ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Seria: ENERGETYKA z. 83

Nr kol. 775

Tadeusz CHMIELNIAK, Andrzej SZAFRANIEC Instytut Maszyn i Urządzeń Energetycznych

RUCH CZĄSTEK STAŁYCH W KANAŁACH MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

Streszczenie. Przedyskutowano modele matematyczne przepływu mieszaniny dwuskładnikowej dla małego udziału składnika stałego (cząstek).

Do analizy przyjęto model, który otrzymano zakładając równość temperatur obu składników oraz przyjmując siłę oporu aerodynamicznego za podstawową składową siły wzajemnego oddziaływania obu składników mieszaniny. Otrzymano szereg rozwiązań dla układów przepływowych wentylatorów osiowych i promieniowych. Przedyskutowano wpływ poszozególnych wielkości na ważne z punktu widzenia erozji pyłowej charakterystyki kinematyczne i dynamiczne oząstek.

#### Oznaczenia

В	- szerokość wieńca lopatkowego, m
С	- stęženie cząstek, kg/m <sup>3</sup>
C <sub>D</sub>	- współczynnik oporu aerodynamicznego,
CDO	- 24/Re
D	- frakcyjny rozkład oząstek
Dz	- średnica zewnętrzna, m
$\overline{F}(F_i)$	- wektor integralnej siły wzajemnego oddziaływania składni-
	ków mieszaniny, N
Hi	- współczynniki Lamego,
P(Pi), Po(Poi	)- wektory zewnętrznych sił masowych oddziaływujących na ga-
	zowe i stałe składniki mieszaniny, <mark>N</mark>
Q, Q <sub>c</sub>	- zevnętrzne strumienie ciepła doprowadzone do składnika
	gazowego i stalego, $\frac{W}{kg}$
Ř(R <sub>i</sub> )	- promień wodzący, m
R, Q, Z	- współrzędne walcowe
$Re = \frac{2\Gamma  W-W_c }{2}$	- liozba Reynoldsa,
T, T	- temperatury obu składników, <sup>0</sup> K
č(c,)	- wektor prędkości bezwzględnej składnika podstawowego, 🚆
e_	- energia wewnętrzna oząstek, J
$\bar{\mathbf{f}}_{t}(\mathbf{f}_{ti})$	- wektor integralnej sily tarcia, N
S2r S2	- rozkład masy cząstek uderzających o powierzchnię lopatki
	$(zal. 22, 23), \frac{kg}{m^2}$

h	- grubość strugi, m
h	$\sim$ antalpia, $\frac{J}{kg}$
h	$-h + \frac{1}{2}o^2, \frac{J}{kg}$
hwo	$-h + \frac{1}{2}w^2 - \frac{1}{2}u^2, \frac{3}{kg}$
$\mathbf{m}_{\mathbf{m}} = \frac{4}{3} \mathfrak{A}_{\mathbf{r}}^3$	- masa cząstki, kg
n	- składowe wektora normalnego do powierzchni S <sub>21</sub>
p	- ciśnienie, Pa
q,	- ortogonalne współrzędne krzywoliniowe
q	- strumień ciepła wymieniany między składnikami, W
r	- promień cząstki, m
3	antropia, J
t	· CZAS, S
u	- predkość obwodowa,
$\overline{w}(w_i), \overline{w}_o(w_{oi})$	- wektory prędkości składnika gazowego i cząstek, m
04. B.	- katy charakterystyczne(rys. 7), [9]
5. 5	- kąty opisujące powierzohnię S <sub>2</sub> (rys. 2), [ <sup>0</sup> ]
Δ	- grubość lopatki, u
$\varphi = \frac{c_n}{u_n}$	- liczba przepływu, -
- 9 <u>9</u> 9 C	D 1
2 2 2 2 C	Do <sup>6</sup>
$\mathcal{X}_{-} = \left(\frac{5}{2+2}\right)$	- liczba separacji (rys. 7) - 2
.9 5 **	- kinematyczny współczynnik lepkości, m
9	~ gestość mieszaniny (zal. 4), $\frac{kg}{m^3}$
Q '3	- stosunsk mazy oząstek do jednostki objętości mieszaniny, kg
ω	funicada predu
T.	e Imrela histor
-( )	- ozas pracy, s
$\varpi(\omega_{i})$	- Mektor breakoset retomel

# Indeksy

C	-	skladnik stały (oząstka),
g		składnik gazowy,
i	-	kolejny numer,
n	-	składowa normalna,
р	-	skladowa początkowa,
R, 🛛	-	składowa promieniowa i obwodowa,
r	-	wskaźnik dotyczący cząstki o promieniu r,
z	-	zewnętrzny,
I	-	parametry w przekroju wlotowym.

# 1. Wprowadzenie

Ze zjawiskami przepływów mieszanin wieloskładnikowych (wielofazowych) spotykamy się w wielu instalacjach przemysłowych. Podstawowe parametry mieszaniny są określone rodzajem technologii oraz warunkami eksploatacji danej instalacji. Będą one decydować o strukturze wzajemnych oddziaływań między poszczególnymi składnikami i dopuszczalnych uproszczeniach w matematycznym opisie zjawiska.

W dalszym ciągu interesować nas będzie przepływ mieszaniny gaz-cząstka stała (pył) o niewielkim udziale masowym i objętościowym pyłu. Podstawowe równania i warunki brzegowe zostaną sformułowane dla geometrii maszyn przepływowych przy dodatkowym założeniu, że głównym celem analizy zjawiska jest otrzymanie informacji interesujących z punktu widzenia erozji pyłowej.

W maszynach przepływowych (turbiny cieplne, pompy, sprężarki, wentylatory) poza bardzo nielicznymi przypadkami można wyodrębnić składnik (fazę) podstawową i składniki (fazy) o znacznie mniejszym udziałe objętościowym ozy masowym. Pozwala to uprościć równania zachowania i w konsekw. wencji zwniejszyć trudności w procesie ich rozwiązania.

