ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2002
Seria: AUTOMATYKA z. 135 Nr kol. 1555

Mirosław ZABOROWSKI
Politechnika Śląska

ZASTOSOWANIE PRODUKCYJNYCH SIECI PETRIEGO DO MODELOWANIA PROCESÓW PRODUKCJI*

Streszczenie. Przedmiotem pracy są produkcyjne sieci Petriego (PPN), wyodrębnione z kolorowanych sieci Petriego (CPN) do zastosowań przemysłowych. W pracy zamieszczono definicję PPN dla modelu referencyjnego dyskretnych procesów produkcji, rozpatrywanych jako uporządkowane zbiory operacji. Model ten jest formalnym opisem procesów logistycznych, eksploatacyjnych i przetwarzania danych, oraz interakcji między tymi procesami w systemach CIM. Ponadto przedstawiono krótko analogiczny model dla procesów produkcji rozpatrywanych jako uporządkowane zbiory procesów składowych. Zwrócono uwagę na prostotę relacji między modelami procesu produkcji stosowanymi na sąsiednich poziomach hierarchii systemu CIM.

APPLICATION OF PRODUCTION PETRI NETS TO MODELING DISCRETE PRODUCTION PROCESSES

Summary. A new class of Petri nets, called „Production Petri Nets" (PPN) has been used in the paper to build a reference model of discrete production processes. The purpose of the model is formal description of logistic processes, maintenance and data processing, as well as interactions between them in CIM systems. The formal definition of the PPN model of a discrete production process consisting of operations has been demonstrated. The analogous definition for the production process consisting of component processes and description of relations between models of different organizational levels have been shown.

1. Produkcyjne sieci Petriego

Produkcyjne sieci Petriego (PPN) [7] są szczególną klasą kolorowanych sieci Petriego (CPN) [1], opracowaną w celu ułatwienia integracji procesów wytwarzania, transportu, remontów itd. w systemach komputerowo zintegrowanego wytwarzania (CIM) [4]. Są

* Praca sponsorowana przez Komitet Badań Naukowych, grant 8 T11A 02018

przeznaczone do modelowania dyskretnych procesów produkcji i ich składowych na wszystkich poziomach hierarchicznych systemów CIM, od planowania taktycznego produkcji przedsiębiorstwa do sterowania elementarnymi czynnościami na poszczególnych maszynach. Autor jest przekonany, iż wszelkie deterministyczne problemy planowania i sterowania dyskretnymi procesami produkcji mogą być opisane formalnie w kategoriach PPN. Sieci te są dobrym narzędziem do budowy modeli problemów specjalnych, takich jak zarządzanie produkcją wielowersyjną, dynamiczne grupowanie produktów w elastycznych systemach produkcyjnych lub nadążne harmonogramowanie produkcji [6]. Ponadto umożliwiają jednolite podejście formalne do wielu znanych problemów, uważanych za całkowicie różne, jak planowanie operacyjne w systemach MRP II [5], sterowanie czynnościami przezbrajania maszyn, synchronizacja produkcji w liniach potokowych lub harmonogramowanie produkcji w gniazdach przedmiotowych o maszynach dedykowanych (job shop) [3]. Choć wszystkie modele bazujące na produkcyjnych sieciach Petriego mogą być wyrażone również za pomocą ogólniejszych sieci kolorowanych, sieci PPN są przydatne ze względu na prostszą strukturę. Jest to możliwe dzięki cechom charakteryzującym wszystkie dyskretne procesy produkcji i wyróżniającym je wśród innych procesów modelowanych za pomocą CPN. Jedną z zalet struktury PPN jest znacznie prostszy niż w ogólnych modelach CPN opis związków między modelami stosowanymi na sąsiednich poziomach hierarchii w systemach CIM (rozdział 3).

O strukturze procesów produkcji modelowanych za pomocą PPN zakłada się, że:

- elementarnymi jednostkami organizacyjnymi zakładu przemysłowego są **stanowiska robocze**, czyli stałe bądź wirtualne agregaty zasobów odnawialnych,
- **czynności** są elementarnymi częściami dyskretnego procesu produkcji,
- **jednostki organizacyjne** i **węzły bilansowe** (w tym bufory i magazyny) rozdzielają się wzajemnie w systemie logistycznym zakładu przemysłowego,
- **stanowiska przetwarzania danych** i **obszary pamięci danych** rozdzielają się wzajemnie w systemie planowania i sterowania produkcją,
- w strukturze kolejnościowej procesu produkcji **stadia czynne** i **bierne** rozdzielają się wzajemnie (dlatego wszystkie tranzycje reprezentują wejścia albo wyjścia stadiów czynnych, a zatem nie muszą być widoczne na schematach PPN),
- proces produkcji w zakładzie przemysłowym składa się z **operacji** wykonywanych na stanowiskach roboczych, a operacje składają się z **czynności.** W hierarchicznych systemach produkcyjnych operacje są agregowane w **procesy** wykonywane w **sieciach roboczych**, czyli w stałych bądź wirtualnych jednostkach

organizacyjnych składających się ze stanowisk roboczych (marszruty technologiczne, komórki robocze, linie produkcyjne, sieci komputerowe itd.).

