ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1984

Seria: ENERGETYKA z. 88 Nr kol. 807

Janusz PLUTECKI
Marek SKOWROŃSKI

Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn
Politechniki Wrocławskiej

UMOWNOŚĆ LICZBY REYNOLDSA W INTERPRETACJI ZMIAN CHARAKTERYSTYK POMP WYWOŁANYCH LEPKOŚCIĄ CIECZY

Streszczenie: W pracy przedstawiono zagadnienie umowności liczby Reynoldsa w interpretowaniu zjawisk przepływowych w pompach. Podano różne postacie stosowanych liczb Reynoldsa. Na podstawie przeprowadzonych badań eksperymentalnych zmian charakterystyk pomp wywołanych lepkością cieczy pompowanej ustalono statystycznie ich przydatność do interpretacji wyników.

WAŻNIEJSZE OZNACZENIA

$D_{(j)}$ - różnica przeliczeniowa,
F - statystyka F - Snedecora,
Q_R - kryterium dobroci,
R - stosunek korelacyjny,
ν_P - wyróżnik mocy,
ξ_H - inwariant wysokości podnoszenia,
ξ_Q - inwariant wydajności,
ξ_ν - inwariant oporów lepkości,
φ - wyróżnik wydajności,
ψ - wyróżnik wysokości podnoszenia.

INDEKSY
(wskaźniki dolne)

(j) - wskaźnik różnicy rpzeliczeniowej,
k - punkt maksymalnej η_h,
opt. - optymalny,
t - tarciowy,
th - teoretyczny,

(wskaźniki górne)
(i) - wskaźnik liczby Reynoldsa,
w - przy pompowaniu wody,
ν - przy pompowaniu cieczy lepkiej.

1. Wstęp

Ze względu na stale zwiększającą się różnorodność pompowanych cieczy, o własnościach fizycznych często daleko odbiegających od własności wody, konieczne jest znajomość procesu roboczego w pompach w takich warunkach. Jednym z istotnych parametrów cieczy jest lepkość. Z uwagi na złożoność procesu roboczego w pompach, szczególnie przy pompowaniu cieczy lepkich, podstawowym źródłem informacji na ten temat są badania eksperymentalne. Badania te prowadzono w kierunku porównania poszczególnych strat [11], bądź wykorzystania współczynników przeliczeniowych uzyskanych z opracowania danych dotyczących zmian charakterystyk wywołanych lepkością cieczy, np. metody Ippena [3], Suchanowa [11], i innych. Jak wynika z własnych badań, przeliczenie charakterystyk na ciecz lepką według różnych metod daje często rezultaty różniące się od danych eksperymentalnych konkretnej jednostki.

2. Liczba Reynoldsa w interpretacji wyników badań procesu roboczego w pompach

Na podstawie analizy wymiarowej pompy wirowej stwierdzono, że proces roboczy określony jest podstawowymi inwariantami:

wysokości podnoszenia $\xi_H = \frac{g\,H}{d^2\,n^2}$ (1)

wydajności $\xi_Q = \frac{Q}{d^3\,n}$ (2)

oporów lepkości $\xi_\nu = \frac{\nu}{d^2\,n}$ (3)

