

Lech BRZESKI

Instytut Maszyn Przepływowych
Politechnika Łódzka

PRÓBA JEDNOLITEGO UJĘCIA PRZEPŁYWU TURBULENTNEGO

Streszczenie: Sformułowano założenie działające w całym obszarze przepływu turbulentnego i pozwalające na określenie jego parametrów. Wyniki porównano z danymi eksperymentów dla przepływu w rurze. Metoda pozwala na określenie wielkości y_+^* potrzebnej do obliczenia grubości podwarstwy laminarnej.

1. Założenia

Wprowadzono pojęcie przepływu hyperlaminarnego jako takiego przepływu laminarnego, który by istniał w tych samych warunkach (np. geometria kanału, gradient ciśnienia), w jakich występuje rzeczywisty rozpatrywany przepływ turbulentny, gdyby nie nastąpiła utrata stateczności przepływu laminarnego.

Dla całego obszaru przepływu założono, że styczne naprężenie turbulentne τ_t jest różnicą naprężenia stycznego w przepływie hyperlaminarnym i naprężenia laminarnego występującego w przepływie turbulentnym

$$\tau_t = \mu \left[\left(\frac{dc}{dy} \right)_h - \frac{dc}{dy} \right] \quad (1)$$

μ - lepkość molekularna
 y - odległość od ścianki

$\left(\frac{dc}{dy} \right)_h$, $\frac{dc}{dy}$ - gradienty prędkości w przepływie hyperlaminarnym i turbulentnym.

Dla ośrodka gazowego można wykazać, że w każdym punkcie przepływu gradient prędkości jest proporcjonalny do ilorazu wielkości: lokalnej jednostkowej energii kinetycznej w ruchu obrotowym oraz jednostkowego pędu przenikającego do tego punktu z odległości średniej drogi swobodnej. Zdaniem autora pęd ten laminaryzuje przepływ, natomiast wymieniona wyżej energia spełnia rolę przeciwną. Należy zatem oczekiwać krytycznej wartości tego ilorazu, powyżej której pojawiają się w przepływie naprężenia turbulentne obok istniejących, granicznych laminarnych. Jest to istotą założenia (1), przy czym występujący we wzorze (1) gradient prędkości w przepływie turbulentnym jest proporcjonalny do krytycznej wartości ilorazu.

Dla wyznaczenia $\frac{dc}{dy}$ sformułowano wielkość R charakterystyczną dla poszczególnych punktów przepływu laminarnego.

$$R = y^{3/4} \frac{\rho c}{\mu} \quad (2)$$

ρ - gęstość.

Wyrażenie $\frac{\rho c}{\mu}$ występujące w (2) jest proporcjonalne do ilorazu jednostkowych sił bezwładności w ruchu ustalonym i jednostkowych sił lepkości. Mała potęga y oznacza śladowy wpływ odległości od ścianki.

Krytycznej wartości opisanego poprzednio ilorazu energii i pędu odpowiada krytyczna wartość R_K wyrażenia (2). Dla przepływu z prostoliniowym rozkładem prędkości przekształcono krytyczną wielkość (2)

$$R_K = y^{3/4} \frac{\rho c}{\mu} = \frac{\rho}{\mu} y^{3/4} y \frac{c}{y} = \frac{\rho}{\mu} y^{3/4} \frac{dc}{dy} \quad (3)$$

Stąd gradient prędkości w przepływie turbulentnym

$$\frac{dc}{dy} = \frac{\mu}{\rho} R_K y^{-1,033} \quad (4)$$

2. Styczne naprężenia turbulentne w przepływie w rurze

Na podstawie rozwiązania Poiseuille'a dla rury kołowej otrzymano

$$\left(\frac{dc}{dy}\right)_h = \frac{1}{2} \frac{\Delta p}{\mu} (r - y) \quad (5)$$

Δp - spadek ciśnienia na metr bieżący rury

r - promień rury.

Podstawiając (5) i (4) do (1) otrzymano:

$$\tau_t = \mu \left[\frac{1}{2} \frac{\Delta p}{\mu} (r - y) - \frac{\mu}{\rho} R_K y^{-1,033} \right] \quad (6)$$

Dla określenia R_K wykorzystano znikanie τ_t na grubości podwarstwy laminarnej y_1 , przy czym

$$\frac{y_1 \rho u_{\tau}}{\mu} = y_1^+ \quad u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (7) (8)$$

τ_w - styczne naprężenie na ścianie.