Czynności, operacje i procesy dzielą się na:

– **logistyczne** (wytwarzanie, transport i kontrola jakości),
– **przygotowawcze** (przezbrojenia, naprawy, remonty itp.),
– **informacyjno-decyzyjne** (przetwarzanie danych na potrzeby sterowania, w tym dla zarządzania).

Analogicznie klasyfikowane są stadia bierne procesów produkcji. W celu zwiększenia czytelności schematów PPN stadia czynne i bierne należące do wymienionych sześciu klas są oznaczane innymi symbolami [7, 8]. Z tego samego powodu tranzycje oraz łuki łączące je ze stadiami czynnymi nie są pokazywane na schematach produkcyjnych sieci Petriego. Jest to możliwe, bo występują one wyłącznie na wejściach i wyjściach stadiów czynnych, a ich położenie jest identyfikowane przez łuki łączące stadia czynne z sąsiadującymi z nimi stadiami biernymi (rys.1) [7].

2. Produkcyjna sieć Petriego procesu produkcji składającego się z operacji

Aby zdefiniować dowolną produkcyjną sieć Petriego, należy określić zbiory stadiów czynnych i biernych, zbiory ich atrybutów i zbiory wartości atrybutów, relacje miedzy nimi, funkcje przyporządkowujące typy atrybutów do stadiów oraz funkcje odwzorowujące stadia czynne i ich związki ze stadiami biernymi w wyrażenia pokazujące, jak zmienia się stan PPN w chwilach startu lub zakończenia działań występujących w stadiach czynnych [7]. Ponieważ funkcje są szczególnymi przypadkami relacji, a relacje szczególnymi przypadkami zbiorów, określenie produkcyjnej sieci Petriego w każdym konkretnym przypadku sprowadza się do podania pewnej liczby zbiorów. Dla modeli referencyjnych, ze względu na ich ogólność, liczba ta może być dość duża.

Dyskretny proces produkcji, rozpatrywany jako uporządkowany zbiór operacji, jest krotką składającą się z następujących zbiorów, relacji i funkcji:

1) SN – skończony zbiór **stanowisk roboczych,** $i \in SN$,

$$SN = SNL \cup SNI$$

gdzie SNL – zbiór **logistycznych stanowisk roboczych** (czyli stanowisk roboczych według normy [9]), $i \in SNL$, SNI – zbiór **stanowisk przetwarzania danych**, $i \in SNI$; skrót SNI pochodzi od alternatywnej nazwy „informacyjno-decyzyjne stanowiska robocze”,

2) IO – skończony zbiór przedmiotów operacji, $k \in IO$,

$$IO = IMO \cup IPD \cup SNG$$

gdzie IMO – zbiór **logistycznych przedmiotów operacji**, czyli produktów operacji i zasobów (są to przedmioty pracy [9], zużywane lub wytwarzane w operacjach), $k \in IMO$; skrót IMO pochodzi od nazwy Indeks Materiałowy Operacji,

IPD – zbiór **informacyjno-decyzyjnych przedmiotów operacji**, czyli Indeks Pakietów Danych, które mogą pojawiać się na wejściach bądź wyjściach operacji, $k \in IPD$,

SNG – zbiór **stanów gotowości stanowisk roboczych**, $k \in SNG$,

$$SNG = \{0\} \cup \{-1\} \cup \{-2\} \cup \{-3\},$$

$k = 0$ – stan gotowości stanowiska roboczego po przezbrojeniu,

$k = -1$ – stan gotowości stanowiska roboczego po awarii,

$k = -2$ – stan gotowości stanowiska roboczego po operacji naprawczej,

$k = -3$ – stan gotowości stanowiska roboczego po operacji remontowej.

