

Tadeusz SZKODNY
Politechnika Śląska

MODELOWANIE I SYMULACJA ROBOTA L-1

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki badań ruchu robota edukacyjno-przemysłowego L-1. Robot posiada manipulator o 6 stopniach swobody, napędzany 6 silnikami skokowymi, sterowanymi bez sprzężenia zwrotnego. Przedstawiono modele matematyczne kinematyki i dynamiki manipulatora, uwzględniające rozkłady mas. Przedstawiono modele matematyczne silników skokowych, uwzględniające sprzężenie magnetyczne faz wytwarzających moment napędowy. Opracowano modele graficzne robota L-1, które wykorzystano do symulacji ruchu robota L-1. Zaproponowano metody uproszczeń modelu dynamiki manipulatora i przeanalizowano skutki tych uproszczeń.

MODELLING AND SIMULATION OF L-1 ROBOT

Summary. Research results of educational & industrial L-1 robot are presented. The robot possess manipulator with six degrees of freedom which is driving by six stepping motors. The motors are controlled without feedback. Mathematical models of manipulator kinematics and dynamics and stepping motor are presented. Graphic models of L-1 robot are working in Simulink integrated Matlab. The models are used to simulation of L-1 robot motion for exemplary required trajectory. Methods manipulator dynamics model simplifications are proposed. Results of the simplifications are analysed.

1. Wprowadzenie

Jednym z podstawowych problemów robotyki jest symulacja ruchu manipulatorów z uwzględnieniem rozkładu mas, praw sterowania i charakterystyk napędowych siłowników. Wymaga to znajomości modeli ruchu manipulatora, siłowników i algorytmów sterowania [1,2]. Symulacja uwzględniająca te czynniki umożliwia badanie pracy robota z uwzględnieniem oddziaływania na siebie manipulatora, siłowników i układów sterowania.

Symulacja jest niezbędna do: planowania ruchu z uwzględnieniem charakterystyk napędowych siłowników, analizy skutków uproszczeń modeli dynamiki manipulatora, planowania eksperymentów identyfikacji i kalibracji manipulatora [3,4].

Przedmiotem badań przedstawionych tu jest robot edukacyjno-przemysłowy L-1. Do modelowania i symulacji zastosowano pakiet Simulink, zintegrowany z Matlabem. Modelowanie w Simulinku polega na wyborze i łączeniu bloków. Modele takie będziemy nazywać modelami graficznymi. Modele graficzne zawierające kilka bloków mogą tworzyć model podsystemu. Z kolei modele podsystemów mogą tworzyć model systemu. Dalej modele te będziemy nazywać krótko podsystemami lub systemami.

Wyniki badań przedstawionych tu należy traktować jako etap podstawowy, lecz nie jedyny tworzenia symulatora robota L-1. Obliczenia za pomocą modeli graficznych są bardzo powolne. Następnym etapem musi być przyspieszenie obliczeń. Można to osiągnąć między innymi przez zastosowanie biblioteki Real Time Workshop. Tworzy ona automatycznie kod źródłowy w języku C i assemblerze różnych procesorów (w tym sygnałowych DSP) [5]. Kod ten jest optymalizowany pod kątem szybkości obliczeń.

W rozdziale drugim przedstawiono modele matematyczne kinematyki i dynamiki manipulatora L-1, w trzecim modele matematyczne siłowników, w czwartym modele graficzne robota L-1, w piątym przykład symulacji ruchu, w szóstym uproszczenia modeli dynamiki wraz z analizą skutków tych uproszczeń, w siódmym wnioski.

2. Modele matematyczne ruchu

2.1. Kinematyka

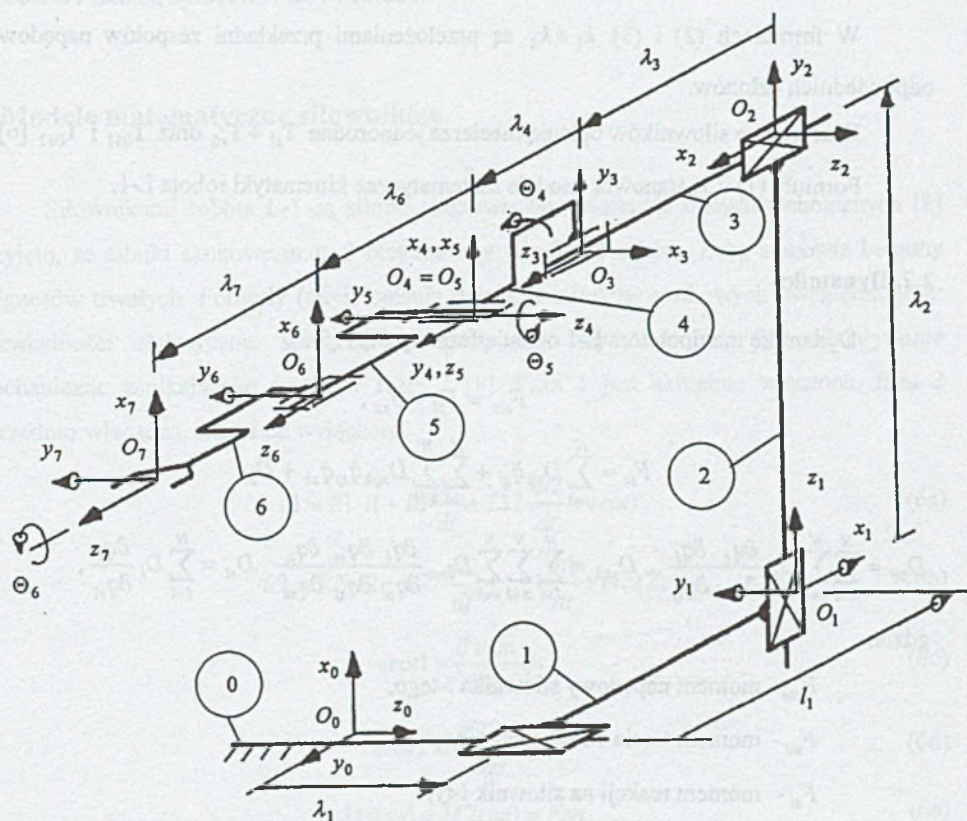
Manipulator L-1 przedstawiony na rys.1 posiada 7 członów połączonych parami przesuwными i obrotowymi. Numery członów otoczone są kółkami. Układy współrzędnych skojarzono zgodnie z zapisem Hartenberga-Denavita. Parametry zapisu przedstawia praca [6]. Przyjmujemy, że parametry λ_1 , λ_2 , λ_3 , Θ_4 , Θ_5 i Θ_6 są współrzędnymi naturalnymi członów. Macierz X opisująca kinematykę układu chwytaka $x_7y_7z_7$ względem układu bazowego $x_0y_0z_0$ ma następującą postać:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6 & -C_4 C_5 S_6 - S_4 C_6 & -C_4 S_5 & d_x \\ S_5 C_6 & -S_5 S_6 & C_5 & d_y \\ -S_4 C_5 C_6 - C_4 S_6 & S_4 C_5 S_6 - C_4 C_6 & S_4 S_5 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1a)$$

$$d_x = -C_4 S_5 \lambda_7 - C_4 S_5 \lambda_6 + \lambda_2, \quad d_y = C_5 \lambda_7 + C_5 \lambda_6 + \lambda_4 + \lambda_3 - l_1,$$

$$d_z = S_4 S_5 \lambda_7 + S_4 S_5 \lambda_6 + \lambda_1 \quad (1b)$$

W równaniach (1a)-(1b) zastosowano oznaczenia $\sin \Theta_i = S_i$, $\cos \Theta_i = C_i$.



Rys. 1. Schemat kinematyczny manipulatora L-1

Fig. 1. Kinematic scheme of L-1 manipulator

Napędy z siłowników na poszczególne człony manipulatora L-1 przekazywane są przez odpowiednie zespoły napędowe. Zależności wiążące współrzędne naturalne członów $\lambda_1 \div \lambda_3$ oraz $\Theta_4 \div \Theta_6$ ze współzrędnymi naturalnymi siłowników $\Theta_{s1} \div \Theta_{s6}$ opisują formuły:

$$\lambda_1 = k_1^{-1} \Theta_{s1}, \quad \lambda_2 = k_2^{-1} \Theta_{s2}, \quad \lambda_3 = k_3^{-1} \Theta_{s3}, \quad \Theta_4 = k_4^{-1} \Theta_{s4}, \quad \Theta_5 = k_5^{-1} \Theta_{s5} + 0.5 \Theta_4, \\ \Theta_6 = k_6^{-1} \Theta_{s6} + 2 \Theta_5 \quad (2)$$

Formuły odwrotne są następujące:

$$\Theta_{s1} = k_1 \lambda_1, \quad \Theta_{s2} = k_2 \lambda_2, \quad \Theta_{s3} = k_3 \Theta_{s3}, \quad \Theta_{s4} = k_4 \Theta_4, \quad \Theta_{s5} = k_5 \Theta_5 - 0.5 k_5 \Theta_4, \\ \Theta_{s6} = k_6 \Theta_6 - 2 k_6 \Theta_5 \quad (3)$$

W formułach (2) i (3) $k_1 \div k_6$ są przełożeniami przekładni zespołów napędowych odpowiednich członów.

