Seria: ENERGETYKA z. 86

Nr kol. 805

Jan RDUCH

Instytut Maszyn i Urządzeń Energetycznych

OBLICZANIE CHARAKTERYSTYK WIRNIKA WIELOTARCZOWEGO

Streszczenie. Na podstawie przedstawianego modelu matematycznego wirnika wielotarczowego wyznaczone obarakterystyki przepływu, mocy i sprawności tego wirnika. W modelu uwzględniono j równolegie połączonych szczelim roboczych oraz obszar dopływowy i odpływowy ze szczelim. Rozważania teoretyczne zilustrowano przykładami obliczeniowymi.

1. Pompa wirowa krętna z wirnikiem wieletarozowym

Układ przepływowy pompy wirowej krętnej z wirnikiem wielotarozowym (rys. 1), zwanej krótko pompą wielotarczową, jest identyczny jak w pompach wirowych krętnych z wirnikami żopatkowymi. Inny jest tylko wirnik (rys. 2),



Rys. 1. Pempa wirewa wielotarezowa 1 - wirnik wieletarezewy, 2 - wał, 3 - kadłub, 4 - pekrywa który składa się z szeregu płaskich, gładkich tarcz ułożonych prostopadle lub skośnie względem osi wału w odpowiednich od siebie odległościach.Przekazywanie energii z wirnika do cieczy odbywa się w wyniku występowania w cieczy i na ściankach tarcz naprężeń stycznych.

Pompy wielotarczowe w porównaniu do pomp z wirnikami żopatkowymi mają szereg zalet:

- wirnik wielotarszowy ma prostą budowę i technologię wykonania, a więc niski koszt produkcji. Technologia wykonania umożliwia dokładne dobranie pompy de parametrów ukłądu pompowego.
- brak łopatek wpływa na zmniejszenie hałasu, na lepsze własności ssawne, umożliwia pompowanie roztworów koloidalnych (np. płyny fizjologiczne) bez obawy o ich uszkodzenie.
- przy pompowaniu cieczy o większych lepkościach uzyskuje się wyższe sprawności hydrauliczne,
- osiągają wysokie sprawności hydrauliczne również przy bardzo małych wy~ dajnościach.

Do podstawowych wad pomp wielotarozowych należy zaliczyć:

- niską sprawność całkowitą,
- możliwość "zatykania" się otworu dopływowego wirnika wydzielającymi się gazami zawartymi w cieczy,
- przy stosowaniu wąskich szczelin międzytarczowych, możliwość ich zatykania zanieczyszczeniami zawartymi w cieczy.

Uwzględniając zalety tych pomp oraz możliwości ich stosowania w krajowym przemyśle, podjęto prace naukowo-badawcze nad pompami wielotarczowymi. Ponieważ elementem istotnie nowym jest wirnik wielotarczowy, w pierwszej kolejności opracowane zagadnienie obliczania jego charakterystyk. Rozważania ograniczeno do wyznaczania charakterystyk:

- przepływu H = f(Q), - mocy N = f(Q), - sprawności $\mathcal{P} = f(Q)$.

2. Model fenomenologicany wirnika wielotarczowego

Wirnik wielotarozowy to obszar ograniczony powierzchniami F_s , F_3 wieńca przedniego i tylnego (rys. 2). Elementem roboczym wirnika jest j jednakowych, równolegie połączonych szczelin o wymiarach R_1 , R_2 , b utworzonych przez j-1 taroz o grubościach g_{π} .

Ciecz o natężeniu Q, dopływa do wirnika osiowo przez powierzchnię $F_{\rm g}$ z prędkością $\tilde{o}_{\rm g}$. Przepływ w tym obszarze może być turbulentny, mieszany, bądź laminarny. Między powierzchniami $F_{\rm g}$ i $F_{\rm o}$ ciecz zmienia kierunek z osiowego na promieniowy. W obszarze dopływowym szczeliny między powierzchniami $F_{\rm o}$ i $F_{1,1}$, jak wykazują badania [5, 9] występuje zawsze przepływ



Rys. 2. Schemat wirnika wielotarozowego 1 - wieniec przedni, 2 - taroza, 3 - wianiec tylny

turbulentny bądź mieszany. Na powierzohni F_0 wektor prędkości \bar{o}_0 posiada tylko składową promieniową. Przy przepływie cieczy od powierzohni F_0 do powierzohni F_1 następuje podział strumienia Q na j strumieni Q_j i wzrost prędkości z \bar{o}_0 na \bar{o}_1 wynikający ze zmniejszenia przekroju przepływowego. Na powiarzohni F_1 wektor prędkości \bar{o}_1 posiade nadal tylko składową promieniową o_{r1} . W szczelinie roboczej wirnika między powierzchniami F_1 i F_{1j} kształtuje się wektor prędkości \bar{o}_{1j} o składowych: promieniowej o_{r1j} , obwodowej o_{u1j} i osiowej o_{u1j} oraz następuje zmiana rodzaju przepływu.