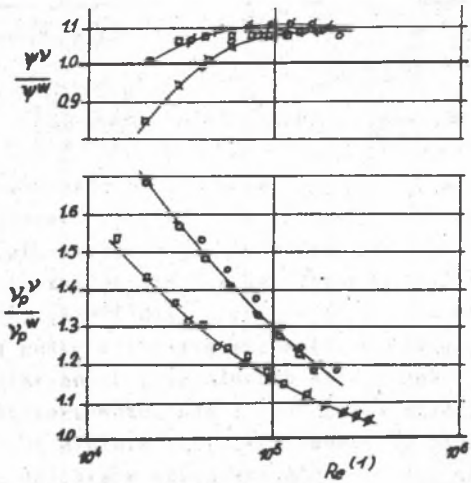
Ten ostatni uwzględnia wpływ lepkości pompowanego medium. Korzystając z założenia podobieństwa hydrodynamicznego maszyn wirowych wiele metod [1,2, 3,4,9] opartych jest na określaniu zmian położenia punktu optymalnego wywołanych lepkością pompowanej cieczy. Zmiany te można opisać zależnością $(Q/H)^{\alpha}$ = const. Wartość wykładnika potęgowego nie została jednoznacznie określona, np. Ippen [3] i Abdel-Azim [1] podają wartość $\alpha = 1/2$, Rotzol $\alpha = 1$, Liepkow [4] i inni podają $\alpha = 3/2$ (n_s = const). Z uwagi na zmiany udziału poszczególnych strat w bilansie energetycznym pompy, wywołanych zmianą lepkości cieczy, a tym samym odchylenie od prawa podobieństwa współczynnik α może mieć stałą wartość dla danego typu pompy, lecz nie należy oczekiwać, by wartość ta była ogólnie obowiązująca. Dlatego niedogodna jest interpretacja wyników badań w oparciu o zmiany parametrów punktu optymalnego.

Uwzględniając we wzorze (3) zależność nd $u \propto \sqrt{gH}$ inwariant oporów lepkości można napisać w postaci:

$$\frac{\nu}{d^2 n} \propto \frac{\nu}{ud} \propto \frac{\nu}{d\sqrt{gH}} = const \quad (4) \qquad \frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{H_1}{H_2}} \quad (5)$$

z której wynika, iż może on stanowić wyróżnik podobieństwa przepływów przez ten sam wirnik płynów o różnych lepkościach. Odwrotność tego inwariantu przedstawia sobą liczbę podobieństwa Reynoldsa. Dla cieczy o określonej lepkości wartość liczby Reynoldsa wzrasta ze wzrostem prędkości przepływu. Przy dostatecznie dużych wartościach liczby Reynoldsa wpływ zmiany jej wartości na przebieg zjawiska przepływu można pominąć, tak, iż warunki przybliżonego podobieństwa dynamicznego można osiągnąć przy zachowaniu równości wyróżnika wydajności w obu porównywalnych przepływach. Znalazło to potwierdzenie doświadczalne, gdyż wielu autorów [2,3,4,5,9,11] stwierdza, że w punkcie $Q = 0$ nie występuje wcale lub występuje tylko w nieznacznym stopniu zmniejszenie wysokości podnoszenia pompy, z czego można wnioskować, że główny wpływ na obniżenie charakterystyki wywierają straty tarcia. Dlatego też przy zastosowaniu bezwymiarowych współczynników przeliczania zmian charakterystyk pomp z pompowania wody na ciecz lepką korzystna jest interpretacja wyników badań przy stałych wydajnościach, gdyż wtedy wpływ lepkości ujawnia się bezpośrednio i wyraźnie, a ilość współczynników niezależnych ogranicza się do 2 [6]. Wyrażając je w funkcji lepkości możliwa jest interpretacja badań danej pompy. Szersza interpretacja badań możliwa jest przy zastosowaniu liczby Reynoldsa.

