ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2002
Seria: AUTOMATYKA z. 135 Nr kol. 1555

Jerzy HONCZARENKO, Artur BERLIŃSKI
Politechnika Szczecińska

ZASTOSOWANIE TEORII MASOWEJ OBSŁUGI DO DOBORU STRUKTURALNYCH I ORGANIZACYJNYCH PARAMETRÓW SYSTEMU WYTWARZANIA

Streszczenie. W warunkach produkcji seryjnej często istotne jest dokonanie analizy efektywności rożnych wariantów strukturalno-organizacyjnych działania elastycznego systemu wytwarzania w celu przyjęcia najbardziej, w tym sensie, efektywnego. W pracy przedstawiono analityczny sposób badania efektywności działania różnych struktur systemów elastycznego wytwarzania drogą badań operacyjnych, w szczególności wykorzystując aparat modeli masowej obsługi. Dokonano rozwiązania przykładowego zadania z zakresu planowania produkcji, którego rezultaty odniesiono do wyników otrzymanych drogą symulacji komputerowej w systemie Enterprise Dynamics.

APPLICATION OF OPERATING RESEARCH THEORY TO CONFIGURATION WORK IN FLEXIBLE MANUFACTURING

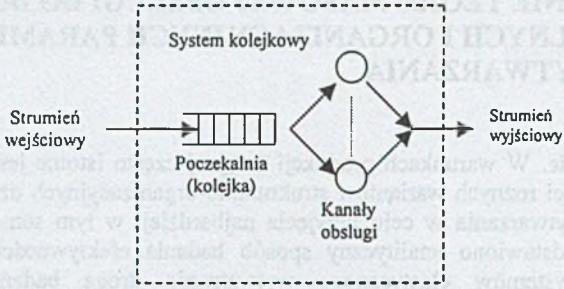
Summary. In conditions of manufacturing, it is often essential to analyse the efficiency of different structuro-organisational variants in the operation of flexible manufacturing system, in order to select the best variant. In this publication the analytical way of research on efficiency of the operation of various structures in flexible manufacturing system is presented, and making use of queuing models is outlined. The problem of planning the production in FMS has been resolved, and the results of the research were applied to the outcomes obtained through the computer simulation in the Enterprise Dynamics system.

1. Wprowadzenie

Teorię masowej obsługi, zwaną także *teorią kolejek*, można uważać, ze względu na stosowany w niej aparat matematyczny, za rozdział teorii procesów stochastycznych [3].

W każdym systemie kolejkowym można na ogół wyróżnić: *zgłoszenie* oraz *obsługę*. Przez *zgłoszenie* rozumie się żądanie spełnienia przez system określonej czynności, przy czym *zgłoszenie* jest utożsamiane z jego nośnikiem. *Obsługę* rozumie się jako spełnienie określonej potrzeby [3]. W przypadku problematyki zautomatyzowanej produkcji pojęcie *obsługi* należy utożsamiać z przeprowadzeniem procesu technologicznego.

W ogólnej postaci każdy system kolejkowy można przedstawić za pomocą schematu blokowego podanego na rys. 1.



Rys. 1. Schemat blokowy systemu kolejkowego [3]

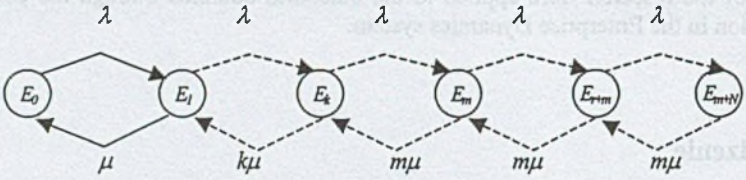
Fig. 1. Diagram of queuing model [3]

Za podstawowe wielkości charakteryzujące system kolejkowy przyjmuje się:

Strumień zgłoszeń – jest statystycznym opisem procesu przybywania zgłoszeń do systemu obsługi, jest on zazwyczaj opisywany za pomocą funkcji rozkładu odstępów czasu miedzy kolejnymi zgłoszeniami.

Proces obsługi – zazwyczaj czas obsługi zgłoszenia nie jest stały, a jego wahania można opisać za pomocą funkcji rozkładu prawdopodobieństwa.

