przekracza się $Ma_{c_1} = 1,6 - 1,7$, celowe są kanały zwięzające się na całej długości łopatkii kierowniczej. Dopuszczają one ekspansję w skośnym ścięciu, co wiąże się z odchyleniem strumienia

$$\delta = \alpha_1 - \alpha_{1k} \quad (33)$$

Dysze rozszerzające się można wyjątkowo stosować w sąsiedztwie stopy na długości nie większej jak $\frac{1}{4}$ licząc od stopy i tylko wtedy, gdy $\max Ma_{c_1} > 1,6 - 1,8$.

Dla obliczenia funkcji (34) potrzebna jest znajomość ciśnienia w szczególnej międzywinićowej p_1 .

Spadek całkowity w stopniu

$$h_{sc} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_2 v_2 \left(\pi_c^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) \quad (36)$$

stąd

$$\pi_c = \frac{p_{oc}}{p_2} = \left(1 + \frac{h_{sc}}{\frac{\kappa}{\kappa-1} p_2 v_2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} Ma_{c_{sc}}^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (36.1)$$

spadek w wieńcu wirnikowym wynosi

$$h_w = \varphi h_{sc} = \frac{\kappa}{\kappa-1} p_2 v_2 \left(\pi_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) \quad (37)$$

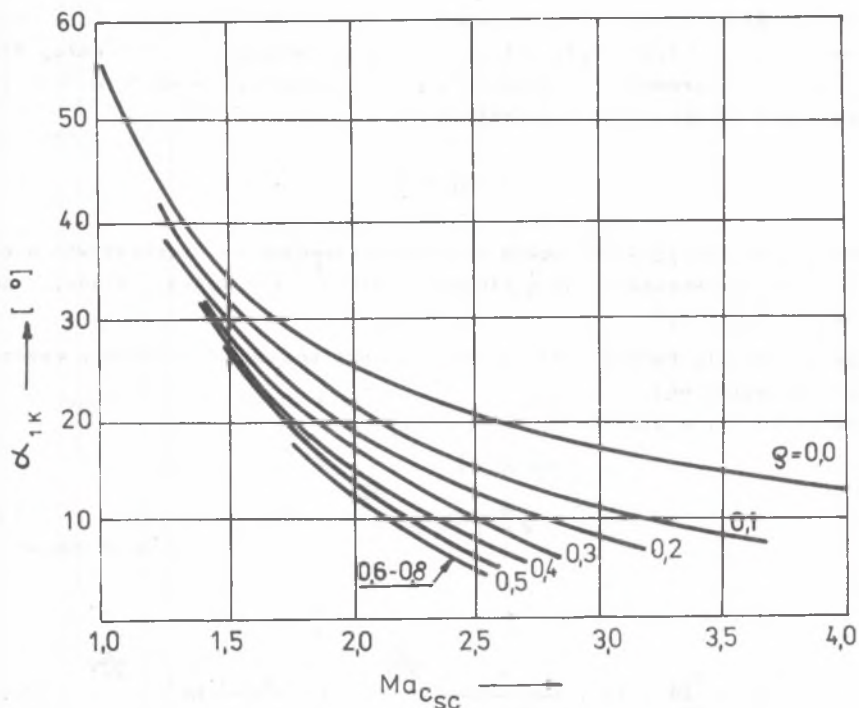
stąd zaś

$$\pi_1 = \frac{p_1}{p_2} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} \varphi Ma_{c_{sc}}^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = k^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (37.1)$$

oraz

$$\frac{p_1}{p_{oc}} = \frac{p_1/p_2}{p_{oc}/p_2} = \left(\frac{1 + \frac{\kappa-1}{2} \varphi Ma_{c_{sc}}^2}{1 + \frac{\kappa-1}{2} Ma_{c_{sc}}^2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = \left(\frac{k}{k_o} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (38)$$

Jeżeli przez k_o oznaczymy k dla $\varphi = 1$.