Przepływ cieczy w szczelinie roboczej wirnika między powierzchniami F_{1j} i F_{2j} , dla praktycznie stosowanych parametrów pracy i wymiarów szczeliny, jest laminarny [3, 5, 6]. W obszarze tym many przyrost energii cieczy. Na powierzohni F_{2j} mamy wektor prędkości \bar{o}_{2j} o składewych o_{r2j} , o_{u2j} i o_{r2j} . W obszarze odpływowym szczaliny roboczej wirnika między powierzohniami F_{2j} i F_3 przepływ jest turbulentny bądź mieszany [5]. Przy przepływie cieczy od powierzehni F_2 do powierzehni F_3 następuje wymieszanie j strumieni Q_j tak, że z wirnika do kierewnicy wypływe ciecz o natężeniu Q. Gwałtowna zmiana przekroju przepływowego z F_2 na F_3 powoduje spadek prędkości cieczy z \bar{o}_2 na \bar{o}_3 . Na powierzehni F_3 po wymieszaniu strumieni Q_j mamy wektor prędkości \bar{e}_3 o składowych: promieniowej o_{r3} i obwodowej o_{u3} .

3. Model matematyczny wirnika wielotarczowego

Różnorodny charakter przepływu cieczy przez wirnik wieletarczowy stwarza poważne trudności w zbudowaniu jednolitego medelu matematycznego. Przedstawiony niżej model matematyczny wirnika ujmuje zagadnienie przepływu cieozy przez wirnik w skali mekro, to znaczy opieuje zależneść między parametrami pracy wirnika (Q, H, N, γ). Nie opisuje natomiast zmian w skali mikro, to znaczy zmian parametrów przepływu (p, \bar{c}) w cełym obszarze wirnika.

3.1. Założenia

W modelu matematycznym przyjęto, że strumień cieczy o natężeniu Q rezdziela się na j jednakowych strumieni Q, tak, że

$$Q = J Q_{J}.$$
 (1)

Przyjęcie takiego założenia potwierdzają wyniki badań laberateryjnych pompy z wirnikiem wielotarozowym o liczbie szczelin j = 1, 2, 3 i 4 przedstawione w pracach [2, 10].

Między powierzobniami F_s i F_1 analizowany jest przepływ turbulentny. Jak wykazały badania doświadczalne [4, 5, 9], przejście przepływu turbulentnego w laminarny w obszarze dopływowym szczeliny między powierzebniami $F_0 - F_{ij}$ następuje na małym odcinku tak, że na promieniw $R_{ij} = (1, 1$ do 1,2) R_i mawy przepływ laminarny, a wekter prędkości \overline{e}_{ij} ma trzy ekładowe.

Promień R_{1j} dla danych wymiarów geometrycznych szczeliny R_1 , b jest tym większy, im większe jest natężenie przepływu Q_j . Ponieważ nie jest znana dokładna zależność między promieniem R_{1j} a promieniem R_1 , szerokością b i natężeniem przepływu Q_4 , dlatego w medelu przyjęto:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{0}} = \mathbf{R}_{\mathbf{1}} = \mathbf{R}_{\mathbf{1}\mathbf{j}} \tag{2}$$



Rys. 3. Szezelina rebocza wirnika

W szczelinie roboczej wirnika (rys. 3) utworzonej przez dwie współosiowe, równoległe, płaskie i gładkie tarcze wirujące ze stałą prędkością kątewą ω analizowany jest przepływ:

- laminarny,
- ustalony,
- cieczy newtonowskiej o stalej gęstości ę i lepkości 🖓.
- osiewosymetryczny,
- symetryczny względem płaszczyzny równoległej do tarcz i przechodzącej przez środek ich odległości b,
- dla szerokości b duże mniejszych od promienia r,
- z pominięciem siż ciężkości,

