ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1984
Seria: ENERGETYKA z. 88 Nr kol. 807

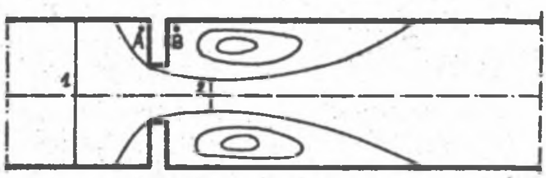
Janusz POSPOLITA
Instytut Elektrotechniki
Wyższa Szkoła Inżynierska w Opolu

# NUMERYCZNA OCENA ZAKRESU ZMIENNOŚCI LICZBY PRZEPŁYWU W FUNKCJI CZASU DLA PULSUJĄCEGO PRZEPŁYWU PRZEZ ZWĘŻKĘ

**Streszczenie:** Przedstawiono model matematyczny pulsującego przepływu przez rurociąg ze zwężką. Na podstawie pól prędkości i ciśnień w otoczeniu zwężki wyznaczono liczbę przepływu w funkcji czasu. Przedstawiono przykłady obliczeń dla różnych amplitud pulsacji strumienia masy.

## 1. Wstęp

W praktyce technicznej niejednokrotnie zachodzi konieczność pomiaru wartości średniej pulsującego strumienia masy. Pulsacje te wywołane są przede wszystkim działaniem pomp i sprężarek tłokowych. Traktowanie przepływu pulsującego jako quasi-ustalonego [7] i korzystanie ze wzorów i współczynników podanych w normie [9] jest źródłem dodatkowego błędu pomiaru. Błąd ten wynika z kwadratowej zależności między ciśnieniem różnicowym $\Delta p$ i strumieniem masy $\dot{M}$ [6], [8], pominięcia członu niestacjonarnego w równaniu opisującym pulsujący przepływ przez rurociąg ze zwężką [1], [2] oraz przyjęcia stałości liczby przepływu i ekspansji. Wielkość błędu pomiaru wynikającego z dwóch pierwszych przyczyn można wyznaczyć na drodze teoretycznej [2], [3], [6], natomiast brak jest danych co do zakresu zmienności liczby przepływu $\alpha$ w funkcji czasu. Jedną z metod określenia funkcji $\alpha(t)$ jest symulacja cyfrowa przepływu w badanym układzie przepływowym (rys.1). Następnie można wykorzystać otrzymane rozkłady prędkości i ciśnień w funkcji czasu do obliczania współczynników Coriolisa, współczynnika kontrakcji oraz innych wielkości określających wewnętrzną strukturę liczby przepływu [6].




Rys.1. Układ przepływowy ze zwężką.

## 2. Model matematyczny przepływu

Badany przepływ opisany jest równaniami Reynoldsa oraz dołączonymi do nich równaniami modelu turbulencji $k$-$\varepsilon$ [4]. Równania modelu matematycznego można zapisać w ogólnej zachowawczej formie w cylindrycznym układzie współrzędnych

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(V\phi) + \frac{1}{r}(rU\phi) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial r}\right) + S_\phi \quad . \tag{1}$$

W powyższym równaniu zmienna $\phi$ oznacza kolejno składową promieniową U, osiową V wektora prędkości, kinetyczną energię turbulencji k i prędkość dyssypacji kinetycznej energii turbulencji $\varepsilon$. Współczynniki $\Gamma_\phi$ i $S_\phi$ zestawione są w tabeli 1.

| $\phi$ | $\Gamma_\phi$ | $S_\phi$ |
|---|---|---|
| $V$ | $\nu_{ef}$ | $\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu_{ef}\frac{\partial V}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\nu_{ef}\frac{\partial U}{\partial z}\right) - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial z}$ |
| $U$ | $\nu_{ef}$ | $\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu_{ef}\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\nu_{ef}\frac{\partial U}{\partial r}\right) - \frac{2\nu_{ef}U}{r^2} - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial r}$ |
| $k$ | $\frac{\nu_{ef}}{\sigma_k}$ | $G - \varepsilon$ |
| $\varepsilon$ | $\frac{\nu_{ef}}{\sigma_\varepsilon}$ | $\frac{\varepsilon}{k}(c_1 G - c_2\varepsilon)$ |

Tabela 1. Współczynniki układu równań (1) .

Wielkości $\sigma_k$, $\sigma_\varepsilon$, $c_1$ i $c_2$ są stałymi modelu turbulencji. Do powyższego układu równań dołącza się odpowiednie dla wszystkich zmiennych warunki graniczne [4] . Pulsację strumienia masy otrzymuje się zadając w przekroju wlotowym badanego układu przepływowego gradient ciśnienia w kierunku osiowym w postaci funkcji okresowej za składową stałą.