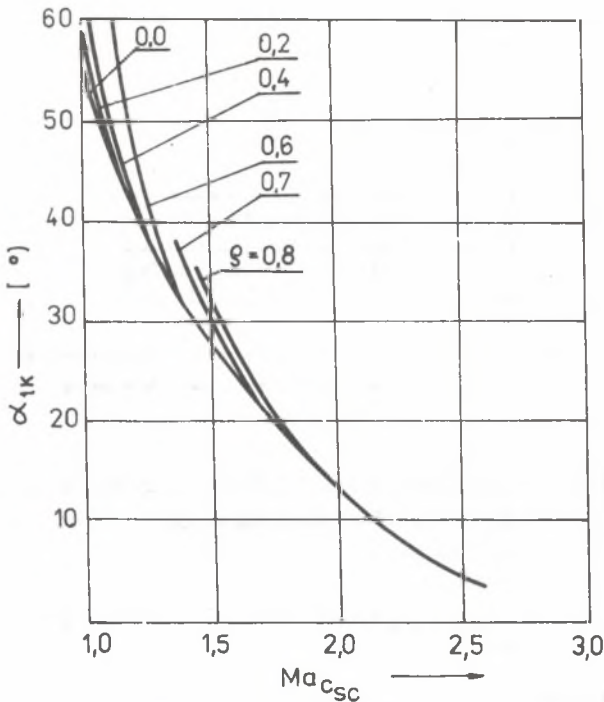
Rys. 6. Kąt geometryczny α_{1k} dyszy rozszerzającej się w funkcji liczby Macha $Ma_{c_{sc}}$ i reakcyjności stopnia Q (bez ekspansji w skośnym ścięciu)

Korzystając ze wzoru (31) obliczono zależność $\alpha_{1k} = f(Q, Ma_{c_{sc}})$ dla dyszy rozszerzającej się - bez ekspansji w skośnym ścięciu - rys. 6, zaś dla dyszy zwężającej się skorzystano z relacji (35), rys. 7. W obu przypadkach przyjmowano $\mathcal{N} = 1,125$, $\varphi = 0,95$, $l_2/l_1 = 1$, $Ma_{c_{2a}} = 0,8$.

Obliczenia α_{1k} dla dyszy zwężającej się dobrze zgadzają się z wynikami podanymi w [1] uzyskanymi inną metodą.

Z rys. 6 - dla dyszy rozszerzającej się - można odczytać, że graniczna liczba $Ma_{c_{sc}}$ odpowiadająca minimalnie dopuszczalnej wartości kąta dyszy α_{1k} zależy od reakcyjności stopnia i wynosi przy $\alpha_{1k} = 10^\circ$:

Q	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
max $Ma_{c_{sc}}$	> 4	3,2	2,75	2,5	2,35	2,25	2,15



Rys. 7. Kąt geometryczny dyszy zwężającej się w funkcji liczby $Ma_{c_{sc}}$ i reakcyjności stopnia (z ekspansją w skośnym ścięciu)

Dla dyszy zwężającej się, rys. 7 graniczna liczba Macha w obszarze $Ma_{c_{sc}} > 2$ praktycznie nie zależy od reakcyjności (porównaj [1])

α_{1k}	10°	13°
max $Ma_{c_{sc}}$	2,15	2,0

(39)

przy $1_2/1_1 = 1$.

Wychodząc z podanych granicznych liczb Macha można obliczyć graniczne prędkości izentropowe $c_{sc} = Ma_{c_{sc}} a_2$. W obszarze $p_2 = 5 - 11$ kPa pseudo-prędkość dźwięku a_{20} zmienia się w wąskim zakresie od 392 do 407 m/s. Przyjmując średnio $a_2 = 400$ m/s otrzymamy:

α_{1k}	10°	13°
max c_{sc}	860	800 m/s

(40)

Graniczny spadek całkowity wynika z relacji

$$h_{sc} = \frac{c_{sc}^2}{2}$$

α_{1k}	10°	13°	
$\max h_{sc}$	370	320	kJ/kg

(41)

Porównując te wartości ze stosowanymi obecnie maksymalnymi wartościami ok. 250 kJ/kg widzimy, że istnieje jeszcze pewna rezerwa, lecz już niezbyt wielka.

3.4. Ograniczenia spadku i wskaźnika prędkości wynikające z granicznej prędkości w_1 na wlocie do wieńca wirnikowego

Prędkość w_1 obliczamy ze wzoru

$$w_1^2 = c_1^2 + u^2 - 2uc_1 \cos\alpha_1 = c_{sc}^2 [\varphi^2(1 - \varrho) + \vartheta^2 - 2\vartheta\varphi\sqrt{1 - \varrho} \cos\alpha_1] \quad (42)$$

Oznaczono tu wskaźnik prędkości całkowitej

$$\vartheta = \frac{u}{c_{sc}} \quad (43)$$

Korzystając z (31) można dla $\frac{1_2}{1_1} = 1$ obliczyć $\cos\alpha_1$

$$\cos\alpha_1 = \sqrt{1 - \sin^2\alpha_1} = \sqrt{1 - \frac{1}{\varphi^2(1 - \varrho)} \left(\frac{Ma_{c_{2a}}}{k Ma_{c_{sc}}}\right)^2} \quad (44)$$

