

B. DOBROWOLSKI

Instytut Budowy Maszyn

Wyższa Szkoła Inżynierska w Opolu

SYMULACJA CYFROWA TURBULENTNEGO PRZEPŁYWU PŁYNU DWUFAZOWEGO PRZEZ RUROCIĄG ZE ZWĘŻKĄ

Streszczenie: W pracy sformułowano dwuwymiarowy model matematyczny turbulentnego przepływu płynu dwufazowego przez rurę z kryzą pomiarową. Przedstawiono przykłady obliczeń numerycznych dotyczące wpływu liczby Stokesa na pola prędkości i rozkład ciśnienia w otoczeniu zwężki.

1. Wstęp.

Zwężki są często stosowane do pomiaru strumienia masy mieszanin dwufazowych lub jednego ze składników mieszaniny. Panuje przekonanie [1], że kryza reaguje jedynie na obecność fazy nośnej (gaz). Zjawisko to tłumaczy się dużym poślizgiem międzyfazowym, spowodowanym przez znaczną różnicę gęstości między fazą nośną i rozproszoną. Brak szczegółowych danych eksperymentalnych, dotyczących struktury dwufazowego przepływu przez kryzę, utrudnia jednak ostateczną interpretację tego zjawiska.

Próbie rozwiązania tego zagadnienia przedstawiono w pracach [2, 3]. W oparciu o dwuwymiarowy model matematyczny uwzględniający nierównowagę zjawiska przepływu dokonano oceny własności metrologicznych kryzy. Na podstawie serii obliczeń numerycznych, zrealizowanych przy założeniu, że ruch fazy nośnej jest laminarny, stwierdzono, że decydujący wpływ na własności metrologiczne kryzy ma wartość liczby Stokesa. Ciśnienie różnicowe Δp mierzone na kryzie jest wywołane przez obie fazy; w przypadkach granicznych

$St \rightarrow 0$ i $St \rightarrow \infty$ wyniki pomiarów odpowiadają odpowiednio: przepływowi mieszaniny dwufazowej i przepływowi czystego gazu. Przyrost ciśnienia różnicowego związany z obecnością fazy rozproszonej jest, przy stałej wartości St , liniową funkcją koncentracji wydajnościowej Y .

Z uwagi na fakt, że większość mających praktyczne znaczenie przepływów dwufazowych odbywa się przy turbulentnym ruchu fazy nośnej, celowe jest rozszerzenie badań teoretycznych na ten zakres przepływów.

2. Wpływ obecności cząstek na turbulencję fazy nośnej.

W wyniku szczegółowych badań eksperymentalnych [4, 5, 6] stwierdzono, że faza rozproszona w gazie wywiera wpływ zarówno na uśrednione parametry przepływającej strugi, jak i na strukturę turbulencji. Za najważniejsze mechani-

zmy oddziaływania uważa się międzyfazową wymianę pędu i tłumienie pulsacji prędkości gazu spowodowane dużą inercyjnością cząstek. Wpływ wymuszeń w skali makro na ruch cząstki kontrolowany jest przez wartość stosunku czasu relaksacji cząstek τ_p do charakterystycznej skali czasowej układu przepływowego τ_L . Podatność cząstek na fluktuacje prędkości zależna jest stosunku czasu relaksacji cząstek τ_p do skali czasowej wysokoenergetycznych wirów τ_v . Przy $\tau_p/\tau_v \gg 1$ cząstki nie są wrażliwe na pulsacje prędkości fazy nośnej, a ich obecność powoduje dodatkową dyssypację energii kinetycznej turbulencji k . Z uwagi na dużą złożoność tego zagadnienia oraz stosunkowo małą ilość danych eksperymentalnych dotyczących struktury turbulencji, nieliczne są prace teoretyczne poświęcone modelowaniu turbulencji przy przepływach dwufazowych. Danon i inni [7] zastosowali do opisu turbulencji dwufaz. strumienia swobodnego zmodyfikowane równanie transportu dla energii kinetycznej turbulencji k i równanie algebraiczne dla skali turbulencji l . Dobrą zgodność z danymi eksperymentalnymi otrzymali oni dopiero po wprowadzeniu dwóch arbitralnie dobranych funkcji empirycznych. Gencher i Karpuzov [8] oparli model turbulencji na dwóch równaniach transportu dla k i l wprowadzając teoretycznie uzasadnione człony źródłowe, ujmujące wpływ fazy dyspersyjnej. Utrzymany układ równań zastosowali do obliczania rozkładu prędkości w rurze. Elghobashi i Abou-Arab [9] w oparciu o ogólnie akceptowany układ równań ruchu ośrodków dwufazowych wyprowadzili ściśle formy usreduńonych równań ruchu i równań transportu dla energii k i dyssypacji ϵ energii kinetycznej turbulencji. Poprzez modelowanie korelacji do trzeciego rzędu włącznie zaproponowali oni równania ruchu obu faz dla zakresu przepływów turbulentnych oraz równania modelu turbulencji zawierające pięć dodatkowych stałych empirycznych. Opracowany model matematyczny, ze stałymi empirycznymi dla cząstek o średnicy $200 \mu\text{m}$, zastosowano w pracy [10] do obliczania strumienia swobodnego z cząstkami $50 \mu\text{m}$. Stwierdzono dobrą zgodność teorii z eksperymentem.