Kinematykę siłowników opisują macierze jednorodne $T_{s1} \div T_{s6}$ oraz T_{0s1} i T_{0s6} [6].

Formuły (1)÷(3) stanowią modele matematyczne kinematyki robota L-1.

2.2. Dynamika

Dynamikę manipulatora L-1 opisują formuły (4) i (5).

$$F_{sin} = F_{si} - F_{sli}, \quad (4)$$

$$F_{si} = \sum_{j=1}^N D_{sij} \ddot{q}_{sj} + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N D_{sijk} \dot{q}_{sj} \dot{q}_{sk} + D_{si} \quad (5)$$

$$D_{sij} = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N D_{kl} \frac{\partial q_k}{\partial q_{si}} \frac{\partial q_l}{\partial q_{sj}}, \quad D_{sijk} = \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N D_{lmn} \frac{\partial q_l}{\partial q_{si}} \frac{\partial q_m}{\partial q_{sj}} \frac{\partial q_n}{\partial q_{sk}}, \quad D_{si} = \sum_{l=1}^N D_l \frac{\partial q_l}{\partial q_{si}},$$

gdzie:

F_{sin} - moment napędowy siłownika i -tego,

F_{sli} - moment tarcia siłownika i -tego,

F_{si} - moment reakcji na siłownik i -ty,

q_j - współrzędna naturalna członu j -tego,

q_{si} - współrzędna naturalna siłownika i -tego,

D_{kl} , D_{lmn} , D_l - współczynniki równań dynamiki członów [2,7].

Napędy manipulatora są pośrednie i w formule (5) należy dodatkowo uwzględnić elementy zespołów napędowych opisanych macierzami T_{051} i T_{062} . Momenty tarcia wyznaczono za pomocą badań eksperymentalnych.

Na podstawie modeli kinematyki wyznaczono współczynniki D_{kl} , D_{lmn} , D_l i pochodne $\partial q_i / \partial q_{sj}$ występujące w formule (5). Do wyznaczenia tych współczynników potrzebnych jest 140 parametrów masowych członów, siłowników i elementów przenoszenia napędów. Obliczono je za pomocą programu komputerowego PSEUDO [6].

Postać algebraiczna współczynników D_{sij} , D_{sijk} , D_{si} została wyznaczona za pomocą biblioteki Matlab Symbolic Math Toolbox.

3. Modele matematyczne siłowników

Siłownikami robota L-1 są silniki skokowe. Na podstawie danych technicznych [8] przyjęto, że silniki skokowe mają 8 biegunów, a wirnik 50 zębów. Zęby stanowią bieguny magnesów trwałych. Formuły (6a-i) opisują działanie silników skokowych uwzględniające: bezwładności elektryczne, sprzężenie magnetyczne fazy 1 i fazy 2, oddziaływanie mechaniczne zanikającego prądu w fazie 2 [9]. Faza 1 jest aktualnie włączona, faza 2 poprzednio włączona, aktualnie wyłączona.

$$u1 = R1 \cdot i1 + L1 \frac{di1}{dt} + L12 \frac{di2}{dt} + erot1, \quad (6a)$$

$$u2 = R2 \cdot i2 + L2 \cdot \frac{di2}{dt} + L21 \frac{di1}{dt} + erot2, \quad (6b)$$

$$erot1 = \frac{\partial \Psi_{1m}}{\partial qs} \dot{qs}, \quad (6c)$$

$$erot2 = \frac{\partial \Psi_{2m}}{\partial qs} \dot{qs}, \quad (6d)$$

$$M1(qs) + M2(qs) = Fsn, \quad (6e)$$

$$\frac{\partial \Psi_{1m}}{\partial qs} = -50\Psi \max \cdot \sin[50(qs - qszs)], \quad (6f)$$

$$\frac{\partial \Psi_{2m}}{\partial qs} = -50\Psi \max \cdot \sin[50(qs - qszs_{poprzednie})], \quad (6g)$$

$$M1(qs) = -\frac{i1}{I1} M \max \cdot \sin[50(qs - qszs)], \quad (6h)$$

$$M2(qs) = -\frac{i2}{I2} M \max \cdot \sin[50(qs - qszs_{poprzednie})], \quad (6i)$$

gdzie:

$u1$ - napięcie fazy 1,

$u2$ - napięcie fazy 2,

$R1, L1, L12$ - opór, indukcyjność własna i wzajemna fazy 1,

$R2, L2, L21$ - opór, indukcyjność własna i wzajemna fazy 2,

$i1, i2$ - prąd fazy 1, 2,

$I1, I2$ - prądy ustalone faz włączonych 1, 2,

Fsn - moment napędowy silnika,

$\Psi1m, \Psi2m$ - strumienie magnetyczne skojarzone z fazą 1, 2,

$qs, \dot{q}s$ - kąt i prędkość obrotowa wirnika,

$qszs$ - zadany kąt obrotu wirnika,

$\Psi \max$ - maksymalna wartość $\Psi1m$ i $\Psi2m$,

$M \max$ - maksymalna wartość momentu napędowego silnika.

Formuły (6a) i (6b) możemy przekształcić do postaci:

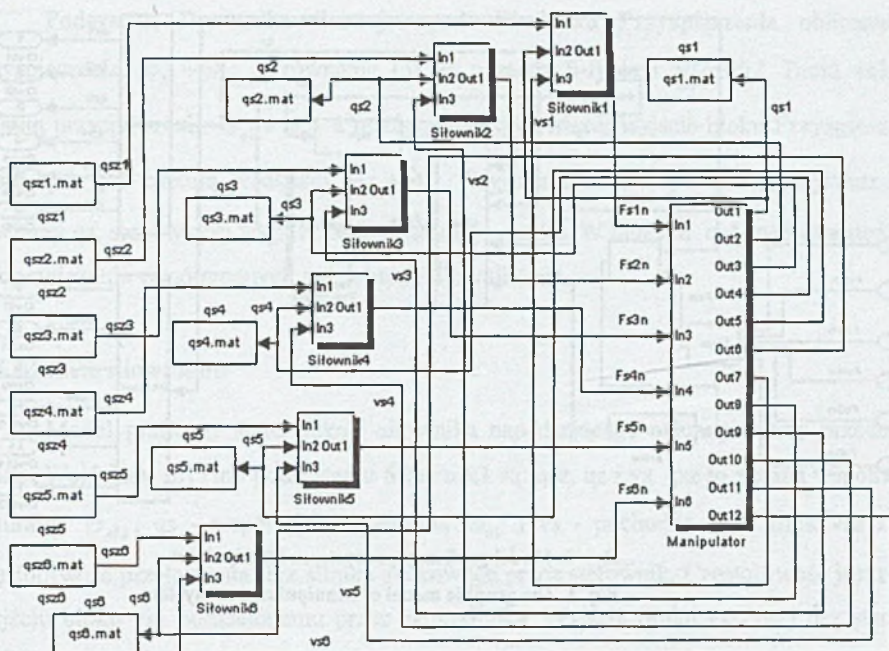
$$\frac{u1 - R1 \cdot i1 - L12 \frac{di2}{dt} - erot1}{L1} = \frac{di1}{dt}, \quad (7a)$$

$$\frac{u2 - R2 \cdot i2 - L21 \frac{di1}{dt} - erot2}{L2} = \frac{di2}{dt} \quad (7b)$$

4. Modele graficzne

4.1. Model robota L-1

Model graficzny robota L-1 przedstawia rys.2. Zawiera 7 podsystemów Siłownik1÷Siłownik6 oraz Manipulator. Bloki qsz1÷qsz6 wczytują zadane współrzędne naturalne siłowników qsz1÷qsz6, równe $\Theta_{sz1} \div \Theta_{sz6}$, ze zbiorów o tych samych nazwach z



Rys. 2. Model graficzny robota L-1

Fig. 2. The graphic model of L-1 robot

rozszerzeniem mat. Bloki $qs1+qs6$ zapisują współrzędne naturalne $qs1+qs6$, równe $\Theta_{s1} + \Theta_{s6}$, do zbiorów o tych samych nazwach z rozszerzeniem mat.