Podstawiając do (6) $\tau_t = 0$ oraz y_1 wynikające ze wzorów (7) i (8) otrzymano wartość R_K oraz τ_t

$$\tau_t = \mu \left[\frac{1}{2} \frac{\Delta p}{\rho} (\tau - y) - \left(\frac{\mu}{\rho} \right)^{0,033} \mu_{\tau}^{0,966} (y_1^+)^{1,033} y^{-1,033} \right] \quad (9)$$

3. Prędkość w przepływie w rurze

Z wzoru (1) wynika, że drugie wyrażenie w nawiasie kwadratowym wzoru (9) jest gradientem prędkości. Całkując otrzymano wzór na prędkość

$$c = 31 \mu_{\tau} y_1^+ - 30 \left(\frac{\mu}{\rho} \right)^{0,033} \mu_{\tau}^{0,966} (y_1^+)^{1,033} y^{-0,033}, \quad (10)$$

przy czym wykorzystano warunek brzegowy: przy $y = y_1$ $c = c_1$, gdzie

$$c_1 = \left(\frac{dc}{dy} \right)_1 y_1 \quad \mu \left(\frac{dc}{dy} \right)_1 = \tau_w \quad (11) \quad (12)$$

Z zależności (7), (8), (11) i (12) otrzymano:

$$c_1 = y_1^+ \mu_{\tau} \quad (13)$$

4. Porównanie z eksperymentem

Do porównań wzięto wyniki uzyskane przez Laufera zamieszczone w [3]. Były to badania turbulentnego przepływu w rurze przy $Re = 5 \cdot 10^5$. Do obliczeń przyjęto: $r = 4 \cdot 10^{-2}$, $\rho = 1,2$, $\mu = 18 \cdot 10^{-6}$, $Re = 5 \cdot 10^5$.

Przy zastosowaniu prawa Blasiusa [4], wzoru Darcy - Weisbacha oraz definicji Re wyznaczono prędkość średnią c_{sr} oraz Δp . Następnie na podstawie zależności

$$c_c = \frac{c_{sr}}{0,83}, \quad (14)$$

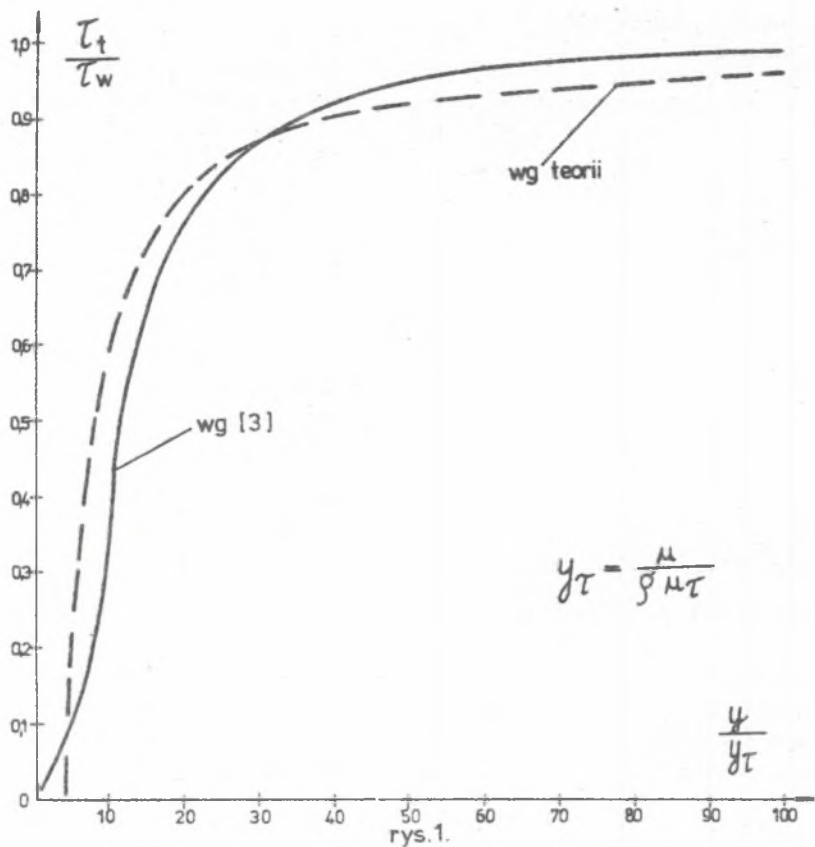
zaczepniętej z [4], określono prędkość w osi rury. Przyrównując (14) i (10) dla $y = r$ określono $y_1^+ = 5985$. W ten sposób stało się możliwe określenie wszystkich współczynników we wzorach (9) i (10).

