

Zbigniew MODLINSKI

Adam WANIK

Mieczysław ZEMBRZUSKI

Instytut Techniki Ciepłej i Mechaniki Płynów
Politechnika Wrocławska

ANALIZA PROCESU FORMOWANIA SIĘ PRZEPIŁYU TURBULENTNEGO W POCZĄTKOWYCH ODCINKACH RUR GŁADKICH

Streszczenie: Praca porusza problemy matematycznego modelowania przepływów turbulentnych. Model matematyczny stanowią równania uśrednione w czasie, a turbulencja przepływu uwzględniona jest w oparciu o tzw. model turbulencji $k-\epsilon$, w którym rozwiązywane są różniczkowe równania transportu kinetycznej energii turbulencji oraz prędkości jej dyssypacji. Sformułowany model matematyczny posłużył do przeprowadzenia analizy procesu formowania się przepływu w początkowych odcinkach rur gładkich.

1. Wstęp

Proces formowania się przepływu turbulentnego w początkowych odcinkach rur gładkich i kanałach pierścieniowych stanowi obszar rozważań wielu prac ze względu na jego duży wpływ na warunki wymiany ciepła w wymiennikach przemysłowych. Biorąc pod uwagę fakt, że formowanie się przepływu przebiega na drodze rzędu 45 średnic, w przypadkach wymienników posiadających rury o długości porównywalnej z długością odcinka stabilizacyjnego bardzo trudne jest oszacowanie współczynników przejmowania ciepła i oporów przepływu. Wartości tych współczynników nie tylko, że zależne są od liczb Reynoldsa i Prandtla, ale także od „wlotowych” rozkładów kinetycznej energii turbulencji, intensywności turbulencji, grubości warstw przyściennych itp. Wzajemne oddziaływanie warstw przyściennych termicznej i hydrodynamicznej utrudniają zbudowanie opisu matematycznego, który z dostateczną dokładnością ująłby zależności między wielkościami charakterystycznymi w postaci prostych relacji algebraicznych.

Podejściem alternatywnym jest budowanie modelu opartego na równaniach różniczkowych cząstkowych, wyrażających zasady zachowania pędu, masy i ciepła. Przy czym, problem podstawowy sprowadza się do stworzenia opisu aerodynamiki przepływu turbulentnego, który z dostateczną dokładnością ujmowałby zachodzące zjawiska.

2. Opis matematyczny modelu

Dla przepływu ściśliwego układ równań opisujących aerodynamikę przepływu stanowią:

- równanie ciągłości

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r V) = 0, \quad (1)$$

- równania zachowania pędu

kierunek x /U/

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\rho U U) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r U V) - \frac{\partial}{\partial x}(\mu_{ef} \frac{\partial U}{\partial x}) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r \mu_{ef} \frac{\partial U}{\partial r}) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu_{ef} \frac{\partial U}{\partial x}) \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r \mu_{ef} \frac{\partial V}{\partial x}) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x}[\mu_{ef} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r V)] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x}(\rho k) \end{aligned} \quad (2)$$

kierunek r /V/

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\rho U V) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r V V) - \frac{\partial}{\partial x}(\mu_{ef} \frac{\partial V}{\partial x}) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r \mu_{ef} \frac{\partial V}{\partial r}) = - \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu_{ef} \frac{\partial U}{\partial r}) \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r \mu_{ef} \frac{\partial V}{\partial r}) - 2 \frac{\mu_{ef} V}{r^2} - \frac{2}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}[\rho r \mu_{ef} (\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r V))] \\ + \frac{2}{3} \frac{\mu_{ef}}{r} [\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r V)] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r}(\rho k) \end{aligned} \quad (3)$$

W równaniach (1)-(3) wszystkie wielkości są uśrednione w czasie i oznaczają:

- U, V - składowe wektora prędkości,
- P - ciśnienie,
- x, r - współrzędne układu cylindrycznego,
- k - kinetyczna energia turbulencji,
- ρ - gęstość,
- μ_{ef} - efektywny współczynnik lepkości dynamicznej.

Przy aproksymacji turbulentnych naprężeń Reynoldsa oparto się na hipotezie Bussinesq'a, wyrażając relacje pomiędzy naprężeniami i wektorowym polem prędkości w postaci:

$$\overline{g'u'u} = -\mu_t \left(2 \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{U} \right) + \frac{2}{3} g'k, \quad (4)$$

$$\overline{g'v'v} = -\mu_t \left(2 \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{U} \right) + \frac{2}{3} g'k, \quad (5)$$

$$\overline{g'u'v} = -\mu_t \left(\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial x} \right), \quad (6)$$

gdzie μ_t jest turbulentnym współczynnikiem lepkości dynamicznej.