4.2. Model Manipulatora

Model graficzny manipulatora L-1 przedstawia rys.3. Wejściami $In1+In6$ są momenty napędowe siłowników $F_{s1n}+F_{s6n}$. Momenty te wpisywane są do macierzy F_{sn} . Macierz F_{sn} wraz z macierzą dqs są wejściem bloku *starcie*. Macierz dqs zawiera pochodne $\dot{\Theta}_{s1} + \dot{\Theta}_{s6}$. Wyjściem tego bloku jest macierz F_{sw} , zawierająca wypadkowe momenty napędowe $F_{s1w}+F_{s6w}$, obliczone za pomocą S-funkcji *starcie*. Wypadkowe momenty napędowe są momentami napędowymi F_{sin} pomniejszonymi o momenty tarcia F_{sit} . Blok *qc* oblicza współrzędne naturalne członów qc ($\lambda_1 + \lambda_3$ oraz $\Theta_4 + \Theta_6$), za pomocą S-funkcji *sqc*, z równań (2). Wyjście qs podsystemu *Dynamika* zawiera współrzędne siłowników $\Theta_{s1} + \Theta_{s6}$. Wyjścia $qs1+qs6$ oraz $dqs1+dqs6$ podsystemu *Manipulator* są odpowiednio współrzędnymi naturalnymi $\Theta_{s1} + \Theta_{s6}$ i pochodnymi $\dot{\Theta}_{s1} + \dot{\Theta}_{s6}$.

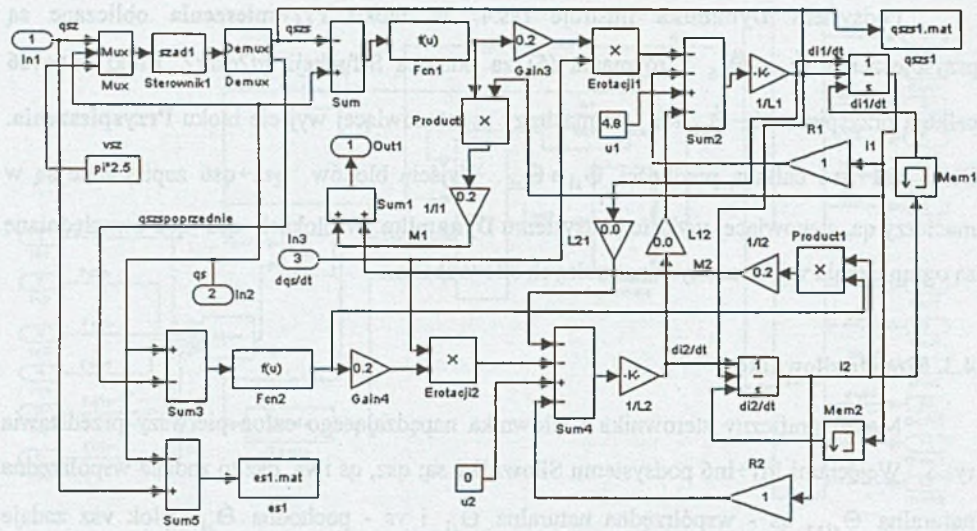
Podsystem **Dynamika** ilustruje rys.4. W bloku **Przyspieszenia** obliczane są przyspieszenia $\ddot{\Theta}_{s1} \div \ddot{\Theta}_{s6}$ z równania (5) za pomocą S-funkcji *sd2qsdt2*. Bloki *vs1÷vs6* całkują przyspieszenia $\ddot{\Theta}_{s1} \div \ddot{\Theta}_{s6}$ z macierzy *as*, stanowiącej wyjście bloku **Przyspieszenia**. Bloki *qs1÷qs6* całkują prędkości $\dot{\Theta}_{s1} \div \dot{\Theta}_{s6}$. Wyjścia bloków *qs1÷qs6* zapisywane są w macierzy *qs*, stanowiącej wyjście podsystemu **Dynamika**. W blokach *qs1÷qs6* uwzględniane są ograniczenia współrzędnych naturalnych siłowników.

4.3. Modele siłowników

Model graficzny sterownika i siłownika napędzającego człon pierwszy przedstawia rys.5. Wejściami *In1÷In6* podsystemu **Siłownik1** są: *qs*, *qs* i *vs*. *qs* to zadana współrzędna naturalna Θ_{s1z} , *qs* - współrzędna naturalna Θ_{s1} i *vs* - pochodna $\dot{\Theta}_{s1}$. Blok *vsz* zadaje częstotliwość przełączania faz silnika skokowego przez sterownik. Częstotliwość jest równa wyjściu bloku *vsz* podzielonemu przez skok silnika. Wyjście bloku *vsz*, *qs* i *qs* stanowią wejście bloku **Sterownik1**. W bloku tym S-funkcja *szad1* oblicza zadany kąt strumienia *qs* i *qs*poprzednie. *qs*poprzednie jest równe *qs* w poprzednim przełączeniu faz. *qs* jest całkowitą krotnością skoku silnika, równego 1.8° , zmieniającą się z częstotliwością przełączania faz o wartość jednego skoku silnika, aż do chwili osiągnięcia wartości odpowiadającej *qs*.

W modelu graficznym z rys.5 przyjęto, że faza 1 symuluje fazę aktualnie włączoną, zaś faza 2 fazę aktualnie wyłączoną. Dlatego prąd *i1* będzie narastał do wartości ustalonej *I1*, natomiast prąd *i2* zanikał do zera.

W bloku **Sum** obliczana jest różnica *qs-qs*, a następnie w bloku **Fcn1** obliczana jest wielkość $-M_{\max} \cdot \sin[50(qs - qs)]$. Wielkość ta jest mnożona przez prąd *i1* w bloku **Product** i przez $1/I1$ w bloku o tej samej nazwie. Wyjściem bloku *1/I1* jest moment *M1* opisany formułą (6h).



Rys.5. Model graficzny podsystemu Silowniki1

Fig.5. The graphic model of Motor1 subsystem

Wyjście bloku **Fcn1** jest mnożone w bloku **Gain3** przez $50\Psi_{max}/M_{max}$, co daje pochodną $\partial\Psi_{1m}/\partial q_s$ opisaną formułą (6f). Pochodna ta jest mnożona w bloku **Erotacji1** przez v_s , równe \dot{q}_s , co daje erot1 opisaną formułą (6c). Bloki **Sum2** i **1/L1** obliczają lewą stronę formuły (7a). Blok **di1/dt** całkuje wyjście bloku **1/L1** dając prąd i_1 . Na wejście bloku **di1/dt** przesyłane są q_{szs} i prąd i_2 z poprzedniego kroku symulacji. Blok **Mem1** zapamiętuje wartości i_2 z poprzedniego skoku symulacji. W chwili zmiany wartości q_{szs} następuje ustawienie warunku początkowego całkowania w bloku **di1/dt**, równego prądowi i_2 z poprzedniego kroku symulacji. Jest to równoważne przełączeniu faz.

W bloku **Sum3** obliczana jest różnica $q_s - q_{spopzednie}$. W bloku **Fcn2** obliczana jest wielkość $-M_{max} \cdot \sin[50(q_s - q_{spopzednie})]$. Wielkość ta jest mnożona przez prąd i_2 w bloku **Product1** i przez $1/I_2$ w bloku o tej samej nazwie. Wyjściem bloku **1/I2** jest moment M_2 opisany formułą (6i).

Wyjście bloku **Fcn2** jest mnożone w bloku **Gain4** przez $50\Psi_{max}/M_{max}$, co daje pochodną $\partial\Psi_{2m}/\partial q_s$ opisaną formułą (6g). Pochodna ta jest mnożona w bloku **Erotacji2** przez v_s , równe \dot{q}_s , co daje erot2 opisaną formułą (6d). Bloki **Sum4** i **1/L2** obliczają lewą stronę formuły (7b). Blok **di2/dt** całkuje wyjście bloku **1/L2** dając prąd i_2 . Na wejście bloku **di2/dt** przesyłane są q_{szs} i prąd i_1 z poprzedniego kroku symulacji. Blok **Mem2** zapamiętuje

wartości i_1 z poprzedniego kroku symulacji. W chwili zmiany wartości q_{szs} następuje ustawienie warunku początkowego całkowania w bloku $di2/dt$, równego prądowi i_1 z poprzedniego kroku symulacji. Jest to równoważne przełączeniu faz.