3) MM – skończony zbiór **miejsc między stanowiskami roboczymi**, $l \in MM$,

$$MM = ML \cup MI \cup MG$$

$$FGS: SN \rightarrow MG$$

gdzie ML – zbiór **miejsc logistycznych**, czyli buforów i magazynów produktów i zasobów, $l \in ML$,

MI – zbiór **miejsc informacyjno-decyzyjnych**, czyli obszarów pamięci danych, $l \in MI$,

MG – zbiór **miejsc** pamięci stanów **gotowości** stanowisk roboczych, $l \in MG$,

FGS – funkcja **miejsc gotowości stanowisk roboczych**, $(i,l) \in FGS$,

4) OP – skończony zbiór **operacji**, czyli zbiór par (q,i), gdzie q jest głównym produktem operacji, natomiast i jest stanowiskiem roboczym, w którym operacja jest wykonywana. Przy tym

$OP = OL \cup OI \cup OG,$	$OG = OU \cup OA \cup ON \cup OM$
$OP \subset IO \times SN,$	$OU = \{0\} \times SN,$
$OL \subset IMO \times SNL,$	$OA = \{-1\} \times SN,$
$OI \subset IPD \times SNI,$	$ON = \{-2\} \times SN,$
$OG \subset SNG \times SN,$	$OM = \{-3\} \times SN,$

gdzie OL – **zbiór operacji logistycznych**, $(q,i)\in OL$,

OI – **zbiór operacji informacyjno-decyzyjnych**, $(q,i)\in OI$,

OG – **zbiór operacji przygotowawczych**, $(q,i)\in OG$,

OU – **zbiór operacji uzbrajania**, $(0,i)\in OU$,

OA – zbiór operacji oczekiwania na awarie, które są modelami **czasów międzyawaryjnych**, $(-1,i)\in OA$,

ON – **zbiór operacji naprawczych**, $(-2,i)\in ON$,

OM – **zbiór operacji remontowych**, $(-3,i)\in OM$.

5) MO – skończony zbiór **miejsc przedmiotów operacji**, $(k,l)\in MO$,

$$MO = MOL \cup MOI \cup MOG, \qquad MOG = MOU \cup MOA \cup MON \cup MOM$$

$$MO \subset IO \times MM, \qquad MOU = \{\,0\,\} \times MG$$

$$MOL \subset IMO \times ML, \qquad MOA = \{-1\} \times MG$$

$$MOI \subset IPD \times MI, \qquad MON = \{-2\} \times MG$$

$$MOG \subset SNG \times MG, \qquad MOM = \{-3\} \times MG$$

gdzie

MOL – **zbiór miejsc logistycznych przedmiotów operacji**, $(k,l)\in MOL$,

MOI – **zbiór miejsc informacyjno-decyzyjnych przedmiotów operacji**, $(k,l)\in MOI$,

MOG – **zbiór stadiów gotowości stanowisk roboczych**, $(k,l)\in MOG$, $l=FGS(i)$, $i\in SN$,

MOU – **zbiór stadiów gotowości stanowisk roboczych po operacjach uzbrajania**, $(0, FGS(i))\in MOU$,

MOA – **zbiór stadiów gotowości stanowisk roboczych po awariach**, $(-1,FGS(i))\in MOA$,

MON – **zbiór stadiów gotowości stanowisk roboczych po operacjach naprawczych**, $(-2, FGS(i))\in MON$,

MOM – **zbiór stadiów gotowości stanowisk roboczych po operacjach konserwacyjnych**, $(-3, FGS(i))\in MOM$.

6) FMO – funkcja **głównego przeznaczenia operacji**, która każdej operacji (q,i) przyporządkowuje miejsce przedmiotu operacji (q,l), gdzie kierowany jest główny produkt operacji, $FMO \ni ((q,i),(q,l))$. Dla operacji przygotowawczych:

$$(q,l) = FMO(q,i) \rightarrow l = FGS(i)$$

Ponadto $FMO = FOL \cup FOG \cup FOI$, $\quad FMO \subset OP \times MO$,

$FOL \subset OL \times ML$, $\quad FOG \subset OG \times MG$, $\quad FOI \subset OI \times MO$

7) WAO – relacja **warunków operacji**, czyli zbiór par ((q,i),(k,l)) takich, że

(q,i) – operacja, (k,l) – wejściowe miejsce przedmiotu operacji (q,i),

$$WAO \subset OP \times MO$$

8) WYO – relacja **ubocznych wyników operacji**, czyli zbiór par ((q,i),(k,l)) takich, że

(q,i) – operacja, (k,l) – wyjściowe miejsce ubocznego produktu operacji (q,i),

$$WYO \subset OP \times MO$$

9) ATR – skończony zbiór **atrybutów** stadiów procesu produkcji, $V(id) \in ATR$, gdzie

id – identyfikator zmiennej atrybutowej V.

10) TYP – skończony zbiór **typów**, czyli zbiorów wartości atrybutów, $v \in Typ(V(id)) \in TYP$,

gdzie Typ(V(id)) – typ atrybutu V(id),

11) FAO: $OP \rightarrow 2^{ATR}$ – funkcja **atrybutów operacji**, przyporządkowująca każdej operacji zbiór jej atrybutów. Do zapisu tej funkcji może być użyta

ATO – relacja **przydziału atrybutów do operacji**, taka że

$$ATO \subset AT \times OP \times IAT$$

$$((q,i) \in OP \wedge V(id) \in FAO(q,i)) \leftrightarrow (V,q,i,id) \in ATO$$

gdzie AT – zbiór nazw atrybutów,

IAT – zbiór wartości identyfikatorów atrybutów.