Człony uwzględniające ściśliwość przepływu brane są pod uwagę w przypadku rozpatrywania przepływów gazów; dla cieczy są one w obliczeniach pomijane.

Dla każdego przypadku rozpatrywanego w pracy wykorzystywana jest podstawowa wersja modelu turbulencji $k-\epsilon$ [1]. W modelu tym wykorzystuje się równania uniwersalnego rozkładu prędkości przy ścianie oraz równania transportu:

- kinetycznej energii turbulencji k

$$\frac{\partial}{\partial x} (g'Uk) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r g'V k) - \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{G_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\mu + \frac{\mu_t}{G_k} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right] = G_k - g'\epsilon, \quad (7)$$

- prędkości dyssypacji kinetycznej energii turbulencji

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} (g'U\epsilon) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r g'V\epsilon) - \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{G_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\mu + \frac{\mu_t}{G_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial r} \right] = \\ & C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} G_k - C_{\epsilon 2} g' \frac{\epsilon^2}{k}, \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie człon generacyjny obliczany jest jako:

$$\begin{aligned} G_k = & \mu_t \left[2 \left(\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{V}{r} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 - \frac{2}{3} \frac{V}{r} \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial r} \right) \right] \\ & - \frac{2}{3} g'k \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

a turbulentny współczynnik lepkości dynamicznej

$$\mu_t = C_\mu \cdot g' \cdot k^2 / \epsilon. \quad (10)$$

Stałe modelu wynoszą:

$$\begin{aligned} C_\mu &= 0,09, & C_{\epsilon 1} &= 1,44, & C_{\epsilon 2} &= 1,92, \\ C_k &= 1,0, & C_\epsilon &= 1,3. \end{aligned}$$

Efektywny współczynnik lepkości dynamicznej wyraża się jako:

$$\mu_{ef} = \mu + \mu_t, \quad (11)$$

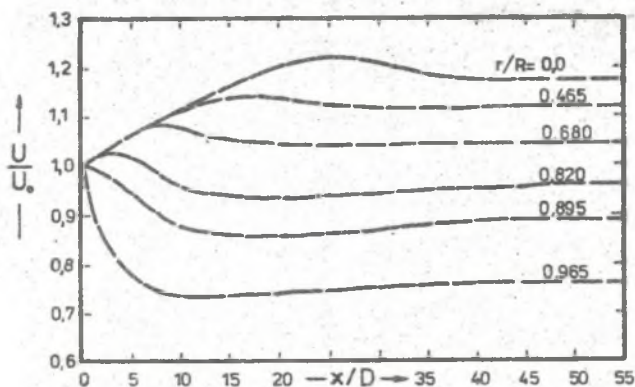
gdzie μ jest laminarnym współczynnikiem lepkości dynamicznej.

3. Wyniki obliczeń i weryfikacja doświadczalna modelu

Układ równań różniczkowych stanowiących opis matematyczny dwuwymiarowego przepływu burzliwego rozwiązywany był metodami różnic skończonych, a całość algorytmu zakodowano w programie RITMO [2,3]. Przeprowadzono szereg obliczeń dla warunków przepływu odpowiadających zmianom liczby Reynoldsa w zakresie od 3500 do 27500.

Na rysunku 1 pokazano przebieg procesu formowania się warstw przyściennych dla $Re=10^5$ w postaci zależności prędkości U/U_0 w funkcji x/D i r/R , gdzie:

- U - prędkość na wlocie do rury,
- D_0 - średnica rury,
- R - promień rury.