## 3. Zarys metody numerycznej

Układ równań (1) i warunki brzegowe dyskretyzuje się na nierównomiernej w obu kierunkach siatce różnicowej i rozwiązuje metodą różnic skończonych. W rozpatrywanym zagadnieniu zastosowano metodę całkowicie jawną. Przykładowo, schemat różnicowy równania zachowania pędu w kierunku promieniowym przyjmuje postać

$$U_{i,j}^{n+1} \quad U_{i,j}^{n} + \Delta t\left(-(K_r^U)^n - (K_z^U)^n + (D_z^U)^n + 2(D_r^U)^n + (Z_{rz}^V)^n + (Z_r^P)^n + (Z^U)^n\right) \quad . \tag{2}$$

K,D i Z z odpowiednimi indeksami są skrótowymi oznaczeniami schematów różnicowych członów konwekcyjnych, dyfuzyjnych i źródłowych równania dla składowej U wektora prędkości. Zgodnie z oznaczeniem, wszystkie zmienne występujące po prawej stronie równania różnicowego określone są na n-tym poziomie czasu. Równania dla U, V, k i $\varepsilon$ rozwiązywane są kolejno i w rezultacie otrzymuje się rozkłady wszystkich zmiennych na nowym poziomie czasu $t+\Delta t$ . Szczegóły dotyczące numerycznego rozwiązania układu równań (1) znaleźć można w pracach [3], [4].

## 4. Numeryczne wyznaczanie liczby przepływu

Jednowymiarowy model matematyczny oparty na całce Cauchy'ego - Lagrange'a jest najczęściej stosowaną metodą opisu niestacjonarnego przepływu płynu przez rurociąg ze zwężką [5], [6], [7]. Stosując całkę Cauchy'ego - Lagrange'a z uwzględnieniem strat energii dla przekrojów 1 i 2 strumienia głównego otrzymuje się równanie

$$\frac{p_1-p_2}{\rho} = \frac{c_2 V_2^2}{2} - \frac{c_1 V_1^2}{2} + \xi\frac{V_2^2}{2} + \int_{z_1}^{z_2}\frac{\partial V}{\partial t}dz \quad , \tag{3}$$

gdzie $p_1$, $V_1$ i $p_2$, $V_2$ są prędkościami i ciśnieniami odpowiednio w przekrojach 1 i 2, $c_1$ i $c_2$ współczynnikami Coriolisa, $\xi$ jest współczynnikiem strat. Równanie (3) można przekształcić do postaci

$$p_1-p_2 = \frac{\dot{M}^2}{2\rho\alpha^2 A_0^2} + \rho\int_{z_1}^{z_2}\frac{\partial V}{\partial t}dz \quad , \tag{4}$$

gdzie

$$\alpha = \frac{\varkappa}{\sqrt{c_2+\xi-c_1 m^2\varkappa^2}} \quad , \tag{5}$$

jest liczbą przepływu zwężki, $A_0$ jej polem przekroju, $\varkappa$ współczynnikiem kontrakcji. Wprowadzając współczynnik $\Psi$ zdefiniowany wzorem

$$\Psi = \frac{p_1-p_2}{p_A-p_B} \quad , \tag{6}$$

uwzględniający fakt, że punkty odbioru ciśnienia nie muszą w ogólnym przypadku pokrywać się z przekrojami 1 i 2 (rys. 1) liczbę przepływu określa zależność

$$\alpha = \frac{\varkappa\sqrt{\Psi}}{\sqrt{c_2+\xi-c_1 m^2\varkappa^2}} \quad . \tag{7}$$

W wypadku przepływu nieustalonego $c_1$, $c_2$, $\varkappa$, $\xi$ i $\Psi$ są funkcjami czasu. W oparciu o wyznaczone pola prędkości i ciśnień, korzystając z definicji powyższych współczynników, można określić ich zmienność w czasie. Następnie, wykorzystując zależność (7), można wyznaczyć funkcję $\alpha(t)$.

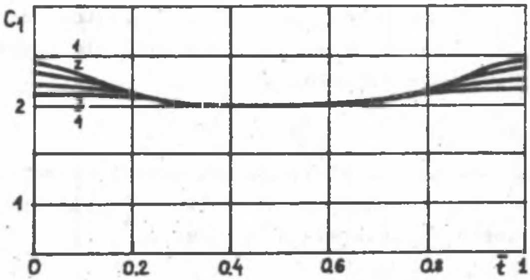
## 5. Przykłady obliczeń

Obliczenia przeprowadzono dla wody przy Re = 10000 i częstotliwości 139,6 rad/s dla przedstawionej na rys. 1 kryzy o wymiarach d/D = 0,5 i g/D = 0,05, gdzie d jest średnicą zwężki, g jej grubością, D średnicą rurociągu. Zadając w przekroju wlotowym okresowo zmienny gradient ciśnienia otrzymano przepływ pulsujący w postaci

