

Zygmunt SUCHARSKI

Instytut Techniki Ciepłej i Silników Spalinowych
Politechnika Poznańska

PRZYBLIŻONA METODA ROZWIĄZANIA PRZEPŁYWU PŁYNU LEPKIEGO PRZEZ PALISADY PROFILI I DYFUZORY

Streszczenie: W pracy przedstawiono dalsze rozwinięcie opracowanej przez autora teoretycznej metody obliczania charakterystyk pracy nieruchomej palisady profili. Metoda bazuje na koncepcji Prandtla podziału strumienia na jądro potencjalne i warstwy przyścienne. Przedstawioną metodę zastosowano dla przebadanych palisad kołowych - dyfuzorów łopatkowych. Uzyskano dobrą zgodność wyników otrzymanych z teorii z wynikami badań.

I. Wstęp

W referacie przedstawiono dalsze rozwinięcie przedstawionej na V Krajowej Konferencji Mechaniki Cieczy i Gazów metody rozwiązania przepływu płynu lepkiego przez palisady profili i dyfuzory. Metoda ta, bazując na przyjęciu uproszczonego modelu przepływu, pozwala na obliczanie podstawowych charakterystyk pracy palisady profili. Chodzi tutaj o zależność kąta spływu z palisady, współczynnika przyrostu ciśnienia (dyfuzor) oraz współczynnika strat w funkcji kąta dopływającego strumienia do palisady.

Opracowana metoda może służyć do analizy i oceny pracy palisad łopatkowych już istniejących czy też nowo projektowanych. Może pozwolić na usprawnienie procesu projektowania palisad profili oraz umożliwić optymalizację rozwiązań w procesie projektowania.

II. Model przepływu. Struktura programu obliczeniowego

Opracowana metoda bazuje na przyjęciu uproszczonego modelu przepływu płynu rzeczywistego. Podstawowym założeniem tego modelu jest podział strumienia przepływu na jądro potencjalne oraz warstwy przyścienne. Ponadto przyjęto, że przepływ jest ustalony, czynnik przepływający nieści-

śliwy. Przepływ potencjalny w palisadzie rozwiązywany jest jako dwuwymiarowy lub quasi - trójwymiarowy. Warstwy przysienne tworzące na łopatkach i powierzchniach ograniczających są dwuwymiarowe, turbulenty i nie zachodzi ich oderwanie od ścian. W przyjętym modelu pominięto wpływ warstw przysięnych w narożach kanału.

Przyjęty model narzuca budowę programu obliczeniowego. Główne jego procedury to: procedura rozwiązania przepływu potencjalnego przez palisadę profili oraz procedura rozwiązania równań warstwy przysiennej.

III. Przepływ potencjalny przez palisadę profili

W opracowanej metodzie przepływ potencjalny przez palisadę dowolnych profili rozwiązuje się za pomocą metody równań całkowych (rozkładu osobliwości). Przepływ płynu doskonałego przez kołową palisadę profili na osiowoosymetrycznej powierzchni prądu, w warstwie prądu o zmiennej grubości, opisuje równanie całkowe Fredholma II rodzaju względem potencjału prędkości na profilu $\psi(s)$:

$$\psi(s) + \int_L \psi(\zeta) K(s, \zeta) d\zeta + \iint_G \frac{d \ln b}{d\eta} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} N(s, \zeta) dz d\eta = B(s) \quad (1)$$

gdzie:

$$B(s) = 2(x \operatorname{ctg} \alpha_\infty + y) + \Gamma \cdot M(s, \zeta_n) + \int [\psi(s) - \psi(\zeta)] \left(\frac{dN}{d\zeta} \right) d\zeta$$

Dla palisady osiowej (nieruchoma, wirująca) ostatni człon w wyrażeniu $B(s)$ nie występuje. Równanie (1) rozwiązuje się przez sprowadzenie go do jednego bądź czterech układów równań liniowych.