Liczba Reynoldsa w pompach wirowych ma charakter umowny, ponieważ w polu prądu ograniczonego kanałami międzyłopatkowymi jej części przepływowej wartość charakterystycznego wymiaru zmienia się od przekroju do przekroju. Liczba Reynoldsa w tym przypadku charakteryzuje jedynie wpływ lepkości na przebieg zjawiska, nie stanowi natomiast kryterium burzliwości w poszczególnych punktach pola prądu. Przy rozwiniętym w pełni ruchu burzliwym w jednym punkcie pola (np. w wirniku) w innym może wystąpić ruch laminarny (np. w szczelinach). Dlatego też liczba Reynoldsa ma charakter umowny, a jej wartość zależy od tego, jaki wymiar pompy przyjmiemy za charakterystyczny (d) i jaka będzie mu odpowiadała prędkość (c). Nie określa ona, tak jak w przepływach przez przewody, charakteru przepływu cieczy przez pompę (w szczególności przez wirnik, jako element czynny hydraulicznie), a jest jedynie niezależnym parametrem, do którego odnosimy wyniki badań doświadczalnych. Ujawniło się to wyraźnie w interpretacji wyników badań wpływu lepkości na charakterystyki pomp [7], gdzie np. zastosowanie liczby Reynoldsa w najczęściej spotykanej postaci $Re = u_2 d_2/\nu$ (6) umożliwiło w zasadzie interpretację wyników badań niewielkiej liczby pomp - przeważnie jednej rodziny (wielkości), (rys.1), nie uzyskiwano natomiast zbieżności wyników zapewniającej prostą ich interpretację.



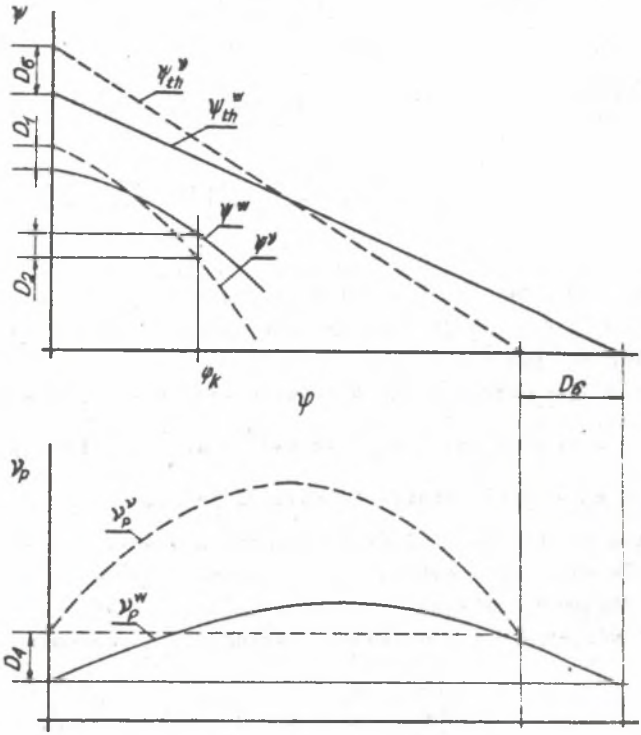
Rys.1. Zmiana wyróżnika wysokości podnoszenia i wyróżnika mocy przy wydajności względnej $Q/Q_{w.opt} = 0,8$ dla pomp 62/250-0, 65/215 - i 100/180 - , 100/230 - , w zależności od zmiany liczby Reynoldsa o postaci Re(1)

3. Interpretacja badań wpływu lepkości cieczy na charakterystyki pomp

Stosując bardziej złożony model zmian charakterystyk pompy wywołanych lepkością pompowanego medium, zmiany te (rys.2) opisywane są różnicami przeliczeniowymi [10] w odniesieniu do charakterystyk przy pompowaniu wody:

$$
\begin{aligned}
D_1 &= \psi_o^{\nu} - \psi_o^{w} \\
D_2 &= \psi_k^{\nu} - \psi_k^{w} \\
D_3 &= (k_t^{\nu} + k_u^{\nu}) - (k_t^{w} + k_u^{w}) \\
D_4 &= \nu_{Ps}^{\nu} - \nu_{Ps}^{w} \\
D_5 &= \psi_{th\ max}^{\nu} - \psi_{th\ max}^{w} \\
D_6 &= \psi_{th\ max}^{w} - \psi_{th\ max}^{\nu}
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Różnice te określone zostały na podstawie badań laboratoryjnych 26 pomp w zakresie lepkości 1-800 cSt. Z uwagi na umowność liczby Reynoldsa i rozbieżności w interpretacji wyników przy zastosowaniu jej w postaci (6) sięgnięto po inne, znane postacie liczby Reynoldsa stosowane w interpretacji badań tych pomp (tab.1).