Strefa przepływów turbulentnych i mieszanych na odpływie z szczeliny, według badań deświadczalnych przedstawionych w pracy [5] sięgs w głąb szczeliny. Brak danych o wielkości tej strefy uniemożliwia dokładne określenie promieni R_{2j} i R_3 odpowiadających powierzchniom F_{2j} i F_3 . W modelu matematycznym przyjęto

$$R_{2j} = R_2 = R_3$$
 (3)

3.2. Określenie użytecznej wysokości podnoszenia wirnika wielotarozowego H

Użyteczną wysokość podnoszenia wirnika wielotarozowego H obliczamy z uwzględnieniem strat przepływu w całym obszarze wirnika

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_{1} - \underline{2} \Delta \mathbf{h}_{n-3} \tag{4}$$

Użyteczna wysokość podnoszenia szczeliny H_j jest przyrostem strumienia energii (mocy) na jednostkę ciężaru przepływającej cieczy

$$H_{j} = \frac{\dot{E}(R_{2}) - \dot{E}(R_{1})}{Q_{j} E^{q}},$$
 (5)

1.5

gdzie:

$$Q_{j} = 2 \int_{0}^{b/2} 2\partial r \sigma_{r}(r,z) dz$$
(6)

Strumień energii $\dot{E}(r)$ jest sumą strumienia energii potencjalnej

$$\dot{\mathbf{E}}_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) = \mathbf{p}(\mathbf{r})\mathbf{Q}_{\mathbf{j}} \tag{7}$$

i kinetycznej

$$\dot{E}_{k}(\mathbf{r}) = 2 \int_{0}^{b/2} 2 \delta \mathbf{r} \, \rho_{\sigma_{\mathbf{r}}}(\mathbf{r}, \mathbf{z}) \, \frac{\bar{\sigma}^{2}(\mathbf{r}, \mathbf{z})}{2} \, d\mathbf{z}$$
(8)

Parametry przepływu p(r), $\bar{e}(r,z)$ wyznaczamy rezwiązując równania ruchu laminarnego cieczy lepkiej w szczelinie (rys. 3): równanie Naviera-Stokesa i równanie ciągłości przepływu. Uwzględniając wyszczególnione wcześniej założenia otrzymamy następującą uproszczoną bezwymiarową formę tych równań

$$\mathbf{e}_{\mathbf{r}}^{*} \frac{\partial \mathbf{e}_{\mathbf{r}}^{*}}{\partial \mathbf{r}^{*}} + \mathbf{e}_{\mathbf{z}}^{*} \frac{\partial \mathbf{e}_{\mathbf{r}}^{*}}{\partial \mathbf{z}^{*}} - \frac{\mathbf{e}_{\mathbf{u}}^{*2}}{\mathbf{r}^{*}} = -\frac{\partial \mathbf{p}^{*}}{\partial \mathbf{r}^{*}} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{\partial^{2} \mathbf{e}_{\mathbf{r}}^{*}}{\partial \mathbf{z}^{*}} - \frac{\partial^{2} \mathbf{e}_{\mathbf{r}}^{*}}{\partial \mathbf{z}^{*}}$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial z^*} = 0$$

$$\frac{\partial o_x^*}{\partial x^*} + \frac{o_x^*}{x^*} + \frac{\partial o_z^*}{\partial z^*} = 0$$
(10)

gdzie:

$$\mathbf{r}^{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{R}_{1}}, \quad \mathbf{z}^{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{z}}{\mathbf{b}}$$
(11)

$$\sigma_{\mathbf{r}}^{*} = \frac{\sigma_{\mathbf{r}}}{\omega R_{1}}, \quad \sigma_{\mathbf{z}}^{*} = \frac{\sigma_{\mathbf{u}}}{\omega R_{1}}, \quad \sigma_{\mathbf{z}}^{*} = \frac{\sigma_{\mathbf{z}}}{\omega b}, \quad p^{*} = \frac{p}{e_{\omega^{2}} R_{1}^{2}}$$
(12)

$$Re = \frac{b^2 \omega}{\sqrt[6]{2}}.$$
 (13)

Układ równań (9), (10) rozwiązuje się przy następujących warunkach brzegowych:

- na powierzchniach wirujących tarcz

$$o_{\mathbf{x}}^{*} \left(\mathbf{x}^{*}, \frac{+}{2} \right) = 0,$$

$$o_{\mathbf{u}}^{*} \left(\mathbf{x}^{*}, \frac{+}{2} \right) = \mathbf{x}^{*},$$

$$o_{\mathbf{u}}^{*} \left(\mathbf{x}^{*}, \frac{+}{2} \right) = 0,$$
(14)