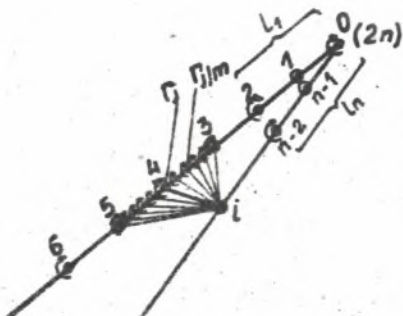
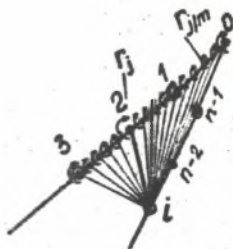
Występujące w wyrażeniu podcałkowym wyrażenie $K(s, \zeta) = \frac{dM(s, \zeta)}{d\zeta}$ jest jądrem równania całkowego (1). Funkcja $M(s, \zeta)$ jest postaci:

$$M(s, \zeta) = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{th} \mathcal{J}(y_j - y_i)}{\operatorname{tg} \mathcal{J}(x_j - x_i)} \quad (2)$$

gdzie: "j" jest indeksem współrzędnej obiegowej konturu profilu (ζ), a "i" jest indeksem punktu, w którym oblicza się potencjał prędkości bądź prędkość (współrzędna s).

Funkcja $M(s, \zeta)$ jest funkcją uwzględniającą wpływ wiru umieszczonego w punkcie o współrzędnej ζ (indeks j) na punkt o współrzędnej s (indeks i), w którym indukuje on prędkość styczną do konturu profilu. W dotychczasowej procedurze obliczeniowej [3, 4] kontur profilu dzielono poczynając od krawędzi spływowej na n odcinków (rys. 1). W punktach środkowych tych odcinków (numery nieparzyste) oblicza się potencjał prędkości (prędkość), natomiast w punktach brzegowych tych odcinków (numery parzyste) rozmieszczone są wiry.

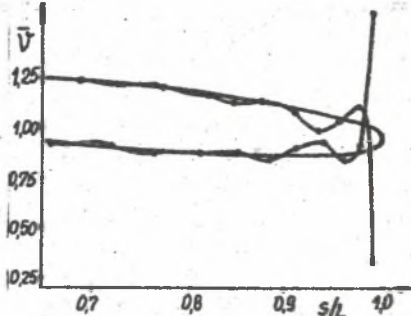
Na podstawie wielu obliczeń przepływu potencjalnego autor stwierdził, że przy podziale profilu na skończoną ilość odcinków ($n = 40 + 60$) dla

Rys. 1. Obliczanie współczynnika $\beta_{i,j}$.Rys. 2. Obliczanie współczynnika $\beta_{i,j}$ w okolicy krawędzi spływu.

bardzo cienkich profili, bądź profili z długą i cienką krawędzią spływu (profil wg funkcji Bondera [2]) występuje falowanie obliczonego rozkładu prędkości. Autorzy pracy [1] zauważyli, że obliczenie rozkładu prędkości metodą rozkładu osobliwości staje się bardziej dokładne dla grubszych łopatek. Gdy łopatką, bądź jej część, staje się bardzo cienka, obliczenia stają się trudniejsze i mniej dokładne. Okazuje się, że im profil jest cieńszy, tym rozłożone na jego konturze wiry i punkty obliczeniowe silniej oddziałują na siebie, co powoduje w efekcie końcowym falowanie rozkładów prędkości. Dla rozeznania tego zjawiska autor przeprowadził obliczenia na przykładzie dyfuzora promieniowego o prostych łopatkach narzucając różne (stałe) grubości profilu. Zaobserwowano wyraźne falowanie profilu prędkości przy grubości profilu mniejszej od 0,001 mm. Podobne falowania na części rozkładu prędkości występują dla profili z bardzo cienkimi i długimi krawędziami spływu [2] (rys. 3).

