

Witold M. LEWANDOWSKI

Instytut Chemii i Technologii Nieorganicznej
Politechnika GdańskaHYDRODYNAMICZNE, KONWEKCYJNE TERMICZNE I KONWEKCYJNE MASOWE
STRUMIENIE SWOBODNE

Streszczenie: W pracy przedstawiono próbę globalnego ujęcia strumieni swobodnych w oparciu o podobieństwo warstwy granicznej, rządzące nią prawa oraz sposób rozwiązania układu równań różniczkowych cząstkowych opisujących tę warstwę. Zaprezentowana koncepcja obliczeń jest spójna i uniwersalna dla wszystkich strumieni swobodnych.

1. Oznaczenia:

A	-stała w równaniu(9),	g	-przyspieszenie ziemskie,
a	-funkcja rozkładu /równanie(6)/,	K	-współczynnik dyfuzji,
a	-współczynnik dyfuzyjności cieplnej,	M,m	-stałe w równaniu(14),
b	-funkcja stratyfikacji /równanie(6)/,	N,n	-stałe w równaniu(13),
C	-stężenie,	Pr	-liczba Prandtla,
c	-parametr w równaniu(4),	p	-ciśnienie,
C	-ciepło właściwe,	Q	-wewnętrzne źródło,
D ^D	-współczynnik dyfuzji,	Re	-liczba Reynoldsa,
d	-parametr w równaniu(4),	r	-stała w równaniach (39), (40)
e	-podstawa logarytmu naturalnego,	Sc	-liczba Schmidta,
f	-funkcja strumienia,	T	-temperatura.
G	-stężeniowa liczba Grashofa /równ.(38)/,	V	-prędkość.
Gr	-liczba Grashofa,	x,y	-współrzędne,
β	-współczynnik rozszerzalności termicz.	⊖	-bezwymiarowa wielkość /równ(4)/,
β'	-współczynnik rozszerzalności stężen.	μ	-współczynnik lepkości dynamicznej,
δ	-grubość warstwy granicznej	ν	-współczynnik lepkości kinematycznej,
Γ	-skalarna wielkość fizyczna	ρ	-gęstość,
η	-funkcja strumienia /równ(4)/	Ψ	-funkcja prądu /równ(4)/.

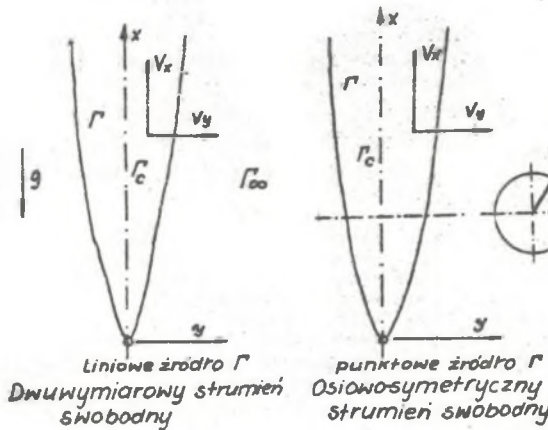
2. Wstęp

Badania eksperymentalne strumieni swobodnych zarówno hydrodynamicznych[1,2], jak i termicznych[3,4] oraz związane z tym rozległe studia literaturowe wykazały duże podobieństwo pomiędzy tymi rodzajami strumieni w zakresie przebiegu zjawiska oraz znaczne rozbieżności nomenklaturowe, opisowe i obliczeniowe. Jest to spowodowane zainteresowaniem się strumieniami swobodnymi naukowców różnych dziedzin, wśród których są: termodynamicy, chłodnicy, meteorolodzy, hydrologi, oceanografowie, a także specjaliści z zakresu ochrony środowiska, dynamiki przepływów, konstruktorzy aparatury chemicznej i inni. Badacze ci, pracujący najczęściej wyłącznie w swoich dziedzinach, czasami

bez interdyscyplinarnych kontaktów, powprowadzali różne nazwy dla tych samych zjawisk oraz stosowali typowe w swoich dyscyplinach metody obliczeniowe. Próbę klasyfikacji poszczególnych strumieni oraz propozycje usystematyzowania ich nazw podjęto w pracy [5]. Celem natomiast obecnego opracowania jest przedstawienie jednolitego i uniwersalnego systemu obliczeniowego wszystkich typów strumieni swobodnych.