Stany, w których może znajdować się system, można zilustrować za pomocą *grafu stanów* (rys. 2.):



Rys. 2. Graf stanów dla systemu kolejkowego klasy M/M/m/FIFO/m+N [3]

Fig. 2. Position graph queuing system class M/M/m/FIFO/m+N

Stany $E_0, E_1, ..., E_m$ (rys. 2) – są stanami bez kolejki, natomiast $E_{m+1}, ..., E_N$ są stanami z kolejką [3]. Każdemu ze stanów można przyporządkować prawdopodobieństwo jego wystąpienia $p_s(t)$, $s=0,1, ...,m, m+1, ...,(m+N)$. Można zauważyć, zakładając dowolnie mały przyrost czasu Δt, że zdarzenie E_0 może być zrealizowane na dwa sposoby:

1) w czasie t system był w położeniu E_0 i w ciągu przyrostu Δt nie zmienił swojego położenia. Prawdopodobieństwo zdarzenia wynosi:

$$p_0(t)(1-\lambda\Delta t) \tag{1}$$

2) w czasie t system był w położeniu E_1 i w ciągu przyrostu Δt zmienił swoje położenie dokonując tranzycji do stanu E_0. Odpowiednio prawdopodobieństwo zdarzenia wynosi:

$$p1(t)(\mu\Delta t) \tag{2}$$

Prawdopodobieństwo tego, że po upływie czasu Δt system będzie znajdował się w położeniu E_1,wynosi:

$$p0(t+\Delta t)= p0(t)(1-\lambda\Delta t)+ p1(t)(\mu\Delta t) \tag{3}$$

Analogicznie wyznacza się pozostałe prawdopodobieństwa, aby następnie otrzymać tzw. *układ równań różniczkowych Chapmana-Kołmogorowa* [1] oraz jego rozwiązanie uogólnione, które ma postać:

$$p_k = \frac{\rho^k}{k!} p_0 \quad , 1 \le k \le m-1 \tag{4}$$

$$p_j = \frac{\rho^j}{m^{j-m} m!} p_0 \quad , m \le j \le m+N \tag{5}$$

Prawdopodobieństwo p_0 można wyznaczyć wykorzystując warunek normalizacyjny oraz rozwiązanie uogólnione układu równań:

$$p_0 = \left[\sum_{i=0}^{m-1} \frac{\rho^i}{i!} + \frac{\rho^m}{m!}(N+1) \right]^{-1}, \frac{\rho}{m} = 1 \tag{6}$$

$$p_0 = \left[\sum_{i=0}^{m-1} \frac{\rho^i}{i!} + \frac{\rho^m}{m!} \frac{1-\left(\frac{\rho}{m}\right)^{N+1}}{1-\frac{\rho}{m}} \right]^{-1}, \frac{\rho}{m} \neq 1 \tag{7}$$

Na podstawie prawdopodobieństw wystąpienia kolejnych stanów systemu, zgodnie z grafem (rys. 2.), wyznacza się szereg funkcjonalnych wskaźników, które dają podstawę do oceny i analizy modelowanego układu. Za ważniejsze z nich można uznać:

względną zdolność obsługi:

$$q(t) = 1 - \frac{\rho^{m+N}}{m^N m!} p_0 \tag{8}$$

średnią liczba zgłoszeń w trakcie obsługi:

$$\overline{m_0} = \frac{\lambda \cdot q(t)}{\mu} = \rho\left(1 - \frac{\rho^{m+N}}{m^N m!} p_0\right) \tag{9}$$

średnią liczbę zgłoszeń oczekujących na obsługę:

$$\overline{v} = \frac{\rho^{m+1}}{(m-1)!} p_0 \frac{1-\left(\frac{\rho}{m}\right)^N \left[N\left(1-\frac{\rho}{m}\right)+1\right]}{(m-\rho)^2}, \frac{\rho}{m} \neq 1 \tag{10}$$

$$\overline{v} = \frac{m^m N(N+1)}{2m!} p_0, \frac{\rho}{m} = 1 \tag{11}$$

2. Sformułowanie zadania

Należy dokonać strukturalnej i organizacyjnej analizy pracy gniazda obróbkowego realizującego kompleksowa obróbkę mechaniczną czterech grup asortymentowych w warunkach produkcji średnioseryjnej.