Z uwagi na złożoność rozpatrywanego w pracy problemu celowe jest zastosowanie modelu prostego, ujmującego jednakże zasadnicze cechy oddziaływania cząstek na strukturę przepływającej strugi. warunki takie spełnia zmodyfikowany model Genchera i Karpuzova [8], w którym równanie transportu dla l zastąpione zostanie równaniem dla ϵ .

3. Model matematyczny

Rozpatruje się ustalony przepływ rozrzedzonej mieszaniny monodispersyjnej przez odcinek rurociągu z kryzą. Zakłada się, że obie fazy są nieściśliwe a przepływ jest osiowo-symetryczny. Pomija się działanie siły grawitacji na ruch cząstek. Przyjmuje się, że zachodzi relacja $\varphi_d \gg \varphi_c$ oraz spełniony jest warunek $\tau_p \gg \tau_v$, czyli ruch cząstek nie jest zakłócony przez fluktuacje prędkości gazu. Pomija się dyfuzję turbulentną cząstek.

Przy powyższych założeniach ruch obu składników mieszaniny opisuje układ równań [11], składający się z równań ciągłości:

$$\nabla \cdot \alpha_c \vec{U}_c = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \alpha_d \vec{U}_d = 0 \quad (2)$$

oraz równań ruchu

$$\begin{aligned} \rho_c \nabla \cdot \alpha_c \vec{U}_c \vec{U}_c = & - \alpha_c \nabla p + \nabla \cdot \alpha_c \mu_{ef} \nabla \vec{U}_c + \\ & + F(\vec{U}_d - \vec{U}_c) + S_\mu^{\vec{U}} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\rho_d \nabla \cdot \alpha_d \vec{U}_d \vec{U}_d = - \alpha_d \nabla p + F(\vec{U}_c - \vec{U}_d), \quad (4)$$

gdzie \vec{U} oznacza wektor prędkości, ρ - gęstość, α - udział objętościowy, μ - lepkość, p - ciśnienie a indeksy c i d dotyczą fazy ciągłej i rozproszonej. Między wielkościami α_d i α_c zachodzi związek $\alpha_d + \alpha_c = 1$. wielkość $S_\mu^{\vec{U}}$ oznacza dodatkowe składniki w równaniu ruchu fazy nośnej zależne od lepkości efektywnej μ_{ef} a F oznacza współczynnik funkcji oddziaływania międzyfazowego obliczany ze wzoru:

$$F = \alpha_d \frac{18\mu}{d_p^2} (1 + Re_p^{0,687}), \quad (5)$$

gdzie d_p jest średnicą cząstek a Re_p oznacza liczbę Reynoldsa odniesioną do lokalnej prędkości poślizgu i średnicy cząstek. Równanie (5) wynika z przyjęcia wzoru Stokesa na siłę oporu aerodynamicznego kuli z uwzględnieniem poprawki empirycznej. Lepkość efektywną oblicza się ze wzoru $\mu_{ef} = \mu + C_{\mu s} k \varepsilon$ w oparciu o k - ε model turbulencji Laundera i Spaldinga [12]. Zmienne k i ε wyznacza się w oparciu o równania transportu:

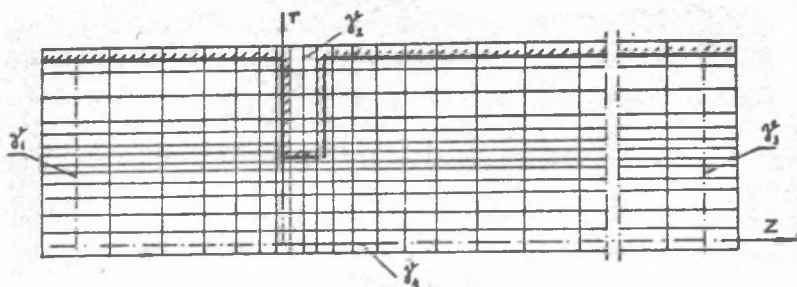
$$\rho_c \nabla \cdot \alpha_c \vec{U}_c k = \nabla \cdot \alpha_c (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}) \nabla k + \alpha_c \mu_t G - \alpha_c \rho_c \varepsilon - 2Fk \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \rho_c \nabla \cdot \alpha_c \vec{U}_c \varepsilon = & \nabla \cdot \alpha_c (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}) \nabla \varepsilon + \alpha_c \frac{\varepsilon}{k} (C_1 \mu_t G - C_2 \rho_c \varepsilon) - \\ & - 2F\varepsilon - 2\nu \nabla k \cdot \nabla F \end{aligned} \quad (7)$$

Dodatkowe czony źródłowe w równaniach (6) i (7) związane są z obecnością funkcji oddziaływania międzyfazowego w równaniach ruchu. Uwzględniając one wpływ cząstek na dodatkową dysypację energii kinetycznej turbulencji. Składniki te można wyprowadzić w sposób ścisły, bez wprowadzania dodatkowych informacji empirycznych, przy pominięciu pulsacji prędkości fazy rozproszonej. Równania (1)-(7) zapisane w cylindrycznym układzie współrzędnych r, z rozwiązywane są w obszarze przedstawionym na rys. 1. Niewiadomymi są składowe wektora prędkości fazy nośnej U_c, V_c i rozproszonej U_d, V_d , energia kinetyczna k i prędkość jej dysypacji ε , ciśnienie p i udział objętościowy fazy dyspersyjnej α_d .

Zakłada się, że w przekroju wlotowym γ_1 układu przepływowego prędkości obu faz są równe, a przepływ mieszaniny jest w pełni rozwinięty ($V=0, \partial/\partial z=0, \partial p/\partial z=C$). warunki na osi γ_1 wynikają z założenia symetrii osiowej przepływu ($V=0, \partial/\partial r=0$), a w przekroju wylotowym γ_2 zakłada się $V=0, \dot{M}_{\gamma_2} = \dot{M}_{\gamma_1}, \partial/\partial z=0$, gdzie \dot{M} oznacza strumień masy. W punktach bezpośrednio sąsiadujących ze ściankami γ_2 stosuje się warunki brzegowe oparte na zało-

zeniu logarytmicznego rozkładu prędkości [12].



Rys. 1. Obszar obliczeniowy i siatka różnicowa.

4. Dobór metody numerycznej

Metody numeryczne stosowane do rozwiązywania równań opisujących przepływy dwufazowe stanowią rozwinięcie metod stosowanych dla płynów jednorodnych. Przykładem mogą być programy KACHINA [13], KFIX [14], KTIF [15] i TRACPL [16], opracowane na bazie metody ICE, lub IPSA [17] i jego modyfikacje [18], opracowane na podstawie algorytmu SIMPLE [19]. Różnice między poszczególnymi algorytmami polegają na stopniu niejawności schematu różnicowego, ilości rozpatrywanych sprzężeń między zmiennymi, ilości faz traktowanych jako ściśliwe oraz metody obliczania ciśnienia i udziałów objętościowych. Algorytmy opracowane przez Spaldinga [17,18] charakteryzują się dużą uniwersalnością i wysokim stopniem niejawności, co zapewnia dużą efektywność obliczeń. W niniejszej pracy zastosowano do rozwiązywania równań ruchu program TEACH [20] przeznaczony do rozwiązywania jednofazowych przepływów turbulentnych i zastosowano go do obliczania przepływów dwufazowych na podstawie zmodyfikowanego algorytmu IPSA [18].