3. Rozważania teoretyczne

Strumienie swobodne są to przepływy płynu w przestrzeni nieograniczonej, na które nie oddziałują boczne ściany. W zależności od źródła wymuszenia można je podzielić na hydrodynamiczne, konwekcyjne termiczne, konwekcyjne masowe i inne. Cechą wspólną wszystkich tych przepływów jest występowanie dookoła osi symetrii, zwanej osią centralną lub po obu stronach płaszczyzny symetrii warstwy granicznej. Występujący wewnątrz tej warstwy rozkład



prędkości, temperatur, stężeń lub innych wielkości jest analogiczny do profili prędkości, temperatur, stężeń itd. w warstwie przyściennej powstającej na pionowych liniowych lub płaskich elementach grzejnych, takich jak druty i obustronnie grzane płyty. Zgodnie więc z prawami rządzącymi warstwą przyścianą zjawiska wewnątrz niej zachodzące można opisać przy pomocy znanego układu równań różniczkowych cząstkowych,

równania ciągłości, ruchu i energii. Przy czym to ostatnie można zapisać ogólniej w postaci rozkładu wielkości skalarnej (Γ). W przypadku, gdy wielkością skalarną jest temperatura, równanie (3) przechodzi w równanie Fouriera-Kirchhoffa (45), dla stężenia natomiast w równanie (46) spełniające prawo Ficka.

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = g \beta (\Gamma) (\Gamma_c - \Gamma_\infty) + \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \tag{2}$$

$$v_x \frac{\partial \Gamma}{\partial x} + v_y \frac{\partial \Gamma}{\partial y} = K(\Gamma) \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial y^2} + Q(\Gamma) + \frac{\beta(\Gamma) \Gamma \cdot V}{\rho \cdot c_p} x \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho c_p} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 \tag{3}$$

W celu rozwiązania układu równań jedna z metod polega na wprowadzeniu funkcji: (Θ) i (Ψ) zdefiniowanych następująco:

$$(\eta)_{x,y} = c(x,y), \quad \Psi(x,y) = \nu \cdot d(x) f(\eta), \quad \Theta(\eta) = \frac{\Gamma - \Gamma_\infty}{\Gamma_c - \Gamma_\infty} \tag{4}$$

Funkcja prądu (Ψ) dodatkowo spełnia tożsamościowo równanie ciągłości (1):

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad i \quad v_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (5)$$

Rozkład wielkości skalarnej(Γ) wzdłuż osi centralnej określa parametr $a(x)$, a stratyfikację płynu parametr $b(x)$

$$\Gamma_c - \Gamma_{\infty} = a(x) \quad \Gamma_{\infty} - \Gamma_0 = b(x) \quad (6)$$

Uwzględniając równania(4) i (6) oraz tożsamościowe spełnienie równania(1) układ

równań (1),(2) i(3) sprowadzi się do postaci:

$$\underbrace{f''''}_{\text{człon dyfuzji}} + \underbrace{\frac{a}{d \cdot c^3} \frac{\beta(\Gamma)}{\rho}}_{\text{człon wyporności}} + \underbrace{\frac{d}{c} x \cdot f \cdot f'' - \left(\frac{d}{c} x + \frac{d \cdot c}{c^2} \right) (f')^2}_{\text{człony konwekcyjne}} = 0 \quad (7)$$

$$\underbrace{\frac{\theta''}{a(\Gamma)}}_{\text{człon dyfuzji}} + \underbrace{\frac{d}{c} x \cdot f \cdot \theta' - \frac{d \cdot a}{c \cdot a} x f' \theta}_{\text{człony konwekcyjne}} - \underbrace{\frac{d \cdot b}{c \cdot a} x \cdot f'}_{\text{człon stratyfikacji}} + \underbrace{\frac{\gamma}{a \cdot c^2} \frac{Q(\Gamma)}{\lambda(\Gamma)}}_{\text{człon wewnętrznych źródeł wielkości}(\Gamma)} + \underbrace{\frac{c^2 \cdot d^2}{a} \cdot \frac{\nu^2}{c_p(\Gamma)} (f'')^2}_{\text{człon dysypacji lepkości}} - \underbrace{\frac{d}{c \cdot a} \cdot \frac{\beta(\Gamma)}{c_p(\Gamma)} \beta(\Gamma) \Gamma \cdot f'}_{\text{człon ciśnienia}} = 0 \quad (8)$$