W zagadnieniach traktujących o efektach oddziaływania cząstek faz (składników) niepodstawowych z elementami układu przepływowego (problemy erozji, osiadania itp.) można zazwyczaj oddzielić zadanie przepływu składnika podstawowego od zadania przepływu cząstek pyłu. Natomiast w przypadkach kiedy interesują nas charakterystyki energetyczne uproszczenia przyjmowane dla rozdziału tych zadań będą prowadzić zazwyczaj do istotnych błędów.

### 2. Opis zagadnienia

### 2.1. Równania podstawowe

Podstawowe równania zachowania dla względnego przepływu dwuskładnikowej mieszaniny gaz-cząstki stałe można zapisać w postaci [1, 2]: - równania ciągłości:

$$\operatorname{div}(\mathcal{Q}\overline{\mathbf{w}}) = 0, \quad \operatorname{div}(\mathcal{Q}_{\mathbf{w}}\overline{\mathbf{w}}_{\mathbf{v}}) = 0 \tag{1}$$

- równania pędu

$$\frac{D\overline{W}}{Dt} + \overline{\omega} \mathbf{x} \left( \overline{\omega} \mathbf{x} \,\overline{\mathbf{R}} \right) + 2\overline{\omega} \mathbf{x} \,\overline{w} = -\frac{1}{g_g} \nabla \mathbf{p} + \frac{g_g}{g} \,\overline{\mathbf{F}} + \overline{\mathbf{f}}_t + \overline{\mathbf{P}}$$

$$\frac{D\overline{w}_{o}}{Dt} + \overline{\omega} \mathbf{x} \left( \overline{\omega} \mathbf{x} \overline{\mathbf{R}} \right) + 2\overline{\omega} \mathbf{x} \overline{w}_{c} = -\frac{1}{g_{o}} \nabla \mathbf{p} + \overline{\mathbf{F}} + \overline{\mathbf{P}}_{o}$$

(2)

- równania energii

$$(\overline{\mathbf{w}} + \overline{\omega} \times \overline{\mathbf{R}})(\nabla \mathbf{h} - \frac{\overline{\mathbf{w}}}{\overline{g_{\mathbf{g}}}} \nabla \mathbf{p}) - \mathbf{Q} - \frac{\overline{g_{\mathbf{g}}}}{\overline{g_{\mathbf{g}}}} \left[ (\overline{\mathbf{w}}_{\mathbf{g}} - \overline{\mathbf{w}})\overline{\mathbf{F}} + \mathbf{q} \right] = 0$$

$$(\overline{\mathbf{w}}_{\mathbf{g}} + \overline{\omega} \times \overline{\mathbf{R}})\nabla \mathbf{e}_{\mathbf{g}} - \mathbf{q} - \mathbf{Q}_{\mathbf{g}} = 0$$

$$(3)$$

Dodatkowe związki:

$$h = h(p, q_g)$$

$$(4)$$

$$q = q_g(1 - \frac{q_g}{q_c})$$

zamykają układ równań (1-3).

Efekt oddziaływania obu składników reprezentuje integralna siła  $\overline{F}$  oraz generowany przy T<sub>o</sub>  $\neq$  T strumień ciepła q. Poprzez obie te wielkości oraz drugą z zależności (4) sprzężone są równania rozpatrywanego układu.

Ustalając dla danej geometrii oraz rodzaju składników warunki jednoznaczności dochodzimy do ostatecznego sformułowania zagadnienia brzegowego. W przypadku pominięcia członu  $\overline{F}_t$  charakteryzującego siły lepkości składnika gazowego rozwiązanie rozpatrywanego zagadnienia dla charakterystycznych geometrii maszyn przepływowych można uzyskać przyjmując odpowiedni proces iteracyjny oparty o znane metody rozwiązania równania (2) dla  $\overline{F} = 0$  i  $\overline{f}_t = 0$ . Przykłady zastosowania układu (1-4) dla analizy różnych zadań zawierają między innymi prace [3, 4, 5]. Ograniczenie badań do analizy przepływów mieszanin (o niereagujących składnikach) o niewielkim stężeniu cząstek stałych pozwala rozpatrywany złożony model matematyczny istotnie uprościć, zmniejszając poważnie pracochłonneść procesu obliczeniowego.

# 2.2. Równania przepływu dla małych stężeń cząstek stałych

Całkowita siła F dynamicznego oddziaływania fazy gazowej na oząstki jest w ogólnym przypadku sumą wielu składowych, z których głównymi są składowe uwarunkowane oporem aerodynamicznym, poprzecznym gradientem prędkości oraz burzliwością strumienia [6]. W zakresie parametrów termodynamicznych, kinematycznych oraz geometrycznych określających ruch cząstek w kanałach maszyn i urządzeń przepływowych ocena poszczególnych rodzajów sił dowodzi, że podstawowe znaczenie ma siła oporu aerodynamicznego. W konkretnych przypadkach dla uściślenia obliczeń, można przy określeniu wartości tej siły, wprowadzić poprawki uwzględniające kształt cząstek oraz stopień burzliwości. Struktura równań (2) i (3) wskazuje, że pominięcie w równaniu (2) członu  $\frac{\gamma_s}{C}$  F oraz założenie równości temperatur obu składników pozwala przy małych stężeniach (małe wartości  $\frac{q}{s}/\frac{q}{c}$ ) w pełni rozdzielić zadanie wyznaczania parametrów składnika gazowego od zadania określenia ruchu cząstek.