- w środku symetrii szozeliny

.....

$$\frac{\partial \sigma_{x}^{*}}{\partial z^{*}} (x^{*}, 0) = 0,$$

$$\frac{\partial \sigma_{x}^{*}}{\partial x^{*}} (x^{*}, 0) = 0,$$

$$\frac{\partial \sigma_{x}^{*}}{\partial z^{*}} (x^{*}, 0) = 0.$$
(15)

Równania ruchu (9) rozwiązano analitycznie za pomocą szeregów wprowadzając funkcję prądu 🏆 spełniającą warunek ciągłości przepływu (10)

$$\sigma_{\mathbf{x}}^{*} = \frac{1}{\mathbf{x}^{*}} \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{z}^{*}},$$

$$\sigma_{\mathbf{z}}^{*} = \frac{1}{\mathbf{x}^{*}} \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{y}^{*}},$$
(16)

.....

· 36.

a następnie przedstawiając tę funkcję, prędkości i ciśnienia w postaci szeregów:

$$\begin{aligned} \Psi &= r^{*2} f_{+1}(z^{*}) + r^{*} f_{0}(z^{*}) + f_{1}(z^{*}) + \frac{f_{2}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{f_{n}(z^{*})}{r^{*}n-1} + \dots \\ dr &= r^{*} f_{-1}(z^{*}) + f_{0}(z^{*}) + \frac{f_{1}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{f_{2}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{f_{n}(z^{*})}{r^{*}n} + \dots \\ du &= r^{*} g_{-1}(z^{*}) + g_{0}(z^{*}) + \frac{g_{1}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{g_{2}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{g_{n}(z^{*})}{r^{*}n} & (17) \\ du &= r^{*} g_{-1}(z^{*}) - \frac{f_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{f_{2}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{2f_{3}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{g_{n}(z^{*})}{r^{*}n} & (17) \\ du &= r^{*} g_{-1}(z^{*}) - \frac{f_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{f_{2}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{2f_{3}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + (n_{7}1) \frac{f_{n}(z^{*})}{r^{*}(n+1)} \\ du &= r^{*} g_{-1}(z^{*}) - \frac{f_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{f_{2}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{2f_{3}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + (n_{7}1) \frac{f_{n}(z^{*})}{r^{*}(n+1)} \\ du &= r^{*} g_{-1}(z^{*}) + r^{*} h_{-1}(z^{*}) + h(z^{*}) + h_{0}\ln r^{*} + \frac{h_{1}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{h_{n}(z^{*})}{r^{*}} \\ du &= r^{*} g_{-1}(z^{*}) + r^{*} h_{-1}(z^{*}) + h(z^{*}) + h_{0}\ln r^{*} + \frac{h_{1}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{h_{n}(z^{*})}{r^{*}} \\ du &= r^{*} g_{-1}(z^{*}) + r^{*} h_{-1}(z^{*}) + h(z^{*}) + h_{0}\ln r^{*} + \frac{h_{1}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{h_{n}(z^{*})}{r^{*}} \\ du &= r^{*} g_{-1}(z^{*}) + r^{*} h_{-1}(z^{*}) + h(z^{*}) + h_{0}\ln r^{*} + \frac{h_{1}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{h_{n}(z^{*})}{r^{*}} \\ du &= r^{*} g_{-1}(z^{*}) + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} \\ du &= r^{*} g_{-1}(z^{*}) + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} \\ du &= r^{*} g_{-1}(z^{*}) + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} \\ du &= r^{*} g_{-1}(z^{*}) + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} \\ du &= r^{*} g_{-1}(z^{*}) + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{h_{0}(z^{*})}{r^{*}} + \dots + \frac{h_$$

(18)

Rozwiązanie układu równań (17) prowadzące do wyznaczenia funkcji $f_{\rm p}$, $g_{\rm n}$ i $h_{\rm p}$, opracowano w oparciu o koncepcję przedstawioną w pracy [7]. Program obliczeń numerycznych umożliwia wyznaczenie prędkości \bar{c} i przyrostu ci-śnienia $\Delta p = p(r) - p(R_1)$ w funkcji parametrów rozwiązania: liczby Rey-nolds'a Re (13) i liczby przepływu U₄

$$o_r = o_r(r, z, Re, U_1)$$

$$o_u = o_u(r, z, Re, U_1)$$

$$o_z = o_z(r, z, Re, U_1)$$

$$\Delta p = p(R_1, r, Re, U_1)$$

gdzie:

$$U_{1} = \frac{O_{1}}{\omega R_{1} b} = \frac{Q_{1}}{2 \Re R_{1}^{2} \omega b}$$
(19)