12) FAM: $MO \rightarrow 2^{ATR}$ – funkcja **atrybutów przedmiotów operacji**, przyporządkowująca każdemu przedmiotowi operacji zbiór jego atrybutów. Do zapisu tej funkcji może być użyta

ATM – relacja **przydziału atrybutów do przedmiotów operacji**, taka że

$$ATM \subset AT \times MO \times IAT$$

$$((k,l) \in MO \wedge V(id) \in FAM(q,i)) \leftrightarrow (V,k,l,id) \in ATM$$

13) FTAO: $ATO \rightarrow TYP$ – funkcja **typów wartości atrybutów operacji**, przypisująca każdemu atrybutowi operacji (V,q,i,id) skończony zbiór jego wartości. Do zapisu tej funkcji może być użyty

WATO – wykaz **wartości atrybutów operacji**, taki że

$$((V,q,i,id) \in ATO \wedge v \in FTAO(V,q,i,id)) \leftrightarrow (V,q,i,id,v) \in WATO$$

14) FTAM: $ATM \rightarrow TYP$ – funkcja **typów wartości atrybutów przedmiotów operacji**, przypisująca każdemu atrybutowi przedmiotu operacji (V,k,l,id) skończony zbiór jego wartości. Do jej zapisu może być użyty

WATM – wykaz **wartości atrybutów przedmiotów operacji**, taki że

$((V,k,l,id) \in ATM \wedge v \in FTAM(V,k,l,id)) \leftrightarrow (V,k,l,id,v) \in WATM$

15) FTUO – funkcja **typów ukonkretnień operacji**, przyporządkowująca każdej operacji zbiór krotek, których elementami są wartości atrybutów danej operacji:

$$\underset{(q,i)\in OP}{\forall} \quad FTUO(q,i) \subset \underset{V(id)\in FAO(q,i)}{P} FTAO(V,q,i,id)$$

W powyższym wzorze P jest symbolem uogólnionego iloczynu kartezjańskiego.

Każdą trójkę (q,i,w), gdzie $(q,i)\in OP$, $w\in FTUO(q,i)$, nazywamy **operacją wykonawczą**. Zbiór operacji wykonawczych (q,i,w) operacji (q,i) jest oznaczany symbolem OW(q,i). Zbiór wszystkich operacji wykonawczych (q,i,w) jest oznaczany symbolem OW. Jeśli operacja (q,i) nie ma atrybutów, czyli $FAO(q,i) = \varnothing$ i $FTUO(q,i) = \varnothing$, to operacja wykonawcza operacji (q,i) jest jedna i nie podlega zróżnicowaniu, co zapisujemy równością $OW(q,i) = \{(q,i)\}$.

Stan operacji A(q,i) jest multizbiorem** nad zbiorem operacji wykonawczych danej operacji:

$$\underset{(q,i)\in OP}{\forall} \quad A(q,i) = \sum_{(q,i,w)\in OW(q,i)} A(q,i,w)'(q,i,w)$$

$$\underset{(q,i)\in OP}{\forall} \quad Typ(A(q,i)) = OW(q,i)^{MZ}$$

Jeśli $| A(q,i) | = 0$, to operacja (q,i) jest w stanie bezczynnym. Dla danej operacji, w danej chwili czasu, może istnieć co najwyżej jedna realizacja operacji wykonawczej, a zatem $| A(q,i) | \leq 1$ i tylko dla jednej, wybranej w danej chwili czasu operacji wykonawczej może być $A(q,i,w) = 1$, a dla innych $A(q,i,w) = 0$. W przypadku operacji przetwarzania danych o zerowym czasie trwania powyższe uwagi muszą być nieco zmienione. Zamiast „w danej chwili czasu" należy mówić „w danej fazie obliczeń występujących w danej chwili czasu".