Przyjmując

$$\overline{\mathbf{F}} = \frac{1}{2 \mathbf{m}_{o}} \boldsymbol{\varphi}_{g} \boldsymbol{\mathscr{X}_{r}}^{2} \mathbf{C}_{D} \left| \overline{\mathbf{w}} - \overline{\mathbf{w}}_{o} \right| \left( \overline{\mathbf{w}} - \boldsymbol{w}_{o} \right) =$$

$$= \frac{3}{8} \frac{q_{e}}{q_{o}} \frac{1}{r} c_{D} \left[ \overline{w} - \overline{w}_{o} \right] \left( \overline{w} - \overline{w}_{o} \right)$$

latwo można ocenić w konkretnych warunkach dla jakich wartości  $\frac{\gamma_s}{\varphi}$  siła hamująca fazę gazową  $\frac{\gamma_s}{\varphi} \bar{F}$  jest do pominięcia w porównantu z ozłonem --  $\frac{1}{\varphi} \nabla p$ . Jeżeli wziąć pod uwagę przepływ jednowymiarowy, to średnia wartość ilorazu tych człenów, przy założeniu występowania maksymalnej wartości  $\bar{F}(\bar{w}_s = 0)$  będzie w przybliżeniu równa

$$\frac{\frac{g_{s}}{g}}{\left|-\frac{1}{g}\nabla\mathbf{p}\right|} = \frac{\frac{3}{8}\frac{s}{g_{c}}\frac{1}{r}c_{D}B}{\left|-\frac{1}{g}\frac{\Delta p}{r^{2}}\right|}$$
(5)

Graniczne przypadki będą występować dla małych zmian ciśnienia  $\Delta p$  (wentylatory) i małych r. Dla r =  $10^6$  m,  $\Delta p$  =  $10^4$  Pa, Re = 1, B = 0,1 m otrzymujemy, że dla spełniania warunku

$$\frac{\frac{\gamma_{g}}{\zeta} F_{max}}{\left|-\frac{1}{\gamma_{g}} \nabla \mathbf{p}\right|} < 0,1$$

stosunek  $\frac{\gamma_s}{\gamma_c}$  nie powiniem przekraczać 2.10<sup>-5</sup>. Przyjmując dalej, że  $\gamma_{omin} = 2000 \text{ kg/m}^3$  znajdujewy  $\gamma_s < 0.04$ . Nierówność ta ustala obszar, dla którego w tym konkretnym przypadku można pominąć w równaniu (2) ozłon  $\frac{\gamma_s}{\sigma}$  F. Wtedy jest oczywiście również  $\gamma \cong \gamma_g$ . Granica  $\gamma_s < 0.04$  obejmuje oałą grupę zadań praktycznych związanych z separacją cząstek w układach przepływowych oraz z erozją pyłową. Dla turbin gazowych i sprężarek granicę  $\gamma_g$  można znacznie rezszerzyć na skutek większych wartości gradientu ciśnienia.

T. Chmielniak, A. Szafranieo

W konsekwencji przyjętych założeń równania (1)-(4) można sprowadzić do układu [7]:

$$\operatorname{div}(\mathcal{O}_{\mathcal{R}}\overline{\mathbf{w}}) = 0 \tag{6}$$

$$-\overline{\mathbf{w}} \mathbf{x} \left(\nabla \mathbf{x} \,\overline{\mathbf{w}}\right) + 2\overline{\omega} \,\mathbf{x} \,\overline{\mathbf{w}} = -\nabla \mathbf{h}_{\mathbf{w}} + \mathbf{T} \nabla \mathbf{s} \tag{7}$$

$$\frac{\partial \mathbf{w}_{\mathbf{c}}}{\partial t} + \vec{\omega} \mathbf{x} \left( \vec{\omega} \mathbf{x} \, \vec{\mathbf{R}} \right) + 2\vec{\omega} \mathbf{x} \, \vec{\mathbf{w}}_{\mathbf{c}} = \mathbf{x} \left( \vec{\mathbf{w}} - \vec{\mathbf{w}}_{\mathbf{c}} \right) \tag{8}$$

$$h_{wo} = h + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} = f(\Psi)$$
 (9)

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}(\mathbf{Y}) \tag{10}$$

$$\mathbf{h} = \mathbf{h} (\mathbf{p} - \boldsymbol{\varrho}_{p}) \tag{11}$$

Ze względu na przyjętą metodykę obliczeń równania fazy podstawowej zapisano we współrzędnych Eulera natomiast dla opisu ruchu cząstek zachowano współrzędne Lagrange'a.

# Modele matematyczne przepływów fazy podstawowej w kanałach międzyłopatkowych

W systemie wyznaczania parametrów cząstek w kanałach maszyn przepływowych do określenia prędkości składnika gazowego wykorzystano równanie (7).



Rys. 1. Pomocnicze powierzchnie prądu

Oznaoza to, že rozpatrywano przepływ mieszaniny dwuskładnikowej w obszarach o nieznacznym wpływie lepkości (poza warstwami przyściennymi).

Zagadnienie przestrzenne sformułowane w oparciu o równanie (7) zastąpiono dla geometrii maszym przepływowych dwoma zagadnieniami dwuwymiarowymi na powierzchniach  $S_1$  i  $S_2$  (rys. 1).  $S_1$  jest obrotową powierzchnią prądu, której tworzące określa rozwiązanie przepływu na powierzchni  $S_2$ , za którą w rozpatrywanym przypadku można przyjąć średnią powierzchnię kanału łopatkowego (powierzchnię średnią między powierzchniami utworzonymi przez szkieletowe profilów).