Wysokość strat w wirniku $\Sigma \Delta h_{s-3}$ jest sumą strat w obszarze dopływowym i odpływowym szczelin

$$\sum \Delta \mathbf{h}_{\mathbf{s}-3} = \Delta \mathbf{h}_{11} + \Delta \mathbf{h}_{12} + \Delta \mathbf{h}_{13} + \Delta \mathbf{h}_{21} + \Delta \mathbf{h}_{22}$$
(20)

Strata zmiany kierunku przepływu z osiowego na promieniowy h₁₁ zależy od wymiarów szyi, ukształtowania tarozy przedniej i szerokości wirnika

$$h_{11} = \int_{1}^{0} \frac{o_{s}^{2}}{2 g}$$
(21)

gdzie:

$$o_{g} = \frac{Q}{\Im R_{g}^{2}}$$
(22)

W obliczeniach przyjęto współczynnik strat miejscowych $S_1 = 1$. Stratę przyspieszenia przepływu Δh_{12} obliczamy jako nagle zmniejsżenie przekroju przepływowego

$$\Delta h_{12} = 0.5 \left(\frac{F_1}{F_0} - 1\right)^2 \frac{\sigma_{r1m}^2}{2g}$$
(23)

gdzie:

$$F_{0} = 2 R_{1} \mathscr{T} [j b + (j - 1) g_{r}]$$
(24)

$$F_1 = 2 \Re R_1 \ j \ b$$
 (25)
 $\sigma_{r1n} = \frac{Q}{F_n} = \frac{Q_j}{2 \Re R_n b}$ (26)

Strata △h₁₃ kształtowanie wektora prędkości c_{ij} jest sumą straty formowania profilu prędkości w kierunku promieniowym i straty "uderzenia", wynikającej z wejścia cieczy do układu ruchomego

$$\Delta \mathbf{h}_{13} = \Delta \mathbf{h}_{1p} + \Delta \mathbf{h}_{1u} \tag{27}$$

Stratę formowania profilu prędkości w kierunku promieniowym Δh_{1p} wyznaczamy jako różnicę ciśnień na powierzchniach F₁ i F₁₄

$$\Delta \mathbf{h}_{1\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_{1\mathbf{j}}}{\mathbf{q}_{\mathbf{g}}} \tag{28}$$

Różnicę ciśnień p₁ - p₁₁ obliczamy z zasady pędu

$$(p_1-p_{1j}) 2\Im R_1 b = 2.2\Im R_1 \% \int_{\Theta}^{b/2} o_{r1}^2 dr - Q_j \% o_{g_{1m}}$$
 (29)

Podstawiając do wzoru (29) Q_j = 25TR₁b c_{r1m} otrzymamy ostatecznie wzór na stratę ∆h_{ip} w postaci

$$\Delta h_{1p} = \frac{2}{b \cdot g} \int_{0}^{b/2} \sigma_{r1}^{2} dr - \frac{\sigma_{r1m}}{g}$$
(30)

Stratę uderzenia Δh_{1u} wyznaczamy jako różnicę momentów obrotowych cieozy przepływającej przez powierzchnię F₁ i F₁₁

$$\Delta \mathbf{h}_{1u} = \frac{(\mathbf{M}_{1,j} - \mathbf{M}_{i})\omega}{\mathbf{Q}_{j}\mathbf{Q}_{g}}$$
(31)

Przyjmując dopływ cieczy de szczeliny bez wstępnego zawirowania (krętu) podstawizmy

$$M_1 = 0$$
 (32)

Moment M₁₁ obliczamy jako pochodną krętu względem czasu

$$dM_{11} = R_1 o_{10} g dQ_1$$
(33)

Pe podstavieniu d $Q_{j} = 2 \Re R_{1} e_{r1} dz$ i ealkowaniu, otrzynamy

$$M_{1j} = 4\pi R_1^2 \rho \int_{0}^{b/2} o_{m1} o_{m1} dz$$
(34)

i ostatecznie

$$\Delta \mathbf{h}_{1u} = \frac{2 \mathbf{R}_1 \omega}{\mathbf{e}_{r1s} \mathbf{s} \mathbf{b}} \int_0^{b/2} \mathbf{e}_{r1} \mathbf{e}_{u1} d\mathbf{z}$$
(35)