Podstawiając (44) do (42) przedstawimy wzór na prędkość w_1 w postaci

$$w_1^2 = c_{sc}^2 \left[\varphi^2(1 - \varrho) + \vartheta^2 - 2\vartheta \sqrt{\varphi^2(1 - \varrho) - \left(\frac{Ma_{c_{2a}}}{k Ma_{c_{sc}}}\right)^2} \right] \quad (45)$$

Wprowadzając liczbę Macha dla prędkości w_1

$$Ma_{w_1} = \frac{w_1}{a_1} \quad (46)$$

i prędkości izentropowej c_{sc}

$$Ma_{c_{sc}} = \frac{c_{sc}}{a_2}$$

znajdujemy wzór na liczbę Macha na wlocie do wieńca wirnikowego

$$Ma_{w_1}^2 = Ma_{c_{sc}}^2 \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 \left[\varphi^2(1 - \varrho) + \vartheta^2 - 2\vartheta \sqrt{\varphi^2(1 - \varrho) - \left(\frac{Ma_{c_{2a}}}{k Ma_{c_{sc}}}\right)^2} \right] \quad (47)$$

Wprowadzając ograniczenie

$$Ma_{w_1} < 1 \quad (48)$$

znajdujemy z relacji (47) parę wartości ϑ , $Ma_{c_{sc}}$ spełniając kryterium (48). Wynik otrzymujemy metodą rozwiązania funkcji uwikłanej

$$Ma_{c_{sc}}^2 \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 \left[\varphi^2(1 - \varrho) + \vartheta^2 - 2\vartheta \sqrt{\varphi^2(1 - \varrho) - \left(\frac{Ma_{c_{2a}}}{k Ma_{c_{sc}}}\right)^2} \right] - 1 < 0,$$

czyli

$$\vartheta^2 - 2\vartheta \sqrt{\varphi^2(1 - \varrho) - \left(\frac{Ma_{c_{2a}}}{k Ma_{c_{sc}}}\right)^2} + \varphi^2(1 - \varrho) - \frac{1}{Ma_{c_{sc}}^2} \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 < 0, \quad (49)$$

w której zmiennymi są ϑ oraz $Ma_{c_{sc}}$, ϱ stanowi parametr zadania, zaś $k = f(Ma_{c_{sc}}, \varrho)$ wg (30).

Występujący we wzorze (49) stosunek prędkości dźwięku a_1/a_2 obliczymy ze wzoru

$$\frac{a_1}{a_2} = \sqrt{\frac{\kappa_1 p_1 v_1}{\kappa_2 p_2 v_2}} \approx \sqrt{\frac{p_1 v_1}{p_2 v_2}}, \quad (50)$$

założono tu $\kappa_1 \approx \kappa_2$.

Przyjmując dla uproszczenia ekspansję izentropową dysponujemy związkiem

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}},$$

co wstawione do (50) daje

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{p_1}{p_2}^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}} \quad (51)$$

Stosunek ełśnień p_1/p_2 określono wzorem (37.1), ostatecznie więc

$$\frac{a_1}{a_2} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} \varrho \text{Ma}_{c_{sc}}^2\right)^{\frac{1}{2}} = k^{\frac{\kappa-1}{2}} \quad (52)$$

czyli

$$\frac{a_1}{a_2} = f(\kappa, \varrho, \text{Ma}_{c_{sc}})$$

Napiszmy nierówność (49) w postaci

$$\vartheta^2 + A\vartheta + B < 0, \quad (53)$$

gdzie

$$\left. \begin{aligned} A &= -2 \sqrt{\varrho^2(1-\varrho) - \left(\frac{\text{Ma}_{c_{2a}}}{k \text{Ma}_{c_{sc}}}\right)^2} \\ B &= \varrho^2(1-\varrho) - \frac{1}{\text{Ma}_{c_{sc}}^2} \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

Nierówność (53) jest spełniona w obszarze

$$\vartheta_1 < \vartheta < \vartheta_2, \quad (55)$$

gdzie ϑ_1, ϑ_2 są pierwiastkami równania

$$\vartheta^2 + A\vartheta + B = 0.$$

Łatwo wyliczamy

$$\vartheta_{1,2} = \frac{1}{Ma_{c_{sc}}} \left[\sqrt{\varphi^2 (1 - \varphi) Ma_{c_{sc}}^2 - \frac{Ma_{c_{2a}}^2}{k^2}} \mp \sqrt{\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 - \frac{Ma_{c_{2a}}^2}{k^2}} \right] \quad (56)$$

Warunki istnienia pierwiastków wymagają, aby

$$(a) \quad \frac{a_1}{a_2} > \frac{Ma_{c_{2a}}}{k}$$

oraz

$$(b) \quad (1 - \varphi) > \left(\frac{Ma_{c_{2a}}}{k Ma_{c_{sc}}}\right)^2 \frac{1}{\varphi^2}$$

Wymaganie (a) jest spełnione zawsze, gdyż przy naszych założeniach $Ma_{c_{2a}} < 1$ zaś k jest zawsze większe od jedności, czyli prawa strona nierówności (a) pozostaje zawsze mniejsza od 1, zaś $\frac{a_1}{a_2} > 1$ zawsze.