Zakładając stałość poszczególnych grup parametrów przy każdym członie oraz pomijając w równaniach(7),(8)człony stratyfikacji,dysypacji lepkości i ciśnienia otrzymuje się :

$$\frac{a}{d \cdot c^3} = A_1, \quad \frac{d}{c} x = A_2, \quad \frac{d \cdot c}{c^2} x = A_3, \quad \frac{d \cdot a}{c \cdot a} x = A_4 \quad (9)$$

Istnieją trzy podstawowe przypadki rozkładu wielkości skalarnej wzdłuż osi centralnej : rozkład stały,potęgowy i wykładniczy.

Dla $a(x) = \text{const.}$ jedynie trzy warunki równania(9) muszą być spełnione:

$$d \cdot c^3 = \frac{a}{A_1} = A_1', \quad \frac{d}{c} x = A_2 \quad i \quad \frac{d \cdot c}{c^2} x = A_3, \quad (10)$$

czyli:

$$A_1' \cdot c x = c^5 \cdot A_3 \quad \text{lub} \quad c(x) \sim x^{1/4} \quad i \quad d(x) \sim x^{3/4} \quad (11)$$

$$\text{Dla } a(x) = N \cdot x^n \quad c(x) \sim x^{\frac{n-1}{4}} \quad i \quad d(x) \sim x^{\frac{n+3}{4}} \quad (12)$$

$$\text{Dla } a(x) = M \cdot e^{mx} \quad c(x) \sim x^{mx/4} \quad i \quad d(x) \sim e^{mx/4} \quad (13)$$

Dalsze rozważania można już przeprowadzić dla konkretnych charakterystycznych przypadków strumieni swobodnych, np.hydrodynamicznych, konwekcyjnych termicznych, konwekcyjnych masowych, mieszanych i innych.

Hydrodynamiczne strumienie swobodne.

Hydrodynamiczne strumienie swobodne są to strumienie wypływające z dyszy,rury lub otworu do przestrzeni wypełnionej płynem.Parametry płynu w strumieniu mogą być takie same jak w przestrzeni niezaburzonej lub różne.Rozpatrując pierwszy przypadek w równaniu(2) i(7) należy pominąć człony wyporności oraz równania (3)i(8)całkowicie ze względu na $\Gamma = 0$.Dalszą konsekwencją tego jest:

$$a(x) = b(x) = 0 \quad c(x) = \frac{1}{3} \frac{\nu^{1/2}}{x^{2/3}} \quad d(x) = \frac{1}{3} \frac{\nu^{1/3}}{x^{1/3}} \quad (14)$$

Wykorzystując zależność wymiaru poprzecznego strumienia i jego średniej prędkości

od(x), która wg. [6] jest następująca: przy wzroście wymiaru poprzecznego strumienia proporcjonalnie do $x^{2/3}$ jego prędkość odpowiednio maleje proporcjonalnie do $x^{-1/3}$, równania (14) można zapisać w postaci:

$$c(x) = \frac{1}{3} \cdot \nu^{-3/2} (\text{Re}_x)^{-2} \quad \text{i} \quad d(x) = \frac{1}{3} (\text{Re}_x) \quad (15)$$

W konsekwencji równanie różniczkowe cząstkowe (7) przyjmie postać równania różniczkowego zwyczajnego:

$$f'''' + f \cdot f' + f'^2 = 0 \quad (16)$$

z warunkami brzegowymi: dla $\eta = 0$ $f = 0$ i $f'' = 0$ i dla $\eta \rightarrow \infty$ $f' \rightarrow 0$, które można zapisać prościej:

$$f(0) = f'(0) = f'(\infty) = 0 \quad (17)$$

Rozwiązanie równania (16) z uwzględnieniem warunków brzegowych (17) dla dwuwymiarowych hydrodynamicznych strumieni swobodnych podaje Schlichting [7] a dla osiowo-symetrycznych Sedow [8]. W przypadku, gdy własności fizyczne płynu lub jego rodzaj są inne w strumieniu i obszarze niezaburzonemu, wówczas $\Gamma \neq 0$. Przypadek ten między innymi badali Ricou i Spalding [9] i stwierdzili występowanie w osi strumienia trzech rejonów: hydrodynamicznego /bez wpływu wyporności/, pośredniego /siły bezwładności i wyporności są tego samego rzędu/ i konwekcyjnego /siły bezwładności pominięta/. Chen i Rodi [10] rozwiązali teoretycznie ten problem a otrzymane wyniki porównali z danymi eksperymentalnymi.

Konwekcyjne strumienie swobodne

Wielkość skalarna (Γ) jest w konwekcyjnych strumieniach swobodnych temperaturą $\Gamma = T$. Pomijając stratyfikację i wiedząc, że rozkład temperatury w osi centralnej strumienia jest najczęściej potęgowy, można wyznaczyć parametry $c(x)$ i $d(x)$ z równania (12), które dodatkowo można wyrazić za pomocą liczby Grashofa, zakładając że: grubość warstwy granicznej (δ) jest proporcjonalna do $x(\text{Gr}_x)^{-1/4}$, więc można oczekiwać, iż $\eta \sim \frac{\nu}{x} (\text{Gr}_x)^{1/4}$ i wówczas:

$$c(x) = \frac{1}{x} \sqrt[4]{\frac{g \cdot \beta \cdot x^3}{4 \cdot \nu^2} (T_c - T_\infty)} \quad d(x) = 4 \sqrt[4]{\frac{g \cdot \beta \cdot x^3}{4 \cdot \nu^2} (T_c - T_\infty)} \quad (18)$$

W efekcie równania (7) i (8) sprowadzą się do postaci:

$$f'''' + (n+3) \cdot f \cdot f'' - 2(n+1)(f')^2 + \Theta = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\Theta''}{Pr} + (n+3) \cdot f \cdot \Theta = 4 \cdot n \cdot f' \Theta = 0 \quad (20)$$

Dla dwuwymiarowego konwekcyjnego strumienia termicznego $n = -3/5$ i wówczas:

$$f'''' + \frac{12}{5} f \cdot f'' - \frac{4}{5} (f')^2 + \Theta = 0 \quad (21)$$

$$\Theta'' + \frac{12}{5} Pr [f' \Theta + f \cdot \Theta'] = 0 \quad (22)$$

Powyższe równania różniczkowe zwyczajne posiadają następujące warunki brzegowe: $\Theta = (\partial T / \partial y)_0$, $V_y(0)$ i $(\partial V_x / \partial y)_0$ /warunek symetryczności względem osi centralnej/, warunek wynikający z definicji Θ /równanie (4)/ i dla (y) lub (η) w nieskończoności $V_x \rightarrow 0$ i $T \rightarrow T_\infty$, które można następująco zapisać:

$$\Theta'(0) = f(0) = f'(0) = 0 \quad (23)$$

$$\Theta(0) = 1 \quad (24)$$

$$f(\infty) = \Theta(\infty) = 0 \quad (25)$$

Do rozwiązania układu równań (21) i (22) wystarczy jedynie pięć warunków brzegowych, a ponieważ warunek $\Theta(\infty)$ nie jest niezależny, więc pięć pozostałych spełnia ten wymóg. Fujii [11], Schuh [12], Brand i Lahey [13] oraz Spalding i Cruddace [14] rozwiązali

numerycznie przedstawione powyżej równania dla dwuwymiarowych konwekcyjnych strumieni swobodnych i szerokiego zakresu zmienności liczb Prandtla.