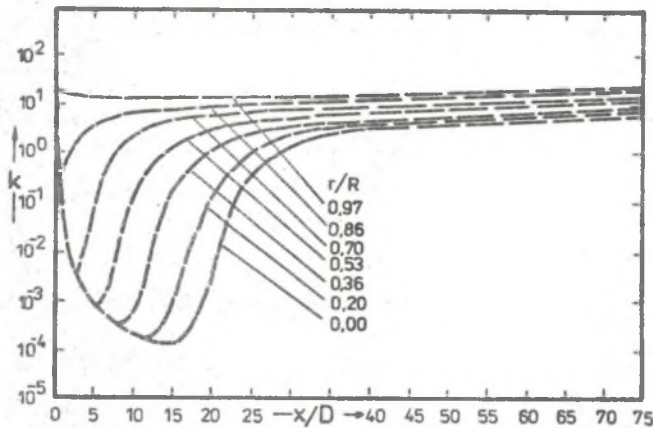
Rys. 1. Proces formowania się przepływu w początkowym odcinku rury gładkiej

Warstwy przyścienne, których początek formowania znajduje się na wlocie do rury /profil prostokątny/ osiągną osi symetrii w odległości $x/D=27$. Objawem tego jest występujące maksimum prędkości U w osi symetrii. Dalszy proces spłaszczania profilu w części środkowej rury wynika ze zmiany kierunku prędkości promieniowych i przebiega on do odległości $x/D=45$. Dopiero od tej odległości można uznać, że proces formowania się przepływu jest już zakończony. Ponieważ w przepływach nieizotermicznych warstwy przyścienne hydrodynamiczna i termiczna oddziałują na siebie, to w odcinku początkowym występują duże zmiany współczynnika przejmowania ciepła,

które w pewnych przypadkach mają trudny do przewidzenia charakter oscylacyjny [4].

Na rysunku 2 pokazano rozkład kinetycznej energii turbulencji k dla liczby Reynoldsa $Re=10900$.

w rejonach środkowych rury występuje duży spadek k ze względu na przyjęty profil prostokątny na wlocie. Dominacja członów generacyjnych nad dyssypacyjnymi pojawia się najszybciej w rejonach przyściennych, co spowodowane jest formującymi się warstwami przyściennymi o dużych gradientach prędkości.

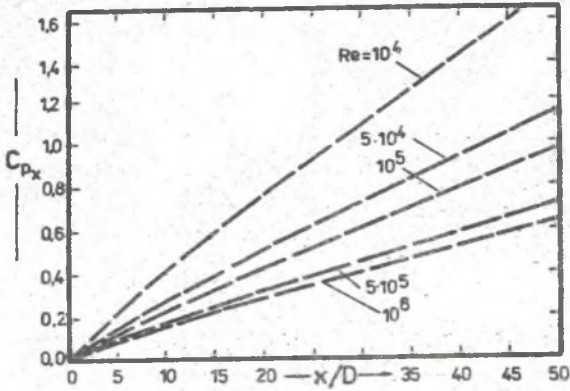


Rys. 2. Rozkład kinetycznej energii turbulencji w początkowym odcinku rury gładkiej.

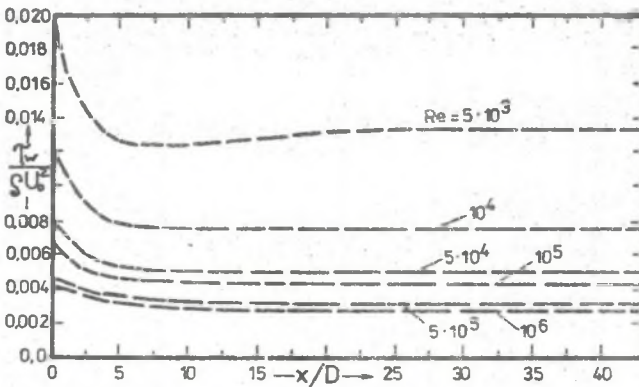
Na rysunkach 3 i 4 pokazano rozkład współczynnika spadku ciśnienia $C_{px} = (\hat{P}_0 - \hat{P}) / (0,5 \xi U_0^2)$ oraz rozkład naprężeń na ścianie dla liczb Reynoldsa zmieniających się od $5 \cdot 10^3$ do 10^6 . Na rysunkach przyjęto oznaczenia:

- \hat{P}_0 - średnie ciśnienie na wlocie,
- \hat{P} - średnie ciśnienie w przekroju oddalonym o x/D od wlotu,
- τ_w - naprężenie na ścianie.

