

Waldemar GRZECHCA
Politechnika Śląska

OCENA ROZWIĄZANIA PROBLEMU BALANSOWANIA LINII MONTAŻOWEJ

Streszczenie. Przedstawiony artykuł omawia problem rozwiązania balansowania linii montażowej ze względu na jego ocenę jakościową. Istnieje wiele algorytmów dokładnych i heurystycznych rozwiązujących znany problem BLM. Odpowiedni dobór cyklu linii produkcyjnej pozwala na taki przydział operacji, aby przestoje stacji roboczych były jak najmniejsze. Do oceny przydziału operacji wykorzystano współczynnik efektywności linii, współczynnik opóźnienia linii oraz współczynnik gładkości linii produkcyjnej.

SOLUTION ESTIMATION OF SIMPLE ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEM

Summary. Presented paper describes problem of solution of simple assembly line balancing. There are a lot of exact and heuristic algorithms which solve the known problem ALB. Appropriate choice of cycle time allows to allocate operation in such way that the delay time of station become minimal. Line efficiency ratio, balance delay time and smoothness index are considered.

1. Wprowadzenie

Z problemem balansowania linii montażowej (BLM) spotykamy się po raz pierwszy w publikacji M.E. Salvesona [1]. Jednak musimy mieć świadomość, iż to zagadnienie pojawiło się z pewnością w momencie, kiedy rozpoczęto montaż obiektu składającego się z wielu elementów. Zapewne spostrzeżono wtedy, że proces montażu charakteryzuje wiele zmieniających się właściwości obejmujących między innymi ograniczenia technologiczne. Problem BLM z punktu widzenia matematycznego polega na minimalizacji czasu strat wynikających z nieoptymalnego pogrupowania w podgrupy operacji na linii montażowej. Rozwiązanie problemu musi satysfakcjonować producenta którego celem było zawsze

obniżanie kosztów produkcji i maksymalne wykorzystanie maszyn i narzędzi użytych podczas montażu.

2. Klasyczny problem BLM

Korzystając z prac [2, 3] problem BLM sformułujemy w następujący sposób: zadanie polega na pogrupowaniu operacji montażowych w dopuszczalne podzbiory, które tworzą stanowiska pracy na linii montażowej. Przyjmuje się, że dany jest zbiór operacji z relacjami (ograniczeniami) kolejnościowymi oraz dane są czasy wykonywania operacji.

Wyróżnia się dwa warianty BLM:

- dla zadanego cyklu należy wyznaczyć minimalną liczbę podzbiorów operacji, które tworzą stanowiska pracy,
- dla zadanej liczby stanowisk pracy należy wyznaczyć minimalny cykl.

Klasyczny problem BLM sformułujemy w następującej postaci:

Dany jest zbiór operacji montażowych:

$$\Omega = \{\omega_i\}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

gdzie ω_i jest i -tą operacją, natomiast n jest liczbą operacji. Ważne jest także, aby żadna operacja nie należała do dwóch różnych podzbiorów, gdyż nie można wykonywać tej samej operacji na dwóch stanowiskach, tzn.:

$$\Omega_\mu \cap \Omega_m = \emptyset, \quad \mu \neq m \quad (2)$$

Operacje te mogą być wykonywane przez monterów lub roboty przemysłowe. Istotą tego problemu jest minimalizacja liczby stanowisk na linii montażowej, przy czym zagwarantować należy także kompletność wykonywania montażu. Poniższa zależność ukazuje warunek kompletności montażu:

$$\bigcup_{m=1}^{m=M} \Omega_m = \Omega, \quad \text{gdzie } m = 1, 2, \dots, M \quad (3)$$

W tym celu wszystkie operacje należy pogrupować w takie M podzbiorów, aby tworzyły one stanowiska pracy na linii montażowej.