Za obiekt rozważań posłuży *gniazdo obróbkowe tokarek CNC* wchodzące w skład *elastycznego systemu wytwarzania* (rys. 3.). Szczegółowo na rozpatrywany obiekt składa się:

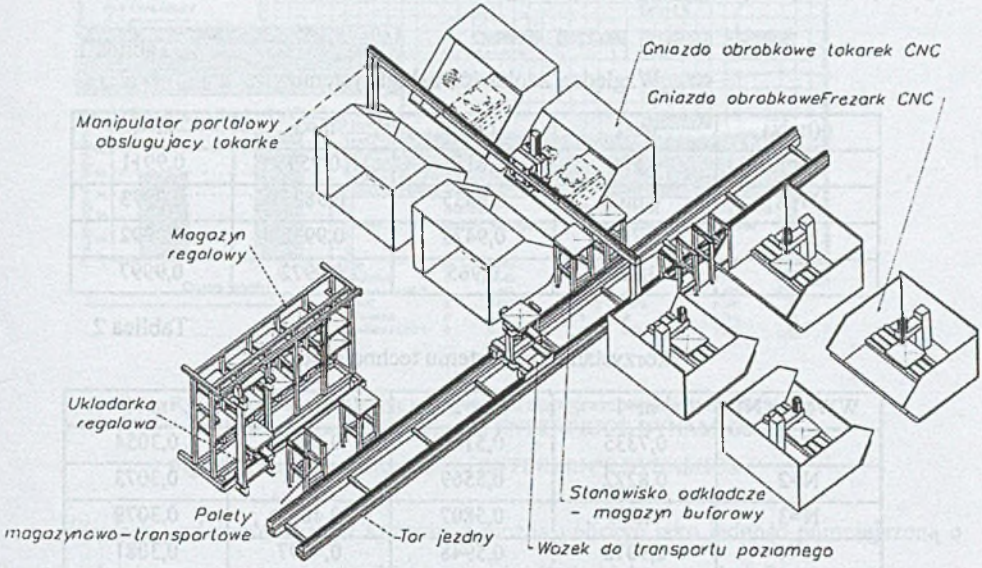
1) podsystem technologiczny; do czterech obrabiarek [2];
2) podsystem manipulacyjny robot portalowy, obsługujący całe gniazdo wraz z podsystemem magazynowania przystanowiskowego [2];
3) podsystem magazynowania przystanowiskowego; do czterech gniazd magazynowych [2].

Obróbka mechaniczna każdej grupy asortymentowej przedmiotów może być zamiennie dokonana na każdej z maszyn. Przedmioty obrabiane wprowadzane są do gniazda na paletach mieszczących serie 12 sztuk. Czasy obróbki kolejnych grup wynoszą: 5, 8, 4.5, 12 min, natomiast czasy przygotowawczo-zakończeniowe, związane z przezbrojeniem obrabiarki, odpowiadającym danej grupie, są takie same i wynoszą 15 s. Średni czas upływający pomiędzy wprowadzeniem kolejnej serii przedmiotów do gniazda wynosi 1.2 h. Zakłada się, że zróżnicowaniu czasów dostaw i obróbki poszczególnych grup asortymentowych odpowiada wykładniczy rozkład prawdopodobieństwa, co jest daleko

idącym uproszczeniem, mającym umożliwić zastosowanie teorii kolejek do rozwiązania postawionego problemu [1].

Rozpatrywane gniazdo obróbkowe pracuje w złożonej strukturze systemu elastycznego wytwarzania (rys. 3), a strumień materiałowy w obrębie całego systemu jest obsługiwany przez urządzenie transportu poziomego.