Rys. 2. Układ współrzędnych q

Równanie (7) dla ortogonalnych krzywoliniowych układów współrzędnych związanych z powierzchniami  $S_1$  i  $S_2$ , po wprowadzeniu funkcji prądu przyjmie postać:

- powierzchnia S<sub>1</sub> (rys. 2):

$$\frac{1+\lambda^{2}}{H_{2}^{2}}\frac{\partial^{2}\psi}{\partial q_{2}^{2}} + \frac{1}{H_{3}^{2}}\frac{\partial^{2}\psi}{\partial q_{3}^{2}} + \frac{1}{H_{2}H_{3}^{2}}\frac{\partial\psi}{\partial q_{3}}\frac{\partial^{H}}{\partial q_{3}} + \frac{1}{H_{2}}\frac{\partial\psi}{\partial q_{2}}\left(\frac{\lambda^{2}}{H_{1}}\frac{\partial H_{1}}{\partial q_{2}} - \frac{1}{H_{2}}\frac{\partial H_{3}}{\partial q_{2}}\right) + \frac{1}{H_{2}}\frac{\partial\Psi}{\partial q_{2}}\left(\frac{\lambda^{2}}{H_{1}}\frac{\partial\Psi}{\partial q_{2}}-\frac{\partial\Psi}{\partial q_{2}}\frac{\partial\Psi}{\partial q_{2}}\right) + \frac{1}{H_{2}}\frac{\partial\Psi}{\partial q_{2}}\frac{\partial\Psi}{\partial q_{2}}\frac{\partial\Psi}{\partial q_{2}} + \frac{1}{H_{2}}\frac{\partial\Psi}{\partial q_{2}}\frac{\partial\Psi}{\partial q_{2}}\frac{\partial\Psi}{\partial q_{2}} + \frac{1}{H_{2}}\frac{\partial\Psi}{\partial q_{2}}\frac{\partial\Psi}{\partial q_{2}}\frac{\partial\Psi}{\partial q_{2}}$$

$$(12)$$

$$\ln(\theta H_{3}) + \frac{1}{H_{2}^{2}}\frac{\partial\Psi}{\partial q_{3}}\frac{\partial\Psi}{\partial q_{3}}\ln(\theta H_{3}) - 2\theta h(w_{1} - \lambda w_{3})$$

T. Chmielniak, A. Szafraniec

$$w_1 = \lambda w_3 = \frac{\lambda}{H_3 q_h} \frac{\partial \Psi}{\partial q_2}; \quad w_2 = -\frac{1}{H_3 q_h} \frac{\partial \Psi}{\partial q_3}; \quad w_3 = \frac{1}{H_2 q_h} \frac{\partial \Psi}{\partial q_2}$$
(13)

$$\lambda = \frac{w_1}{w_3} \tag{14}$$

- powlerzobnia S<sub>2</sub> (rys. 2)  

$$\frac{1 + b^2}{H_1} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial q_1^2} + \frac{1 + a^2}{H_3} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial q_3^2} - ab \frac{\partial^2 \varphi}{\partial q_1 \partial q_3} \left(\frac{1}{H_1} + \frac{1}{H_3}\right) + \frac{\partial \varphi}{\partial q_3} \frac{ab}{H_1} \left[\frac{\partial \ln(\mathcal{E}\varphi)}{\partial q_1} - \frac{1 + a^2}{\partial q_1} - \frac{\partial \ln(\mathcal{E}\varphi)}{\partial q_3}\right] + \frac{a^2}{H_2 H_3} \frac{\partial H_2}{\partial q_3} - \frac{ab}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial q_1} + \frac{a}{H_3} \frac{\partial a}{\partial q_3} + \frac{1 + a^2}{H_1 H_2} \frac{\partial \ln(\mathcal{E}\varphi)}{\partial q_1} - \frac{1 + b^2}{H_1 H_2} \frac{\partial \ln(\mathcal{E}\varphi)}{\partial q_1} - (15)$$

$$+ \frac{a}{H_3} \frac{\partial b}{\partial q_3} - \frac{ab}{H_2 H_3} \frac{\partial H_2}{\partial q_3} + \frac{b}{H_1} \frac{\partial b}{\partial q_1} + \frac{\partial b^2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial q_1} - \frac{1 + b^2}{H_1 H_2} \frac{\partial \ln(\mathcal{E}\varphi)}{\partial q_1} - (15)$$

$$+ \frac{a}{H_3} \frac{\partial b}{\partial q_3} - \frac{ab}{H_2 H_3} \frac{\partial H_2}{\partial q_3} + \frac{b}{H_1} \frac{\partial b}{\partial q_1} + \frac{\partial b^2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial q_1} + \frac{1}{H_1 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial q_1} \right] =$$

$$= \frac{(\mathcal{E}\varphi)^2}{H_1 \frac{\partial \varphi}{\partial q_1}} \frac{\partial h_{wb}}{\partial q_1} - T \frac{\partial s}{\partial q_1} + 2(a\omega_1 + \omega_2 + b\omega_3)\mathcal{E}\varphi$$

$$w_1 = -\frac{1}{\mathcal{E}\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial q_3}, w_3 = \frac{1}{\mathcal{E}\varphi} \frac{\partial \Psi}{\partial q_1}, w_2 = -aw_1 - bw_3$$
(16)
$$a = \frac{nq_1}{nq_2}, b = \frac{nq_3}{nq_2}, \quad \mathcal{E} = \frac{H_2(t - \Delta)}{t}$$

Liczby a i b opisują geometrię powierzohni S<sub>2</sub>. Po wykorzystaniu omnaczeń podanych na rys. 2 memy:

 $a = tg\delta$   $b = tg\delta$ 

Zmianę gęstości dla przepływu ściśliwego określa zależność

$$g = g_{I} \frac{f(\Psi) - \frac{1}{2} (w^{2} - u^{2})^{\frac{1}{k-1}}}{o_{p}T_{I}},$$
 (18)

gdzie:

$$f(\psi) = h_{\psi 0} = h + \frac{\psi^2}{2} - \frac{u^2}{2} = c_p T_I(\psi) + \frac{1}{2} \left[ w_I^2(\psi) - u_I^2 \right]$$

Przytoczone ogólne równania (12) i (15) mogą być upreszczone dla przypadków uzasadnionych odpowiednimi przesłankami fizycznymi i geometrycznymi. Przy małych zmianach gęstości przyjmuje się zazwyczaj q = idem. Wtedy oba równania podstawowe znacznie się upraszczają. Jeżeli analizę ograniczyć do płaskich palisad łopatkowych (prostoliniowych lub kołowych) to istotnym będzie tylko równanie (12), w którym podstawiamy h = idem. Dla układów stojanowych  $\omega = 0$ , zaś w tych przypadkach gdy przed kanałem można przyjąć, że strumień jest jednorodny, pomijamy ozłony  $\frac{\partial h_{wo}}{\partial q_4}$  i  $\frac{\partial s}{\partial q_4}$ .