Podezas vyrównywania profilu prędkości na wyżywie z wirnika następuje zamiana ezęści energii kinetycznej w energię potenojalną (ciśnienis). Ponieważ prędkość cieczy o_{r2} w kierunku promieniowym, natktórym następuje zamiana energii jest mała oraz niewielka część energii kinetycznej jest zamieniana w energię ciśnienia przyjęto, że proces wyrównywania odbywa się bez etrat, tak więc

$$\Delta h_{21} = 0$$
 (36)

Stratę \triangle h₂₂ zmiany przekroju przepływowego z F₂ na F₃ obliczamy wzorem Berdy-Carneta

$$\Delta h_{22} = \left(1 - \frac{F_2}{F_3}\right)^2 \frac{e_{r2m}^2}{2g}$$
(37)

gdzie:

$$\mathbf{F}_{2} = \mathbf{j} \, \mathbf{2} \, \mathbf{\hat{\mathbf{X}}} \, \mathbf{R}_{2} \, \mathbf{b} \tag{38}$$

$$F_{3} = 2 \mathbf{X} R_{2} \mathbf{B}_{3} = 2 \mathbf{\overline{A}} R_{2} (\mathbf{j} \mathbf{b} + \mathbf{j} \mathbf{g}_{r})$$
(39)

$$P_{r2m} = \frac{Q}{F_2} = \frac{Q_1}{200R_2 b}$$
 (40)

3.3. Określenie mecy pebieranej przez wirnik wielotarczowy N

Moe pobierama przez wirnik wielotarczowy N jest sumą mocy pobieramych przez j szezelim, każda o warteści N_j i mecy brodzenia N_{br} zewnętrznych powierzchmi tarcz wirnika

$$\mathbf{M} = \mathbf{j} \, \mathbf{N}_{\mathbf{q}} + \mathbf{M}_{\mathbf{h}\mathbf{p}^{\mathbf{q}}} \tag{41}$$

Nee dostarozena de azezeliny N $_j$ pray przepływie cieszy od premienia R_i de R $_p$ wynosi

$$N_{j} = 2 \int_{R_{1}}^{R_{2}} \omega d M_{j}(r), \qquad (42)$$

Mement obrotowy M_j jest wynikiem występowania siły tarcia T_j na powierzchniach tarcz

$$\mathbf{d} \, \mathbf{M}_{\mathbf{j}}(\mathbf{r}) = \mathbf{r} \, \mathbf{d} \, \mathbf{T}(\mathbf{r}). \tag{43}$$

Dla cieczy newtonowskiej siła tarcia jest określona wzorem

$$d T_{j}(r) = 2\Re r ? ? (\frac{\partial w_{u}}{\partial z}) dr$$
(44)
z=b/2

gdzie:

$$\mathbf{w}_{u}(\mathbf{r},\mathbf{z}) = u(\mathbf{r}) - c_{u}(\mathbf{r},\mathbf{z})$$
(45)

Pe podstawieniu i uporządkowaniu otrzymamy ostatecznie wzór określający moc dostarczoną do szczelizy

$$N_{j} = 4\Im \left\{ \omega \Im \int_{R_{1}}^{R_{2}} r\left(\frac{\partial w_{1}}{\partial z} \right)_{z=b/2} dr$$
(46)

Moo brodzenia uwzględniono w bilansie mocy pobieranej przez wirnik wielotarozowy, ponieważ:

- wirnik wielotarozowy zawsze będzie posiadał wieniec przedni i tylny, w odróżnieniu od wirników łopatkowych, które mogą być zamknięte (z wieńcami), półotwarte bądź otwarte,
- dla małych pomp bądź przy pompowaniu cieczy o dużych lepkościach moc brodzenia jest znaczącywskiadnikiem w bilansie mocy wirnika (pompy).

W przykładach obliczeniowych moc brodzenia N_{br} wyznaczono z wzoru Schultsa-Grunowa [11]

$$N_{br} = 1,35 . 10^{-3} Q u_2^3 D_2^2 \left(\frac{D_2 u_2}{2}\right)^{1/5}$$
 (47)

. ...

W obliczeniach dokładniejszych, kiedy znane jest położenie wirnika względem kadłuba moc brodzenia należąłoby obliczać wzorami Daily'ego-Necea [1].