Rys.2. Model zmian charakterystyk pompy

Tabela 1

Postacie liczby Reynoldsa

Lp.	Postać liczby Reynoldsa	Autorzy	Lp.	Postać liczby Reynoldsa	Autorzy
1.	$Re^{(1)} = \frac{u_2 d_2}{\nu}$	Ippen, Rotzoll, Itaya, Ventrone	10.	$Re^{(10)} = \frac{u_2\sqrt{d_2 b_2}}{\nu}$	
2.	$Re^{(2)} = \frac{\sqrt[3]{\omega Q^w_{opt}{}^2}}{\nu}$	Ljapkov, Żukowa, Suchanov	11.	$Re^{(11)} = \frac{d_2\sqrt{H^v_{opt}}}{\nu}$	Ippen
3.	$Re^{(3)} = \frac{d_2 b_2 \omega}{\nu}$	Ljapkov, Raskin	12.	$Re^{(12)} = \frac{n\, Q^v_{opt}}{H^w_{opt}}$	Stepanoff
4.	$Re^{(4)} = \frac{Q^w_{opt}{}^2}{b_2 \nu}$		13.	$Re^{(13)} = \frac{n\, Q^v_{opt}}{\nu\sqrt{H^w_{opt}}}$	Ljapkov, Geller
5.	$Re^{(5)} = \frac{\sqrt[3]{2gH^w_{opt} Q^{w\,2}_{opt}}}{\nu}$	Inst. Hydrauliki Nowy Jork	14.	$Re^{(14)} = \frac{Q^v_{opt}}{\nu\, d_2}$	Ippen
6.	$Re^{(6)} = \frac{Q^w_{opt}}{\nu\sqrt{b_2 d_2}}$		15.	$Re^{(15)} = \frac{Q^w_{opt}}{\nu\, d_2}$	Ljapkov, Ibałukov, Szieszczenko

7.	$Re^{(7)} = \frac{Q^{w}_{opt}}{\nu\, b_2}$		16.	$Re^{(16)} = \frac{Q^{w}_{opt}}{\nu\, d_o}$	Ippen, Rutschi, Ljapkov
8.	$Re^{(8)} = \frac{d_2\sqrt{2gH^{w}_{opt}}}{\nu}$	Itaya, Ippen	17.	$Re^{(17)} = \frac{d_2 c_m}{\nu}$	Abdel-Azim Ventrone
9.	$Re^{(9)} = \frac{\sqrt{2gH^{w}_{opt} b_2 d_2}}{\nu}$		18.	$Re^{(18)} = \frac{\sqrt[3]{n}\, Q_{opt}}{\nu \sqrt[3]{Q^{w}_{opt}}}$	Ljapkov

Na podstawie wstępnej oceny postaci liczby Reyjnoldsa, pod kątem ich przydatności do interpretacji wyników tych badań do dokładnej analizy wybrano 10 pierwszych postaci liczby.

Dla różnic przeliczeniowych dobrano funkcję regresji o postaci:

$$D = c_o + c_1 (\log Re) + c_2 (\log Re)^2 + \ldots + c_k (\log Re)^k \qquad (8)$$

gdzie: c_o, c_1, c_2 - współczynniki funkcji regresji.

Na podstawie wyników badań doświadczalnych stosując metodę najmniejszych kwadratów wyznaczono współczynniki regresji dla wielomianów stopnia 1-6. Dla zbadania istotności uzyskanych funkcji wyznaczono wartości stosunku korelacyjnego R i statystyki F określonych wzorami:

$$R = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N} (\hat{D}_n - \bar{D})^2}{\sum_{1}^{N} (D_n - \bar{D})^2}} \; ; \quad F = \frac{\frac{R^2}{k}}{\frac{(1 - R^2)}{N - k - 1}} \qquad (9) \; ; \; (10)$$

gdzie: R - stosunek korelacyjny,
N - liczba rozpatrywanych pomiarów,
D_n - wartość różnicy przeliczeniowej obliczona z funkcji regresji,
D_n - wartość różnicy przeliczeniowej wyznaczona doświadczalnie,
D - średnie arytmetyczne różnic przeliczeniowych,
k - liczba stopni swobody funkcji regresji.