Wymaganie (b) może być niespełnione dla $\varphi \rightarrow 1$.

W interesującym nas obszarze dużych liczb Macha $Ma_{c_{sc}} > 1,5$ warunek (b) jest spełniony zawsze (jeżeli $\varphi \leq 0,9$).

Korzystając ze wzoru (56) obliczono wartości

$$\vartheta_1(\varphi, Ma_{c_{sc}})$$

$$\vartheta_2(\varphi, Ma_{c_{sc}})$$

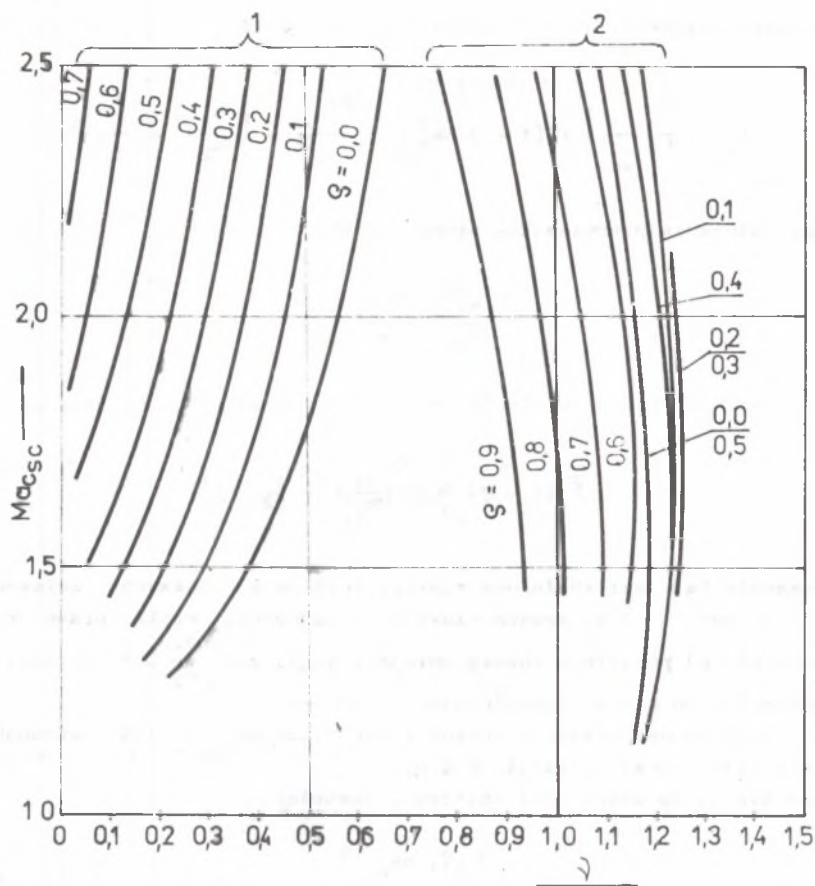
dla których $Ma_{w_1} = 1$.

Przyjmowano $\varphi = 0,95$, $Ma_{c_{2a}} = 0,8$ oraz $k = 1,125$ jako stałe parametry zadania.

Wyniki przedstawiono na rysunku 8.

Linie ϑ_1 i ϑ_2 (dla różnych φ) przedstawiają miejsce geometryczne wartości $Ma_{w_1} = 1$. Pomiedzy tymi liniami jest $Ma_{w_1} < 1$, co spełnia warunek ograniczenia prędkości w_1 na wlocie do wleńca wirnikowego.

Na zewnątrz krzywych ϑ_1 i ϑ_2 jest $Ma_{w_1} > 1$, jest to "obszar zakazany".