Problem BLM uwzględniać powinien ograniczenia kolejnościowe i pozycyjne. Wszystkie operacje na linii montażowej wykonywane są według kolejności wynikającej z macierzy relacji kolejności wykonywania operacji G :

$$G = [\gamma_{v,i}], \quad v, i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

gdzie $\gamma_{v,i}$ są elementami tej macierzy, które należą do zbioru liczb binarnych:

$$\gamma_{v,i} = \begin{cases} 1 & \text{operacja } \omega_v \text{ jest bezpośrednim} \\ & \text{poprzednikiem operacji } \omega_i \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases} \quad (5)$$

Ograniczenie kolejnościowe opisane jest w następujący sposób:

$$\forall_v \forall_i \exists_{\mu \in \Omega_m} [(\gamma_{v,i} = 1) \wedge (\omega_v \in \Omega_\mu)] \Rightarrow (\omega_i \in \Omega_m). \quad (6)$$

Ważną daną wejściową modelu balansowania linii montażowej, wynikającą z technologii montażu, są czasy ϑ_i wykonywania operacji, podane w wektorze:

$$\Theta = [\vartheta_i], \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

Dany jest także cykl linii montażowej, który spełnia warunek:

$$\max_{1 \leq i \leq n} \vartheta_i \leq c < \sum_{i=1}^n \vartheta_i, \quad (8)$$

oraz ograniczenie czasowe

$$\forall_{1 \leq m \leq M} \sum_{\omega_i \in \Omega_m} \vartheta_i \leq c \quad (9)$$

W przypadkach tych można określić najkrótszy i najdłuższy czas pomiędzy rozpoczęciem pewnej operacji a zakończeniem innej.

Problem BLM w takim modelu polega na wyznaczeniu stacji dla wykonywania danego podzbioru operacji, tak by optymalny balans linii montażowej spełniał kryterium minimalizacji niewykorzystanego czasu pracy:

$$Q = \sum_{m=1}^{m=M} \left(c - \sum_{\omega_i \in \Omega_m} \vartheta_i \right) \rightarrow \min, \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (10)$$

lub

$$Q = Mc - \sum_{\omega_i \in \Omega_m} \vartheta_i \rightarrow \min, \quad (11)$$

gdzie M - zbiór stanowisk pracy, Ω_m - podzbiór operacji tworzących stanowiska pracy.

3. Ocena rozwiązania problemu BLM

Wykorzystując do rozwiązania zadanego problemu różne algorytmy otrzymujemy jako wynik końcowy optymalne lub przybliżone rozwiązanie postawionego problemu. Uzyskane rozwiązanie jest często uwarunkowane poprzez stawiane ograniczenia dotyczące zarówno liczby stacji roboczych (adaptacji istniejącej linii produkcyjnej do nowych zadań), jak i cyklu produkcyjnego (odpowiedni dobór zapewnia sterowanie założoną wielkością produkcji). Tak postawione ograniczenia sprawiają, iż otrzymane rozwiązania można ocenić pod względem wykorzystania linii produkcyjnej stosując między innymi poniżej przedstawione współczynniki.

Niech $T = mc$ oznacza całkowity czas dostępny dla montażu gotowego produktu na linii montażowej. Czas przepływu produktu przez linię (*ang. flow time; throughput time*) wyznaczony jest zatem momentem pojawienia się pierwszego elementu na stacji pierwszej, a momentem opuszczenia przez produkt finalny linii. Czas ten specyfikuje długość linii w jednostkach czasu.

Wykorzystanie linii jest mierzone współczynnikiem efektywności linii (*ang. line efficiency*)

$$E = t_{\text{sum}}/T \quad (12)$$

Niewykorzystany czas dostępności linii jest określony jako czas opóźnienia linii (*ang. balance delay time*)

$$BD = T - t_{\text{sum}} \quad (13)$$

lub jako współczynnik opóźnienia linii (*ang. balance delay ratio*)

$$BR = 1 - E \quad (14)$$

Czas BD jest równy sumie czasów opóźnień każdej ze stacji montażowych.

Wskaźnik gładkości linii (*ang. smoothness index*) jest miarą równomierności przydziału operacji do stacji i jest zdefiniowany jako

$$SX = \sqrt{\sum_{k=1}^m (c_r - t(S_k))^2} \quad (15)$$

gdzie c_r jest zrealizowanym cyklem linii [4] zdefiniowanym jako maksymalny czas stacji. Należy zauważyć, iż c_r może różnić się od zdefiniowanego cyklu c .