$$\dot{M}(t) = \bar{\dot{M}}(1+h\sin\omega t) \quad . \tag{8}$$

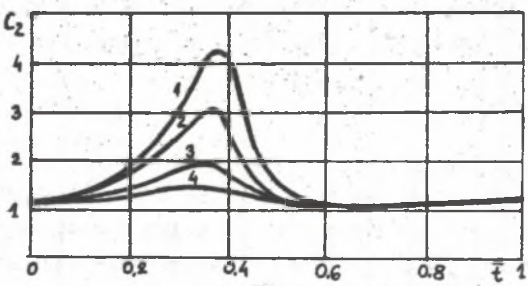
Poniżej przedstawiono wyniki obliczeń dla czterech różnych amplitud pulsacji strumienia masy $h_1 = 0,23$, $h_2 = 0,15$, $h_3 = 0,07$, $h_4 = 0,025$.
Na rys. 2 przedstawiono współczynnik Coriolisa w przekroju 1 dla czterech

podanych amplitud pulsacji strumienia masy w funkcji czasu odniesionego do okresu pulsacji ($\bar{t} = t/_T$). Analizowany w każdym z przykładów cykl pulsacyjny został tak wybrany, że maksimum strumienia masy występuje dla $\bar{t} = 0,5$. Przekrój 1 został przyjęty w odległości 0,2 D przed zwężką. Występuje tu deformujący wpływ zwężki na profil prędkości, co m. in. uwidacznia się dużą wartością współczynnika Coriolisa w tym przekroju. Stwierdzić można także stosunkowo niewielki wpływ pulsacji strumienia na wartość $c_1$ przed zwężką.

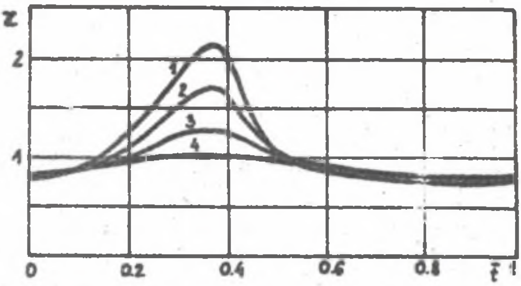



Rys. 2. Współczynnik Coriolisa w przekroju 1 w funkcji czasu dla amplitud pulsacji strumienia masy: 1-0,23, 2-0,15, 3-0,07, 4-0,025.

Pulsacja strumienia masy znacznie zmienia pole prędkości za zwężką, szczególnie jeśli chodzi o kształt i zasięg strefy recyrkulacji[3] , [4] . Uwidacznia to również przedstawiona na rys. 3. duża zmienność współczynnika Coriolisa w przekroju 2 strumienia głównego, który odpowiada przekrojowi "vena contracta" dla przepływu ustalonego przy Re = 10000. Szczególnie dla pulsacji strumienia o amplitudzie 0,23, gdy przy dużych zmianach kształtu i zasięgu strefy recyrkulacji, przy $\bar{t} \geq 0,4$ następuje jej na[...]ejszenie i częściowe rozdzielenie. Odpowiada to znacznemu wzrostowi wsp[...]łczynnika Coriolisa w przekroju 2. Zmianom $c_2$ odpowiadają zmiany współczynnika kontrakcji $\varkappa$ (rys. 4) w przekroju 2. W zakresie 0,2 ÷ 0,5 $\bar{t}$, przy znacznym zmniejszeniu się strefy recyrkulacji, strumień główny rozszerza się bezpośrednio za zwężką i stąd wartości $\varkappa$ większe od jedności.

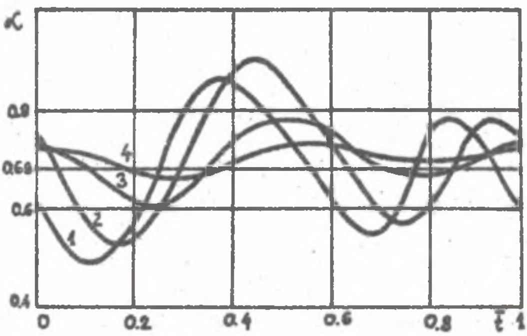



Rys. 3. Współczynnik Coriolisa w przekroju 2 strumienia głównego w funkcji czasu dla amplitud pulsacji strumienia jak na rys. 2.




Rys. 4. Współczynnik kontrakcji w funkcji czasu dla amplitud pulsacji jak na rys 2.

Po wyznaczeniu $\xi(t)$ i $\Psi(t)$, korzystając z zależności (7), określono liczbę przepływu w funkcji czasu (rys. 5).