Przy rozpatrywaniu całego układu kinematycznego stopnia obok równań (12) i (15) do spisu zagadnienia należy przedstawić równanie pędu dla obszarów nieułopatkowych (kanały dolotowe i wylotowe, szczeliny międzywieńoowe). Przy założeniu, że w obszarach tych przepływ jest osiowosymetryczny równanie takie ma postać:

$$\frac{1}{H_1^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial q_1^2} + \frac{1}{H_3^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial q_3^2} - \frac{1}{H_1^2} \frac{\partial \Psi}{\partial q_1} \frac{\partial}{\partial q_1} \ln(\mathcal{Q}H_1H_2)$$

$$- \frac{1}{H_3} \frac{\partial \Psi}{\partial q_3} \left[ \frac{1}{H_3} \frac{\partial}{\partial q_3} \ln(\mathcal{Q}H_2H_3) - \frac{1}{H_1H_3} \frac{\partial H_1}{\partial q_3} \right] = \mathcal{Q}^2 H_2^2 \qquad (20)$$

$$\left[ - \frac{\partial h_0}{\partial \varphi} + T \frac{\partial s}{\partial \varphi} - c_2 \frac{\partial c_2}{\partial \varphi} - \frac{\partial c_2^2}{H_1H_2} \frac{1}{H_2} \frac{\partial H_2}{\partial q_3} \right]$$

Funkcja prądu w równaniu (20) jest określona przez związki:

$$c_1 = \frac{1}{9H_2H_3} \frac{\partial \Psi}{\partial q_3}, \quad c_3 = -\frac{1}{9H_2H_1} \frac{\partial \Psi}{\partial q_1}$$

Entalpia całkowita

$$h_0 = h + \frac{1}{2} o^2$$

jest związana z funkcją h<sub>wo</sub> (rotalpią) zależnością

 $h_0 = h_{wo} + uo_2$ 

## 4. Równania ruchu cząstek

Zachowując współrzędne Lagrange'a równanie (8) przekształcono do układu równań:

$$\frac{dw_{o1}}{dt} = \chi (w_1 - w_{c1}) + R_1 \omega^2 - 2(\omega_2 w_{o3} - \omega_3 w_{o2})$$

$$\frac{dw_{o2}}{dt} = \chi (w_2 - w_{o2}) + R_2 \omega^2 + 2(\omega_1 w_{c3} - \omega_3 w_{c1})$$

$$\frac{dw_{o3}}{dt} = \chi (w_3 - w_{o3}) + R_3 \omega^2 - 2(\omega_1 w_{o2} - \omega_2 w_{c1})$$
(21)

$$\frac{d_{q1}}{dt} = w_{c1}, \frac{dq_2}{dt} = w_{c2}, \frac{dq_3}{dt} = w_{c3}$$

który stanowi podstawę do określenia składowych prędkości oraz torów cząstek. Dla układu stojanowego  $\omega = 0$ ,  $\overline{w}_{o} \rightarrow \overline{c}_{o}$ . Rozpatrywany układ równań jest liniowy jedynie w tym przypadku,gdy współczynnik % jest niezależny od liczby

$$Re = \frac{2r\left[\overline{w} - \overline{w}_{c}\right]}{2}$$

Takie warunki są charakterystyczne dla liczb Re mniejszych od jedności, wtedy bowiem  $C_D/C_{DO} = 1$ .

Uzyskanie rozwiązania układu (21) wywaga określenia współczynnika oporu aerodynamicznego. Jest on funkcją liczb Re, Macha Ma =  $\frac{|\vec{w}|}{a}$ , kształtu cząstki, stopnia burzliwości strumienia itd. [2]. W dalszym ciągu do obliczeń przyjęto następującą postać C<sub>p</sub>

$$C_{D} = \frac{A(f)}{Re^{n(f)}}$$

Wielkości A i n są funkcjami geometrycznej liczby kształtu cząstki f, którą definiujemy jako stosunek jej powierzchni do powierzchni kuli o objętości równej objętości rozpatrywanej cząstki.

Funkcje A i n przyjęto równe: f = 1 oząstki kuliste [7]:

Re1A = 24n = 1,01 < Re < 50A = 23,4n = 0,72550 < Re < 700A = 7,8n = 0,425 $700 < Re < 2.10^5$ A = 0,48n = 0,0

f = 1,15 - 1,2 (oząstki owalne) [8]:

Re < 1.0 A = 24n = 1.0 $1 < R_{\odot} < 30$  A = 9.8 n = 0.5 $30 \le Re \le 400$ A = 3,54 n = 0,2400 < Re < 5500A = 1,1 n = 0.0f = 1,4 - 1,5 (cząstki wydłużone o ostrych krawędziach) [8]: A = 24 Re <1.0 n = 1.01 < Re <45 A = 19 n = 0,545 < Re < 300  $\mathbf{A} = \mathbf{6}$ n = 0.2300 < Re < 5500 A = 1.8 n = 0,0

### 5. Metodyka rozwiązania i dyskusja rezultatów

Opracowanie numerycznych metod rozwiązania równań (12), (15) i (20) zawierają prace [9, 10]. W przypadku przepływów palisadowych korzystano z algorytmów podanych w [12]. Natomiast do rozwiązania układu równań (21) wybrano procedurę RUNGE-MERSONA [2]. Zakres poszukiwanych wielkości uwidoczniono na rys. 3. Moduł oraz kąt wektora prędkości cząstek po uderzeniu ustalono opierając się o wyniki podane w [13]. Zarówno w przypadku poszukiwania rozwiązania równań (12), (15), (20) jak i (21) wybrano walcowy układ współrzędnych (R, H, Z; H<sub>1</sub> = 1, H<sub>2</sub> = R, H<sub>3</sub> = 1).