Układ równań różniczkowych cząstkowych po zastosowaniu aproksymacji Boussinesq'a i podobnych jak dla dwuwymiarowego strumienia założeń upraszczających dla osiowo-symetrycznego konwekcyjnego strumienia termicznego przyjmie postać:

$$\frac{\partial(y \cdot v_x)}{\partial x^2} + \frac{\partial(y \cdot v_y)}{\partial y^2} = 0 \quad (26)$$

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{v}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y \cdot \frac{\partial v_x}{\partial y}) + g \cdot \beta (T - T_\infty) \quad (27)$$

$$v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{a}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y \cdot \frac{\partial T}{\partial y}) \quad (28)$$

Stosując przedstawiony wcześniej sposób postępowania otrzymuje się układ równań:

$$\frac{f''''}{\eta} + (f - \eta) \left(\frac{f'}{\eta}\right)' + \Theta = 0 \quad (29)$$

$$\left(\frac{f'}{\eta}\right)' + Pr \cdot (f \cdot \Theta)' = 0 \quad (30)$$

Ponieważ równanie (30) jest typowym równaniem różniczkowym, może więc być zapisane jako $\eta \Theta' + Pr \cdot f \cdot \Theta = A$, gdzie A jest stałą wyznaczoną z warunków granicznych związanych z symetrycznością:

$$\text{dla } y = 0 \quad \frac{\partial v_x}{\partial y} = v_y = \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{oraz} \quad T = T_0 \quad (31)$$

$$\text{dla } y \rightarrow \infty \quad v_x \rightarrow 0 \quad \text{a} \quad T \rightarrow T_\infty \quad (32)$$

Odnosząc te warunki brzegowe do wprowadzonych wcześniej funkcji prądu, strumienia i temperatury bezwymiarowej otrzymuje się:

$$\text{dla } \eta = 0 \quad \left(\frac{f'}{\eta}\right)' = 0, \quad \frac{f'}{\eta} - \frac{f}{\eta} = 0 \quad \text{oraz} \quad \Theta = 0 \quad (33)$$

$$\text{dla } \eta \rightarrow \infty \quad \frac{f'}{\eta} \rightarrow 0 \quad \text{lub} \quad f'(\infty) \text{ jest zbieżne} \quad (34)$$

$$\text{oraz} \quad \Theta = 1 \quad (35)$$

Z warunku $f/\eta - f'/\eta = 0$ wynika, że: $f(0) = 0$, natomiast z $f'/\eta = 0$, że $f'/\eta = \text{const.}$ lub $f'(0) = 0$, co można zapisać prościej:

$$f(0) = f'(0) = 1 - \Theta(0) = \Theta'(0) = 0 \quad \text{oraz} \quad f(\infty) \text{ jest zbieżne.} \quad (36)$$

Układ równań (29) i (30) wraz z warunkami brzegowymi (36) rozwiązali dla szerokiego zakresu zmienności liczb Prandtla Mollendorf i Gebhart [15], Fujii [11], Schuh [12] i Yih [16].

Konwekcyjne masowe strumienie swobodne.

W konwekcyjnych masowych strumieniach swobodnych wielkością skalarną występującą w równaniach różniczkowych (2) i (3) jest stężenie (koncentracja) $\Gamma = C$ rozpuszczonej substancji lub składnika roztworu. Utrzymując w mocy poprzednie założenia upraszczające, a także przyjmując potęgowy rozkład stężenia w osi centralnej strumienia otrzymuje się:

$$c(x) = \frac{G}{4 \cdot x} \quad \text{i} \quad d(x) = G, \quad (37)$$

gdzie stężeniowa liczba Grashofa ma postać:

$$G = 4 \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot \beta \cdot x^3 (C_0 - C_\infty)}{4 \cdot \nu^2}} \quad (38)$$

Dla tego przypadku równania (7) i (8) zredukują się do następującej postaci równań różniczkowych zwyczajnych:

$$f'''' + (r+3)f \cdot f'' - 2(r+1)f'^2 + \theta = 0 \quad (39)$$

$$\theta + Sc \{ (r+3)f \theta' - 4r \cdot f' \theta \} = 0 \quad (40)$$

Dla dwuwymiarowego strumienia masowego $r = -3/5$ i wówczas:

$$f'''' + \frac{12}{5} \cdot f \cdot f'' - \frac{4}{5} (f')^2 + \theta = 0 \quad (41)$$

$$\theta + \frac{12}{5} Sc (f \theta' + f' \theta) = 0 \quad (42)$$

Warunki brzegowe, podobnie jak i rozwiązanie numeryczne układu równań (41) i (42), jest identyczne jak dla dwuwymiarowych konwekcyjnych strumieni termicznych. Również w podobny sposób jak osiowo-symetryczne konwekcyjne strumienie termiczne rozwiązuje się osiowo-symetryczne konwekcyjne strumienie masowe zastępując w układzie równań (29) i (30) liczbę Prandtla liczbą Schmidta, a bezwymiarową temperaturę w osi centralnej strumienia bezwymiarowym rozkładem stężenia lub koncentracji transportowanej w strumieniu substancji [17].