Rys. 5. Wartość liczby przepływu określonej ze wzoru (7) w funkcji czasu dla amplitud pulsacji strumienia masy jak na rys. 2.

Zakres zmian $\alpha$ w funkcji czasu zależy od wielkości amplitudy h pulsacji strumienia. Dla amplitudy pulsacji h = 0,024 zmiany te są rzędu kilku procent i wzrastają wraz ze zwiększeniem h. Na rys. 5. linią ciągłą oznaczono wartość $\alpha$ = 0,68 zaczerpniętą z normy, odpowiadającą przepływowi ustalonemu przez badaną zwężkę w rozpatrywanym zakresie liczb Reynoldsa. Z rys. 5. wynika,że założenie stałości $\alpha$ w przypadku przepływu pulsującego może być również źródłem znacznego błędu pomiaru. W badanych przepływach, ze względu na dużą wartość częstości pulsacji (139,6 rad/s), składową pulsacyjną strumienia masy wymusza się zadając na wlocie duże wartości zmiennego periodycznie gradientu ciśnienia. Powoduje to duże zmiany pola ciśnień w otoczeniu zwężki i w konsekwencji również w istotny sposób wpływa na zmienność liczby przepływu. Dlatego też należałoby rozszerzyć badania na przepływy o znacznie mniejszych częstościach pulsacji oraz zbadać wpływ tego parametru na zakres zmienności $\alpha$ . Wiąże się to jednak ze zmianą metody numerycznego rozwiązania układu (1) na niejawną ze względu na ograniczenie dotyczące maksymalnej wartości kroku czasowego na siatce czaso-przestrzennej w wypadku metody całkowicie jawnej. Dobór odpowiedniej metody numerycznej w rozwiązywanym zagadnieniu jest zadaniem pierwszoplanowym ze względu na czasochłonność przeprowadzanych obliczeń.

## Literatura


[1] - Dobrowolski B. Kabza Z., Pospolita J.; Numeryczne badania wpływu pulsacji ciśnienia na błędy pomiaru strumienia masy. Archiwum Hydrotechniki, 3/81.

[2] - Dobrowolski B., Kabza Z., Pospolita J.: Teoretyczna ocena wpływu pulsacji na błąd pomiaru średniej wartości strumienia masy. Archiwum Hydrotechniki, 2/83.

[3] - Dobrowolski B., Kabza Z., Pospolita J.; Spyra A.; Badania wpływu stanów nieustalonych płynu na właściwości metrologiczne przepływomierzy zwężkowych. Praca naukowo-badawcza wykonana na zlecenie Wydziału IV - Nauk Technicznych PAN.

[4] - Dobrowolski B., Kabza Z., Pospolita J.; Model matematyczny pulsującego, turbulentnego przepływu przez rurociąg ze zwężką. Materiały XXII Sympozjum Modelowania w Mechanice, Wisła 1983.

[5] - Fortier A; La mesure des debits pulsatoires an moyen d'appareils deprimogenes. La Houille Blanche, 1969, No 5.

[6] - Kremlevski P.P.: Raschodomiery i scotciki kolicestwa. Masinostroenie, Leningrad 1975.

[7] - Mottram R.C., Zarek J.M.: The Behaviour of Orifice Plate and Venturi - Nozzle Meters under Pulsating Air Flow Condition. The Engineer Dec. 1967

[8] - Negrusz A.; Pomiar natężenia przepływu pulsującego metodą zwężkową. Pomiary. Automatyka. Kontrola 6/1964.

[9] - PN - 65/M - 53950: Pomiar natężenia przepływu za pomocą zwężek. Wydawnictwo Normalizacyjne, Warszawa 1965.


## ЧИСЛЕННАЯ ОЦЕНКА ДИАПАЗОНА ПЕРЕМЕННОСТИ ЧИСЛА ТЕЧЕНИЯ В ФУНКЦИИ ВРЕМЕНИ ДЛЯ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ТЕЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ СУЖАЮЩЕЕ УСТРОЙСТВО


### Р е з ю м е

Представлено математическую модель пульсирующего течения через трубопровод с сужающием устройством. На основании полей скоростей и давлений в сфере сужающего устройства определено число течения в функции времени. Подано примеры расчетов для разных амплитуд пульсации потока массы.

NUMERICAL EVALUATION OF DISCHARGE COEFFICIENT RANGE VARIATION AS A FUNCTION OF TIME FOR PULSATING FLUID FLOW THROUGH A PIPE ORIFICE

S u m m a r y

A mathematical model for pulsating fluid flow through a pipe orifice has been presented. Dependence of discharge coefficient as a function of time on the basis of the velocity and pressure field has been evaluated. An example of computations for various amplitude of mass flux pulsation has been given.