Poprawkę ciśnienia p' obliczano z obu równań ciągłości (1) i (2) po aproksymacji ich w oparciu o schemat UDS i uwzględnieniu sprzężeń między ciśnieniem i prędkością oraz prędkością i udziałem objętościowym. W efekcie otrzymano równanie:

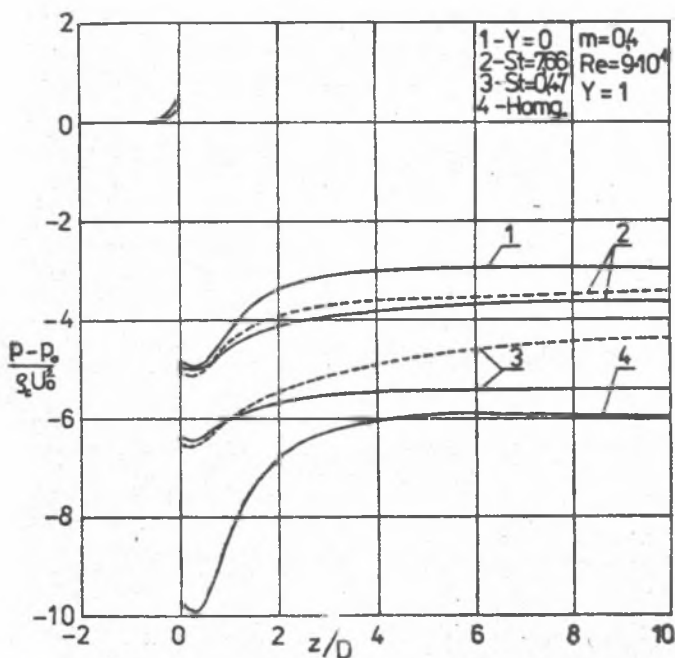
$$\alpha_p p'_p = \sum_i \alpha_i p'_i + 1 - \alpha_c^* - \alpha_d^*, \quad (8)$$

gdzie α^* oznacza przybliżoną wartość udziału objętościowego, a po jego rozwiązaniu wartości p' wykorzystywano do korekcji pól prędkości i udziałów objętościowych. Udział objętościowy α_d^* fazy rozproszonej obliczano z równania (2) po uwzględnieniu równania (1), opisującego związek między udziałem objętościowym α_c a prędkością gazu U_c . Uwzględnienie powyższych sprzężeń pozwoliło na polepszenie zbieżności procedury numerycznej. Dla wszystkich zmiennych stosowano podrelaksację i relaksację dynamiczną, opartą na wprowadzeniu do równań fikcyjnych źródeł masy.

5. Przykłady obliczeń

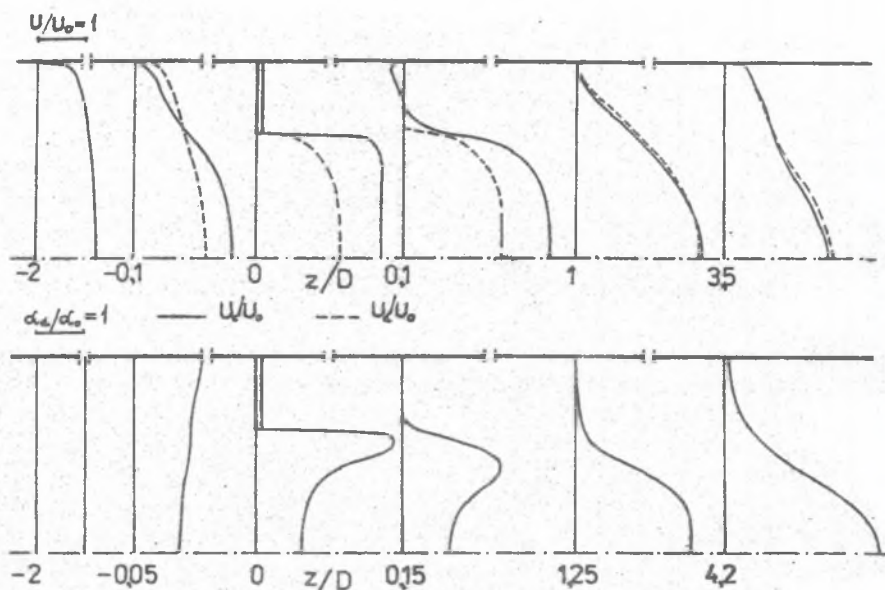
W obliczeniach rozpatrywano przepływy jedno- i dwufazowe przez zwężkę o module $m = 0,4$, zainstalowaną w rurociągu o średnicy $D = 0,081$ m. Przyjęto $\rho_a/\rho_c = 1000$, $Re = 90000$, $U_0 = 18,62$ m/s. Założono koncentrację wydajnościową $Y = \dot{M}_a/\dot{M}_c = 1$, co odpowiada $\alpha_a = 0,001$ w przekroju przez zwężkę. Zrealizowano obliczenia dla gazu czastego o gęstości $\rho_c = 1,2$, gazu o zmodyfikowanej gęstości $\rho_H = 2,4$, równej gęstości mieszaniny dwufazowej, oraz mieszanin dwufazowych przy $d_p = 100 \mu\text{m}$ i $d_p = 25 \mu\text{m}$. Dla powyższych warunków przepływu liczba Stokesa $St = \rho_a d_p^2 U_0 / (4\mu D)$ wynosi odpowiednio 7,66 i 0,47. W przypadku mieszanin dwufazowych obliczenia przeprowadzono dwukrotnie bez uwzględnienia i z uwzględnieniem dodatkowych członów w równaniach (6) i (7).