Wielkość q_{szs} jest zapisywana w bloku o tej samej nazwie do zbioru o tej samej nazwie z rozszerzeniem `mat`. W bloku `Sum5` obliczana jest różnica $q_{szs}-q_s$, która jest zapisywana przez blok `es1` do zbioru o tej samej nazwie z rozszerzeniem `mat`. Blok `Sum1` sumuje momenty M_1 i M_2 dając moment napędowy silownika 1 F_{s1n} . F_{s1n} jest wyjściem `Out1` podsystemu `Silownik1`.

Tabela 1

Parametry silowników

Nr silownika	$R_1, R_2 [\Omega]$	L_1, L_2 [mH]	L_{12}, L_{21} [mH]	Ψ_{max} [mWb]	I_1 [A]	I_2 [A]	M_{max} [Nm]
1,2,3	1	2.2	1.97	6.3	4.8	4.8	1.5
4,5,6	1	1.8	1.60	5.5	4.0	4.0	1.1

Podsystemy `Silownik2+Silownik6` mają identyczną strukturę jak podsystem `Silownik1`. Parametry tych podsystemów przyjęto na podstawie prac [8,9] i przedstawia je tabela 1.

5. Przykład symulacji ruchu

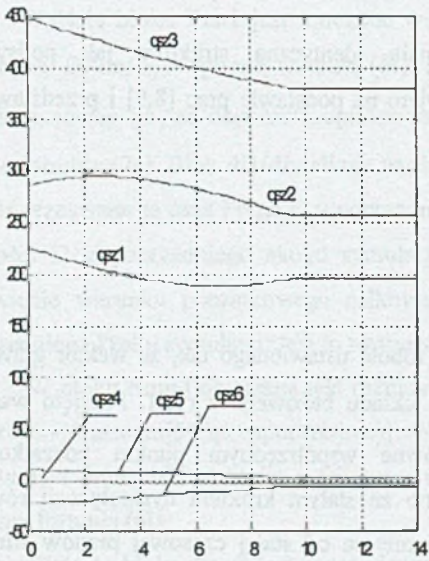
Przedstawimy wyniki symulacji ruchu robota ustawionego tak, że wektor grawitacji Ziemi jest skierowany przeciwnie do osi x_0 układu bazowego z rys.1. Przyjęto wartości początkowe współrzędnych naturalnych równe współrzędnym punktu początkowego trajektorii zadanej. Symulację przeprowadzono ze stałym krokiem dyskretyzacji równym $2 \cdot 10^{-4}$ s. Wartość ta jest o rząd wielkości mniejsza od stałej czasowej prądów silników napędzających czwarty, piąty i szósty człon. Prądy te mogą zmieniać się najszybciej spośród sygnałów wyjściowych wszystkich podsystemów modelu graficznego robota L-1. Zadana prędkość kątowa przełączanego strumienia magnetycznego silników $v_{sz}=2.5\pi$ rad/sek (wyjście bloku `vsz` na rys.5). Na rysunkach $q_{sz1} \div q_{sz6}$ oznaczają współrzędne naturalne

siłowników zadane $\Theta_{s1zad} \div \Theta_{s6zad}$, $qs1 \div qs6$ - współrzędne naturalne siłowników $\Theta_{s1} \div \Theta_{s6}$, $e_{qs1} = qs_{zi} - qs_i$ - błędy regulacji $\Theta_{s1zad} - \Theta_{s1}$.

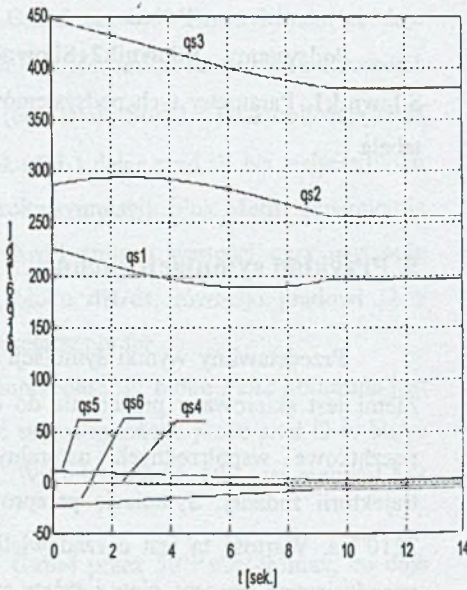
Trajektorię zadaną chwytaka zaplanowano za pomocą programu *plan*, planującego trajektorię chwytaka robota L-1 w przestrzeni kartezjańskiej. Program obliczył współrzędne kartezjańskie 100 punktów pośrednich leżących na prostej łączącej punkt początkowy P i końcowy K. Następnie obliczono współrzędne naturalne siłowników w punktach pośrednich za pomocą programu *kinodwr* rozwiązującego zadanie odwrotne kinematyki i *qs* obliczającego współrzędne naturalne siłowników robota L-1. Planowany czas ruchu przyjęto w oparciu o czasy Δt_k , potrzebne do zmiany współrzędnych naturalnych siłowników między punktami P i K, z prędkością zadawania strumienia magnetycznego $vsz = 2.5\pi$ rad/s. Czasy Δt_k mają następujące wartości:

$$\Delta t_6 = 2.16 \text{ sek.}$$

(8)



Rys.6. Współrzędne naturalne $qs1+qs6$
Fig.6. Required natural coordinates $qs1+qs6$



Rys.7. Współrzędne naturalne $qs1-qs6$
Fig.7. Natural coordinates $qs1-qs6$

W celu uniknięcia gubienia skoków przez silniki w czasie ruchu planowany czas ruchu powinien być większy od $\Delta t_{k\max} = \Delta t_3 = 8.4299 \text{ sek.}$ Przyjęto planowany czas ruchu 9.5 s, czyli o blisko 1 s większy od $\Delta t_{k\max}$. Planowane czasy ruchu między sąsiednimi punktami są jednakowe i równe $9.5/101=0.094 \text{ s.}$ 101 to liczba odcinków trajektorii. Trajektorię ilustruje rys.6.

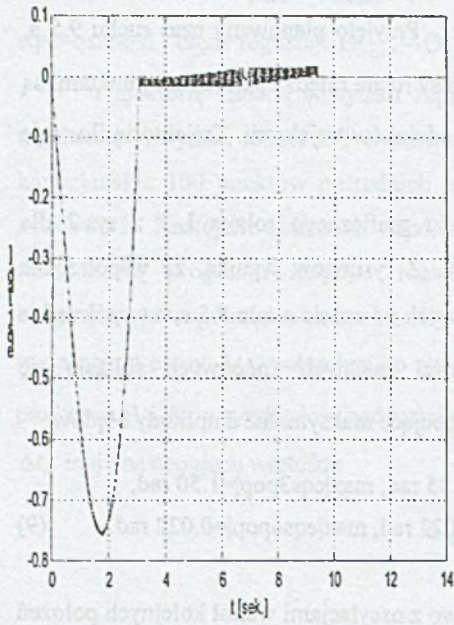
Wyniki symulacji ruchu za pomocą modelu graficznego robota L-1 z rys.2 dla trajektorii zadanej z rys.6 przedstawiają rys.7 i 8. Z rysunków wynika, że współrzędne $\Theta_{s1} \div \Theta_{s3}$ zbliżają się do wartości zadanych końcowych po czasie około 9.5 s, a współrzędna $\Theta_{s4} \div \Theta_{s6}$ po czasie 10.5 s. Dłużej do wartości zadanych końcowych zbliżają się współrzędne $\Theta_{s4} \div \Theta_{s6}$. Z rysunku 8 wynikają następujące maksymalne amplitudy błędów:

$$\begin{aligned} \max|eqs1pop| &= 0.85 \text{ rad}, \max|eqs2pop| = 0.85 \text{ rad}, \max|eqs3pop| = 1.50 \text{ rad}, \\ \max|eqs4pop| &= 0.023 \text{ rad}, \max|eqs5pop| = 0.022 \text{ rad}, \max|eqs6pop| = 0.022 \text{ rad}. \end{aligned} \quad (9)$$

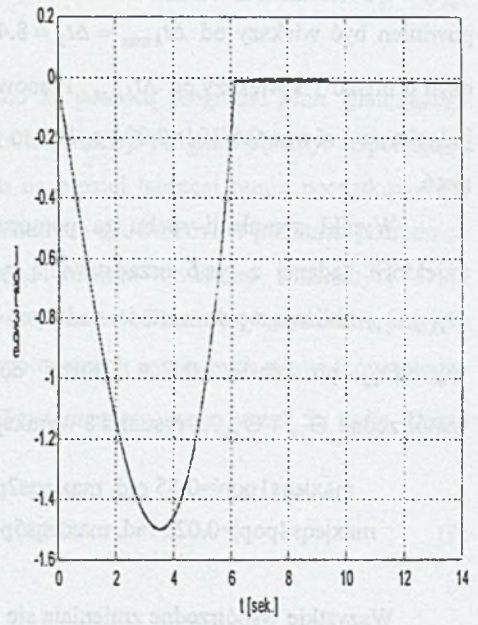
Wszystkie współrzędne zmieniają się skokowo z oscylacjami wokół kolejnych położeń stabilnych wirników. Zmiana położeń stabilnych następuje na skutek zmieniającego się skokowo kierunku strumienia magnetycznego pochodzącego od prądów fazowych.