Rys. 8. Wartości wskaźników prędkości $\psi_{1,2}(S, Ma_{csc})$ dla których liczba Macha na wlocie do wirnika $Ma_{w_1} = 1$

3.5. Ograniczenia spadku h_c i wskaźnika prędkości wynikające z granicznie dopuszczalnego kąta wlotowego do wieńca wirnikowego β_i

Kąt β_i obliczamy z relacji

$$\sin \beta_i = \frac{w_{1a}}{w_1} = \frac{c_{1a}}{w_1} = \frac{c_{2a}/k}{w_1} \quad (57)$$

Wprowadzając liczby Macha zapiszemy

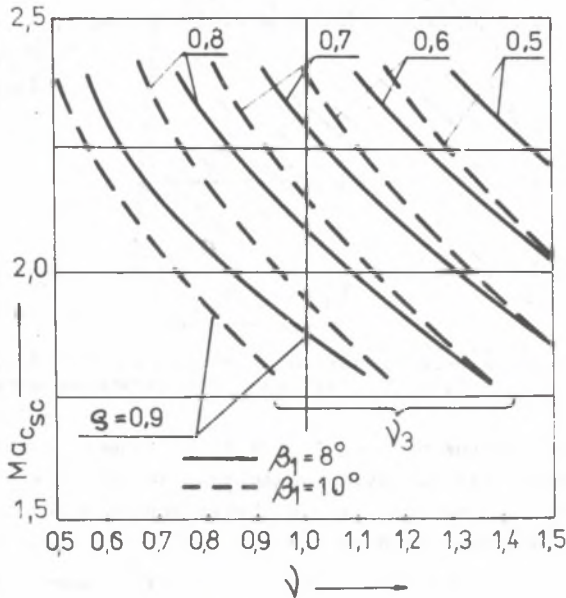
$$\sin \beta_1 = \frac{\frac{c_{2a}}{a_2} a_2}{\frac{w_1}{a_1} a_1} \frac{1}{k} = \frac{Ma_{c_{2a}}}{Ma_{w_1}} \frac{a_2}{a_1} \frac{1}{k} \quad (58)$$

Wstawiając (48) do (58) otrzymujemy

$$\sin \beta_1 = \frac{Ma_{c_{2a}}}{k Ma_{c_{sc}} \sqrt{F}} \quad (59)$$

gdzie

$$F = \varphi^2(1 - \varphi) + \vartheta^2 - 2\vartheta \sqrt{\varphi^2(1 - \varphi) - \left(\frac{Ma_{c_{2a}}}{k Ma_{c_{sc}}}\right)^2} \quad (60)$$



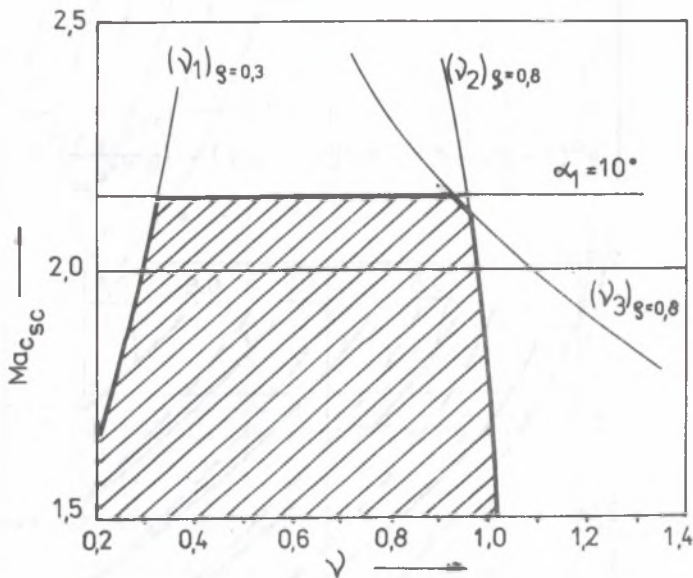
Rys. 9. Wartości wskaźników prędkości $v_3(\varphi, Ma_{c_{sc}})$, dla których $(180^\circ - \beta_1) = 8^\circ$

Z równań (59) i (60) można obliczyć wartość wskaźnika $\vartheta = \vartheta_3$ dla warunku $\beta_1 = \beta_1$ graniczne w funkcji parametrów $Ma_{c_{2a}}$, $Ma_{c_{sc}}$, , , .

Na rys. 9 przedstawiono wykres $\vartheta_3 = \vartheta_3(Ma_{c_{sc}}, \vartheta)$ dla $Ma_{c_{2a}} = 0,8$, $\varphi = 0,95$, $\mathcal{K} = 1,125$. Jako granicą wartość kąta β_1 przyjęto

$$(180^\circ - \beta_1) = 8^\circ$$

Obszar na lewo od linii \mathcal{K}_3 odpowiada wartościom $(180^\circ - \beta_1) > 8^\circ$, obszar na prawo od linii ϑ_3 odpowiada wartościom $(180^\circ - \beta_1) < 8^\circ$, jest to obszar "zakazany".