16) FTUM – funkcja **typów ukonkretnień przedmiotów operacji**, przyporządkowująca każdemu przedmiotowi operacji zbiór krotek, których elementami są wartości atrybutów danego przedmiotu operacji:

** Multizbiorem X nad niepustym zbiorem S jest funkcja
X: $S \rightarrow N$, $X \ni (u, X(u))$. Nieujemna liczba całkowita $X(u)\in N$ nazywana jest **liczbą wystąpień** lub **współczynnikiem** elementu u w multizbiorze X. Multizbiór X jest zazwyczaj przedstawiany jako suma

$$\sum_{u\in S} X(u)'u$$

S^{MZ} jest to zbiór wszystkich multizbiorów nad S. Mówimy, że element $u\in S$ **należy** do multizbioru X, co zapisujemy $u\in X$, wtedy i tylko wtedy, gdy $X(u)\neq 0$.

$$\forall_{(k,l)\in MO} \; FTUM(k,l) \subset \underset{V(id)\in FAM(k,l)}{P} FTAM(V,k,l,id)$$

Każdą trójkę (k,l,u), gdzie (k,l)∈MO, u∈FTUM(k,l), nazywamy **wykonawczym przedmiotem operacji**. Zbiór wykonawczych przedmiotów operacji (k,l,u) w miejscu przedmiotu operacji (k,l) oznaczamy symbolem IOW(k,l). Zbiór wszystkich wykonawczych przedmiotów operacji (k,l,u) oznaczamy symbolem IOW. Jeśli miejsce przedmiotu operacji (k,l) nie ma atrybutów, czyli FAM(q,i) = ∅ i FTUM(k,l) = ∅, to wykonawczy przedmiot operacji (k,l) jest jeden i nie podlega zróżnicowaniu, co zapisujemy równością IOW(k,l) = {(k,l)}.

Stan miejsca przedmiotu operacji X(k,l) jest multizbiorem nad zbiorem wykonawczych przedmiotów operacji tego miejsca:

$$\forall_{(k,l)\in MO} \; X(k,l) = \sum_{(k,l,u)\in IOW(k,l)} X(k,l,u)'(k,l,u)$$

$$\forall_{(k,l)\in MO} \; Typ(X(k,l)) = IOW(k,l)^{MZ}$$

Jeśli | X(k,l) | = 0, to miejsce przedmiotu operacji (k,l) jest puste.

17) WEO – relacja **wejść operacji wykonawczych**, czyli zbiór piątek (q,i,w,k,l), gdzie (q,i) – operacja, w – ukonkretnienie operacji (q,i), (k,l) – wejściowe miejsce przedmiotów operacji wykonawczej (q,i,w), przy czym

$$WEO \subseteq \{(q,i,w,k,l) \in OW \times MO \mid (q,i,w) \in OW \wedge (q,i,k,l) \in WAO\}$$

18) WUO – relacja **ubocznych wyjść operacji wykonawczych**, czyli zbiór piątek (q,i,w,k,l), gdzie (q,i) – operacja, w – ukonkretnienie operacji (q,i), (k,l) – miejsce ubocznych wyjściowych przedmiotów operacji wykonawczej (q,i,w), przy czym

$$WUO \subseteq \{(q,i,w,k,l) \in OW \times MO \mid (q,i,w) \in OW \wedge (q,i,k,l) \in WYO\}$$

19) UWAO – relacja **ukonkretnienia warunków operacji wykonawczych**, czyli zbiór szóstek (q,i,w,k,l,u), gdzie (q,i,w,k,l)∈WEO – jedno z dopuszczalnych skojarzeń operacji wykonawczych z ich miejscami wejściowymi, u – jedno z dopuszczalnych dla (q,i,w) ukonkretnień (k,l), przy czym

$$UWAO \subset OW \times IOW$$

20) FUMO: OW → IOW – funkcja **ukonkretnienia głównych przedmiotów operacji wykonawczych**, ((q,i,w),(q,l,u))∈FUMO, przyporządkowująca każdej operacji wykonawczej (q,i,w) jej główny przedmiot (q,l,u), gdzie (q,l) = FMO(q,i).

21) FUWO – funkcja **ukonkretnienia ubocznych wyników operacji wykonawczych**, czyli zbiór szóstek (q,i,w,k,l,u), gdzie $(q,i,w,k,l) \in WYO$ – jedno z istniejących skojarzeń operacji wykonawczych z ich ubocznymi miejscami wyjściowymi, u = FUWO(q,i,w,k,l) – ukonkretnienie (k,l) dla (q,i,w), przy czym

$$FUWO \subset OW \times IOW$$

22) ESO – funkcja **wyrażeń startowych operacji**, odwzorowująca zbiór operacji w zbiór wyrażeń określających zmiany stanu operacji w chwilach startu operacji wykonawczych. Wyrażenia te muszą spełniać następujące warunki:

$$\underset{(q,i)\in OP}{\forall}\ \left[\left(Typ(ESO(q,i)) = OW(q,i)^{MZ}\right) \wedge \left(Var(ESO(q,i)) = FAO(q,i) \cup \bigcup_{\substack{(k,l)\in MO\\(q,i,k,l)\in WAO}} FAM(k,l)\right)\right]$$

co oznacza, że każda wartość wyrażenia startowego jest multizbiorem nad zbiorem operacji wykonawczych danej operacji, a wszystkie zmienne tego wyrażenia są atrybutami tej operacji lub jej miejsc wejściowych.