Z szeregu przeprowadzonych obliczeń niżej pedano wybrane rezultaty ilustrujące podstawowe parametry ruchu cząstek z punktu widzenia erozji pyłowej w kanałach międzyłopatkowych wantylatorów osiowych i promieniowych.

Rys. 4 ilustruje tory cząstek o różnych promieniach dla nieruchomej palisady prostoliniowej (n = 0) i  $\mathcal{G}_0 = 2000 \frac{\text{kg}}{3}$ . Cząstki promienia r=10<sup>-6</sup> m tylko w niewielkim stopniu odbiegają od linii prądu składnika gazowego. Pewne różnice występują w pobliżu profilu. Tory cząstek większych są bardziej wyprostowane. W zasadzie cząstki o promieniach 10<sup>-4</sup> i 10<sup>-3</sup> m przebiegają po liniach prostych i tylko nieznacznie różnią się od siebie. Podobną sytuację można zaobserwować dla większych gęstości materiału cząstek.

Na podstawie rys. 5 można prześledzić wpływ na ruch oząstek liczby kształtu f, parametrów początkowych cząstek oraz liczby obrotów. Wpływ f jest uzależniony od liczby poślizgu definiowanej w rozpatrywanym przypad ku jako  $\sqrt[n]{p} = \frac{w_{OI}}{w_{I}}$  oraz od liczby n. Dla danych n odchyłki torów w przypadkach f = 1 i f = 1,2 są niewielkie, tym mniejsze im większe są wartości licsby  $\sqrt[n]{p}$ , czyli im bardziej są do siebie zbliżone początkowe wartości wektora prędkości składnika stałego i gazowego.Ze zmniejszeniem liczby obrotów różnice w przebiegu trajekterii intensywnie zależą od warunków



Rys. 3. Ogólny algorytm obliczeń



Rys. 4. Tory cząstek o promieniach  $r = 10^{-6}$  m,  $10^{-3}$  m

początkowych. Przeprowaduony eksperyment cyfrowy wskazuje na fakt, że zmniejszenie początkowej liczby poślizgu zwiększa masę cząstek uderzających o powierzchnię układów łopatkowych. W projektowaniu układu wlotowego i przepływowego wentylatora należy więc dążyć do wyrównania prędkości obu składników na wejściu do układu przepływowego. Wyniki przedstawione na rys. 5 dostarczają także informacji do oceny wpływu prędkości obwodowej



Rys. 5. Rezultaty ilustrujące wpływ współczynnika kształtu f, liczby obrotów n oraz  $\stackrel{0}{\xrightarrow{}}$  na trajektorie cząstek

na trajektorię cząstek. Wynika z nich, że wzrost liczby obrotów zwiększa zdolności separacyjne palisad. Warto zwrócić uwagę, że wpływ ten zależy od warunków początkowych. W przypadku dużych odchyłek prędkości oząstek od prędkości fazy gazowej wpływ liczby obrotów będzie bardziej zauważalny.



Celem zbadania ruchu cząstek w kanale międzyżopatkowym po odbiciu od powierzchni wklęsżej żopatki obliczono odpowiednie trajektorie dla palisady pokazanej na rys. 6. Jest widocznym, że dla badanej geometrii brak jest w zasadzie możliwości wielokrotnego odbicia cząstek od powierzchni żopatek.

Biorąc pod uwagę oznaczenia podano na rys. 7 i zakładając równomierny rozkład cząstki wzdłuż podziałki można zdefiniować współczynniki separacji dla grupy cząstek o średnim promieniu r

$$\partial \ell_{\mathbf{r}} = \left(\frac{\xi}{\xi + \varphi}\right)_{\mathbf{r}}$$

Dla danej geometrii palisady i ustalonych warunków

Rys. 6. Trajektorie ozastek po odbiciu od lopatki ( $\omega = 0$ )

początkowych wartości  $\mathcal{H}_{r}$  znajdujemy dysponując wcześniej wyznaczonymi trajektoriami cząstek. Na rys. 7 w formie przykładu podano zespół trajektorii cząstek o promieniu r = 10<sup>-4</sup> m, w wirującym układzie łopatkowym (n = 50 <sup>1</sup>/<sub>2</sub>). Pozwala on ustalić wartość  $\mathcal{H}_{r}$  = 0,60. Czyli 60% wchodzących w dany kanał o danym promieniu uderzy o powierzchnię łopatki. Pozostałe 40% przejdzie przez kanał bezkolizyjnie.

Obok integralnego określenia masy cząstek uderzających o powierzchnię układu lopatkowego  $\mathcal{H}_r$  istotnym jest również otrzymanie informacji dotyczącej rozkładu masy wzdłuż powierzchni lopatki i rozkładu energii kinetycznej pochodzącej od składowej normalnej prędkości cząstki w punkcie kolizji.



Rys. 7. Tory cząstek dla r =  $10^{-4}$  m, n = 50 s<sup>-1</sup>. Definicja współozynnika seperacji  $\mathcal{X}_{n}$ 

Powierzchniowy rozkład masy cząstek o promieniu r można przedstawić w postaci [2] (rys. 7):

$$\mathbf{g}_{2\mathbf{r}} = \mathbf{g}_{1\mathbf{r}} \left( \frac{\Delta \mathbf{g}_1}{\Delta \mathbf{g}_2} \right) = \frac{1}{2} \mathcal{I} \mathcal{I}^{\varphi} \mathbf{c}_{\mathbf{n}} \mathbf{D}_{\mathbf{r}} \mathbf{C}^{\varphi} \mathbf{D}_{\mathbf{r}} \left( \frac{\Delta \mathbf{g}_1}{\Delta \mathbf{g}_2} \right)$$
(22)

.





a - uśredniony w przedziałach s rozkład masy odniesiony do stężenia cząstek C, ozasu i rozkładu  $D_r$ ; b - lokalny powierzchniowy rozkład masy dla r =  $10^{-4}$  m, z = 12, C =  $10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , = 100 h.