Przedstawiony schemat rozwiązania można dowolnie modyfikować i w zależności od potrzeb rozwiązywać poszczególne przypadki osobno lub łącznie.

4. Wnioski

Przedstawione w pracy równanie różniczkowe cząstkowe na rozkład wielkości skalarnej (3) nie ma jednoznacznej interpretacji fizycznej, ponieważ zaproponowano je wychodząc z analogii do równania Fouriera-Kirchhoffa (43) i odpowiadającym mu równaniem słusznym dla wymiany masy i spełniającym prawo Ficka (44)

$$v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = a \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{q''}{\rho \cdot c_p} \quad (43)$$

$$v_x \frac{\partial C}{\partial x} + v_y \frac{\partial C}{\partial y} = D \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + q_c \quad (44)$$

Jednak dzięki zastosowaniu tego równania udało się przekształcić układy równań różniczkowych cząstkowych do postaci równań różniczkowych zwyczajnych, których zaletą jest to, że są podobne dla wszystkich strumieni swobodnych. Dzięki temu można znacznie ułatwić cykl obliczeń numerycznych, korzystając z podobnych programów.

Literatura

- [1] W.M. Lewandowski; Mat. XI Ogólnopolskiej Konf. Nauk. Inż. Chem. i Proc. Kozubnik, (1983)
- [2] W.M. Lewandowski; Mat. Symp. Wym. Ciepła i Masy, Jabłonna, (1983)
- [3] W.M. Lewandowski; Mat. XII Zjazdu Termodynamików, Gliwice, (1984)
- [4] P. Kubiński, W.M. Lewandowski; Komórkowo-kominowy charakter konwekcji naturalnej, w redakcji Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej,
- [5] W.M. Lewandowski; Mat. XII Zjazdu Termodynamików, cz. II, Gliwice, (1984)
- [6] J. Bukowski, P. Kijowski; Kurs mechaniki płynów, PWN, (1980)
- [7] C. Schlöting; Boundary layer theory, McGraw-Hill, New York, (1968)
- [8] L. J. Sedov; Płaskie zadania hydrodynamiki i aerodynamiki, Moskwa, GITTL, (1950)
- [9] F. P. Ricou, D. B. Spalding; J. Fluid Mech. Vol. 11, p. 21, (1961)
- [10] C. J. Chen, W. Rodi; 7-th Int. Heat Transfer Conference, Vol. 1, p. 97, Toronto, (1978)
- [11] T. Fujii; Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 6, p. 597, (1963)
- [12] H. Schuh; Boundary Layers of Temperature, Section B6 of W. Tollmien, Boundary Layers British Ministry of Supply, German Document Centre Ref. 3220T, (1948)
- [13] R. S. Brand, F. J. Lahey; J. Fluid Mech, Vol. 29, p. 305, (1967)
- [14] D. B. Spalding, R. G. Cruddace; Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 3, p. 55, (1961)
- [15] J. C. Mollendorf, B. Gebhart; Proc. 5th Int. Heat Transfer Conf. Tokyo, (1974)
- [16] C. S. Yih; Free convection due to a point of heat, Proc. 1st U.S. Nat. Cong. Appl. Mech. p. 941, (1951)
- [17] Y. Jaluria; Natural convection heat and mass transfer, Pergamon Press, (1980)

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ КОНВЕКЦИОННЫЕ И МАССОВЫЕ СВОБОДНЫЕ ПОТОКА

Р е з ю м е

В статье представлено общее рассмотрение свободных потоков базируя на пограничном слое и управляющих его законах.

JETS, PLUMES AND FREE MASS STREAMS

S u m m a r y

The attempt of global formulation by employing the Boussinesq's and boundary layer approximations and laws governing this layer for jets, plumes and mass buoyant free streams has been presented in this paper.