Oznaczając wartość wyrażenia ESO(q,i) symbolem G(q,i) otrzymujemy następujący wzór na wzrost stanu operacji (q,i):

$$\underset{(q,i)\in OP}{\forall}\ G(q,i) = \sum_{(q,i,w)\in OW(q,i)} G(q,i,w)'(q,i,w)$$

Dla danej operacji (q,i), w danej chwili czasu, może wystartować tylko jedna realizacja tylko jednej operacji wykonawczej (q,i,w) (patrz dyskusja w punkcie 15). Zatem wykonanie wyrażenia startowego operacji (q,i) powinno wskazywać alternatywnie albo stan bezczynny, albo wybraną w chwili startu operację wykonawczą (q,i,w) ze współczynnikiem G(q,i,w)=1.

23) EKO – funkcja **wyrażeń kończących operacji**, odwzorowująca zbiór operacji w zbiór wyrażeń określających zmiany stanu operacji w chwilach końcowych operacji wykonawczych. Wyrażenia te muszą spełniać następujące warunki:

$$\underset{(q,i)\in OP}{\forall}\ \left[\left(Typ(EKO(q,i)) = OW(q,i)^{MZ}\right) \wedge \left(Var(EKO(q,i)) = FAO(q,i) \cup \bigcup_{\substack{(k,l)\in MO\\(q,i,k,l)\in FMO\cup WYO}} FAM(k,l)\right)\right]$$

co oznacza, że każda wartość wyrażenia kończącego jest multizbiorem nad zbiorem operacji wykonawczych danej operacji, a wszystkie zmienne tego wyrażenia są atrybutami tej operacji lub jej miejsc wyjściowych.

Oznaczając wartość wyrażenia EKO(q,i) symbolem H(q,i) otrzymujemy następujący wzór na spadek stanu operacji (q,i):

$$\underset{(q,i)\in OP}{\forall} H(q,i) = \sum_{(q,i,w)\in OW(q,i)} H(q,i,w)'(q,i,w)$$

Dla danej operacji (q,i), w danej chwili czasu, tylko jedna realizacja jednej operacji wykonawczej (q,i,w) może być zakończona. Uzasadnienie jest to samo, co dla startu operacji wykonawczej. Zatem wykonanie wyrażenia kończącego operacji (q,i) powinno wskazywać alternatywnie albo stan bezczynny, albo operację wykonawczą (q,i,w) właściwą dla danej chwili ze współczynnikiem H(q,i,w)=1. Co więcej, dla wybranej operacji wykonawczej H(q,i,w) = A(q,i,w), gdyż tylko operacja aktualnie wykonywana może być zakończona.

24) EWO – funkcja **wyrażeń wejściowych operacji**, odwzorowująca relację warunków operacji w zbiór wyrażeń, które w chwilach startu operacji określają zmiany stanu ich miejsc wejściowych. Wyrażenia wejściowe muszą spełniać następujące warunki:

$$\underset{(q,i,k,l)\in WAO}{\forall} \Big[\big(Typ(EWO(q,i,k,l)) = IOW(k,l)^{MZ}\big) \wedge \Big(Var(EWO(q,i,k,l)) = FAO(q,i) \cup \bigcup_{\substack{(\kappa,\lambda)\in MO \\ (q,i,\kappa,\lambda)\in WAO}} FAM(\kappa,\lambda)\Big)\Big]$$

co oznacza, że każda wartość wyrażenia wejściowego jest multizbiorem nad zbiorem przedmiotów wykonawczych danego miejsca wejściowego, a wszystkie zmienne tego wyrażenia są atrybutami tej operacji lub jej miejsc wejściowych.

Oznaczając wartość wyrażenia EWO(q,i,k,l) symbolem U(q,i,k,l)) otrzymujemy następujący wzór na spadek stanu miejsca przedmiotu (k,l):

$$\underset{(q,i,k,l)\in WAO}{\forall} U(q,i,k,l) = \sum_{(k,l,u)\in IOW(k,l)} U(q,i,k,l,u)'(k,l,u)$$

25) EMO – funkcja **głównych wyrażeń wyjściowych operacji**, odwzorowująca zbiór operacji w zbiór wyrażeń, które w chwilach kończących operacje określają zmiany stanu ich głównych miejsc wyjściowych. Wyrażenia te muszą spełniać następujący warunek:

$$\underset{(q,i)\in OP}{\forall} \Big[\big(Typ(EMO(q,i)) = IOW(FMO(q,i))^{MZ}\big) \wedge \Big(Var(EMO(q,i)) = FAO(q,i) \cup \bigcup_{\substack{(k,l)\in MO \\ (q,i,k,l)\in FMO\cup WYO}} FAM(k,l)\Big)\Big]$$

co oznacza, że każda wartość głównego wyrażenia wyjściowego jest multizbiorem nad zbiorem przedmiotów wykonawczych miejsca głównego przeznaczenia danej operacji, a wszystkie zmienne tego wyrażenia są atrybutami tej operacji lub jej miejsc wyjściowych.