Należy dodać, że według [1] $y_1^+ \approx 3$ a według [3] przy $y_1^+ = 5$ $\tau_t = 0,1$.

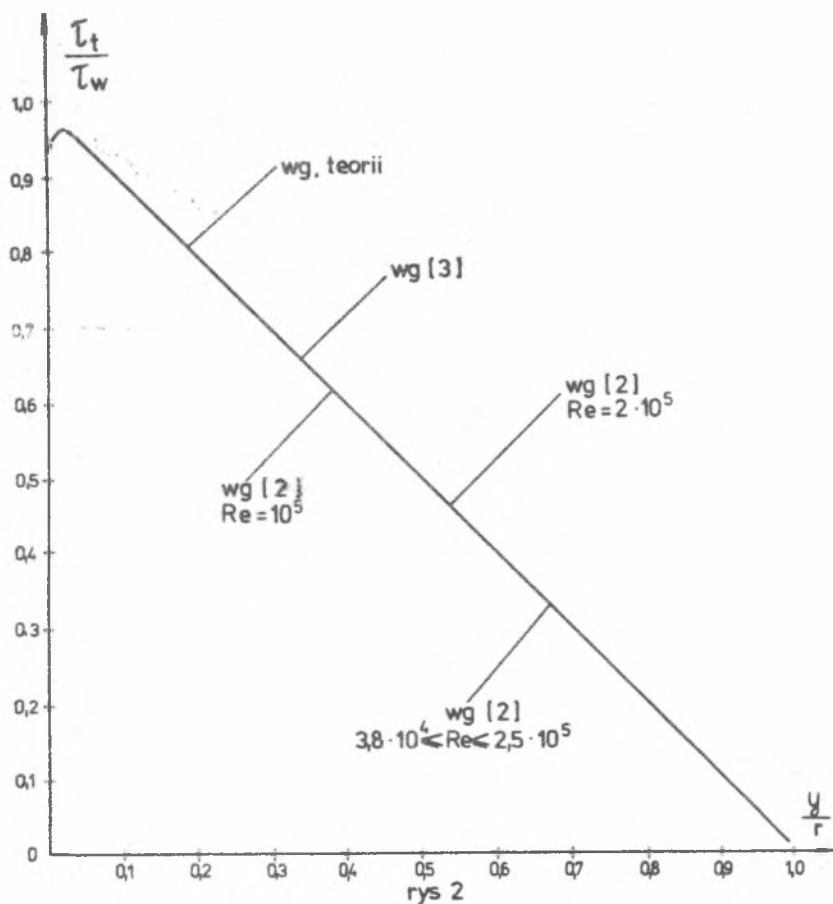
Obliczenia wykonane na podstawie (9) i (10) zobrazowano na wykresach naprężeń turbulentnych rys. 1, rys. 2 oraz na wykresach prędkości rys. 3, rys. 4.

5. Uwagi końcowe

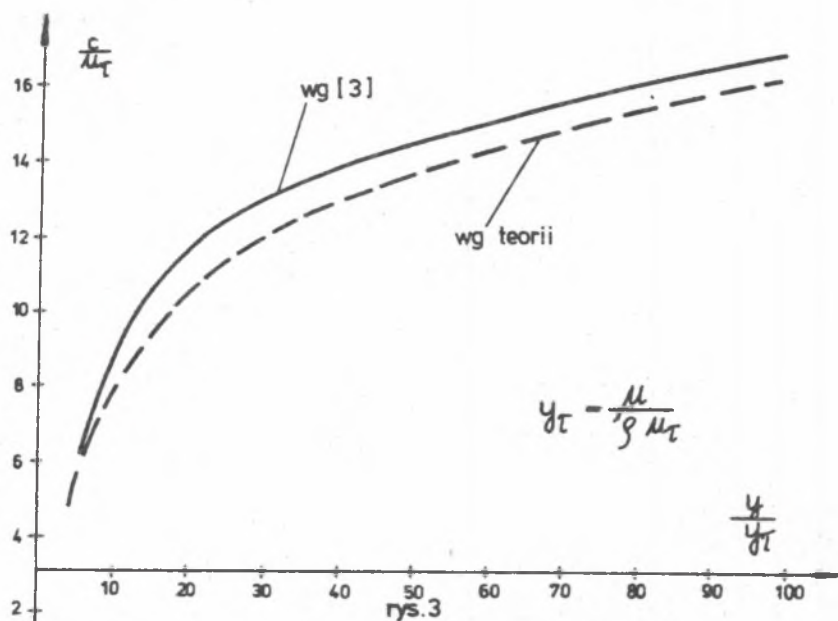
Zawarty w pracy materiał pozwala poza tym określić naprężenia laminarne (określony został gradient prędkości) oraz lepkość turbulentną jako iloraz τ_t i gradientu prędkości.