Dokładniejsza analiza przebiegów pokazuje, że po wymienionych czasach współrzędne naturalne osiągają wartości końcowe Θ_{sik} . $\Theta_{s4} \div \Theta_{s6}$ oscylują z okresem 0.167 s wokół wartości końcowych z amplitudami $\Delta\Theta_{si}$ malejącymi do zera. Wartości te i amplitudy oscylacji są następujące:

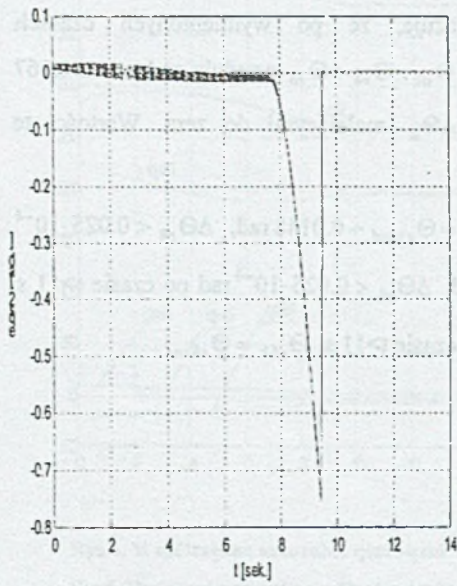
$$\begin{aligned} \Theta_{s1k} &= \Theta_{s1zad}, \quad \Theta_{s2k} = \Theta_{s2zad} - 0.0018 \text{ rad}, \quad \Theta_{s3k} = \Theta_{s3zad} + 0.0148 \text{ rad}, \quad \Delta\Theta_{s4} < 0.025 \cdot 10^{-4} \\ \text{rad po czasie } t > 11 \text{ s}, \quad \Theta_{s4k} &= \Theta_{s4zad} + 8.2 \cdot 10^{-4} \text{ rad}, \quad \Delta\Theta_{s5} < 0.025 \cdot 10^{-4} \text{ rad po czasie } t > 11 \text{ s}, \\ \Theta_{s5k} &= \Theta_{s5zad} + 8.4 \cdot 10^{-4} \text{ rad}, \quad \Delta\Theta_{s6} < 10^{-6} \text{ rad po czasie } t > 11 \text{ s}, \quad \Theta_{s6k} = \Theta_{s6zad}. \end{aligned}$$



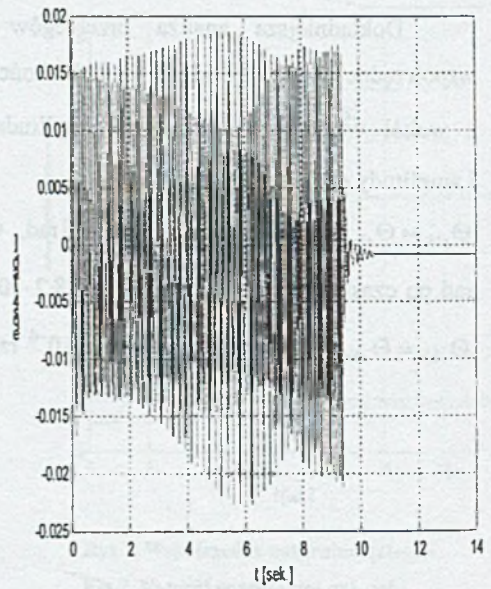
Rys. 8a. Błąd regulacji eqs1
Fig. 8a. Control error eqs1



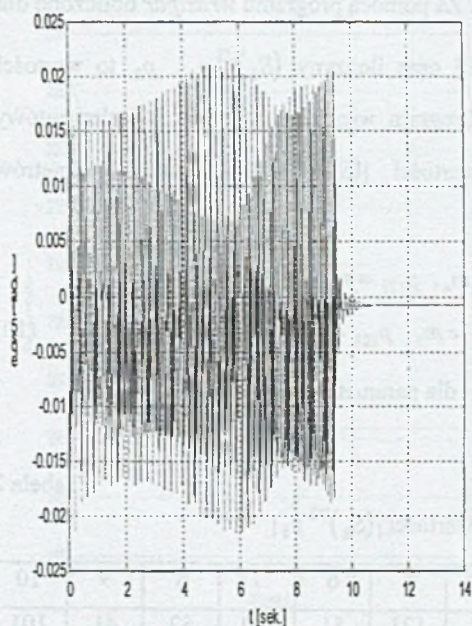
Rys. 8c. Błąd regulacji eqs3
Fig. 8c. Control error eqs3



Rys. 8b. Błąd regulacji eqs2
Fig. 8b. Control error eqs2

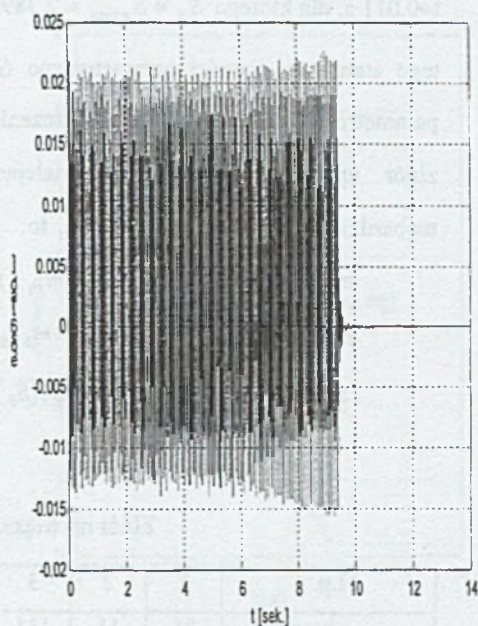


Rys. 8d. Błąd regulacji eqs4
Fig. 8d. Control error eqs4



Rys. 8e. Błąd regulacji eqs5

Fig. 8e. Control error eqs5



Rys. 8f. Błąd regulacji eqs6

Fig. 8f. Control error eqs6

6. Uproszczenia modeli dynamiki

Model robota L-1 z rys.2 jest bardzo złożony, gdyż uwzględnia takie złożone procesy, jak: ruch manipulatora, narastanie i zanikanie prądów w fazach włączanych i wyłączanych, sprzężenie magnetyczne faz i wytwarzanie momentów napędowych przez prądy w fazach [9]. Pozwala badać symulacyjnie pracę robota z jednoczesnym uwzględnieniem wymienionych procesów i ich oddziaływania na siebie. Badania te umożliwiają analizę sterowania złożonym obiektem w postaci manipulatora. Uproszczenie modelu robota zmniejsza czas obliczeń, ale też zwiększa błędy symulacji.

Model dynamiki manipulatora L-1 zawierający 140 parametrów masowych można uprościć w oparciu o badania wrażliwości. Przed uproszczeniami przebadano wrażliwość sił F_{si} na błędy tych parametrów. Za pomocą programu *swarzcalk* obliczono wrażliwość S_g [10] sił F_{si} na błędy wszystkich 140 parametrów p_k . Obliczenia wykonano dla współrzędnych naturalnych z rys.7, które są odpowiedzią robota na wymuszenie w postaci

trajektorii zadanej z rys.6. Najbardziej wrażliwy stan manipulatora pojawił się w chwili $t \approx 0.011$ s, dla którego $S_g = S_{g_{\max}} = 2.389 \cdot 10^7$. Za pomocą programu *wrazlpar* obliczono dla tego stanu wrażliwości parametryczne S_k [10] oraz iloczyny $(S_k)^{1/2} p_k \cdot p_k$ to wartości parametrów dynamiki przed uproszczeniem. Program *wrazlpar* utworzył 140-elementowy zbiór uporządkowany według malejącej wartości $|(S_k)^{1/2} p_k|$. Dziesięć parametrów najbardziej wpływających na siły F_{si} to:

$$\begin{aligned} p_{21} = m_3, \quad p_{11} = m_2, \quad p_{111} = m_{s6}, \quad p_{31} = m_4, \quad p_{121} = m_{s1}, \\ p_{s1} = m_6, \quad p_{131} = m_{67}, \quad p_{s2} = m_6 \bar{x}_6, \quad p_{41} = m_5, \quad p_{101} = m_{s5} \end{aligned} \quad (10)$$

Tabela 2 przedstawia wartości $|(S_k)^{1/2} p_k|$ dla parametrów (10).