Dla wszystkich cząstek posiadających rozkład D<sub>r</sub> otrzymujemy

$$g_{2} = \frac{1}{z} \mathscr{H}_{c_{n}D_{z}n} c \widetilde{c} \sum_{j=1}^{k} \Delta D_{rj} \left( \frac{\Delta s_{1}}{\Delta s_{2}} \right)_{j} \mathscr{H}_{r,j}$$
(23)

Na rys. Sa zilustrowano powierzchniowy rozkład masy cząstek o promieniu  $r = 10^{-4}$ . Rozkład q<sub>2r</sub> obliczono wybierając siedem strug wzdłuż podzisłki i przy założeniu równomiernego rozkładu cząstek przed palisadą. Dla wię-kszych cząstek, których trajektorie zbliżone są do linii prostych warto-ści q<sub>2-</sub> można określić w sposób przybliżony z zależności

$$\frac{q_{2r}}{CO\Delta D_r} = c_n \frac{\sin \alpha_1}{\cos \beta_1}.$$

W formie przykładu na rys. 8b przedstawiono rozkład masy  $q_{2r}$  dla danych z = 12, C =  $10^{-2} \frac{kg}{m^3}$ ,  $\tilde{\ell} = 100$  h,  $\Delta D_r = 1$  (wszystkie cząstki mają promień r =  $10^{-4}$  m). Wartość  $g_{2r}$  waha się dla powierzchni wklęsłej od około 0,07 .  $10^{-4} \frac{kg}{m^2}$  do 0,34 .  $10^{-4} \frac{kg}{m^2}$ , natomiast dla powierzchni wypukłej od 0 do 0,34 .  $10^{-4} \frac{kg}{m^2}$ , Postępując podobnie łatwo określić rozkład energii kinetycznej m<sub>0</sub>  $\frac{cn}{2}$ . Przebieg krzywej będzie miał oharakter podobny do krzywej pokazanej na rys. 8b. Zarówno  $q_{2r}$  jak i  $\frac{1}{2} w_{on}^2$  są bowiem funkcjami sinc. W naszym przypadku maksymalna wartość

$$E_{k} = \frac{1}{2} m_{o} w_{on}^{2} = 8.6 . 10^{-6} \frac{kg m^{2}}{2}$$

Dane przedstawione na rys. 9. 10. 11 pozwalają ocenić wpływ na tory cząstek w kanałach międzyłopatkowych wentylatora promieniowego parametrów: promienia cząstek, warunków początkowych, gęstości, liczby wydajności  $\mathscr{G}$ oraz wstępnego zawirowania cząstek, Rys. 9 ilustruje przykładowe trajektorie dla r =  $10^{-5}$ ,  $10^{-4}$  i  $10^{-3}$  m i  $\mathcal{P}_{c} = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  (oząstki startują z punktu R = 0,2, H = 75°). Tory cząstek o promieniach r =  $10^{-4}$  i  $10^{-3}$  są do slebie bardzo zbliżone. Zmniejszenie predkości początkowej oząstek powoduje przesunięcie punktu kolizji w kierunku noska profilu. Z rys. 10 przedstawiającego dane dla r =  $10^{-5}$  m wynika, że ze wzrostem liczby wydajności 4 zmniejsza się (przy tych samych warunkach początkowych) zdolność separacyjna kanału miedzyłopatkowego oraz następuje przesuniecie ku krawędzi wylotowej punktów kolizji cząstek z powierzchnią lopatki, Wybrane rezultaty badań dotyczące wpływu niezależnego zawirowania wstępnego cząstek zestawiono na rys. 11. Nadanie cząstkom prędkości obwodowe j o zwrocie zgodnym z kierunkiem wirowania zmniejsza masę cząstek przechodząoych przez kanał bezkolizyjnie.

Vpływ gęstości  $\mathcal{G}_0$  oraz punktu startu na przebiegi prędkości cząstek ilustruje rys. 12. Dla cząstek r =  $10^{-5}$  m zaznaczają się wyraźnie odchyłki obu składowych prędkości cząstek posiadających różną gęstość.Przy r= $10^{-4}$  m wpływ  $\mathcal{G}_c$  jest mało istotny. Zmiana punktu startu prowadzi także do różnej wartości prędkości w danych punktach kanału międzyłopatkowego. Pod-





1=-100

F=-200

58.0

OHO

RIM







190



Rys. 13. Tory cząstek w przekroju werydionalnym wentylatora promieniowego dla różnych warunków poczatkowych



Rys. 14. Trajektorie cząstek w przekroju merydionalnym po uwzględnieniu ich odbicia od tarczy nośnej

kreślenia wymaga fakt, że dla r =  $10^{-4}$  m składowa w<sub>cR</sub> jest w zasadzie stała i równa początkowej wartości cząstki, natomiast w<sub>c y</sub> zmienia się liniowo ze wzrostem promjenia. Stwierdzenia te mogą być wykorzystane dla przybliżonego określenia zdolności separacyjnych kanałów w przypadku cząstek o promieniu przekraczającym r =  $10^{-4}$  m.

Postępując podobnie jak w przypadku rozpatrywanych palisad prostoliniowych można ustalić zdolność separacyjną i powierzchniowy rozkład masy dla kanałów promieniowych. Ocenę rozkładu masy cząstek wzdłuż wysokości łopatek przeprowadza się w oparctu o rozwiązanie równań ruchu cząstek w przekroju merydionalnym. Rys. 13 przedstawia wyniki obliczeń dla różnych prędkości początkowych cząstek i przy założeniu, że

$$A = \left(\frac{C_{\rm D} {\rm ke}}{5}\right)_{\rm sr} = 4, \quad S = \frac{16}{3} \frac{g_{\rm c} {\rm w_o} r^2}{5 {\rm sy}}.$$

Wartość A = 4 jest charakterystyczna dla cząstek o promieniu przekraczającym r =  $10^{-5}$  (5.10<sup>-4</sup>)m.