Dla uniknięcia przedstawionego zjawiska trzeba zwiększyć liczbę odcinków podziału konturu profilu. Wiąże się to jednak ze zwiększeniem wielkości rozwiązywanych układów równań liniowych, co pociąga za sobą gwałtowny wzrost czasu obliczeń na EMC. Autor przyjmując umiarkowaną liczbę punktów obliczeniowych na profilu (40 do 60) proponuje za autorami pracy [1] wprowadzić dodatkowy podział profilu, nie zwiększający jednak wielkości rozwiązywanego układu równań liniowych.

Mianowicie, oddziaływanie wirów umieszczonych w punktach parzystych (np. Γ_4 rys. 1) zastąpiono oddziaływaniem m "małych" wirów o mocy (Γ_4/m) rozmieszczonych równomiernie na odcinkach 3-4 i 4-5. Następnie oblicza się oddziaływanie tak rozłożonych wirów, na punkt obliczeniowy "i" (rys. 1). Aby nie zwiększać układu równań liniowych, oddziaływanie tych wirów



Rys. 3. Falowanie rozkładu prędkości w okolicy krawędzi spływu.

zastępuje się oddziaływaniem wiru umieszczonego w punkcie j (np. Γ_4), skorygowanym za pomocą współczynnika poprawkowego $\beta_{i,j}$:

$$\beta_{i,j} = \frac{1}{m} \frac{\sum_{k=1}^m M(i,k)}{M_{i,j}} \quad (3)$$

Pewna różnica w obliczaniu współczynnika $\beta_{i,j}$ występuje w okolicy krawędzi spływu i wlotu profilu. Szkic do obliczenia współczynnika $\beta_{i,j}$ w okolicy krawędzi spływu przedstawiono na rys. 2.

Dotychczasowy program rozwiązywania przepływu potencjalnego zmodyfikowano wprowadzając dodatkowy podział profilu oraz współczynniki korygujące β . Praktycznie w tej wersji programu, maszyna cyfrowa, mając zadane współrzędne profilu, realizuje sama dodatkowy podział każdego odcinka profilu (np. na 10 części). Ponieważ dla każdego punktu obliczeniowego maszyna cyfrowa obliczając rozkład prędkości obiega kontur profilu, liczba analizowanych punktów profilu jest bardzo duża, a rozwiązanie bardziej dokładne.

Dla przykładu przeprowadzono rozwiązanie przepływu potencjalnego przez palisadę prostoliniową z profilem opisanym wg funkcji Bondera [2]. Profil podzielono na $n=46$ odcinków, zagęszczając podział w okolicy krawędzi wlotowej i spływowej. Przykładowe współczynniki $\beta_{1,j}$ oraz $\beta_{20,j}$ zestawiono w tabeli 1 a i b. Jak widać z tabel, współczynniki $\beta_{i,j}$ różnią się znacznie od jedności (dotychczasowa metoda) dla punktów w okolicy krawędzi spływu ($i=1$) oraz krawędzi wlotowej. Dla punktów "1" leżących poza strefą krawędzi łopatkki współczynniki $\beta_{i,j}$ zmieniają się nieznacznie i oscylują w pobliżu jedności.

IV. Algorytm obliczeń

Mimo przybliżonej metody algorytm obliczeń jest mocno rozbudowany. Dokładnie przedstawiony jest on w pracach [3,4]. Obliczenia przeprowadza się iteracyjnie obliczając kolejno przepływ potencjalny, warstwy przyscienne i uwzględniając wzajemne ich oddziaływania. W metodzie przyjmowano 5 iteracji. Wystarczyło to dla spełniania przyjętego kryterium zbieżności - względnej różnicy grubości warstwy przysciennej, w kolejnych iteracjach, w okolicy krawędzi spływu, rzędu 1%. Zbieżność procesu iteracyjnego przedstawiono w pracy [4].

Tabela 1.