Funkcjonowanie gniazda obróbkowego przedstawionego powyżej odpowiada modelowi systemu kolejkowego klasy M/M/m/FIFO/m+N, gdzie: M - oznacza założenie wykładniczego rozkładu czasów pomiędzy sąsiednimi zgłoszeniami do systemu produkcyjnego, M (drugie) oznacza założenie wykładniczego rozkładu czasów obsługi (obróbki na obrabiarkach), m – liczbę kanałów obsługi odpowiadającą liczbie wykorzystanych maszyn, FIFO – dyscyplinę obsługi kolejki (jako pierwsze do obsługi kieruje się zgłoszenie najdłużej oczekujące w kolejce), m+N – wielkość systemu przy założeniu, że m oznacza liczbę obrabiarek,a N pojemność magazynu wejściowego.



Rys. 3. Ilustracja modelowanego systemu

Fig. 3. Modelling system

Należy wyznaczyć podstawowe parametry systemu kolejkowego, które pozwolą oszacować funkcjonalne wskaźniki pracy systemu wytwarzania. Należą do nich: prawdopodobieństwo wystąpienia braku zgłoszenia w systemie p_0, średnia liczba klientów oczekujących na rozpoczęcie obsługi ν, średnia liczba obsługiwanych zgłoszeń m_0, średnia

liczba zgłoszeń w systemie n, średni czas oczekiwania zgłoszenia w kolejce t_f, średni czas przebywania zgłoszenia w systemie.

3. Wyniki analizy dla zadanego przykładu

Aparat matematyczny dotyczący wyżej prezentowanego modelu kolejkowego klasy M/M/m/FIFO/m+N zaimplementowano w środowisku oprogramowania obliczeniowego Matlab.

System poddano analizie dla zmiennych parametrów, jakimi były: liczba wykorzystanych obrabiarek (liczba kanałów obsługi *m*) oraz rozmiar kolejki *N* utożsamiany z wielkością magazynu wewnątrz gniazda obróbkowego.

Otrzymano dwie serie wyników: *względna zdolność obsługi systemu q(m,N)* (tablica 1) i *wykorzystanie podsystemu technologicznego WWM(m,N)* (tablica 2).

Tablica 1

Względna zdolność obsługi systemu

q(m,N)	m=1	m=2	m=3	m=4
N=1	0,595	0,8355	0,959	0,9911
N=2	0,667	0,9035	0,9833	0,9973
N=3	0,709	0,9423	0,9932	0,9992
N=4	0,736	0,965	0,9972	0,9997

Tablica 2

Wykorzystanie podsystemu technologicznego

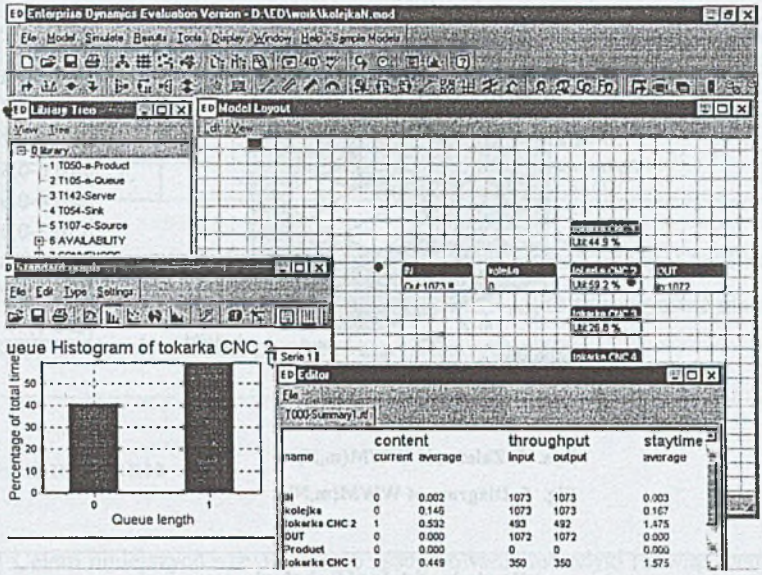
WWM(m,N)	m=1	m=2	m=3	m=4
N=1	0,7335	0,5149	0,3941	0,3054
N=2	0,8222	0,5569	0,404	0,3073
N=3	0,874	0,5807	0,4081	0,3079
N=4	0,9072	0,5948	0,4097	0,3081

4. Weryfikacja wyników przez rozwiązanie zadania drogą symulacji komputerowej w systemie ENTERPRICE DYNAMICS

Obiekt rozważań – gniazdo obróbkowe działające w strukturze ESP – zamodelowano w systemie oprogramowania symulacyjnego zorientowanego obiektowo ENTERPRICE

DYNAMICS (rys. 4). Wymieniony system symulacyjny zapewnia modelowanie warunków w dużym stopniu odpowiadających badanemu procesowi, tzn. że możliwe jest symulowanie rozkładów wykładniczych: strumienia wejściowego, jak i czasów obsługi.