4. Przykład analizy zadania $n=20$

W punkcie 4 przeanalizowano zadanie obejmujące realizację 20 operacji pod względem wielkości różnych parametrów. Rysunek 1 przedstawia graf relacji kolejnościowych naszego rozważanego zadania. Rysunek 2 przedstawia zależność współczynnika gładkości linii od wartości cyklu. Współczynnik ten charakteryzuje sytuację, w której to linia ma najmniejsze czasy niewykorzystania stanowisk roboczych. Podobną ocenę przedstawia współczynnik efektywności linii montażowej (rys. 3). Rysunek 4 podaje zależność liczby maszyn (stanowisk) rozmieszczonych na linii oraz czasu dostępu linii dla montowanego produktu od wartości cyklu.

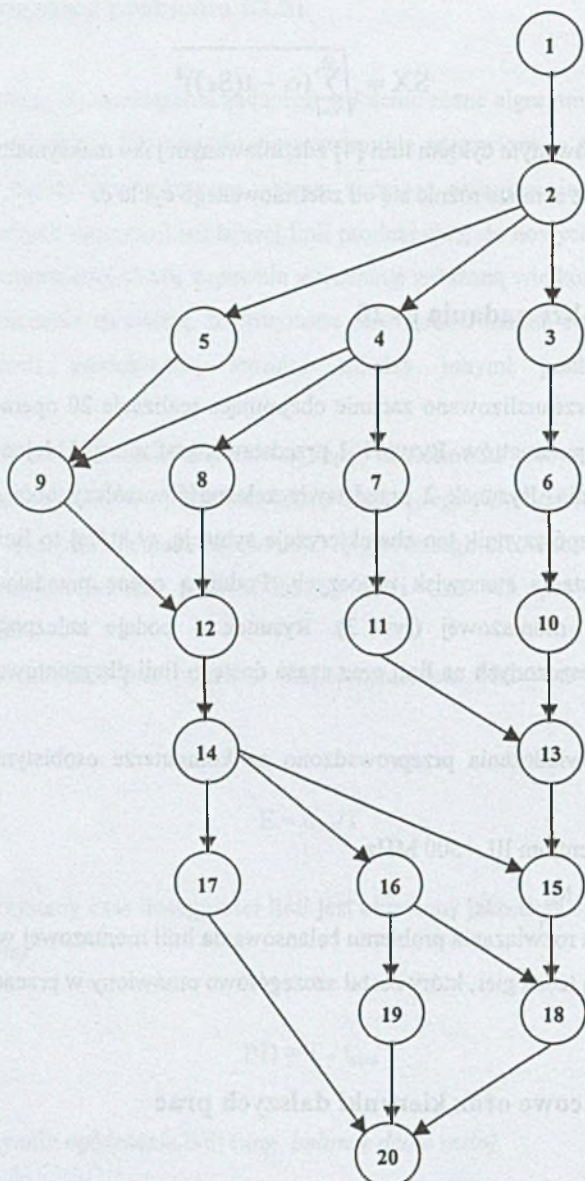
Wszystkie doświadczenia przeprowadzono na komputerze osobistym o następujących parametrach:

- Procesor Pentium III – 500 MHz,
- 128 MB RAM.

W celu otrzymania rozwiązania problemu balansowania linii montażowej wykorzystano algorytm oparty na teorii gier, który został szczegółowo omówiony w pracach [1, 5, 6].

5. Wnioski końcowe oraz kierunki dalszych prac

Przedstawione wyniki prezentują ocenę rozwiązania problemu balansowania linii montażowej w zależności od założonego cyklu produkcyjnego lub liczby stacji roboczych. Okazuje się, że zmiana jednego z tych ograniczeń pozwala na efektywniejsze wykorzystanie linii montażowej. W rzeczywistości ograniczenie liczby maszyn tworzących linię produkcyjną jest ograniczeniem często spotykanym ze względu na wykorzystanie istniejącego parku maszynowego. Rysunek 2 prezentuje współczynnik gładkości linii dla różnych wartości