Rys. 10. Ograniczenia gazotermodynamiczne stopnia ostatniego, przykład dla $\alpha_{1k} = 10^\circ$; $\varrho_w = 0,3$; $\varrho_z = 0,8$ (zakreślono obszar dopuszczalny)

Łącząc wykresy podane na rys. 7, 8 i 9 znajdujemy komplet rozważanych ograniczeń gazotermodynamicznych ostatniego stopnia. Rys. 10 stanowi podsumowanie rozdziału 3 przedstawiając obszar dopuszczalnych liczb Macha $Ma_{c_{sc}} = f(\vartheta, \varrho)$ dla wybranych parametrów $Ma_{c_{2a}} = 0,8$, $\alpha_{1 \min} = 10^\circ$, $(180^\circ - \beta_1)_{\min} = 8^\circ$, $\varphi = 0,95$, $\mathcal{K} = 1,125$. Na rysunku zakreślono obszar dopuszczalny dla wybranej pary reakcyjności $\varrho_w = 0,2$ i $\varrho_z = 0,8$.

4. Wpływ ograniczeń gazotermodynamicznych na gabaryty stopnia

Powierzchnię wylotu $S = \pi d$ dla można zapisać w formie

$$S = \frac{60^2 u_{sr}^2}{\pi n^2 d/l},$$

gdzie prędkość obrotową "n" wyrażamy w obr/min.

Prędkość obwodowa na średnicy średnicy

$$u_{sr} = v_{sr} c_{sc},$$

przy czym

$$c_{sc} = Ma_{c_{sc}} a_2$$

Wprowadzając wskaźnik prędkości dla średnicy zewnętrznej d_z

$$v_{sr} = v_z \frac{1}{1 + l/d}$$

otrzymamy ostatecznie

$$S = \frac{60^2 a_2^2}{\pi n^2 (1 + \frac{l}{d})^2 \frac{d}{l}} (v_z Ma_{c_{sc}})^2 \quad (61)$$

Dążąc do ekstremalnych wymiarów stopnia przyjmujemy minimalną wartość d/l oraz maksymalną wartość iloczynu $Ma_{c_{sc}} v_z$.

Należy przy tym uwzględnić ograniczenia przedstawione na rys. 10 oraz wziąć pod uwagę zmienność reakcyjności w stopniu.

Obliczmy przykładowo ekstremalny wylot dla danych $n = 3000$ obr/min, $Ma_{c_{2a}} = 0,8$, $d/l = 2,5$, $a = 400$ m/s, $\alpha_{nk} = 10^\circ$, $(180^\circ - \beta_1) = 8^\circ$.

Reakcyjność na promieniu wewnętrznym przyjmuje się [1], [16]

$$\xi_w \approx 0,2 - 0,3$$

Decydując się na $\xi_w = 0,3$ możemy obliczyć reakcyjność na średnicy zewnętrznej przy pomocy wzoru [1]

$$\xi_z \approx 1 - (1 - \xi_w) \frac{1}{(r_z/r_w)^{1,5}} = 1 - (1 - \xi_w) \left(\frac{1 - \frac{1}{d}}{1 + \frac{1}{d}} \right)^{1,5} \quad (62)$$

otrzymujemy

$$\varrho_z \approx 0,804 \approx 0,80$$

Największa liczba Macha z uwagi na graniczny kąt $\alpha_{1k} = 10^\circ$ wynosi wg rysunku 10

$$(Ma_{c_{sc}})_{gr} = 2,15$$

Dla $Ma_c = 2,15$ oraz $\varrho = \varrho_z = 0,80$ znajdujemy z wykresu 10 maksymalnie dopuszczalną wartość wskaźnika prędkości na promieniu zewnętrznym

$$\vartheta_z \max = \vartheta_3 = 0,93$$

Para wartości $Ma_{c_{sc}} = 2,15$ oraz $\varrho_w = 0,3$ określa ograniczenie wskaźnika prędkości na promieniu wewnętrznym (rys. 10)

$$\vartheta_1 = 0,33$$

Maksymalna wartość ϑ_w w naszym przykładzie wynosi

$$\vartheta_w \max = \vartheta_z \max \frac{1 - 1/d}{1 + 1/d} = 0,93 \frac{1 - 0,4}{1 + 0,4} \approx 0,40$$

zatem

$$\vartheta_w \max > \vartheta_1$$

Zostawia to projektantowi pewne pole manewru pozwalając na wybór ϑ_w w obszarze

$$0,33 < \vartheta_w < 0,40$$

względnie na wybór ϑ_z

$$0,77 < \vartheta_z < 0,93$$

a tym samym na uwzględnienie wpływu tego wskaźnika na sprawność stopnia.