Oznaczając wartość głównego wyrażenia operacji (q,i) symbolem Z(FMO(q,i)) otrzymujemy następujący wzór na wzrost stanu w miejscu FMO(q,i):

$$\underset{(q,i)\in OP}{\forall} Z(FMO(q,i)) = \sum_{(FMO(q,i),u)\in IOW(FMO(q,i))} Z(FMO(q,i),u)'(FMO(q,i),u)$$

26) EUO – funkcja **ubocznych wyrażeń wyjściowych operacji**, odwzorowująca relację ubocznych wyników operacji w zbiór wyrażeń, które w chwilach kończących operacje określają zmiany stanu w ich ubocznych miejscach wyjściowych. Wyrażenia te muszą spełniać następujący warunek:

$$\underset{(q,i,k,l)\in WYO}{\forall} \left[\left(Typ(EUO(q,i,k,l)) = IOW(k,l)^{MZ}\right) \wedge \left(Var(EUO(q,i,k,l)) = FAO(q,i) \cup \bigcup_{\substack{(\kappa,\lambda)\in MO \\ (q,i,\kappa,\lambda)\in FMO\cup WYO}} FAM(\kappa,\lambda)\right)\right]$$

co oznacza, że każda wartość ubocznego wyrażenia wyjściowego jest multizbiorem nad zbiorem przedmiotów wykonawczych danego miejsca wyjściowego, a wszystkie zmienne tego wyrażenia są atrybutami tej operacji lub jej miejsc wyjściowych.

Oznaczając wartość wyrażenia EUO(q,i,k,l) symbolem Y(q,i,k,l)) otrzymujemy następujący wzór na wzrost stanu miejsca przedmiotu (k,l):

$$\underset{(q,i,k,l)\in WYO}{\forall} Y(q,i,k,l) = \sum_{(k,l,u)\in IOW(k,l)} Y(q,i,k,l,u)'(k,l,u)$$

3. Związki między modelami PPN z sąsiadujących poziomów organizacyjnych

Produkcyjna sieć Petriego dyskretnego **procesu produkcji**, rozpatrywanego jako uporządkowany zbiór **procesów składowych**, zbudowana jest analogicznie do zdefiniowanej wyżej PPN procesu produkcji składającego się z operacji. Tym razem zbiory SN, IO, MM, OP, MO, FMO, WAO, WYO zastępuje się przez:

NT – skończony zbiór **sieci roboczych**, r∈NT,

IP – skończony zbiór **przedmiotów procesów**, j∈IP,

MM – skończony zbiór **miejsc między stanowiskami roboczymi**, l∈MM (miejsca między sieciami roboczymi są także miejscami między brzegowymi stanowiskami roboczymi tych sieci),

PR – skończony zbiór **procesów**, (p,r)∈PR,

MP – skończony zbiór **miejsc przedmiotów procesów**, (j,l)∈MP,

FMP – funkcja **głównego przeznaczenia procesów**, ((p,r),(p,l))∈FMP,

WAP – relacja **warunków procesów**, ((p,r),(j,l))∈WAP, WYP – relacja **ubocznych wyników procesów**, $((p,r),(j,l)) \in WYP$, przy czym

$$PR \subset IP \times NT, \qquad MP \subset IP \times MM,$$

$$FMP \subset PR \times MP, \qquad WAP \subset PR \times MP, \qquad WYP \subset PR \times MP.$$

Logistyczne sieci robocze znane są jako "marszruty technologiczne" (routings) [2, 5]. Jeśli operacje przygotowawcze stanowisk roboczych należących do danej sieci roboczej są zawsze skoordynowane, to taką sieć roboczą nazywamy „komórką roboczą". Jeśli w systemie produkcyjnym niektóre (lub wszystkie) sieci robocze są komórkami roboczymi, to