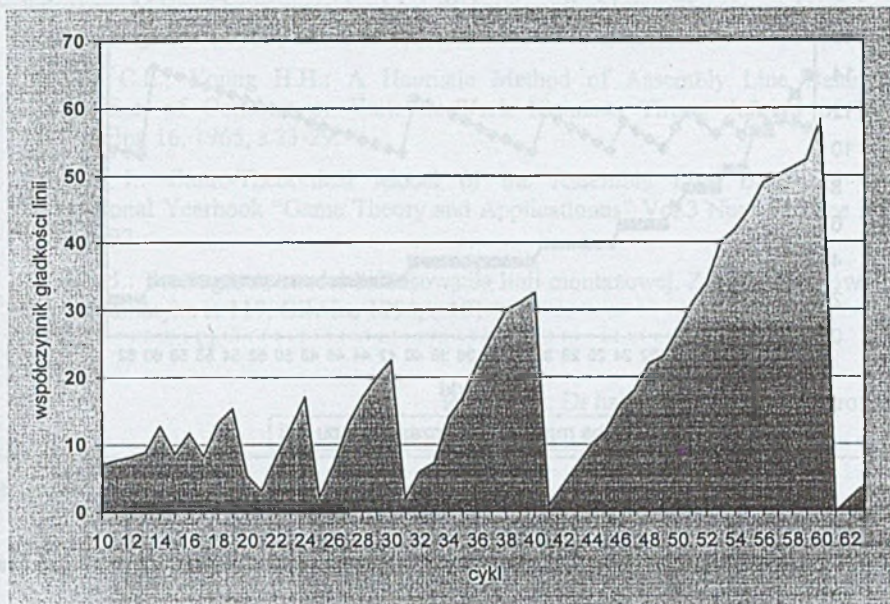


Rys.1. Graf relacji kolejnościowych dla rozwiązanej zadania $n=20$

Czasy wykonania operacji $\Theta = [10, 10, 7, 4, 1, 8, 5, 6, 9, 8, 7, 4, 8, 5, 7, 4, 3, 3, 5, 8]$

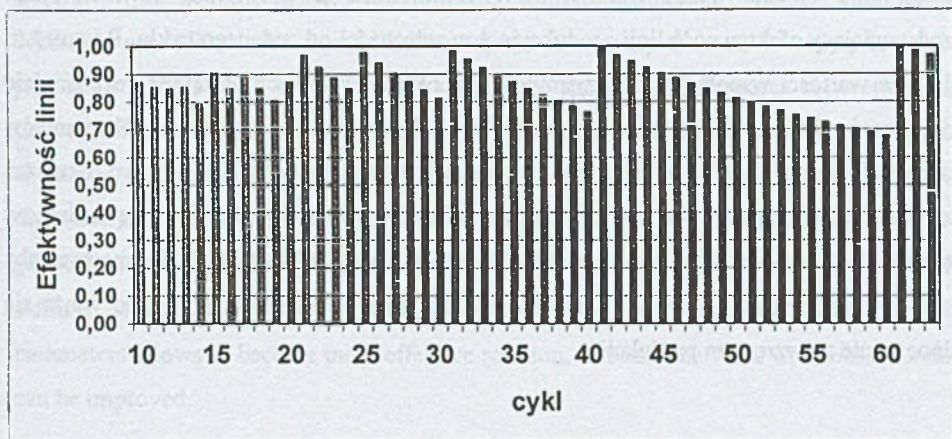
Fig.1. Precedence graph of example task for $n=20$

Operation times $\Theta = [10, 10, 7, 4, 1, 8, 5, 6, 9, 8, 7, 4, 8, 5, 7, 4, 3, 3, 5, 8]$



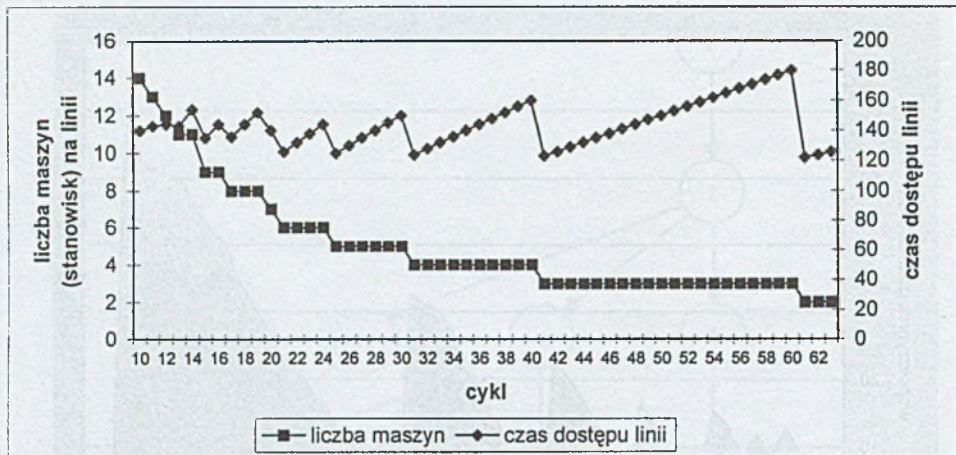
rys. 2. Współczynnik gładkości linii dla różnych wartości cyklu i stałej liczby operacji równej 20