Rys. 2 przedstawia rozkłady ciśnienia przy ścianie rurociągu przy jedno- i dwufazowych przepływach przez zwężkę.

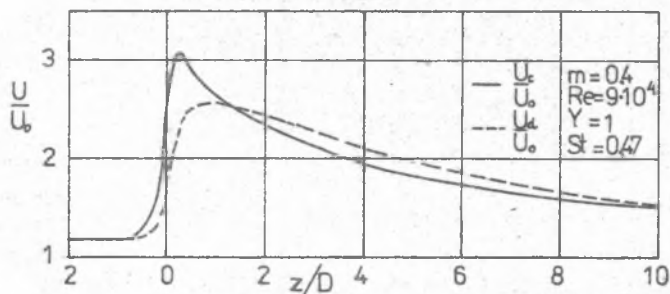


Rys. 2. Rozkłady ciśnienia przy ścianie rurociągu
 — obliczenia z modelem $k-\epsilon$ bez modyfikacji
 --- obliczenia ze zmodyfikowanym modelem $k-\epsilon$

wyniki obliczeń wskazują na istotny wpływ wartości liczby Stokesa na pole ciśnień. Model homogeniczny, nie uwzględniający poslizgu faz, daje wartość ΔP znacznie wyższą od modeli dwufazowych. Profile prędkości obu faz oraz rozkłady udziału objętościowego α_a fazy rozproszonej w wybranych przekrojach układu przepływowego przedstawiono na rys. 3 przy $Y = 1$ i $St = 0,47$. Rozkłady prędkości obu faz wzdłuż osi przewodu przedstawiono na rys. 4 dla $Y = 1$ i $St = 0,47$.



Rys. 3. Profile prędkości obu faz i udział objętościowy fazy rozproszonej w wybranych przekrojach układu przepływowego przy sta



Rys. 4. Rozkłady prędkości obu faz wzdłuż osi symetrii przewodu

6. Podsumowanie

Sformułowany model matematyczny turbulentnego przepływu mieszaniny dwufazowej zastosowano do oceny własności metrologicznych kryzy przy przepływie dyspersyjnym. Otrzymane rezultaty potwierdzają wyniki wcześniejszych badań [2,3] dla przepływu laminarnego odnośnie istotnego wpływu liczby Stokesa na strukturę przepływu i własności metrologiczne kryzy.

Przewiduje się kontynuację badań w tym zakresie i rozszerzenie modelu na mieszaniny polidispersyjne.