Stopień rozpatrywanego wielomianu określono na podstawie porównania statystyki F z jej wartością krytyczną F_{kr} z tablic rozkładu Snedecora dla przyjętych poziomów istotności $\alpha = 0{,}01$ i $\alpha = 0{,}05$.

Na podstawie przeprowadzonej analizy stwierdzono, że nie popełni się grubszego błędu, jeżeli dla wszystkich różnic przeliczeniowych odrzucić człony trzeciego i wyższych rzędów. Określenie liczby Reynoldsa najlepiej opisującej wpływ lepkości na parametry pompy ustalono wprowadzając kryterium dobroci w postaci:

$$Q_R^{(i)} = \sum_j R^{(i)}_{(j)} \quad \text{dla} \quad \begin{matrix} i = 1 \ldots 10 \\ j = 1 \ldots 6 \end{matrix} \qquad (11)$$

gdzie: $Q_R^{(i)}$ - kryterium dobroci dla liczby Reynoldsa o postaci $Re^{(i)}$,
$R^{(i)}_{(j)}$ - stosunek korelacyjny dla zależności różnicy przeliczeniowej D(j) od liczby Reynoldsa $Re^{(i)}$.

Otrzymane wyniki obliczeń zestawiono w tab.2. Z tabeli tej wynika, iż najwyższą wartość kryterium dobroci ma liczba Reynoldsa w postaci:

$$Re^{(2)} = \frac{\sqrt[3]{Q^{w}_{opt}{}^{2}\,\omega}}{\nu} \qquad (12)$$

a nieznacznie niższą w postaci $Re^{(3)} = d_2\, b_2\, \omega / \nu$ i $Re^{(6)} = Q^{w}_{opt} / \nu \sqrt{d_2 b_2}$.
Na podstawie analizy tych liczb można przypuszczać, że wielkości Q^{w}_{opt}, d_2, b_2 i ω mają decydujący wpływ na kształt i położenie charakterystyk energetycznych pompy pompującej ciecz o lepkości ν.

Tabela 2

Wartości kryterium dobroci dla różnych postaci liczby Reynoldsa

	Postać liczby Reynoldsa									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q_R	3,301	4,007	3,982	3,587	3,882	3,972	3,555	3,218	3,717	3,798

Zależność funkcyjną różnic przeliczeniowych od liczby Reynoldsa $Re^{(2)}$ opisują zależności

$$D_1 = 0{,}2503 - 4{,}517 \cdot 10^{-2} \log Re$$
$$D_2 = 1{,}274\, e^{-4{,}514 \cdot 10^{-2} \log Re} - 31 \cdot 10^{3}\, e^{-3{,}6178 \log Re} - 1$$
$$D_3 = 0$$
$$D_4 = 0{,}1541 - 3{,}346\, 10^{-2} \log Re$$
$$D_5 = 1{,}632 - 0{,}368 \log Re$$