Współczynniki poprawkowe $\beta_{i,j}$

(a)

| $\beta(1,j)$ (j = 0 do 46) | | | | | | | | | |
|------------------------------|----------|----|----------|----|----------|----|----------|----|----------|
| 0 | 1,000000 | 10 | 0,998975 | 20 | 1,232726 | 30 | 1,011095 | 40 | 0,998916 |
| 1 | 0,765221 | 11 | 0,995104 | 21 | 0,921748 | 31 | 0,990138 | 41 | 0,999694 |
| 2 | 0,999916 | 12 | 1,004495 | 22 | 0,393098 | 32 | 0,998587 | 42 | 1,000439 |
| 3 | 1,000280 | 13 | 0,998611 | 23 | 1,000000 | 33 | 1,004772 | 43 | 0,999499 |
| 4 | 0,999586 | 14 | 0,990048 | 24 | 0,782939 | 34 | 0,995311 | 44 | 1,000976 |
| 5 | 0,998655 | 15 | 1,011712 | 25 | 0,970701 | 35 | 0,999201 | 45 | 1,301729 |
| 6 | 1,000827 | 16 | 1,000269 | 26 | 1,007633 | 36 | 1,002162 | 46 | 1,000000 |
| 7 | 0,999486 | 17 | 0,979669 | 27 | 1,034035 | 37 | 0,997758 | | |
| 8 | 0,997663 | 18 | 1,046014 | 28 | 0,977057 | 38 | 0,999540 | | |
| 9 | 1,001885 | 19 | 1,049740 | 29 | 0,997840 | 39 | 1,000956 | | |

(b)

| $\beta(20,j)$ (j = 0 + 46) | | | | | | | | | |
|------------------------------|----------|----|----------|----|----------|----|----------|----|----------|
| 0 | 1,000000 | 10 | 1,001690 | 20 | 1,019338 | 30 | 0,999997 | 40 | 1,000764 |
| 1 | 0,949547 | 11 | 1,009673 | 21 | 0,991697 | 31 | 1,000152 | 41 | 1,000123 |
| 2 | 1,029161 | 12 | 0,992663 | 22 | 1,026367 | 32 | 0,999791 | 42 | 0,999552 |
| 3 | 0,987551 | 13 | 1,000073 | 23 | 1,000000 | 33 | 0,998937 | 43 | 1,000479 |
| 4 | 1,007196 | 14 | 1,005568 | 24 | 0,972099 | 34 | 1,001165 | 44 | 1,000094 |
| 5 | 1,020449 | 15 | 0,994930 | 25 | 0,993542 | 35 | 1,000101 | 45 | 0,998889 |
| 6 | 0,989003 | 16 | 0,999362 | 26 | 0,998952 | 36 | 0,999009 | 46 | 1,000000 |
| 7 | 1,003594 | 17 | 1,002846 | 27 | 1,008047 | 37 | 1,001062 | | |
| 8 | 1,014199 | 18 | 0,996539 | 28 | 0,993901 | 38 | 1,000141 | | |
| 9 | 0,990765 | 19 | 0,988012 | 29 | 0,998458 | 39 | 0,999285 | | |

Tabela 2.

Charakterystyki kątowe dyfuzora łopatkowego

(a)

| z = 36, l = 124,1 mm, R ₁ = 411 mm, α ₁ [*] = 24°, α ₂ [*] = 37,8° | | | | | |
|---|-----------|-------|-------|-------|-------|
| α ₁ [°] | 20,8 | 24,0 | 26,5 | 28,21 | 30,6 |
| α ₂ obl | oderwanie | 32,59 | 32,32 | 32,90 | 32,99 |
| α ₂ bad | 32,6 | 33,9 | 32,95 | 33,0 | 32,95 |

(b)

| z=24, l=124,1 mm, R ₁ =411 mm, α ₁ [*] =24°, α ₂ [*] =37,8° | | | | |
|--|-------|-------|-------|-------|
| α ₁ [°] | 22,51 | 25,64 | 28,36 | 31,6 |
| α ₂ obl | 32,05 | 32,46 | 32,75 | 32,87 |
| α ₂ bad | 32,06 | 30,6 | 30,9 | 31,6 |

Tabela 3.