W pierwszym wariancie, dążąc do ekstremalnych wymiarów wylotu, przyjmujemy największą dopuszczalną wartość $\vartheta_z = 0,93$, co wstawione do wzoru (61) na powierzchnię stopnia daje

$$S_{\max} = 16,6 \text{ m}^2.$$

Tę wartość $S = 16,6 \text{ m}^2$ można by uznać za maksymalną dla przyjętych ograniczeń gazodynamicznych. Jest ona mniejsza od wartości, jakie można by dopuścić już obecnie stosując łopatki tytanowe. W tym sensie ograniczenia gazodynamiczne można by uznać za ostrzejsze od ograniczeń wytrzymałościowych.

WYKAZ GŁÓWNYCH OZNACZEŃ

A	- pole przekroju profilu
a	- prędkość dźwięku
a_1, a_2	- prędkość dźwięku za wieńcem kierowniczym, za wieńcem wirnikowym
C	- siła odśrodkowa
c	- prędkość bezwzględna pary
c_1, c_2	- prędkość bezwzględna pary na wylocie z wieńca kierowniczego, wirnikowego
c_{1a}, c_{2a}	- składowe osiowe prędkości c_1, c_2
d	- średnica
d_w, d_{gr}, d_z	- średnica wewnętrzna, średnia, zewnętrzna
h	- spadek entalpii
h_{sc}	- spadek izentropowy całkowity
K	- współczynnik ścieniania łopatki
k	- współczynnik ściśliwości $k = v_2/v_1$
l	- długość łopatki
Ma	- liczba Macha
$Ma_{c_{sc}}$	- odniesiona do prędkości izentropowej całkowitej $Ma_{c_{sc}} = \frac{c_{sc}}{a_2}$
Ma_{c_1}	- odniesiona do prędkości c_1 , $Ma_{c_1} = \frac{c_1}{a_1}$
Ma_{w_1}	- odniesiona do prędkości w_1 , $Ma_{w_1} = \frac{w_1}{a_1}$
Ma_{w_2}	- odniesiona do prędkości w_2 , $Ma_{w_2} = \frac{w_2}{a_2}$
m	- strumień masy
n	- prędkość obrotowa obr/min
p	- ciśnienie
p_1, p_2	- ciśnienie statyczne za wieńcem kierowniczym, wirnikowym
p_{oc}	- ciśnienie całkowite przed stopniem
r	- promień
S	- pole przekroju $S = \pi dl$
s	- długość cięciwy profilu
t	- podziałka palisady
u	- prędkość obwodowa

v	- objętość właściwa pary
w	- prędkość względna pary
x	- stopień suchości pary
α_1	- kąt wektora c_1
α_{1k}	- kąt geometryczny ("efektywny") kierownicy
δ	- kąt odchylenia strumienia w skośnym ścięciu dyszy
λ	- wykładnik izentropy
λ_0	- wykładnik izentropy według Zeunera
λ_s	- wykładnik izentropy pary przegrzanej
π	- stosunek ciśnień lub liczba 3,14159
φ	- współczynnik prędkości w palisadzie kierowniczej $\varphi = \frac{c_1}{c_{1s}}$
ψ	- współczynnik prędkości w palisadzie wirnikowej $\psi = \frac{w_2}{w_{2s}}$
ϑ	- wskaźnik prędkości, $\vartheta = \frac{u}{c_{sc}}$
ϱ	- reakcyjność stopnia odniesiona do spadku całkowitego $\varrho = \frac{h_w}{h_{sc}}$
$\varrho_w, \varrho_{sr}, \varrho_z$	- reakcyjność na promieniu wewnętrznym, średnim, zewnętrznym
ϱ_m	- gęstość materiału
σ	- naprężenie
ω	- prędkość kątowna