System symulacyjny standardowo generuje szereg wskaźników i parametrów pracy które można użyć do obliczenia równoważnych wskaźników wyznaczonych na drodze badań operacyjnych, czyli względnej zdolności obsługi q oraz wykorzystania podsystemu technologicznego w zależności od *m* (liczba kanałów obsługi) i *N* (wielkość kolejki).



Rys. 4. Model symulacyjny w systemie oprogramowania symulacyjnego zorientowanego obiektowo ENTERPRICE DYNAMICS

Fig. 4. Simulation model make in ENTERPRICE DYNAMICS

Względną zdolność obsługi systemu *q* można policzyć jako jedność pomniejszoną o iloraz średniego czasu wstrzymania obiektu typu źródło i obiektu typu kolejka:

$$q = 1 - \frac{staytimeIN}{staytimeKOLEJKA} \tag{12}$$

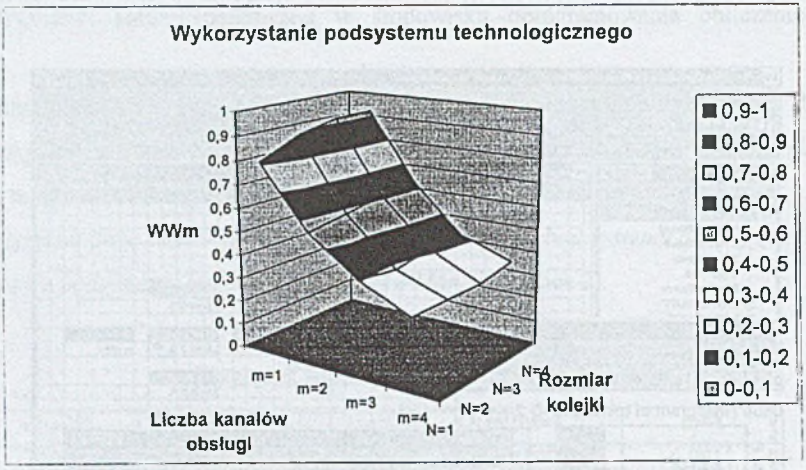
Wykorzystanie podsystemu technologicznego *WWM* to średnia z wykorzystania każdej z maszyn:

$$WWM = \frac{1}{m}\sum_{m=1}^{m} WW_m \tag{13}$$

Zależności parametrów q i WWM od m i N zilustrowano na odpowiednich wykresach prezentowanych na rysunkach 5 i 6.

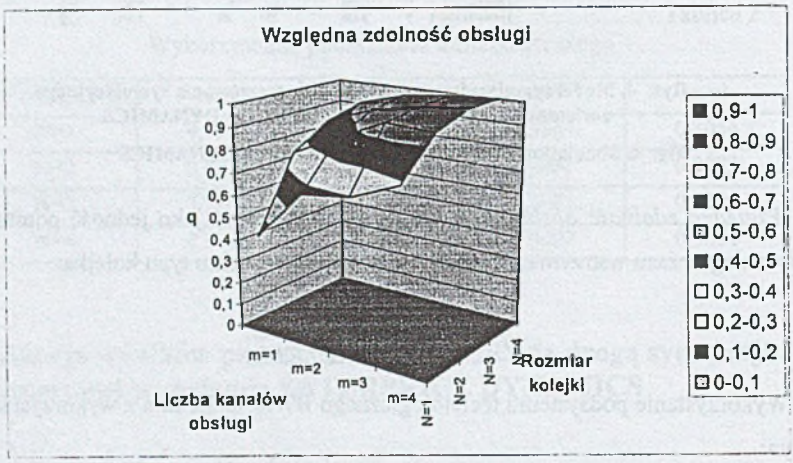
W analizie błędów, jako rezultaty poprawne, przyjęto wyniki bazujące na modelu symulacyjnym, a wartości odchyleń przedstawiono w tablicach 3 i 4:

$$\delta = \frac{W_{oper} - W_{sym}}{W_{sym}} \cdot 100\% \tag{14}$$



Rys. 5. Zależność WWM(m,N)