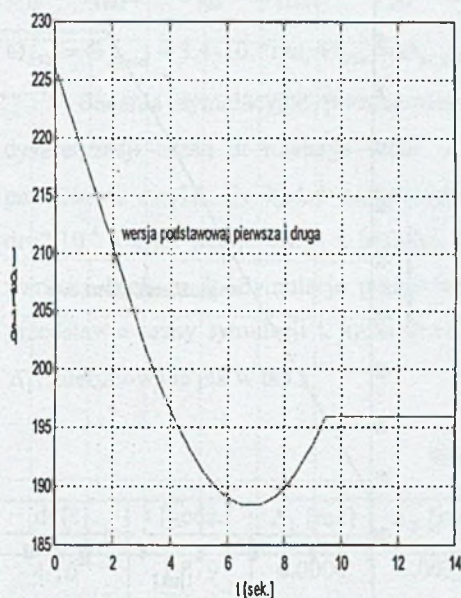
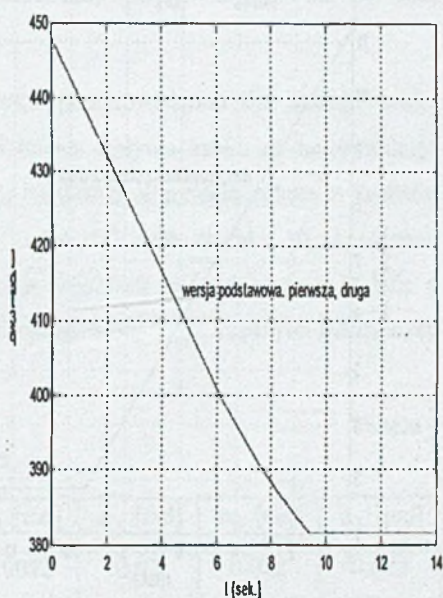
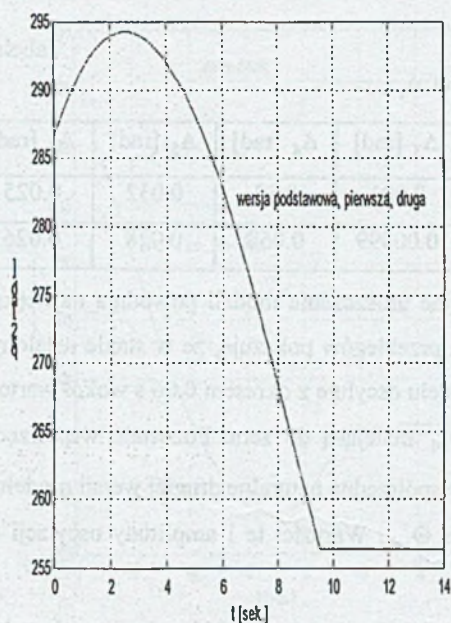
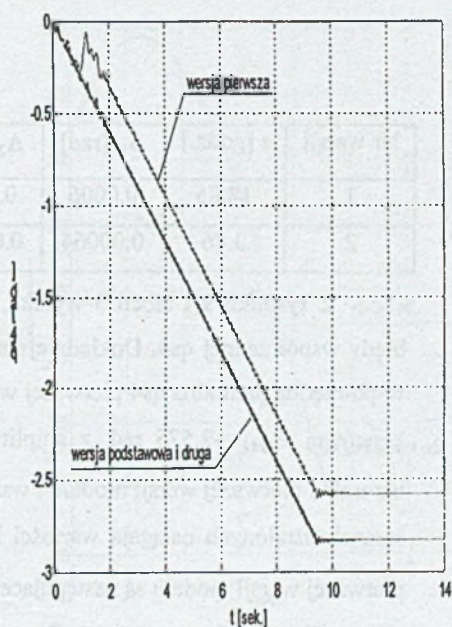
Tabela 2

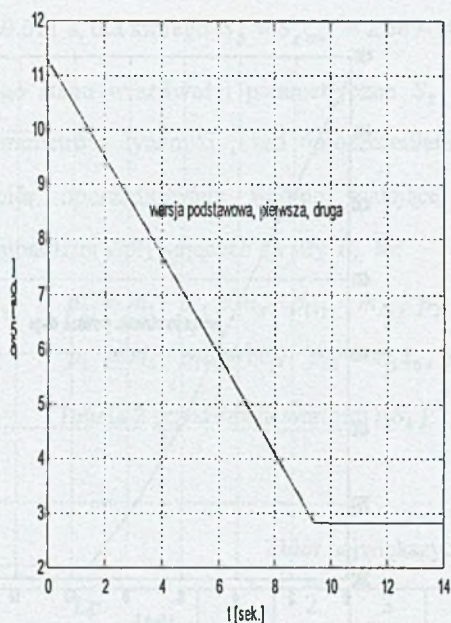
Zbiór największych wartości $|(S_k)^{1/2} p_k|$

Lp.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	21	11	111	31	121	51	131	52	41	101
$ \sqrt{S_k} p_k \cdot 10^{-3}$	71	37	16	11	7	6	4	2	2	1

Zastosowano tu dwie metody upraszczania modelu robota L-1 dla potrzeb przyspieszenia symulacji. W metodzie pierwszej uproszczono model dynamiki przez pominięcie w formule (5) wszystkich współczynników D_{sijk} oraz D_{sij} dla $i \neq j$. W metodzie drugiej zastosowano uproszczenia z metody pierwszej, przyjęto stałe współczynniki D_{sii} równe średnim arytmetycznym ich wartości ekstremalnych i uwzględniono we współczynnikach D_{si} tylko 10 parametrów masowych (10). Przyjęto, że numery kolejnych wersji modeli uproszczonych robota odpowiadają numerowi metody ich tworzenia, tzn. wersja pierwsza odpowiada metodzie pierwszej itp. Wersją podstawową nazwano model przed uproszczeniem.

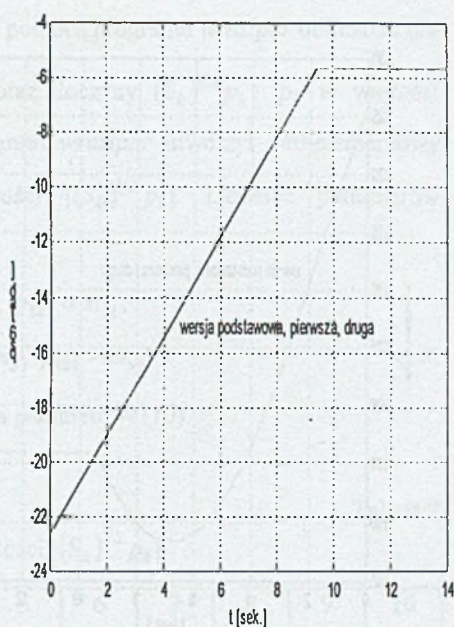
Wyniki symulacji robota L-1 z wykorzystaniem wersji modelu podstawowej, pierwszej i drugiej przedstawia rys.9. Symulacje przeprowadzono dla trajektorii zadanej z rys.6. Tabela 3 przedstawia czasy symulacji t oraz maksymalne błędy współrzędnych naturalnych $\Delta_i = \max |q_{si} - q_{si0}|$. q_{si0} to współrzędna naturalna q_{si} z rys.7. Czas symulacji za pomocą wersji podstawowej modelu wynosi 149.6 godz.