Współczynnik przyrostu ciśnienia dyfuzora łopatkowego

(a)

| z = 36, l = 124,1 mm, R ₁ = 411 mm, α ₁ [*] = 24°, α ₂ [*] = 37,8° | | | | | |
|---|-----------|-------|-------|-------|-------|
| α ₁ [°] | 20,8 | 24,0 | 26,5 | 28,21 | 30,6 |
| C _p obl | oderwanie | 0,573 | 0,498 | 0,433 | 0,346 |
| C _p bad | 0,590 | 0,551 | 0,527 | 0,435 | 0,330 |

(b)

| z=24, l=124,1 mm, R ₁ = 411 mm, α ₁ [*] =24°, α ₂ [*] =37,8° | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|
| α ₁ [°] | 22,51 | 25,64 | 28,36 | 31,6 |
| C _p obl | 0,611 | 0,514 | 0,423 | 0,303 |
| C _p bad | 0,603 | 0,505 | 0,431 | 0,293 |

V. Weryfikacja opracowanej metody

Wykorzystując przedstawioną metodę obliczono charakterystyki teoretyczne dalszych palisad - dyfuzorów łopatkowych. Porównano je z wynikami własnych badań eksperymentalnych.

W tabelach (2 a,b) zestawiono teoretyczne i eksperymentalne charakterystyki kątowe dla trzech dyfuzorów łopatkowych. Różnica dla krótszych dyfuzorów sięga 1,5 do 2°. Dla większych opóźnień dyfuzora (dłuższe łopatki) różnica wynosi około 3°.

W tabelach (3 a,b) porównano współczynniki przyrostu ciśnienia statycznego dla dwóch dyfuzorów łopatkowych. Błąd wynosi dla krótszych łopatek około 5 %. Dla dłuższych łopatek błąd ten wzrasta do 10 %.

Porównanie współczynników strat dyfuzorów wykazuje dobrą zgodność (błąd 5%) dla niektórych dyfuzorów z łopatkami krótszymi. Dla większości dyfuzorów błąd ten w pobliżu punktu znamionowego pracy jest rzędu 10 % i na pozostałej części charakterystyki najczęściej jest jeszcze większy.

Literatura

- [1] Ogawa T., Murata S.: On the Flow in the Centrifugal Impeller with Arbitrary Aerofoil Blades. Bulletin of the JSME, Vol. 17, No.108, June 1974, p. 713-730.
- [2] Prosnak W.J.: O automatycznym rozwiązaniu podstawowego zagadnienia teorii profilu. Prace JPPT 32/1972.
- [3] Sucharski Z.: Metoda rozwiązania przepływu płynu lepkiego przez płaskie kołowe palisady profili. V Krajowa Konferencja MCIg. Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej, Seria: Maszyny Robocze i Pojazdy Nr 22, Poznań 1982.
- [4] Tuliszka E., Sucharski Z. i inni: Teoria i badania przepływu przez promieniowe dyfuzory łopatkowe. Polska Akademia Nauk. Seria Mechanika i Budownictwo T.10, PWN, Warszawa - Poznań 1983.

**ПРИБЛИЗИТЕЛЬНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ
ЧЕРЕЗ РЕШЕТКИ ПРОФИЛЕЙ И ДИФфуЗОРЫ**

Р е з ю м е

Настоящая работа представляет дальнейшее развитие разработанного автором теоретического метода для расчёта характеристик работы неподвижной решётки.

Этот метод основан на концепции Прандтля разделения потока на потенциальное ядро и пограничные слои.

Разработанный теоретический метод применён для исследованных круговых решёток - лопаточных диффузоров. Подтверждено хорошее согласование полученных в теории результатов с результатами исследований.

**ROUGH METHOD OF A SOLUTION OF THE VISCOUS FLUID FLOW THROUGH
A BLADE CASCADES AND DIFFUSERS**

S u m m a r y

The paper presents further development of the author's theoretical method for the calculation of the characteristics of an immobile blade cascade. This method is based on Prandtl's conception of the division of the flow stream into potential flow and boundary layers. The theoretical method was applied in the examination of radial cascades-vaned diffusers. The results obtained from theory were in good agreement with the research results.