Fig. 2. Smoothness index for different value of cycle time and number of operation 20



Rys. 3. Efektywność linii produkcyjnej dla 20 operacji w zależności od zadanej wartości cyklu

Fig. 3. Line efficiency for 20 operations and different value of cycle time



Rys. 4. Zależność czasu dostępu linii dla wytwarzanego produktu i liczba dostępnych stacji roboczych w zależności od wartości cyklu

Fig. 4. Dependence on cycle time of line's accessibility for product and number of available station

cyklu podczas wykonywania zadania, którego czasy i graf relacji kolejnościowych obrazuje rys.1. Na rys.2 można zauważyć, iż współczynnik gładkości linii przyjmuje różne wartości, a najmniejsza jego wartość (idealnie 0) znajduje się w punktach w których nastąpiła bezpośrednia zmiana liczby maszyn o 1. Rozważania te potwierdza również rys.3. przedstawiający efektywność linii produkcyjnej w zależności od zadanego cyklu. Również tu najlepsze wartości współczynnik przyjmuje dla punktów, w których następuje bezpośrednie zmniejszenie liczby maszyn na linii produkcyjnej o 1. Po analizie wartości współczynników można zauważyć, iż otrzymanie optymalnego rozwiązania nie powinno zakończyć rozważań nad problemem balansowania linii montażowej. Warto dysponując możliwością zmiany w niewielkim zakresie wartości cyklu realizować ten krok w ramach stałej liczby maszyn, aby dążyć do minimalizacji czasu dostępu linii produkcyjnej dla danego wyrobu, co wiąże się jednocześnie ze wzrostem produkcji.

LITERATURA

1. Grzechca W.: Analiza teoriogrowego algorytmu balansowania linii montażowej. Instytut Automatyki Politechniki Śląskiej, Gliwice 2001 (praca doktorska niepublikowana).
2. Scholl A.: Balancing and Sequencing of Assembly Lines. Physica-Verlag, Heidelberg 1999.

3. Salveson M.E.: The Assembly Line Balancing Problem. The Journal of Industrial Engineering Vol.6, 1955, s.18-25.
4. Moodie C.L., Young H.H.: A Heuristic Method of Assembly Line Balancing for Assumption of Constant or Variable Work Elements Times. Journal of Industrial Engineering 16, 1965, s.23-29.
5. Kałuski J.: Game-Theoretical Model of the Assembly Line Balancing Problem. International Yearbook "Game Theory and Applications" Vol.3 Nova Science Pbl. New York 1997.
6. Kałuski J.: Teoriogrowy model balansowania linii montażowej. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Ser. Automatyka z. 117, Gliwice 1996, s.181-201.

Recenzent: Dr hab. inż. Jan Kałuski, Prof. Pol. Śl.

Abstract

Presented paper discusses the problem of solution of assembly line balancing which depends given value of cycle time or number of work station. If one of the mentioned parameters changes, the solution will become sometimes more effective. Section 2 describes simple assembly line balancing problem, mathematical equations and assumptions are given. Section 3 present three indexes which are for solution estimation of simple assembly line balancing used. First ratio, line efficiency shows how many time of flow time is used for production. The second index, balance delay time shows the differences between the flow time and time when stations are used. Smoothness index is a measure of uniform operations' allocation to work stations. Section 4 characterizes conditions of experiments and presents discussed task (operation times, precedence graph). In section 5 conclusions and remarks are given. Results show that if it is possibility to change value of cycle time or number of work stations, it should be done. Sometimes decreasing or increasing one of the mentioned parameters allows to become more effective solution, it means the value of discussed indexes can be improved.