KR – skończony zbiór komórek roboczych, $r \in KR$, $KR \subseteq NT$,

FGK – funkcja **miejsc gotowości komórek produkcyjnych**, $(r,l) \in FGK$,

FSK – relacja **przydziału stanowisk roboczych do komórek roboczych**, $(r,i) \in FSK$,

$$FGK \subset KR \times MM, \qquad FSK \subset KR \times SN.$$

Aby określić związki między modelami PPN procesów produkcji rozpatrywanych jako zbiory operacji i zbiory procesów, należy określić operacje i miejsca przedmiotów operacji, które są odpowiednio stadiami czynnymi i biernymi poszczególnych procesów. Co więcej, zgodnie z teorią hierarchicznych kolorowanych sieci Petriego [1], należy wskazać "miejsca brzegowe" z poziomu operacji i „miejsca zagnieżdżeń" z poziomu procesów, a następnie określić dla nich relację równoważności. Na szczęście, dzięki specyficznej strukturze modeli PPN, problem ten jest znacznie prostszy niż w ogólnym przypadku CPN. Po pierwsze, wszystkie miejsca przedmiotów procesów są "miejscami zagnieżdżeń" i nie ma innych "miejsc zagnieżdżeń" w PPN na poziomie procesów. Po drugie, dla każdej pary $((p,r),(p,l)) \in FMP$, $((p,r),(j,l)) \in WAP$, $((p,r),(j,l)) \in WYP$ istnieje jedno i tylko jedno bierne stadium procesu (p,r,k,l), które jest równoważne miejscu przedmiotu procesu (j,l). Z drugiej strony, każde stadium brzegowe (k,l) ("miejsce brzegowe") procesu (p,r) jest równoważne jednemu i tylko jednemu miejscu przedmiotu procesu (j,l), zresztą z tym samym identyfikatorem l. Zatem do pełnego opisu związków hierarchicznych między rozpatrywanymi modelami wystarczą:

SCP – relacja przydziału **czynnych stadiów procesów**, $((p,r),(q,i)) \in SCP$,

SBP – relacja przydziału **biernych stadiów procesów**, $((p,r),(k,l)) \in SBP$,

FPO – funkcja **równoważności miejsc przedmiotów operacji i procesów**,

$(((p,r),(j,l)), k) \in FPO$,

$$SCP \subset PR \times OP, \qquad SBP \subset PR \times MP, \qquad FPO \subset (FMP \cup WAP \cup WYP) \times IO.$$

W praktyce, dzięki takiej definicji związków hierarchicznych, w relacyjnej bazie danych systemu CIM do zapisu funkcji FPO nie są potrzebne żadne dodatkowe tabele. Wystarczy dodać po jednej kolumnie k do już istniejących tabel FMP, WAP, WYP.

Analogiczne związki między sieciami PPN z poziomów operacji i czynności są dyskutowane w [8]. Tam też jest zamieszczony odpowiedni przykład.

LITERATURA

1. Jensen K.: Coloured Petri Nets. Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use. Springer-Verlag, Berlin 1997.
2. Landvater D.V., Gray C.D.: MRP II Standard System. Oliver Wight Publications, 1989.
3. Proth J.-M., Xiaolan Xie: Petri Nets. A Tool for Design and Management of Manufacturing Systems. J. Wiley & Sons, 1996.
4. Scheer A.-W.: CIM (Computer Integrated Manufacturing) – Towards the Factory of the Future. Springer-Verlag, Berlin 1994.
5. Scheer A.-W.: Business Process Engineering. Reference Models for Industrial Enterprises. Springer-Verlag, Berlin 1994.
6. Zaborowski M.: The Follow-up Scheduling in a Production Control System. The 6th IFAC Workshop on Intelligent Manufacturing Systems, Poznań, Poland, 2001, Elsevier's IFAC Publications, s. 161-166.
7. Zaborowski M.: Produkcyjne sieci Petriego. Materiały XIV Krajowej Konferencji Automatyki, Zielona Góra 2002, s. 735-742.
8. Zaborowski M.: Zastosowanie produkcyjnych sieci Petriego do modelowania operacji. Referat zgłoszony na XIII KAPD.
9. Polska Norma PN-83/M-01250: Technologiczne przygotowanie produkcji. Terminologia.

Recenzent: Dr hab. inż. Bożena Skołud

Abstract

Production Petri Nets (PPN) are a specialized class of Coloured Petri Nets (CPN). The main practical purpose of the PPN is to facilitate integration of manufacturing, transport, maintenance etc. in CIM systems for all hierarchical levels, from tactical planning to control of elementary activities in particular machines. It is expected that all discrete production planning and control problems may be formally expressed in terms of PPN. They are a good tool for constructing models of special problems, such as multivariant production

management, dynamic products grouping in flexible manufacturing systems or the follow-up production scheduling. Furthermore, they enable a unified formal approach to many well known problems which seem to be totally different, such as operational planning in MRP II systems, activity control of machine reequipment, synchronization of a flow production line or job shop scheduling. The PPN are useful, although all PPN models may be expressed also in terms of CPN, because there are many structural features of discrete production processes which are relevant to all of them and, on the other side, distinguish them among other processes modeled with CPN. One of PPN qualities is that they enable formal description of hierarchical relations in CIM systems in a much simpler way than using CPN.