3.4. Określenie sprawności wirnika wieletarczewego

Sprawność wirnika wielotarozowego zdefiniowano jako iloraz mocy użyteoznej N₁₁ i mocy pobieranej przez wirnik N:

$$\mathcal{P} = \frac{N_{u}}{N} = \frac{Q H \mathcal{P} g}{J N_{j} + N_{br}}$$
(48)

Określenie sprawności 7 bez uwzględnienia mocy brodzenia zawęża stosowanie sprawności jako kryterium porównywania wirników do przypadku wirników o tym samym premieniu zewnętrznym i ciecz o tych samych własnościach.

4. Program i przykłady obliczeniowe



Rys. 4. Schemat blokowy obliczania charakterystyk wirniks

Na rysunku 4 przedstawiono ogólny sobemat blokowy obliczania charakterystyk przepływu H = f(Q), mocy N = f(Q) i sprawności $\mathcal{Q} = f(Q)$ wirnika wielotarozowego. Dane wejściowe do obliczeń muszą zawierać informacje o wymiarach wirnika, właściwościach pompowanej cieczy i prędkości obrotowej. Program zawiera dwie podstawowe procedury: procedurę wyznaczania parametrów przepływu (\bar{o} , p) oraz procedurę wyznaczania parametrów precy wirnika (H, N, \mathcal{Q} ...). Zmienna niezależna Q zadawana jest z ustalonym, niekoniecznie stałym krokiem ΔQ . Proces podstawiania może być zakończony,gdy wysokość podnoszenia $H \leq 0$ (jak pokazano na schemacie) lub, gdy sprawność przekroczy wartość $\mathcal{Q} = \mathcal{Q}_{max}$.



Rys. 5. Charakterystyki jednoszczelinowego wirnika o wymiarach: $R_s = R_1 = 10 \text{ mm}$, $R_2 = 40 \text{ mm}$, b = 0.8 mm, $g_T = 0.8 \text{ mm}$ przy stałej prędkości obrotowej n = 3000 obr/min, ciecz robocza; olej ($q = 980 \text{ kg/m}^3$, $\varphi = 40.10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)



Rys. 6. Charakterystyki wirników wielotarozowych o wymiarach: $R_g = R_1 =$ = 10 mm, $R_2 = 400$ mm, b = 0,8 mm, $g_r = 0,8$ mm przy stałej prędkości obrotowej n = 3000 obr/min i różnej liczbie szczelin j = 1, 8, 32, ciecz robooza; olej ($q = 980 \text{ kg/m}^3$, $\vartheta = 40.10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)

Przykłady obliczeniowych charakterystyk wirnika wielotarozowego przedstawiono na rysunkach 5, 6 i 7.

Na rysunku 5 przedstawiono charakterystyki wirnika jednoszozelinowego. Wpływ liczby szozelin na charakterystyki wirnika pokazano na rysunku 6. Charakterystyki wirnika trójszozelinowego dla cieczy o dużej lepkości, przedstawiono na rysunku 7. Na rysunkach 5 i 7 przedstawiono również charakterystyki wirnika $H_j = f(Q)$ i $\eta_j = f(Q)$, obliczone bez uwzględnienia strat w obazarach dopływowym i odpływowym wirnika.



Rys. 7. Charakterystyki wirnika trójszozelinowego o wymiarach: $R_s = R_1 = 12.5 \text{ mm}, R_2 = 40 \text{ mm}, b = 2 \text{ mm}, g_r = 0.8 \text{ mm}, j = 3 \text{ przy stałej prędkości obrotowej n = 2900 obr/min, ciecz robocza: gliceryna (<math>\Im = 1260 \text{ kg/m}^3$, = $\Im = 620.10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)

5. Uwagi końcowe

W literaturze przedmiotu parametry pracy wirnika wielotarozowego określane są wyłącznie parametrami przepływu cieczy przez szczelinę, bez uwzględnienia wpływu obszaru dopływowego i odpływowego. Zaproponowany model matematyczny wirnika pozwala uzyskać wyniki bardziej zbliżone do modelu fizycznego dzięki uwzględnieniu strat w obszarach dopływowym i odpływowym oraz powiązaniu tych strat z oechami geometrycznymi wirnika i własnościami przepływającej cieczy. Zakres stosowania przedstawionego modelu wynika z załeżeń sfermułowanych w punkcie 3.1 eraz właściwości przybliżonego analitycznie rozwiązania równań ruchu cieczy w szczelinie.