Rys. 9a. Współrzędne naturalne q_1 Fig. 9a. Natural coordinates q_1 Rys. 9c. Współrzędne naturalne q_3 Fig. 9c. Natural coordinates q_3 Rys. 9b. Współrzędne naturalne q_2 Fig. 9b. Natural coordinates q_2 Rys. 9d. Współrzędne naturalne q_4 Fig. 9d. Natural coordinates q_4



Rys. 9e. Współrzędne naturalne qs5

Fig. 9e. Natural coordinates qs5



Rys. 9f. Współrzędne naturalne qs6

Fig. 9f. Natural coordinates qs6

Tabela 3

Wartości Δ_i

Nr wersji	t [godz.]	Δ_1 [rad]	Δ_2 [rad]	Δ_3 [rad]	Δ_4 [rad]	Δ_5 [rad]	Δ_6 [rad]
1	18.85	0.0006	0.0005	0.001	0.32	0.032	0.025
2	3.86	0.00064	0.00048	0.00099	0.068	0.028	0.026

Z rysunku 9 i tabeli 3 wynika, że kolejne uroszczenia modeli powodują największe błędy współrzędnej q_{s4} . Dokładniejsza analiza przebiegów pokazuje, że w stanie ustalonym współrzędna naturalna q_{s4} pierwszej wersji modelu oscyluje z okresem 0.06 s wokół wartości końcowej $\Theta_{s4k} = -2.575$ rad, z amplitudą $\Delta\Theta_{s4}$ malejącą do zera. Pozostałe współrzędne naturalne pierwszej wersji modelu i wszystkie współrzędne naturalne drugiej wersji modelu w stanach ustalonych osiągają wartości końcowe Θ_{sik} . Wartości te i amplitudy oscylacji dla pierwszej wersji modelu są następujące:

$$\Theta_{s1k} = \Theta_{s1zad}, \quad \Theta_{s2k} = \Theta_{s2zad}, \quad \Theta_{s3k} = \Theta_{s3zad} + 0.015 \text{ rad}, \quad \Delta\Theta_{s4} < 0.003 \text{ rad po czasie } t > 11.5 \text{ s},$$

$$\Theta_{s4k} = \Theta_{s4zad} + 0.252 \text{ rad}, \quad \Theta_{s5k} = \Theta_{s5zad} + 9.0 \cdot 10^{-4} \text{ rad}, \quad \Theta_{s6k} = \Theta_{s6zad}.$$

Dla drugiej wersji modelu:

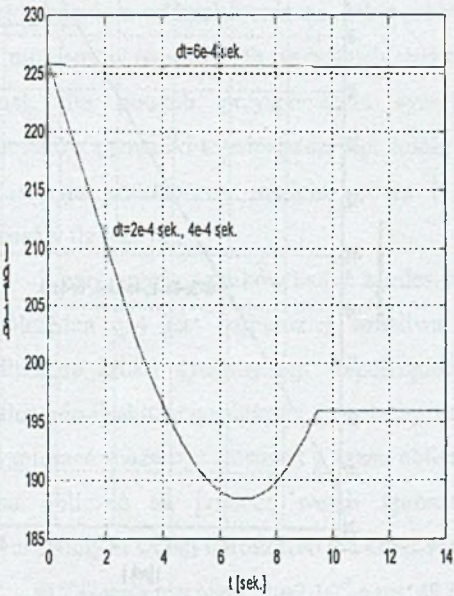
$\Theta_{1k} = \Theta_{1zad}, \quad \Theta_{s2k} = \Theta_{s2zad}, \quad \Theta_{s3k} = \Theta_{s3zad} + 0.015 \text{ rad}, \quad \Theta_{s4k} = \Theta_{s4zad} + 3.5 \cdot 10^{-4} \text{ rad},$
 $\Theta_{s5k} = \Theta_{s5zad} + 3.4 \cdot 10^{-4} \text{ rad}, \quad \Theta_{s6k} = \Theta_{s6zad}.$

Badania symulacyjne przedstawione na rys.7 przeprowadzono dla stałego kroku dyskretyzacji czasu dt równego $2 \cdot 10^{-4}$ s Wyniki badań wpływu kroku dt na symulację przedstawia rys.10. Do badań zastosowano wersję podstawową modelu robota z krokiem $dt=2 \cdot 10^{-4}$ s oraz wersję drugą z krokami $dt=4 \cdot 10^{-4}$ s i $6 \cdot 10^{-4}$ s Na rysunku 10 zaznaczono wartości kroków dt . Symulacje przeprowadzono dla trajektorii zadanej z rys.6. Tabela 4 przedstawia czasy symulacji t , kroki dt oraz maksymalne błędy współrzędnych naturalnych Δ_i , zdefiniowane jak w tab.3.

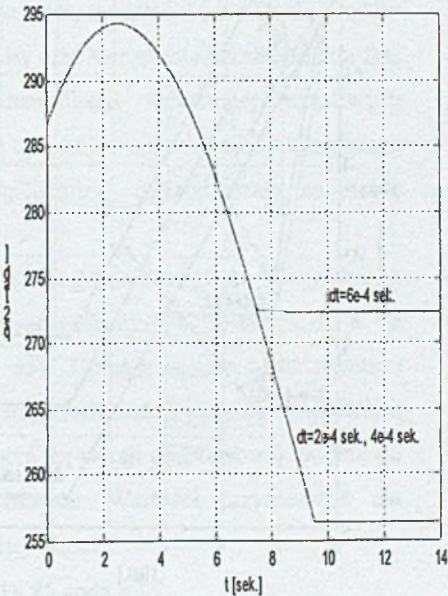
Tabela 4

Wartości Δ_i

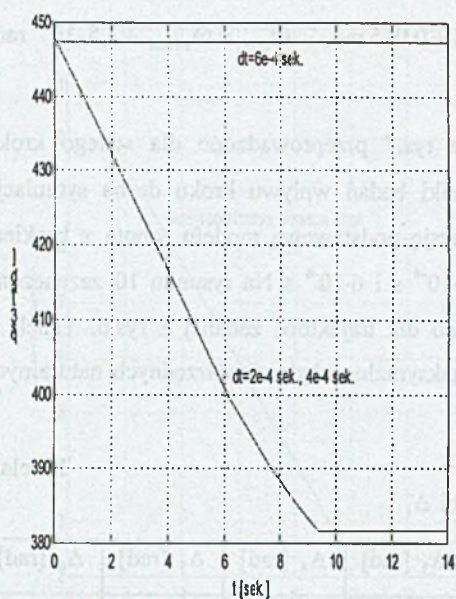
dt [s]	t [godz.]	Δ_1 [rad]	Δ_2 [rad]	Δ_3 [rad]	Δ_4 [rad]	Δ_5 [rad]	Δ_6 [rad]
$4 \cdot 10^{-4}$	1.879	0.0004	0.0038	0.0072	0.92	0.028	0.029
$6 \cdot 10^{-4}$	1.249	36	16	65.5	0.54	0.027	0.025



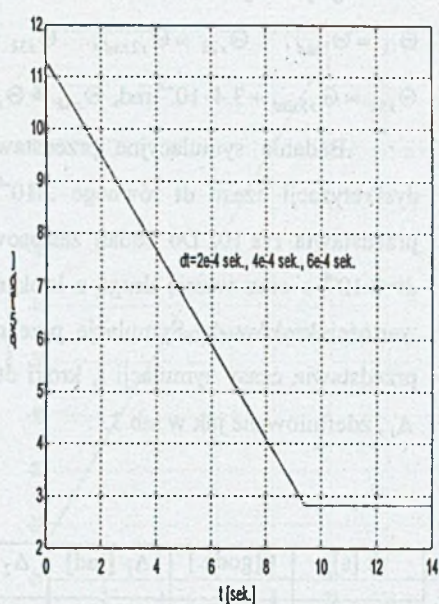
Rys.10a. Współrzędne naturalne q_{s1}
Fig.10a. Natural coordinates q_{s1}



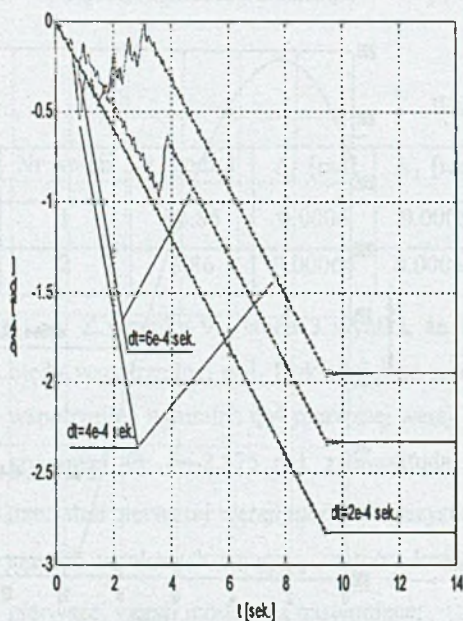
Rys. 10b. Współrzędne naturalne q_{s2}
Fig. 10b. Natural coordinates q_{s2}



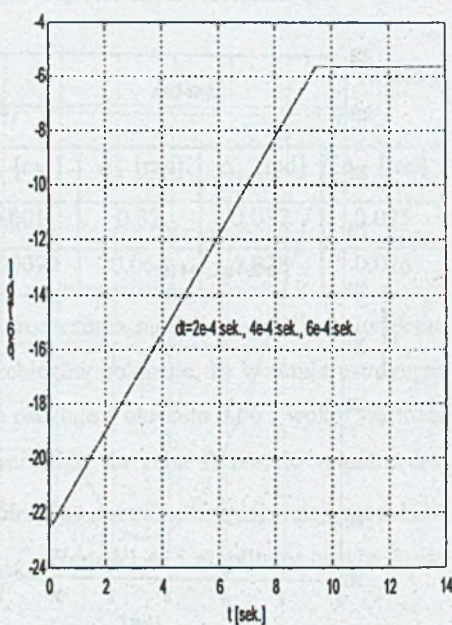
Rys.10c. Współrzędne naturalne q_3
Fig.10c. Natural coordinates q_3