Fig. 5. Diagram of WWM(m,N)



Rys. 6. Zależność q(m,N)

Fig. 6. Diagram of q(m,N)

Tablica 3

Błąd względny szacowania zdolności obsługi drogą badań operacyjnych

δ_q[%]	*m=1*	*m=2*	*M=3*	*m=4*
N=1	33,86	25,09	37,59	26,14
N=2	-12,41	4,88	3,13	5,60
N=3	-17,96	0,58	1,48	-0,08
N=4	-18,63	0,03	0,79	-0,03

Tablica 4

Błąd względny szacowania wykorzystania podsystemu technologicznego drogą badań operacyjnych

δ_{WWM}[%]	*m=1*	*m=2*	*m=3*	*m=4*
N=1	-9,54	-7,21	-2,23	-0,81
N=2	-7,34	-4,38	5,18	0,52
N=3	-5,03	-4,58	-0,39	0,98
N=4	-1,56	-4,22	-1,70	-8,85

Najwyższe odchylenie od modelu wzorcowego (symulacyjnego) tendencyjnie cechuje wyniki dla wariantów z najmniejszym buforowaniem. Może to sugerować małą zgodność w przypadku skrajnych wartości parametrów wejściowych systemu.

5. Podsumowanie

Celem niniejszych rozważań było zasugerowanie metodyki rozwiązywania problemów z zakresu strukturalno-organizacyjnego planowania produkcji.

Ze względu na specyfikę aparatu *modeli masowej obsługi* – uśrednienie interwału czasów kolejnych zgłoszeń oraz czasów obsługi – zaproponowana metoda zdaje się słuszna dla procesów w pewnym stopniu ustabilizowanych, co odpowiadałoby produkcji przynajmniej średnioseryjnej.

Analityczne podejście do rozwiązywania przedstawionego w referacie problemu planowania produkcji cechuje łatwość implementacji modelu bez konieczności stosowania wyrafinowanych narzędzi informatycznych z dziedziny obiektowego projektowania procesów produkcyjnych.

W dalszych pracach nad zastosowaniem aparatu masowej obsługi do modelowania pracy systemów produkcyjnych autor chciałby podjąć próbę opisu bardziej złożonych

procesów, np. wieloasortymentowej produkcji (model systemu kolejkowego z indywidualną obsługą), oraz złożonych marszrut technologicznych (modele sieci kolejkowych).

LITERATURA

1. Cyklis J., Piezrzchała W.: Modelowanie procesów dyskretnych w elastycznych systemach produkcyjnych. Zeszyty naukowe Politechniki Krakowskiej nr 3, Mechanika z. 77, Kraków 1995.
2. Honczarenko J.: Elastyczna automatyzacja wytwarzania. Obrabiarki i systemy obróbkowe. WNT, Warszawa 2000.
3. Filipowicz B.: Modele stochastyczne w badaniach operacyjnych. WNT, Warszawa 1996.
4. Papoulis A.: Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne. WNT, Warszawa 1972.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jerzy Cyklis

Abstract

Actually in manufacturing it is essential to analyse the efficiency of different structuro-organizational variants in the operation of flexible manufacturing system, and to select the best variant.

Elaborated methods are important as they enable to analyse the variants without the use of special software.

The purpose of this publication is to present the analytical way of research on efficiency of the operation of various structures in flexible manufacturing system, with the use of queuing models.

The author of this publication puts forward the theory of queuing model, sort M/M/FIFO/m+N, and its application to the planning of structuro- organizational work in flexible manufacturing with four CNC turning machines. The problem of planning the production in FMS has been resolved, and the generated results are the functional gauge

of action. Equivalent gauges are generated with the use of computer simulation in the Enterprise Dynamics system and they are compared with the analytical ones.

Moreover, some problems to be solved with the use of queuing systems are presented.