Literatura

- [1] Kremlevskij P.P.: Izmerenie raschoda mnogofaznykh potokov. Mašinostrojenie, Leningrad, 1982.
- [2] Dobrowolski B.: Teoretyczna ocena własności metrologicznych kryzy pomiarowej przy dyspersyjnym przepływie dwufazowym. Materiały Międzyuczelnianej Konferencji Metrologów MKM-84, 1984.
- [3] Dobrowolski B.: Analiza teoretyczna nierównowagowego przepływu mieszaniny gaz-ciało stałe przez rurociąg ze zwężką. Materiały Zjazdu Termodynamików, 1984.
- [4] Melville W.K., Bray K.N.: The two-phase turbulent jet. Int. J. Heat Mass Transf. vol. 22, Nr 2, 1979, 279-287.
- [5] D. Modarres, Tan H., Elghobashi; Two-component LDA Measurement in a two-phase turbulent jet. AIAA 21st Aerospace Sciences meeting, Reno, Nevada, 1983.
- [6] Maeda M., Hishida K.; Velocity and Turbulence Intensity Measurements of gas and spherical particles in two phase flow by Modified LDA-Systems, Sensor'82, 1982, Essen.
- [7] Danon H., Wolfshtein M., Metsroni G.; Numerical calculations of two-phase turbulent round jet. Int. J. Multiphase Flow, vol. 3, 1977, 233-234.
- [8] Gencher ZH.D., Karpuzov D.S.; Effects of the motion of dust particles on turbulence transport equations. J. Fluid Mech, Vol. 101, Part 4, 1980, 833-842.
- [9] Elghobashi S.E., Abou-Arab T.W.; A two-equation turbulence model for two-phase flows. Phys. Fluids, Vol. 26, Nr 4, 1983, 931-938.
- [10] Elghobashi S.E., Abou-Arab T.W., Rizk M., Mostafa A.; A two-equation turbulence model for two-phase jets. Proc. 4th Symposium on Turbulent Shear Flows, Karlsruhe, 1983, a 12.9 - 12.14.
- [11] Drew A.D., Lahey R.T.; Application of general constitutive principles of the deviation of multidimensional two phase flow equations. Int. J. Multiphase Flows, Vol. 5, 1979, 243-264.
- [12] Launder B.E., Spalding D.B.; The numerical computation of turbulent flows. Comp. Meth. Appl. Mech. Eng. Vol. 3, 1974, 269-289.
- [13] Amsden A.A., Harlow F.H.; KACHINA: An Eulerian computer program for multifield flows. LASL Report LA-NUREG- 5680, 1975.
- [14] Rivard W.W., Torrey M.D.; KFIX: A program for transient two dimensional fluid flow. LASL Report LA-NVREG - 6623, 1978.
- [15] Amsden A.A., Harlow F.H.; KTIF: A two fluid computer program for downcomer flow dynamics. LASL Report LA-NUREG - 6994, 1977.
- [16] Liles D.R.; TRACP1: An Advanced Best Estimate Computer Program for PWR LOCA Analyses, LASL Report LA-7279, 1978.
- [17] Spalding D.B.; The calculation of free convection phenomena in gas-liquid mixtures. Imperial College Report HTS/76/11, London, 1976.
- [18] Spalding D.B.; Mathematical Methods in Nuclear Reactor Thermal-Hydraulics, Proc. ANS Meeting on Nuclear Reactor Thermal-hydraulics. Saratoga, 1980.
- [19] Patankar S.V.; Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere, New York, 1980.
- [20] Pun W.M., Spalding D.B.; A general computer program for two-dimensional elliptic flow. Imperial College, Report HTS/70/2, London 1970.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ДВУХФАЗНОГО ДИСПЕРСИОННОГО ТЕЧЕНИЯ
ЧЕРЕЗ ТРУБОПРОВОД С ДИАФРАГМОЙ

Р е з ю м е

В работе сформулировано двухмерную математическую модель явления турбулентного течения двухфазной жидкости через сужающее устройство. Модель опирается на двухскоростном методе с учетом межфазовых воздействий и влияния дисперсной фазы на турбулентность несущей фазы. Систему восьми дифференциальных частных уравнений решено методом конечных разностей. Представлено примеры численных расчетов. Установлено большое влияние числа Стокса на явление течения и метрологические свойства диафрагмы.

COMPUTER SIMULATION OF TURBULENT TWO-PHASE FLOW
THROUGH A PIPE ORIFICE

S u m m a r y

A two-dimensional mathematical model of turbulent two-phase flow phenomenon through a pipe orifice has been formulated. The model is based on the two velocity feild method. The interphase interactions and influence of dispersed phase on the turbulence of the continuous phase have been taken into account. The set of eight partial differential equations have been solved by the finite difference method. The examples of computations have been presented. A considerable influence of the Stokes number on the flow phenomena and metrological performance of an orifice has been found.