Tory cząstek z uwzględnieniem odbicia od tarczy nośnej wentylatora przedstawia rys. 14. Zaznaczono w tym przypadku także charakterystyczne obszary kolizji z układem łopatkowym cząstek startujących z obrzeża kanału wlotowego.

### 6. Uwagi końcowe i wnioski

 Rozwiązanie układu równań (21) po uprzednim określeniu pola prędkości fazy podstawowej (nośnej) dostarcza podstawowych informacji dla analizy aerodynamicznych aspektów erozji pyłowej maszyn przepływowych (w tym także wentylatorów).

2. Przeprowadzony eksperyment numeryczny wskazuje na:

- istotny wpływ parametrów początkowych cząstek na ich trajektorie. Z punktu widzenia zużycia erozyjnego najkorzystniejszym byłoby zapewnienie równomiernego rozkładu pyłu wzdłuż wysokości układu łopatkowego oraz dostatecznie wysokiego współczynnika poślizgu, którego wpływ na ruch cząstek w kanale jest istotny dla wszystkich rozpatrywanych liczb obrotów;
- zauważalny wpływ na parametry cząstek ma liczba wydajności 4. Otrzymane wyniki dla wentylatorów promieniowych potwierdzają obserwacje eksperymentalne [13] dotyczące stref zużycia. Dla mniejszych wydajności główna strefa kontaktu skupiona jest wokół krawędzi wlotowej, natomiast dla większych wydajności przesuwa się ona w stronę krawędzi wylotowej;
   wyraźny wpływ na trajektorię cząstek liczby ich kształtu.

3. Z tarczą nośną oddziaływują główne cząstki większe. Mniejsze cząstki wchodzą w układ łopatkowy zazwyczaj bez uderzenia o tarczę nośną.Cząstwiększe po odbiciu od tarczy nośnej będą atakowały krawędź wlotową łopatek wzdłuż całej wysokości.

4. Rezultaty określające kinematyczne i dynamiczne parametry składnika stałego stanowią wielkości wejściowe do modelu zużycia erozyjnego [2].

#### LITERATURA

- [1] Стернин Л.Е.: Основы газодинамики двухфазных течении в соплах. Машиностроение, Москва 1974.
- [2] Chmielniak T. i inni: Badania erozji wentylatorów. Praca naukowo-badawcza nieopublikowana. Sprawozdanie końcowe. Instytut Maszyn i Urządzeń Energetycznych Politechniki Śląskiej, Gliwice (1980).
- [3] Hamed A., Tabakoff W.: Analysis of Nonequilibrium Particle Flow, AIAA Paper No 73-687 (1973).
- [4] Gosman A.D., Li K.H., Samaraweera D.S.A.: A Numerical Calculations for Two-Phase Recirculating Flow. Lecture Notes in Physics vol. 56 (1976).
- [5] Przekwas A., Wanik A., Zembrzuski M.: Analiza transportu cząstek stalych w dwuwymiarowym przepływie burzliwym. III Konferencja Mechaniki Cieczy i Gazów. Materiały Sesji - Turbulencja 78, Częstochowa (1978).
- [6] Chmielniak T.: Analiza niektórych zjawisk oharakterystycznych dla stopnia pracującego w obszarze pary mokrej. ZN Pol.Sl. Energetyka 44 (1972).
- [7] Бабуха Г.А.; Шрайбер А.А.: Взаимодействе частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках. Наукова думка, Киев 1972.
- [8] Горбис З.Р.: Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. Изд. Энергия, Москва 1970.
- Otte J.: Metoda analizy przepływu przez układy łopatkowe maszyn wirnikowych. Praca doktorska, Gliwice (1976).
- [10] A. Witkowski i inni: Algorytm obliozeń aerodynamicznych łopatek wirującego wieńca sprężającego o dowolnej geometrii. Problem NR I-26, praca naukowo-badawcza nieopublikowana. Instytut Maszyn i Urządzeń Energetycznych Politechniki Śląskiej. Gliwice (1978).
- [11] Szafraniec A.: Analogowe i numeryczne badania przepływów przez palisady łopatkowe maszyn wirnikowych. Praca doktorska, Gliwice (1978).
- [12] Tabakoff W., Hamed A.: Dynamics and Erosion Study of Solid Particles in a Cascade. Prace Instytutu Maszyn Przepływowych PAN, z. 70-72 (1976).
- [13] Radwański J.: Erozja pyłowa wirników wentylatorów przemysłowych. ZN Pol.Śl. Energetyka z. 72 (1979).
- [14] Chmielniak T.: Some Aspect of Aerodynamic Erosion in Fans. Proceedings of the Sixth Conference on Fluid Machinery. Budapest (1979).

Recenzent: doc. dr inż. Jerzy Roszkowski

ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В КАНАЛАХ ТУРБОМАШИН

## Резюме

В статье представлено математические модели двухкомпонентных смесей с небольшим содержанием твёрдых частиц. Проведено анализ модели, которую полученно принимая, что температуры обоих компонентов одинаковые а силы взаимодействия образованные главным образом аэродинамическим сопротивлением.Полученно ряд решений для систем аксиальных и радиальных вентилятров. Проведено анализ влияния отдельных величин на основные, с точки зрения пыльной эрозии, кинематические и динамические характеристики частиц.

A MOTION OF SOLID PARTICIES IN THE CHANNELS OF TURBO MACHINES

Summary

Mathematical models of binary mixture flow is presented for the small solid fraction is discussed. Assuming the equality of temperature for both components and a basic role of adrag in the interaction of the two components a model is proposed and used to the analysis. Many solutions of the flow systems for axial flow and centrifugal fans have been obtained. The effect of the particular variabbles for the kinematic and dynamic characteristics of the particles important from the erosion point of view is examined.