4. Wnioski

Przeprowadzona analiza wykazała, iż przy interpretowaniu wyników badań wpływu własności fizycznych cieczy pompowanej na proces roboczy w pompie z uwagi na złożoność tego procesu, nie jest możliwe proste stosowanie zasad podobieństwa hydrodynamicznego. Stosowane liczby podobieństwa Reynoldsa mają charakter umowny, dlatego też bezkrytyczne stosowanie ich może prowadzić do nie najlepszej interpretacji badań. Każdorazowo konieczne jest przeprowadzenie analizy przydatności różnych postaci liczb podobieństwa w interpretacji danych wyników badań. Można to zrobić w oparciu o zależności (11). W konkretnym przypadku interpretacji wyników badań wpływu lepkości cieczy na charakterystyki pomp dla rozpatrywanego modelu ich zmian do interpretacji najlepszą okazała się liczba Reynoldsa w postaci $Re^{(2)} = \sqrt[3]{Q^{w}_{opt}{}^{2}\,\omega} / \nu$, natomiast najczęściej cytowana w literaturze przedmiotu liczba Reynoldsa w postaci $Re^{(1)} = u_2\, d_2 / \nu$ miała niski współczynnik dobroci i nie była przydatna dla interpretacji wyników badań.

Literatura

1) Abdel Azim O.: Die Reynolds Zahl Abhängigkeit von radialen laufrädern. Maschinenbautechnik 17/1968/12 s.638-644.

2) Ajzenštain M.D.: Centrobežnyje nasosy dla naftiannoj promyšlennosti. Cosmoptechizdat, Moskva 1957.

3) Ippen A.T.: - The Influence of Viscosity on Centrifugal Pump Performance. Trans. ASME 68/1946/8, s.823-848.

4) Ljapkov P.D.: - O vlijanii vjazkosti židkosti na charakteristiku pogružnych centrobežnych nasosov. Tr. VNII vyp. 41, 1964.

5) Pfleiderer C., Peterman H.: - Strömungsmaschinen. Springer - Verlag, Berlin, Göteborg, Heidelberg, 1964.

6) Plutecki J., Skowroński M.: - Wpływ lepkości cieczy na charakterystyki energetyczne pomp wirowych. Technologia przepływowych maszyn wirnikowych. IV Konferencja naukowo-techniczna, Rzeszów 1978.

7) Plutecki J., Skowroński M.: - Viscosity of the liquid and one-stage centrifugal pump parameters. Proceding of the Sixth Conference on Pluid Machinery. Budapest 1979.

8) Plutecki J., Skowroński M.: - Model pracy pompy wirowej przy pompowaniu cieczy lepkiej. Technologia przepływowych maszyn wirnikowych. V Konferencja naukowo-techniczna, Rzeszów 1983.

9) Rotzoll R.: - Untersuchungen an einer langsamlaufigen Kreiselpumpe bei verschudenen Reynolds zahlen. Konstruktion 10/1958/4.

10) Skowroński M.: - Charakterystyki pomp wirowych wolnobieżnych przy pompowaniu cieczy o zwiększonej lepkości. Raport 094/694/80, IKEM P.Wr. Wrocław.

11) Suchanov D.J.: - Rabota łopastnych nasosov na vjazkich židkostjach. Mašgiz 1952.

СОГЛАСОВАННОСТЬ ЧИСЛА РЕЙНОЛЬДСА В ИНТЕРПРЕТАЦИИ ПЕРЕМЕНЫ ХАРАКТЕРИСТИК ЦЕНТРОБЕЖНЫХ НАСОСОВ6 ВЫЗВАННЫХ ВЯЗКОСТЬЮ ПЕРЕКАЧИВАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Р е з ю м е

В статье представлены проблемы согласованности числа Рейнольдса в интерпретации явлений, связанных с течением жидкости в насосе. Даны различные формы применяемых чисел Рейнольдса. На основе сделанных исследований изменения характеристик насосов, вызванных вязкостью перекачиваемой жидкости, установлена их статистическая пригодность к интерпретации полученных результатов.

REYNOLDS NUMBER CONVENTIONALITY IN THE INTERPRETATION OF CHANGES IN PUMP PARAMETERS RESULTING FROM FLUID VISCOSITY

S u m m a r y

Problem of Reynolds number conventionality in the interpretation of the flow phenomena in the pumps has been discussed including its different forms being applied. Based on the experiments which comprised analyses of the changes in pump parameters resulting from fluid viscosity, the Reynolds number usability to the interpretation of experimental results has been determined statistically.