Badania laboratoryjne [8] doświadczalnej pompy wirowej odśrodkowej z wirnikiem wielotarczowym wykazaży adekwatność modelu matematycznege do wymików tych badań.

LITERATURA

- 1. Daily J.W., Nece R.E.: Chamber Dimension Effects of Enclosed Rotating Diska, Trans. ASME, vol. 82, seria D, nr 1, 1960.
- Grabovskij A.M., Ivanov K.F., Cabiev O.N.: Issledovanije diskovogo nasosa dlja perekašivanija vjazkoj židkosti, Izd. Streitielstvo i Architektura, nr 2, 1974.
- Haminger S.H., Kehrt L.G.: Investigation of a Shear Force Pump. ASME, vol. 85, seria A, nr 3, 1963.
- Murata S., Miyake Y. and Lemoto Y.: A study on a disk friction pump (ist report, Theoretical analysis for flow between corotating disk), Bull. JSME, vol. 19, nr 128, 1976.
- 5. Murata S., Miyake Y., Lemeto Y., Akasawa H., Sagawa S., Fujita H., Yamaji C.: A study on a disk friction pump (2nd)report, Experiments on flow trough corotating disks and pump performance), Bull. JSME, vol. 19. nr 136, 1976.
- Pater L.L., Growther E., Rice W.: Flow regime definition for flow between corotating disks, Trans. ASME vol. 96, seria I, nr 1, 1974.
- Poube I.L., Kreith F.: Écoulement permanent d'un fluide visques incompressible entre deux disques parallèles an rotation, Journ. de Mecanique, vol. 5, mr 2, 1966.
- Rduch J.: Dobór geometrycznych cech konstrukcyjnych wirnika wielotarozowego pompy wirowej krętnej odśrodkowej, praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1982.
- Sawatzki O., Köhler M.: Untersuchungen an einer Reibungepumpe. Maschinenmarkt 76, 1970.
- Vasilcov E.A., Nievislič V.V.: Germatičeskije elektronasosy. Izd. Mašinostrojenis, Leningrad 1968.
- 11. Weber F.J.: Arbeitsmaschinen. Kreiselpumpen und Kreiselverdichter, VEB Verlag, Technik Berlin, 1962.

Recenzent: prof. dr inż. Władysław Krzyżanowski

Wpłynężo do Redakoji w sierpniu 1983 r.

Važniejsze oznaozenia

Ъ	-	szerokość szczeliny, odstęp między dwoma tarczami		
В	-	szerokość wirnika		
o	-	prędkość bezwzględna		
E	-	Asrumień energii		
	-	przyspieszenie ziemskie		
£	-	grubość tarczy		
H	-	użyteczna wysokeść podnoszenia		
Δъ	-	wysokość atrat		
j	-	liczba ezozelin		
М	-	moment sil		
n	-	prędkość obrotowa		
N	-	ROC		
N	-	moc brodzenia		
Q	-	wydajność, objętościowe natężenie przepływu		
P	-	ciśnienie		
r	-	wapółrzędna oylindrycznego układu wapółrzędnych		
R	-	promień		
Re	-	liozba Reynolds'a		
т	-	sila tarcia		
U	-	liczba przepływu		
u	-	prędkość unoszenia, prędkość obwodowa		
W	-	prędkość względna		
z	-	współrzędna cylindrycznego układu współrzędnych		
2	-	sprawność		
9	-	kinematyczny współczynnik lepkości		
9	-	gęstość		
Ŷ	-	funkoja prądu		
ω	-	prędkość kątowa		

Wskaźniki dolne

1	-	krawędź dopływowa azozeliny
2	-	krawędź odpływowa szozeliny
J	-	parametry pojedynozej suzzeliny
m	-	wartość średnia
T.	-	promieniows
u	-	obwodowy, unoszenia
Z	-	osiowy

Vskaźniki górne

* - wielkość bezwymiarowa

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОДИСКОВОГО РОТОРА

Резрме

В работе на основании полученной математической модели многодискового ротора определены параметры потока, мощности и к.п.д этого ротора. Модель учитывает несколько параллельно соединённых рабочих зазоров а также окрестность притока и сплыва из зазоров. Теоретические рассуждения проиллюстрированы расчётными примерами.

CALCULATION OF MULTIPLE-DISK ROTOR PERFORMANCE

Summary

A mathematical model is used to calculate the multiple-disk rotor performance. The model takes into consideration flow fluid between parallel corotating disks and in the region near the inner and the outer periphery of disks. The analitical consideration has been completed by calculation examples.