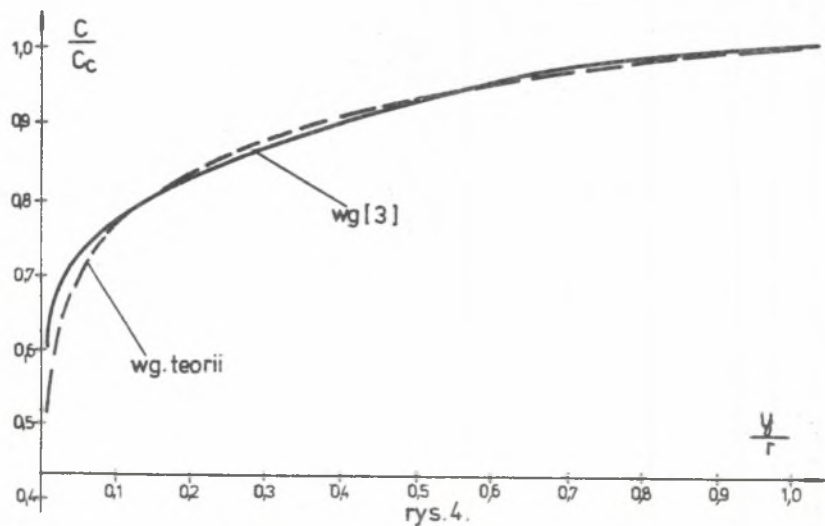
Rys. 1. Rozkład stycznego naprężenia turbulentnego w pobliżu ścianki



Rys. 2. Rozkład stycznego naprężenia turbulentnego



Rys. 3. Rozkład prędkości w pobliżu ścianki



Rys. 4. Rozkład prędkości

6. Wnioski

Ponieważ w niniejszej pracy wyniki przedstawionej teorii porównano z danymi eksperymentalnymi przepływu turbulentnego w rurze, wnioski mogą dotyczyć tylko tej klasy przepływów.

a) Z wykresów rys. 1, 2, 3 i 4 wynika, że rozbieżności między teorią a eksperymentem są nieduże. Jest to, zdaniem autora, argument za przyjętymi założeniami oraz rozumowaniem opisanym w punkcie 1.

b) Przedstawiona w pracy metoda pozwala na określenie y_1^+ potrzebnego dla obliczenia grubości podwarstwy laminarnej. Otrzymano $y_1^+ = 3,985$.

c) Metoda stwarza możliwość określenia jednolitej formuły na lepkość turbulentną dla zero - równaniowego modelu warstwy turbulentnej.

Wykaz literatury

- [1] Bradshaw P.:
Turbulence.
Springer - Verlag. Berlin Heidelberg New York 1976.
- [2] Perry A. E. and Abell C. J.:
Scaling laws for pipe - flow turbulence.
J. Fluid Mech. 1975, vol. 67, part 2, pp. 257 - 271.
- [3] Reynolds A. J.:
Turbulent Flows in Engineering.
John Wiley and Sons.
London New York Sydney Toronto 1974.
- [4] Schlichting H.:
Grenzschicht - theorie.
Karlsruhe 1951.
(tłumaczenie rosyjskie)

ПРОБА ОДНОРОДНОГО РАССМАТРИВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ

Р е з ю м е

Сформулировано предположение для целой области турбулентного течения, которое сделало возможным определение параметров течения. Результаты были сравнены с экспериментальными данными турбулентного течения в трубе.

Метод делает возможным определение y_1^+ необходимого для вычисления толщины ламинарного подслоя.

THE ATTEMPT OF TURBULENT FLOW UNIFORM FORMULATION

S u m m a r y

The assumption valid in whole flow area was formulated. It made enable to qualify flow parameters. Results of theory were compared with experimental data of turbulent flow in pipe. The method make enable to qualify y_1^+ needful for laminar sublayer thickness calculation.