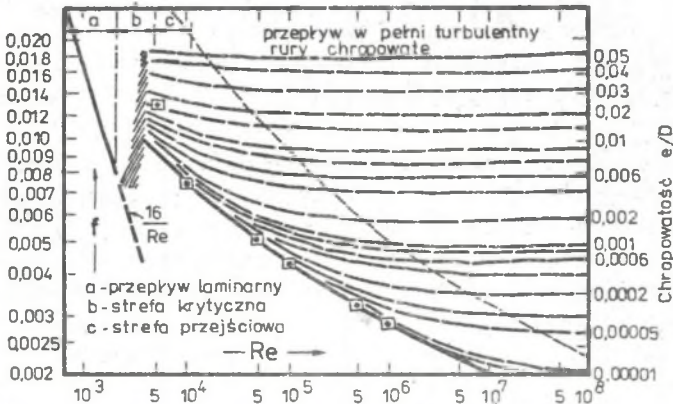
Rysunek 5 przedstawia weryfikację doświadczalną uzyskanych wartości współczynnika oporu Fanninga dla profilu w pełni rozwiniętego opartą na charakterystykach zamieszczonych w pracy [5]. Dla liczb Reynoldsa $Re > 10000$ zgodność jest bardzo dobra. Jest to wynikiem wykorzystania w modelu logarytmicznego prawa ściany przy modyfikacji członów źródłowych równań transportu k i ϵ w pobliżu ściany, jak również uwzględnieniu go w warunkach brzegowych dla składowej U wektora prędkości.



Rys. 3. Rozkład współczynnika spadku ciśnienia C_{px}



Rys. 4. Rozkład naprężeń na ścianie τ_w



Rys. 5. Rozkład współczynnika oporu przepływu

4. Zakończenie

W pracy przedstawiono model matematyczny procesu formowania się przepływu w początkowych odcinkach rur gładkich. W oparciu o sformułowany model matematyczny przeprowadzono analizę tego procesu dla szerokiego zakresu liczb Reynoldsa. Dla zadanego poziomu intensywności turbulencji i prostokątnego profilu prędkości na wlocie zilustrowano proces formowania się profilu prędkości U i kinetycznej energii turbulencji k . Dla przepływu w pełni rozwiniętego przeprowadzono weryfikację doświadczalną, która potwierdziła poprawność sformułowanego modelu dla liczb Reynoldsa $Re \gg 10000$.

Sformułowany model matematyczny uzupełniony równaniami uwzględniającymi proces wymiany ciepła może posłużyć do studiowania problemu przepływu nieizotermicznego w odcinkach początkowych rur gładkich dla dowolnie zadanych warunków wlotowych w postaci różnych profili prędkości, intensywności turbulencji, temperatury itp.

Literatura

- [1] B.E. Launder, D.B. Spalding; The Numerical Computation of Turbulent Flows, Comp. Meth. in Applied Mech. and Eng., vol. 3, 1972
- [2] A.Wanik, M.Zembrzuski; Numeryczne modelowanie nieizotermicznych przepływów burzliwych, Etap II, Raport Politechniki Wrocławskiej nr SPR 41/82, Wrocław 1982
- [3] J.Nieradko, K.Wiercigroch; Opracowanie metody teoretycznego wyznaczania charakterystyk termodynamiczno-przepływowych procesu przekazywania ciepła w rurach oraz w wymienniku ciepła typu rura w rurze, Praca magisterska, Politechnika Wrocławska, 1983
- [4] L.H. Back, R.F. Cuffel, P.F. Massier; Laminar, Transition and Turbulent Boundary Layers with Wall Cooling in Turbulent Airflow Through a Tube, Trans. ASME, J. Heat Transfer, November 1969
- [5] P.W. O'Callaghan; Building for Energy Conservation, Pergamon Press, Oxford 1978

ВЫЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ
В НАЧАЛЬНЫХ УЧАСТКАХ ГЛАДКИХ ТРУБ

Резюме

В работе представлены численные решения турбулентного течения в начальных участках гладких труб. В качестве модели турбулентности принимается модель, для которой энергия турбулентного движения и скорость её диссипации рассчитываются на основе соответствующих уравнений переноса, которые решаются совместно с уравнениями для осредненного течения.

NUMERICAL PREDICTION OF TURBULENT FLOW IN THE ENTRANCE
REGION OF SMOOTH TUBES

Summary

A solution method is presented which predicts the turbulent flow field in the entrance region of smooth tubes. Mathematical description of the model include the set of equations for momentum and mass transfer. Pressure field was obtained by using a modified semi-implicit method for pressure linked equations. Equations of turbulent motion have been closed applying k - turbulence model. An example of numerical calculation results of fluid flow has been presented.