LITERATURA

- [1] Andrejew P.A., Girman H.J., Smolkin Ju.W., ogólna redakcja Petrosjanc A.M., Optimizacja ciepłenergetycznego oborudowanija AES, Atomizdat, Moskwa 1975.
- [2] Dejc N.E., Trojanovskij B.M., Untersuchung und Berechnung axialer Turbinenstufen VEB, Berlin 1973.
- [3] Dzung L.S., Thermostatische Zustandsänderungen des trockenen und des nassen Dampfes, ZAMP 6 (1955), ss. 207-223.
- [4] Engelke W., Scheffczyk H., Baureihen der KWU-Dampfturbinen, KWU-Dampfturbinen - Fachbeiträge, 1976 ss. 17-48.
- [5] Haas H., Einwellige Turbosätze mit $25s^{-1}$ für grosse Leistungen. KWU-Dampfturbinen, Fachbeiträge, 1976, ss. 7-16.
- [6] Hohn A., Novacek P., Die Endschaufeln grosser Dampfturbinen, Brown Boveri Mitt. 1/1972.
- [7] Perycz S., Zur Definition des Umfangswirkungsgrades der letzten Stufe einer grossen Kondensationsturbine Wärme 3/1981, ss. 60-62.
- [8] Perycz S., Wirkungsgrad - Charakteristik der letzten Stufe einer Kondensationsturbine grosser Leistung, Wärme 4/5/1981, ss. 75-77.
- [9] Roeder A., Die Endschaufeln der grössten vollturigen Norm - Niederdruckturbinen, Brown - Boveri Mitt, 2/1976 ss. 115-122.
- [10] Runte W., Die Begrenzung der Einheitsleistung grosser Dampfturbinen durch das Abdampf-Volumen, BBC - Nachr. 11/1973 ss. 299-318.
- [11] Scharff W., i in., Das 1200 MW - Kernkraftwerk Graben, Brown - Boveri Mitt, 1/1976.

- [12] Sommer E., Brown Boveri Dampfturbinen Entwicklung zur Realisierung von Grösstmaschinen, Brown - Boveri Mitt, 2/1976, ss. 94-105.
- [13] Sparmann R., Thermodynamische Auslegung von Endstufen für Kondensationsturbinen grosser Leistung, Siemens-Zeitschrift, 1967, Beiheft Dampfturbinen grosser Leistung, ss. 47-58.
- [14] Sparmann R., Thermodynamische Auslegung von Endschaufeln für Kondensationsturbinen grosser Leistung, KWI-Dampfturbinen, Fachbeiträge 1976.
- [15] Szczegla, A.W., Trojanovskij D.M. (red), Parowyje turbiny, wyd. 5 Energia, Moskwa 1976.
- [16] Szubianko-Szubina I.A., Tarelina A.A., Antipcew Ju.P., Optimalnoje projektirovanije poslednoj stupieni moszcznych parowych turbin, Naukowa Dumka, Kiew, 1980.
- [17] Thomas H.J., Thermische Kraftanlagen, Springer, 1975.
- [18] Traupel W., Thermische Turbomaschinen tom II, wyd. II, Springer, 1968.
- [19] Traupel W., Thermische Turbomaschinen tom I, wyd. III, Springer, 1977.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Tadeusz Chmielniak

ПРОЧНОСТЬ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКО-ПРОТОЧНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ
ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ПОСЛЕДНЕЙ СТУПЕНИ
КОНДЕНСАЦИОННОЙ ТУРБИНЫ БОЛЬШОЙ МОЩНОСТИ

Р е з ю м е

Площадь выпуска с последней ступени ограниченная прочностью, главным образом разрывающими напряжениями в лопатках ротора. Стальные лопатки соответственно утоненные разрешают достигать значений порядка 12-14 м². Лопатки из титана могли бы допускать площади 16-20 м² для турбины обыкновенной скорости. Столь большим площадям соответствуют большие ободные скорости и большие падения на ступени связанные с газотермодинамическими ограничениями. Проведено аналитические исследования влияния числа Маха Ma_{∞} а также реактивности φ на значения лопатковых углов и число Маха у выхода ротора Ma_{w1} . Определёнными ограничениями углов α_1, β_1 и числа Маха Ma_{w1} соответствуют значения Ma_{∞} и указателя скорости φ являющиеся газотермодинамическими ограничениями ступени. Принимая ограниченные значения Ma_{∞} и φ получаем ограниченные значения поверхности выпуска, которое может быть меньше значения обусловленного прочностью.

STRENGTH AND THERMODYNAMIC-FLOW BOUNDS
OF CAPACITY OF THE LAST STAGE
OF ABIG POWER CONDENSING TURBINE

S u m m a r y

A value of the last stage outlet is bounded by strength mainly tearing stresses in rotor blades. Steel blades properly thinned enable the realization of surfaces 12-14 m² while titanic blades allow for 16-20 m². It leads to high peripheral speed and high drops in the stage connected with gazothermodynamic bounds. The effect of Mach number $Ma_{c_{sc}}$ and reactivity upon the value of blade angles and inlet Mach number Ma_{w1} are investigated analytically. Limiting values of $Ma_{c_{sc}}$ and speed index ψ lead to limiting value of outlet surface less than bounded by stresses.