Rys.10e. Współrzędne naturalne q_5
Fig.10e. Natural coordinates q_5



Rys.10d. Współrzędne naturalne q_4
Fig.10d. Natural coordinates q_4



Rys.10f. Współrzędne naturalne q_6
Fig.10f. Natural coordinates q_6

Z tabeli 4 oraz rys.10 wynika, że dla kroku $dt=4\cdot 10^{-4}$ s największy błąd współrzędnych naturalnych $\Delta_{i\max} = \Delta_4 = 0.92$ rad, który odpowiada 29.3 skokom silnika. Dla kroku $dt=6\cdot 10^{-4}$ s największy błąd współrzędnych naturalnych $\Delta_{i\max} = \Delta_3 = 65.5$ rad, który odpowiada 2085 skokom silnika. Największe błędy współrzędnych naturalnych pojawiają się przy kroku $dt=6\cdot 10^{-4}$ s. Przy tym kroku przebiegi znacznie odbiegają od przebiegów dla $dt=2\cdot 10^{-4}$ s. Dlatego druga wersja modelu z krokiem $dt=6\cdot 10^{-4}$ s jest nieprzydatna do badań symulacyjnych robota L-1.

7. Wnioski

Pakiet Simulink, zintegrowany z Matlabem, jest bardzo wygodnym narzędziem do modelowania i symulacji ruchu robota L-1. Szczególnie przydatna do modelowania jest biblioteka Matlaba Symbolic Math Toolbox. Pozwala na automatyczne tworzenie postaci algebraicznej współczynników dynamiki D_{sij} , D_{sijk} , D_{si} z formuły (5). Niektóre z tych postaci zapisane za pomocą czcionki Times New Roman 12 pkt. zajmują po około 16 stron A4. Łatwość modelowania w Simulinku umożliwia symulację z jednoczesnym uwzględnieniem oddziaływania na siebie ruchu manipulatora, narastania i zanikania prądów faz, momentów napędowych wszystkich sześciu silników oraz sterowania przełączaniem faz. Jednak dla potrzeb przyspieszenia symulacji, identyfikacji najbardziej wrażliwych parametrów dynamiki manipulatora itp. należy modele uprościć. Podstawą oceny uproszczeń jest wersja podstawowa modelu robota L-1, uwzględniająca oddziaływanie na siebie procesów fizycznych.

Z porównania wyników badań zamieszczonych w tab. 3 i 4 oraz rys. 9 i 10 wynika, że współrzędna qs_4 jest najbardziej wrażliwa na uproszczenia modelu robota L-1, a na wydłużenie kroku dyskretyzacji współrzędne qs_3 i qs_4 . Uproszczenia modelu robota i wydłużenie kroku przyspieszyły symulację ruchu dla trajektorii zadanej jak na rys.6. Miara przyspieszeń może być stosunek p czasu obliczeń za pomocą wersji podstawowej modelu do czasu obliczeń za pomocą wersji uproszczonej modelu. Wartości przyspieszeń dla poszczególnych wersji uproszczeń dla kroków dt są następujące:

- wersja pierwsza, $dt=2\cdot 10^{-4}$ s $p=149.6$ godz./18.85 godz.=7.9;
- wersja druga, $dt=2\cdot 10^{-4}$ s $p=149.6$ godz./3.86 godz.=38.8;
- wersja druga, $dt=4\cdot 10^{-4}$ s $p=149.6$ godz./1.879 godz.=79.6.

W zależności od maksymalnego dopuszczalnego błędu symulacji współrzędnych naturalnych $\Delta_{i\max}$ możemy stosować różne wersje modelu. Dla $\Delta_{i\max}=0.068$ rad możemy stosować drugą wersję modelu z krokiem $dt=2\cdot 10^{-4}$ s, co przyspieszy obliczenia 38.8 razy. Dla $\Delta_{i\max}=0.92$ rad możemy stosować drugą wersję modelu z krokiem $dt=4\cdot 10^{-4}$ s, co przyspieszy obliczenia 79.6 razy.

Pomimo racjonalnych uproszczeń modeli robota L-1 czasy obliczeń są duże i należy dążyć do dalszego ich zmniejszenia. Dlatego następnym koniecznym etapem badań, jaki autor zamierza zrealizować, jest przyspieszenie obliczeń. Cel ten można osiągnąć przez:

- a) zastosowanie biblioteki Real Time Workshop, tworzącej automatycznie kod źródłowy w języku C i assemblerze różnych procesorów [5];
- b) zastosowanie szybszych komputerów niż z procesorem o częstotliwości zegara 632 MHz;
- c) zastosowanie obliczeń równoległych na superkomputerach [11].

Jednak pierwszym i niezbędnym etapem opracowania symulatorów robota jest stworzenie modelu matematycznego podstawowego, uwzględniającego fizykę oddziaływania manipulatora, siłowników i układów sterowania. A do tego celu Simulink jest narzędziem zniewalająco prostym i wygodnym.

LITERATURA

1. Craig, J.I.: Wprowadzenie do robotyki. WNT, Warszawa 1993.
2. Szkodny T.: Modele matematyczne ruchu manipulatorów robotów przemysłowych na potrzeby sterowania. Z.N. Polit. Śl. s. Automatyka, z. 112, Gliwice 1993.
3. Szkodny T.: Well-conditioned sets of configurations for calibration of kinematic's parameters of IRb-6, Irp-6 and URP-6 manipulators. System Science. Vol. 24, no. 4, 1998.
4. Niederliński A.: Kompleksowa Automatyka Procesów Przemysłowych. Aspekty funkcjonalne. Skrypt nr 900. Wyd. Pol. Śl., Gliwice 1980.
5. Szymkat M. and Uhl T.: Komputerowe wspomaganie inżynierskich prac projektowych. CCATIE: Cracow Center for Advanced Training in Information Technology, 1995. ISBN 83-86547-07-3.
6. Gajerska K.: Modele ruchu manipulatora L-1. Praca dyplomowa Instytut Automatyki Pol. Śl., Gliwice 1995.
7. Szkodny T.: Dynamics of industrial robot manipulators, Mech. Mach. Theory, vol. 30., no. 7, pp. 1057-1072, Pergamon Press 1995.

8. Baluch M.: Parametry kinematyki manipulatora L-1. Praca dyplomowa Instytut Automatyki Pol.Śl., Gliwice 1994.
9. Andre P., Kaufmann J.M., Lhote F., Taillard J.P.: Les Robots t.4, Constituansts Technologiques, Hermes Publ. , France 1983.
10. Szkodny T.: The sensitivities of industrial robot manipulators to errors of motion model's parameters, Mech. Mach. Theory, vol. 36.,no.6, pp. 673-682, Pergamon Press 2001.
11. Węgrzyn S.: Przyspieszenie realizacji algorytmów w systemach sterowanych przepływem argumentów, Z. N. Polit. Śl. ser. Informatyka z. 26, s. 58-67, Gliwice 1994.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Leszek Trybus

Abstract

An object of researchs presented in this work is an educational & industrial L-1 robot. The robot has manipulator with six degrees of freedom, which is driving by six stepping motors. For simulation of the robot the mathematical models were worked. The models describe kinematics and dynamics of manipulators, and of motors. The kinematics model describe a movement of links, of chosen elements transmitting drive and of motors. The dynamics model describe a movement of motors. In the model the friction moments and distribution mass: of links, of chosen elements transmitting drive, of task, of manipulation object and of motors are taking into consideration. Closed form of dynamics coefficients were obtained by means Symbolic Toolbox Math. The motor model describe voltages and currents of phases and drive moments generated by connected and disconnected phase. Above mathematical models were base for working of graphic models. Graphic models were worked by means Simulink. There were working following models: of L-1 robot, of manipulator, of dynamics, and of stepping motor. The models were used to simulation movements of the robots for exemplary required trajectory. A two methods of manipulator dynamics model simplifications were proposed. In the first method all coefficients D_{sijk} and D_{sij} for $i \neq j$ were omitted. In the second method simplifications of the first method were applied, it was assumed that coefficients D_{sji} are constant and equal average of its extremal values and in coefficients D_{si} took into consideration only ten the most sensitive mass parameters. Influence the simplifications and value of discretization time step on errors and time simulation were analysed.